

---

Profesorowi Iwo Białynickiemu-Biruli  
na jego dziewięćdziesięciolecie,  
kwantowej teorii pola na jej stulecie.

# Postawić kwantową teorię pola z głowy na nogi Bringing quantum field theory down to Earth

## część 1

Piotr Chankowski\*

Instytut Fizyki Teoretycznej, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

---

**Abstrakt.** Wbrew wrażeniu jakie można odnieść z lektury większości standardowych podręczników, równania falowe Diraca, Kleina–Gordona i inne nie są podstawą relatywistycznej kwantowej teorii pola. W niniejszym artykule staram się pokazać, jak powinna być ona poprawnie formułowana i omawiam pewne jej aspekty, które na ogół nie są przedstawiane właściwie. Moim celem jest spowodowanie zmiany w nauczaniu kwantowej teorii pola. Tekst został podzielony na trzy części. W pierwszej przypominam krótko historyczny rozwój kwantowej teorii pola i omawiam jej sformułowanie jako kwantowej teorii oddziałujących cząstek (relatywistycznych lub nierelatywistycznych).

**Słowa kluczowe:** cząstki, pola, kwantowa teoria pola, równania falowe, renormalizacja, redukcja LSZ, całki po trajektoriach

**Abstract.** Despite the impression that can be gained from most of the standard textbooks, Dirac, Klein–Gordon and other wave equations do not constitute the basis of relativistic quantum field theory. In this article I attempt to show how it should be formulated properly and discuss some of its aspects which usually are presented unsatisfactorily. My aim is to cause the change in the way quantum field theory is taught. The text is split into three parts. In the first one I briefly recall the quantum field theory historical development and present its formulation as a quantum theory of interacting particles (relativistic or nonrelativistic).

**Keywords:** particles, fields, quantum field theory, wave equations, renormalization, LSZ reduction, pathing integrals

---

Kwantowa teoria pola jest dziś jednym z głównych filarów fizyki teoretycznej. Stanowi podstawę naszego rozumienia obszernego zakresu zjawisk fizycznych, przede wszystkim tych zachodzących na poziomie mikroskopowym, takich jak oddziaływania relatywistycznych cząstek elementarnych, skomplikowane mechanizmy rządzące zachowaniem materii skondensowanej, ale nie tylko; jej metody pozwoliły także zrealizować praktycznie koncepcje Leo P. Kadanoffa i Kennetha G. Wilsona i ująć ilościowo zjawiska krytyczne zachodzące w układach makroskopowych umożliwiając obliczanie w ramach mechaniki statystycznej ich charakterystyk, takich jak tzw. wykładniki krytyczne; dość powszechnie uważa się też, iż kwantowe zachowanie pól dało początek obserwowanym dziś, bardzo drobnym, lecz niezwykle istotnym dla kosmologii, niejednorodnościom wielkoskalowej struktury Wszechświata. Matematyczny

formalizm kwantowej teorii pola ma też związki z takimi dziedzinami czystej matematyki, jak np. teoria węzłów. Dobre zrozumienie jej podstaw jest więc w zasadzie niezbędne każdemu fizykowi teoretykowi i jest warunkiem *sine qua non* twórczego z niej korzystania. I właśnie problemem właściwego przedstawiania tej teorii chcę się tu zająć, gdyż mam wrażenie, że podstawy te w większości standardowych podręczników są przedstawiane w zbyt tradycyjnym ujęciu, więc, z dzisiejszej perspektywy, niewystarczająco lub wręcz błędnie, a w typowych wykładach zwykle dąży się do „nowoczesnych zastosowań”, tj. do przedstawienia (zwykle bardzo szkieletowego) kwantowej teorii pól cechowania i modelu standardowego (współczesnej teorii wszystkich, poza grawitacyjnymi, oddziaływań znanych cząstek elementarnych), pomijając wiele istotnych spraw. W rezultacie uczący się odnoszą zwykle wrażenie, że kolejne zagadnienia pozostają bez związku z poprzednimi, albo wręcz są z nimi sprzeczne i że gdzieś gubi

---

\*ORCID: 0000-0002-8897-3426

się związek z podstawowymi zasadami mechaniki kwantowej, a cała konstrukcja kwantowej teorii pola „wisi w powietrzu”. Znacznie utrudnia to przyswojenie jej podstaw wielu chcącym zajmować się fizyką teoretyczną. Będę więc starał się tu pokazać, jak (moim zdaniem) należy przedstawiać podstawy tej teorii. Z konieczności zatem rozważania będą trochę techniczne i większość tekstu pewnie będzie mało zrozumiała dla nie-specjalistów, mam jednak nadzieję, iż przynajmniej osobom wykładającym kwantową teorię pola będą pomocne i może sprowokują do spojrzenia na przedmiot w świeży sposób.<sup>1</sup>

Kwantowa teoria pola narodziła się mniej więcej sto lat temu, wyłaniając się z prac przede wszystkim Paula A.M. Diraca, Wernera Heisenberga, Maxa Borny i Pascuala Jordana, Enrico Fermiego oraz innych twórców mechaniki kwantowej. Jej rozwój przeszedł wiele stadiów i w początkowym okresie był nierozzerwalnie związany z rozwojem samej mechaniki kwantowej w jej wersji wykorzystującej pojęcie funkcji falowej (pojedynczej cząstki) i równanie falowe. Bardzo ważnym koncepcyjnie krokiem było jej zastosowanie przez Fermiego (1934) do procesów słabych.<sup>2</sup> W podanej wcześniej przez Diraca (1927) kwantowej teorii oddziaływania promieniowania z materią, będącej pierwszą wersją relatywistycznej teorii układu oddziałujących cząstek, procesom kreacji i anihilacji podlegały w zasadzie tylko kwanty promieniowania, które jako cząstki o zerowej masie mogły być nadal uważane za nie do końca „materialne”;<sup>3</sup> natomiast fundamentem teorii zaproponowanej przez Fermiego była właśnie możliwość znikania i powstawania niejako *ex nihilo* cząstek tak masywnych jak neutrony i protony. Przypuszczam, że dla współczesnych mu fizyków musiało to być trudne do przyjęcia (trudniejsze niż zaakceptowanie hipotezy istnienia jeszcze jednej cząstki – neutrina). Następnym etapem było przezwyciężenie kryzysu wywołanego występowaniem nieskończoności i wypracowanie (przez Richarda P. Feyn-

mana, Juliana S. Schwingera, Shin'ichirō Tomonagę i Freemaną J. Dysona) systematycznej procedury renormalizacji, tj. ich usuwania. W rezultacie powstała elektrodynamika kwantowa, będąca pierwszą kwantową teorią pola umożliwiającą prowadzenie obliczeń wychodzących poza najprostsze przybliżenie i uzyskiwanie wyników zdumiewająco zgodnych z pomiarami.<sup>4</sup> Jej sformułowanie wciąż wykorzystywało jednak w dużej mierze pojęcia nawiązujące do podanej przez Diraca interpretacji funkcji falowej elektronu i rachunku zaburzeń, z którego bierze się przekonanie (czasem traktowane jak paradygmat zwany niekiedy *dualizmem cząstka-pole*) o ścisłej odpowiedniości konkretnych pól i cząstek. Równolegle jednak następował ciągły, polegający na modyfikowaniu postaci oddziaływania zaproponowanej przez Fermiego, rozwój teorii oddziaływań słabych wymuszany koniecznością uwzględniania kolejnych odkryć eksperymentalnych. Wprawdzie teoria ta należała do klasy *nierenormalizowalnych* (procedury renormalizacji, takiej jak w przypadku elektrodynamiki, nie dawało się do niej zastosować), przez co efekty oddziaływań słabych można było uwzględniać tylko w pierwszym rzędzie względem sprzężenia słabego, ale za to wysiłki teoretyków mające na celu ujęcie w jej ramach faktów eksperymentalnych dotyczących słabych oddziaływań hadronów (cząstek oddziałujących przede wszystkim silnie), dały początek wielu ważnym koncepcjom (Feynmana i Murray'a Gell-Manna, Yoichiro Nambu) związanym z rolą w kwantowej teorii pola różnego rodzaju symetrii: ścisłych, spontanicznie naruszonych przez stan podstawowy hamiltonianu teorii (zwany, dość myląco, próżnią) i przybliżonych (które też mogą być spontanicznie naruszone) oraz zrozumienie, że w kwantowej teorii pola konsekwencją spontanicznego naruszenia symetrii ciągłych jest istnienie bezmasowych cząstek o spinie 0 zwanych bozonami Goldstone'a (lekkich, ale nie bezmasowych pseudobozone Goldstone'a, gdy spontanicznie naruszone symetrie są tylko symetrami przybliżonymi). Ujmując rzecz ogólniej, wysiłki te walczyły przyczyniły się do rozumienia tych aspektów kwantowej teorii pola, które nie są zależne od zastosowania do niej rachunku zaburzeń, na których opierały się spektakularne sukcesy elektrodynamiki kwantowej. (To te właśnie aspekty, powinny moim zdaniem, być dziś centralnym punktem dobrego wykładu kwantowej teorii pola).

Początkiem drogi do sformułowania modelu standardowego okazało się zaproponowanie przez Chen N. Yanga i Roberta Millsa (1954) klasy (klasycznych) teorii pola, w których występujące w elektrodynamice pole  $A_\mu$  (czteropotencjał pola elektromagnetycznego) związane z abelową (tj. przemienną) grupą  $U(1)$  symetrii cechowania było zastąpione kilkoma polami  $A_\mu^a$ ,  $a =$

1. Streszczę tu w zasadzie główne myśli prowadzonego przeze mnie w miarę regularnie wykładu kwantowej teorii pola; doprowadzenie do zadowalającego mnie stanu skryptu, jaki piszę, zajmie bowiem jeszcze jakiś – zapewne nie tak krótki – czas, a wyraźnie widzę dość pilną potrzebę generalnej zmiany podejścia do tego przedmiotu.

2. Świadomie nie używam modnego dziś sformułowania „do opisu oddziaływań słabych”, bo uważam, że słowo „opis” jest mocno nadużywane i zwykle maskuje beztreściwość wypowiedzi. Złośliwie mawiam, że od opisywania są literaci i gryzipiórki.

3. W szkolnych kursach fizyki mówi się do dziś (a może już nie, może to dla ministra edukacji za trudne i usunął to z programu?) o promieniowaniu  $\alpha$ ,  $\beta$  i  $\gamma$ . Z kolei procesy kreacji par elektron-pozyton były w ramach teorii sformułowanej przez Diraca przejściami elektronu z „morza Diraca” do stanu o dodatniej energii z jednoczesnym powstaniem „dziury” interpretowanej jako pozyton.

$1, \dots, n$  (zwanymi dziś polami Yanga–Millsa) będącymi polami cechowania nieabelowej (tj. nieprzemiennej) grupy symetrii. Początkowe trudności (nieunitarność amplitud) w zastosowaniu do kwantowej wersji tych teorii rachunku zaburzeń, w postaci znanej z elektrodynamiki, zostały przezwyciężone dzięki wprowadzeniu (Richard Feynman, Bryce De Witt) dodatkowych pól pomocniczych, tzw. duchów, i nadaniu temu krokowi głębszego uzasadnienia przez Ludwika D. Faddiejewa i Wiktora N. Popowa w ramach sformułowania kwantowej teorii pola za pomocą całek po trajektoriach. Podjęto też próby wykorzystania tych idei do stworzenia teorii oddziaływań silnych, w których pola  $A_\mu^a$  zostały utożsamione z polami mezonów wektorowych (z polami masywnych hadronów o spinie 1). Próby te nie zostały uwieńczone powodzeniem, ale połączenie pól Yanga–Millsa z ideą spontanicznego naruszenia symetrii cechowania pozwoliło Stevenowi Weinbergowi, Sheldownowi L. Glashowowi i Abdusowi Salamowi sformułować zunifikowaną<sup>5</sup> teorię elektromagnetycznych i słabych oddziaływań leptonów (tj. cząstek nieoddziałujących silnie), według której oddziaływania słabe tych cząstek są skutkiem ich oddziaływania z masywnymi bozonami  $W^\pm$  i  $Z^0$ . Teoria ta, jak pokazali wkrótce Gerard 't Hooft i Martinus J. G. Veltman była renormalizowalna, a konsekwencją zaproponowanego przez Weinberga konkretnego mechanizmu łamania symetrii było przewidywanie istnienia bezpinowej cząstki zwanej bozonem Higgsa. Jej odkrycie w 2012 w CERN można uznać za wielki tryumf modelu standardowego i kwantowej teorii pola. Ostatnim krokiem, który umożliwił sformułowanie standardowej teorii oddziaływań cząstek elementarnych w jej dzisiejszym kształcie, było połączenie wniosków płynących z podanej przez Feynmana interpretacji rezultatów głęboko nieelastycznego rozpraszania leptonów na hadronach (nukleonach) w języku partonów, z zaproponowaną przez Gell-Manna teorią symetrii widma hadronów i z odkrycia, że jedynymi teoriami, które mogą objaśniać tzw. asymptotyczną swobodę, czyli zanikanie wzajemnych oddziaływań partonów wraz ze wzrostem ich energii, są właśnie teorie nieabelowych pól Yanga–Millsa. Doświadczalne potwierdzenie idei Gell-Manna, że hadrony są zbudowane z bardziej elementarnych składników – kwarków i antykwarków

o spinie 1/2, pozwoliło po pierwsze sformułować teorię oddziaływań silnych jako teorię oddziaływania tych właśnie elementarnych fermionów (z którymi w naturalny sposób zostały utożsamione partony Feynmana) z polami gluonów stowarzyszonych ze ściśłą nieabelową symetrią cechowania  $SU(3)$  koloru, a po drugie, zrozumieć, że w teorii, w której z bozonami  $W$  i  $Z$  oddziałują bezpośrednio kwarki, znajdują swoje naturalne uzasadnienie wszystkie idee, które legły u podstaw fenomenologicznych „ulepszeń” teorii Fermiego. Powstała w ten sposób teoria zwana modelem standardowym, została spektakularnie potwierdzona najpierw zarejestrowaniem prądów neutralnych, tj. reakcji indukowanych przez wymianę bozonu  $Z^0$ , następnie przez bezpośrednie odkrycie bozonów  $W^\pm$  i nieco później  $Z^0$ , a w końcu (2012) odkryciem cząstki Higgsa. Olbrzymim sukcesem modelu standardowego jest ponadto znakomite jakościowe i ilościowe ujmowanie tzw. procesów rzadkich, tj. takich bardzo mało prawdopodobnych procesów, za których zachodzenie odpowiedzialne są efekty czysto kwantowe. Choć istnieją różnorakie przesłanki za tym, że model standardowy nie może być ostateczną teorią, pozostanie on na zawsze, niczym mechanika Newtona, teorią słuszną w ramach granic swojej stosowalności.

Jednak początki przypomnianego tu (z konieczności skróco) rozwoju kwantowej teorii pola, tj. przede wszystkim historycznej drogi do sformułowania szczególnego jej modelu – elektrodynamiki kwantowej, kładą się, moim zdaniem, zbyt długim cieniem na sposobie przedstawiania i wykładania kwantowej teorii pola. Jak pisał Weinberg w swojej „kultowej” już monografii *Gravitation and Cosmology*, w rozdziale przypominającym historyczne korzenie OTW: „*The author of a book on physics can impose order on this confusion by organizing his material in either of two ways: by recapitulating its history, or by following his own best guess as to the ultimate logical structure of physical law. Both methods are valuable; the great thing is not to confuse physics with history, or history with physics.*” Otóż wydaje się, że wciąż jeszcze wykłady i podręczniki kwantowej teorii pola zbyt rzadko obiecają tę drugą, właściwszą drogę. Wystarczy zajrzeć do dowolnego, nawet w miarę współczesnego podręcznika, jak np. Claude’a Itzyksona i Jeana-Bernarda Zuberera czy Michaela Peskina i Daniela V. Schrödera, które nie odbiegają zbytnio od bardziej wiekowych takich jak Lwa D. Landaua i Jewgienija M. Lifszycza czy Jamesa D. Bjorkena i Sidneya D. Drella, by trafić na początku na uświęcone tradycją omówienie równań Diraca i Kleina–Gordona, po którym następuje wprowadzenie ich funkcji Greena i sformułowanie rachunku zaburzeń oraz reguł tworzenia amplitud procesów; te ostatnie są zwykle uzasadniane dość heurystycznie.

4. O elektrodynamice mówiło się, że jest najdokładniejszą ze wszystkich teorii fizycznych.

5. Z dzisiejszej perspektywy nazywanie tej teorii zunifikowaną nie jest w pełni uzasadnione: grupa symetrii cechowania tej teorii nie jest bowiem prosta, lecz ma dwa czynniki, z którymi związane są dwie niezależne stałe sprzężenia. Można dopatrywać się tu jednak unifikacji w sensie oparcia konstrukcji na pewnej ogólnej idei, jaką stanowi symetria cechowania.

Do pewnego stopnia drogę tę próbował porzucić Weinberg w swojej trzytomowej<sup>6</sup> *Teorii pól kwantowych* (PWN, 1999). Nie był w tym jednak do końca konsekwentny i w zasadzie (świadomie lub nie) powielił w dużym stopniu schemat, według którego rozwijała się historycznie elektrodynamika kwantowa. Jednak przyjęte przez niego podejście jasno uwidacznia, że celebrowane relatywistyczne równania falowe, takie jak równanie Kleina–Gordona, Diraca, Proca, czy Rarity–Schwingera, nie są, jak można (mylnie) mniemać na podstawie wymienionych wyżej podręczników, podstawą kwantowej teorii pola. Równania te, mające godzić falową mechanikę Schrödingera z wymogami szczególnej teorii względności (wyznaczać relatywistyczne funkcje falowe cząstek o spinach odpowiednio 0, 1/2, 1 i 3/2), odegrały historycznie ważną rolę i rzeczywiście w swoim czasie istnienie antycząstek wiązano ze specyficznymi cechami ich rozwiązań ale, jak przytomnie zauważają Landau i Lifszyc (w pierwszym rozdziale czwartego tomu swojego kursu fizyki teoretycznej), sama koncepcja zależnej od zmiennych przestrzennych funkcji falowej jest w zasadzie sprzeczna z podstawowymi ideami teorii względności, gdyż zakłada możliwość natychmiastowego skonfrontowania pomiarów położenia cząstki dokonanych w odległych punktach przestrzeni. W istocie, jeśli spojrzeć na teorię relatywistyczną ogólniej, obserwabla, jakie są przez nią dane naturalnie, to energia, pęd i moment pędu, gdyż sama relatywistyczna struktura teorii wymaga, by istniały odpowiadające im hermitowskie operatory będące generatorami przekształceń Poincarégo (i by wraz z operatorami generującymi lorentzowskie pchnięcia spełniały odpowiednie związki przemienności wyznaczone przez strukturę grupy Poincarégo). Operator położenia nie jest dany przez samą strukturę grupy Poincarégo i kierując się prawomocnym od czasów myślowych eksperymentów Heisenberga podejściem można powiedzieć, że to sama teoria orzeka, co jest mierzalne. Dlatego czynienie punktu wyjścia z równań falowych (zwłaszcza Diraca), w których centralną rolę gra zależna od położenia funkcja falowa, musi być z gruntu niewłaściwe.<sup>7</sup> Jakie więc są prawdziwe podstawy kwantowej teorii pola?

6. Trzeci tom tego dzieła, który miałem przyjemność przełożyć na polski dla wydawnictwa PWN w czasach, gdy to wydawnictwo wydawało profesjonalnie przetłumaczone i zredagowane podręczniki akademickie, jest poświęcony supersymetrycznym wersjom kwantowej teorii pola.

7. Jak pokrętnie trzeba rozumować, gdy za punkt wyjścia przyjmuje się równania falowe, można się przekonać zaglądając do „cegły” Rogera Penrose’a *Droga do rzeczywistości* (Prószyński i S-ka, Warszawa 2006), w której ten wybitny specjalista od matematycznych zagadnień OTW stara się przybliżyć „zwykłemu człowiekowi” fundamenty całej (!) współczesnej fizyki teoretycznej. Po przeczytaniu odpowiednich rozdziałów jego dzieła traktujących

W swoim eseju *What is quantum field theory and what did we think it is* (arXiv:hep-th/9702027) Weinberg, jeden z głównych twórców modelu standardowego oddziaływań cząstek elementarnych (zob. cykl moich artykułów w miesięczniku *Delta*: 1-6 (2016) i 2 (2017)), wyraził pogląd, że kwantowa teoria pola nie jest niczym więcej niż sposobem wypisywania zgodnych z wymogami relatywistycznej współzmienniczości, unitarności, analityczności i spełniających zasadę rozkładu gronowego (*cluster decomposition*) kwantowomechanicznych amplitud procesów zachodzących między cząstkami elementarnymi. Pogląd taki (do pewnego stopnia ukształtowany właśnie przez historyczny rozwój) wydaje mi się zbyt ograniczający. Kwantową teorię pola lepiej jest uważać za kwantową teorię pewnego układu fizycznego. Pytanie tylko jakiego układu? Nie wiemy jeszcze (czy w ogóle kiedyś to będziemy wiedzieć?), jakie są najbardziej elementarne składniki rzeczywistości fizycznej – może są to struny, a może pętle kwantowej grawitacji – ale na szczęście nie musimy tego wiedzieć, by zajmować się większością zjawisk fizycznych. Świat zjawisk fizycznych dzieli się naturalnie na „warstwy” charakteryzujące się określonymi wartościami energii (lub długości) i na ogół to, co jest potrzebne, to teoria efektywna ujmująca zjawiska zachodzące w jednej „warstwie” charakteryzującej się energiami w dobrze określonym przedziale. Gdy zajmujemy się fizyką materii skondensowanej i energie wchodzące w grę są nie wyższe niż rzędu dziesiątków elektronowoltów, wiemy, że za elementarne składniki rozpatrywanego układu należy przyjąć atomy, względnie jony i elektrony, oraz zbudować teorię układu tworzonych przez takie elementy i zamkniętego w jakimś skończonym lub nieskończonym obszarze przestrzenym – powstaje wtedy teoria, której można nadać formę nierelatywistycznej kwantowej teorii pola; analogicznie można budować teorię materii jądrowej – tu energie są rzędu mega-elektronowoltów, a elementarnymi składnikami układu są nukleony (protony i neutrony), a czasem trzeba też uwzględnić osobno mezony  $\pi$  lub  $\rho$ . Kiedy chcemy budować teorię układów oddziałujących, których energie mogą dochodzić do setek lub nawet tysięcy gigaelektronowoltów, wtedy nie jest już takie oczywiste, jakie są

o podstawach relatywistycznej teorii pola natychmiast przypomniał mi się następujący *passus* ze *Zniewolonego umysłu* Czesława Miłosza (rozdział ‘Bałtowie’): „Pablo Neruda, wielki poeta Ameryki Łacińskiej pochodzi z Chile. [...] Wierzę mu, kiedy pisze o nędzy swojego ludu. [...] Wierzę mu, dopóki pisze o tym, co wie. Przestaję mu wierzyć, kiedy zaczyna pisać o tym, co wiem ja.” Przy okazji, nie mogę się powstrzymać od wyrażenia mojego odczucia, że coraz grubsze tomy popelniane przez Penrose’a coraz bardziej noszą znamiona działalności maniakalnej (porównywalnej chyba tylko z pasją, z jaką Mircea Eliade, uważający się także za pisarza, popelniał kolejne swoje – całkowicie już zapomniane – powieści).

fundamentalne (przy tych energiach) składniki układu, którego teorię (relatywistyczną) musimy zbudować. Aby skonstruować teorię trzeba jednak na coś się zdecydować. Choć na ogół w podręcznikach nie jest to jasno powiedziane, istnieją dwa różne podejścia, dwie możliwe „ontologie”. Postaram się tu krótko te dwa sposoby naszkicować, gdyż stanowią dwie alternatywne podstawy kwantowej teorii pola. Oba te podejścia, gdy dla celów praktycznych rachunków ograniczamy się do badania pewnych podprzestrzeni wielkich (nieseparowalnych) przestrzeni Hilberta takich teorii, sprowadzają się do mniej więcej tego samego formalizmu, zwłaszcza, gdy posługujemy się standardowym rachunkiem zaburzeń. Jednak sam układ fizyczny jest w tych podejściach inny i różne aspekty wymagające wyjścia poza taki rachunek mogą wyglądać inaczej (lub być przy jednym z tych podejść bardziej oczywiste niż przy drugim).

### Kwantowa teoria pola jako teoria układu oddziałujących cząstek

Punktem wyjścia pierwszego, przyjętego przez Weinberga w jego *Teorii pól kwantowych* podejścia, które nazwać można bezpośrednią konstrukcją relatywistycznej teorii oddziałujących cząstek, jest przyjęcie, że układ tworzą pewne cząstki. Teorię buduje się wtedy wykorzystując formalizm *drugiej kwantyzacji*, tj. biorąc jako przestrzeń Hilberta teorii sumę prostą przestrzeni odpowiadających różnym ustalonym liczbom cząstek uznanych za elementarne składniki układu. Przestrzenie te same są zbudowane jako odpowiednio zszytyzowane lub zantyszytyzowane (zależnie od charakteru cząstek elementarnych) iloczyny tensorowe jednoczątkowych przestrzeni Hilberta rozpinianych przez wektory  $|l\rangle$ , które reprezentują kwantowe stany bazowe pojedynczej cząstki. W naturalny sposób w tak skonstruowanej przestrzeni Hilberta działają operatory kreacji i anihilacji stowarzyszone bezpośrednio ze stanami  $|l\rangle$ . W przypadku konstrukcji teorii oddziałujących ze sobą cząstek traktowanych relatywistycznie, stanami  $|l\rangle$  są naturalnie stany cząstek o określonym pędzie  $\mathbf{p}$  i rzucie spinu  $\sigma$  na wybrany kierunek (w przypadku cząstek bezmasowych – skrętności  $\lambda$ ). Część swobodna  $H_0$  hamiltonianu teorii jest wtedy dana po prostu przez sumę (po rdzajach cząstek uznanych za elementarne składniki układu) wyrażen  $\sum_{(\mathbf{p},\sigma)} E_{\mathbf{p}} a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{p}) a_{\sigma}(\mathbf{p})$ , w których  $E_{\mathbf{p}}$  są energiami swobodnych cząstek o masie  $m$  i pędzie  $\mathbf{p}$ : w przypadku teorii cząstek relatywistycznych<sup>8</sup>  $E_{\mathbf{p}} = (\mathbf{p}^2 + m^2)^{1/2}$ , a operatory kreacji  $a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{p})$  i anihilacji  $a_{\sigma}(\mathbf{p})$  spełniają odpowiednie związki komuta-

cyjne lub antykomutacyjne. Należy zauważyć, że przy takiej konstrukcji nie przeprowadza się żadnej „kwantyzacji”. Punkt wyjścia jest tu taki sam jak w przypadku konstrukcji teorii układów materii skondensowanej i dlatego ma on swoje zalety pedagogiczne, pokazuje bowiem, w którym miejscu i dlaczego powstaje zasadnicza różnica między teoriami układów cząstek traktowanych nierelatywistycznie i relatywistycznie. Otóż mechanikę kwantową takiego układu, z jakim mamy do czynienia w fizyce materii skondensowanej, można w zasadzie sformułować w języku wielocząstkowych funkcji falowych; podstawową właściwością takiej teorii jest zachowywanie liczby cząstek i sformułowanie jej w języku drugiej kwantyzacji musi odzwierciedlać ten fakt. Zachowanie liczby cząstek wynika także z tego, że teoria taka (gdy jest sformułowana w nieskończonej przestrzeni i cząstki tworzące układ nie znajdują się w jakichś polach zewnątrznych) powinna być niezmiennicza względem przekształceń grupy Galileusza, która w przestrzeni Hilberta jest realizowana rzutowo także z powodów algebraicznych,<sup>9</sup> z algebry generatorów tej grupy nie daje się wyeliminować jednego ładunku centralnego, który staje się operatorem całkowitej masy układu, czego konsekwencją jest zachowanie tej wielkości. Nie nakłada to jednak bardzo silnych warunków na oddziaływanie, jakie można wprowadzić dodając do hamiltonianu  $H_0$  cząstek nieoddziałujących (różniącego się od podanego wyżej tylko formą zależności energii:  $E_{\mathbf{p}} = \mathbf{p}^2/2m$ ) operator oddziaływania skonstruowany z operatorów kreacji i anihilacji (dowolny operator działający w przestrzeni Hilberta można przez nie wyrazić) wystarcza, by każdy jego człon był zbudowany z takiej samej liczby operatorów kreacji i anihilacji każdej z cząstek; w szczególności oddziaływania mogą tu być nielokalne przestrzennie, dzięki czemu przy obliczeniach nie pojawiają się nieskończoności zwane „ultrafioletowymi”, tzn. związane z uwzględnianiem możliwych przejść układu do stanów o dowolnie wysokich energiach pojedynczych cząstek. Istotne jest za to, że równoważność sformułowań takiej teorii w języku wielocząstkowego równania Schrödingera i w języku drugiej kwantyzacji wymaga, by operator zadający oddziaływanie w tym drugim sformułowaniu był uporządkowany *normalnie* tzn. by w iloczynach operatorów kreacji i anihilacji te drugie stały zawsze po prawej stronie.

W przypadku układów cząstek, których energie mogą znacznie przewyższać ich masy spoczynkowe, klu-

8. Jak zwykle przyjmujemy układ jednostek, w którym  $\hbar = 1$  i  $c = 1$ .

9. Grupa Poincarégo jest natomiast realizowana rzutowo tylko z powodu topologicznej dwuspójności grupy obrotów, która jest jej podgrupą.

czowe jest, by konstruowana teoria była relatywistyczna, tj. by w jej przestrzeni Hilberta działała reprezentacja grupy Poincarégo (by istniała rodzina działających w niej unitarnych operatorów spełniających reguły składania wynikające ze struktury grupy symetrii Poincarégo). W naturalny sposób (jeśli czynniki  $E_p$  mają postać relatywistyczną) istnieje w przestrzeni Hilberta reprezentacja tej grupy, względem której przekształcają się stany cząstek swobodnych będących „elementarymi cegiełkami” rozpatrywanego układu, ale ponieważ hamiltonian jest jednym z generatorów grupy Poincarégo, który z pozostałymi dziewięcioma jej generatorami musi spełniać odpowiednie związki komutacyjne, to po dodaniu do  $H_0$  oddziaływania, modyfikacji muszą ulec także jakieś inne generatory (okazuje się, że na ogół generatory pchnięć lorentzowskich; to właśnie różni teorie relatywistyczne od nierelatywistycznych, w przypadku tych ostatnich bowiem dodanie oddziaływania nie powoduje konieczności modyfikacji żadnych generatorów). Możliwość dokonania takiej modyfikacji nakłada silne ograniczenia na oddziaływania, jakie można budować. Okazuje się, że nie jest to proste i aby ustalić strukturę możliwych oddziaływań (budowanych także i w tym przypadku z operatorów kreacji i anihilacji), najwygodniej jest żądać współzmienniczości amplitud rozpraszania, tj. macierzy  $S$ . W tym celu trzeba jednak najpierw zdefiniować stany rozproszeniowe układu. Często w tym celu przyjmuje się, że oddziaływanie „wyłącza się adiabaticznie” w dalekiej przeszłości i w dalekiej przyszłości. Nie jest to podejście poprawne<sup>10</sup> (w końcu nic takiego w rzeczywistym układzie nie zachodzi); właściwe podejście polega na założeniu, że pełny hamiltonian (z oddziaływaniem) ma stany własne, zwane stanami *in* i *out* (które stanowią dwie inne możliwe bazy całej przestrzeni Hilberta i są jakimiś skomplikowanymi superpozycjami stanów własnych  $H_0$ ) oraz że ewolucja czasowa ich odpowiednio gładkich superpozycji (jako wektorów przestrzeni Hilberta) w przeszłości i przyszłości dąży (w sensie zbiegania do siebie w normie odpowiadających sobie wektorów stanu) do ewolucji analogicznych superpozycji stanów własnych pewnego hamiltonianu

swobodnego  $\tilde{H}_0$ . To założenie opiera się na następującej intuicji fizycznej: jeśli wzbudzeniami skonstruowanej teorii są rzeczywiście jakieś cząstki, identyfikowalne w detektorach wykorzystywanych w eksperymentach, to takie stany *in* i *out* pełnego hamiltonianu powinny istnieć i być identyfikowane odpowiednio za pomocą mierzonych w eksperymentach rozproszeniowych charakterystyk (pędów i spinów) cząstek, jednych przed zajściem reakcji (stany *in*), a drugich po (stany *out*). Trzeba tu jednak dopowiedzieć kilka istotnych rzeczy. Po pierwsze, nie jest zupełnie oczywiste, że po dodaniu do  $H_0$  oddziaływania będą istnieć jakieś stany własne pełnego hamiltonianu reprezentujące cząstki. W istocie przy odrobinie szczęścia można skonstruować w ten sposób teorię (jeśli  $H_0$  jest hamiltonianem swobodnych cząstek o masie zero), która będzie np. konforemnie niezmiennicza i całkowicie ciąglego widma jej hamiltonianu nie da się zinterpretować w języku cząstek. Co więcej odwołanie się do układów rozpatrywanych w fizyce materii skondensowanej uświadamia, że typowymi wzbudzeniami układów wielu oddziałujących cząstek są twory takie jak fonony, rotony, magnony, etc. zwane quasi-cząstkami albo wzbudzeniami kolektywnymi, gdyż nie mają one żadnych cech elementarnych składników układu, ale które są zazwyczaj nietrwałe, tj. stany układu je reprezentujące nie mogą być stanami asymptotycznymi. W związku z tym czynienie (zob. Weinberg) założenia, że stany *in* i *out* zachowują się (także gdy chodzi o przekształcenia Poincarégo generowane przez zmodyfikowane generatory, wciąż jeszcze nieskonstruowane na tym etapie) podobnie jak stany elementarnych składników układu, jest na ogół niesłuszne. W istocie najlepszym przykładem służy tu teoria, której elementarnymi składnikami są kwarki, antykwarki i gluony (stany własne  $H_0$  są stanami dowolnej liczby takich swobodnych cząstek); po dodaniu odpowiednich oddziaływań (tak by powstała chromodynamika kwantowa), stany asymptotyczne reprezentują (to wiemy z doświadczenia, gdyż ściśle tego udowodnienie jest w zasadzie jednym z tzw. problemów milenijnych!) stabilne hadrony (układ wykazuje także wiele wzbudzeń analogicznych do quasi-cząstek układów materii skondensowanej – są to hadrony niestabilne zwane rezonansami) i wobec tego odpowiednim  $\tilde{H}_0$  nie jest wyjściowy hamiltonian  $H_0$  kwarków, antykwarków i gluonów. W zasadzie hamiltonian  $\tilde{H}_0$  można by skonstruować (byłoby to już częściowe rozwiązanie problemu milenijnego!), dokonując na wyjściowych operatorach kreacji i anihilacji jakiejś transformacji typu Bogoliubowa (takie operacje są jednym ze standardowych narzędzi przy analizie teorii materii skondensowanej). Zazwyczaj jednak przyjmuje się po prostu (i tak czyni Weinberg), że rolę  $\tilde{H}_0$  odgrywa  $H_0$  i tym samym, że

10. Jest to prawdopodobnie skutek skojarzenia ze znaną (no, niestety nie wszystkim uczącym kwantowej teorii pola...) konstrukcją Gell-Manna i Lowa stanu podstawowego  $|\Omega\rangle$  pełnego hamiltonianu  $H$  na podstawie znajomości stanu podstawowego  $|\Omega_0\rangle$  hamiltonianu  $H_0$ . Konstrukcja ta rzeczywiście odwołuje się do „adiabaticznego włączania i wyłączania” oddziaływania w dalekiej przeszłości i przyszłości (zapewnia to jawne uwzględnienie w operatorze  $\tilde{V}_{int}$  odpowiedniego czynnika zależnego od czasu), ale jej stosowanie przy wyprowadzaniu praktycznego wzoru na tzw. funkcje Greena (o których nieco dalej) stanowi tylko chwyt techniczny i w żadnej mierze nie oznacza konieczności zakładania tego samego przy konstrukcji stanów rozproszeniowych.

stany *in* i *out* pełnego hamiltonianu reprezentują stany cząstek mających analogiczne właściwości (dotyczy to przekształceń Poincarégo ich stanów, ich mas itd.) jak cząstki będące fundamentalnymi „cegiełkami” układu. Nawet jeśli przyjmie się takie założenie (dalej omówię, jak, przynajmniej w zasadzie, można się od niego uwolnić), to należy pamiętać, że stany *in* i *out* nie są tożsame ze stanami własnymi  $H_0$ , reprezentują bowiem cząstki „ubrane” zwane też fizycznymi, jako że to one właśnie są rejestrowane przez detektory w eksperymentach.<sup>11</sup> Fundamentem tego podejścia jest więc założenie, że istnieje przyporządkowanie jeden do jednego stanów *in* (i *out*) do odpowiednich stanów własnych  $H_0$  (w ogólności zaś do stanów własnych  $\tilde{H}_0$ ); co więcej zakłada się także, że wartości własne  $H$  na tych stanach (czyli energie tych stanów definiowane<sup>12</sup> przez  $H$ ) są takie same, jak definiowane przez  $H_0$  energie odpowiadających im stanów własnych  $H_0$ . Znowu trzeba skomentować to silne założenie. Na ogół wprowadzenie oddziaływań zmienia energie stanów układu (np. energie stanu podstawowego). Spełnienie więc założenia o równości energii odpowiadających sobie stanów własnych  $H$  i  $H_0$  oraz związków wynikających z odpowiedniości stanów *in* i *out* i stanów własnych  $H_0$  trzeba „wymusić” konstruując oddziaływanie; w tym podejściu jest to właśnie rolą renormalizacji (o której dalej), ale nie zawsze to jest możliwe: nawet gdy wprowadzone oddziaływania są słabe, wciąż na ogół stany *in* i *out* reprezentują mniejszą liczbę rodzajów cząstek niż stany własne  $H_0$ , ponieważ oddziaływania powodują, że niektóre „ubrane” cząstki stają się (tak jak quasi-cząstki) niestabilne. Cały ten schemat przedstawiony przez Weinberga ma, jak łatwo zrozumieć, swe korzenie w historycznym rozwoju jednej szczególnej wersji kwantowej teorii pola jaką jest elektrodynamika kwantowa, która przez długi czas służyła (a w wielu podręcznikach i wykładach do dziś służy) za modelowy przykład kwantowej teorii pola; zarówno foton, jak też elektron i pozyton są cząstkami stabilnymi i te obiekty tej teorii nie dotyczą – w tym sensie jest ona właśnie bardzo szczególna!

Przyjęcie omówionych wyżej założeń pozwala formalnie i prosto wyrazić amplitudy rozpraszania „ubranych” cząstek, tj. iloczynny skalarne stanów *out* i stanów *in*,

11. Cząstki zaś będące elementarnymi „cegiełkami” nazywa się czasem niefizycznymi; jednak w materii skondensowanej te elementarne „cegiełki” są również fizyczne; różnica bierze się stąd, że układ taki jak np. kryształ, którego wzbudzeniami są fonony i inne quasi-cząstki, można „rozmontować” na części tj. na oddzielne jony i elektrony, a układów, jakimi zajmuje się fizyka wysokich energii, nie można.

12. W mechanice kwantowej mówienie o energii układu bez zdefiniowania jego hamiltonianu jest, najogólniej rzecz ujmując, pozbawione sensu.

jako elementy macierze pomiędzy stanami własnymi hamiltonianu  $H_0$  operatora  $\hat{S}_0$  mającego postać<sup>13</sup>

$$\hat{S}_0 = T \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} dt \hat{V}_{int}^I(t)\right).$$

$T$  jest tu symbolem uporządkowania chronologicznego,  $\hat{V}_{int}^I(t) = e^{iH_0 t/\hbar} \hat{V}_{int} e^{-iH_0 t/\hbar}$  oddziaływaniem przekształconym do obrazu Diraca (zwanego też obrazem oddziaływania), a  $\hat{V}_{int}$  jest operatorem oddziaływania zbudowanym z operatorów kreacji i anihilacji elementarnych „cegiełek”; dzięki temu otrzymywane amplitudy są zgodne z ważną zasadą rozkładu gronowego, która zapewnia faktoryzowanie się macierzy  $S$ , gdy różne procesy zachodzą równolegle w przestrzennie oddalonych miejscach (laboratoriach) i jest prawdziwą przyczyną dla której odrzuca się przyczynki diagramów niespójnych (w zastosowaniach kwantowej teorii pola do problemów fizyki statystycznej struktura oddziaływania zgodna z tą zasadą jest konieczna dla ekstensywności wielkości termodynamicznych).

Następnym krokiem w omawianym podejściu i przy poczynionych silnych założeniach jest ustalenie, jaka postać oddziaływania (przy zadanych elementarnych składnikach układu) prowadzi do teorii relatywistycznej, tj. zapewnia współmienniczość przy przekształceniach Poincarégo otrzymywanych amplitud rozpraszania. Jak pokazuje Weinberg, jeśli amplitudy są współmiennicze, to można także (przynajmniej formalnie) skonstruować zmodyfikowane o oddziaływanie generatory grupy Poincarégo działające na stany *in* i *out* w sposób zgodny z interpretacją tych stanów jako reprezentujących zbiory cząstek o określonych pędach i energiach i, co jest istotne, działające tak samo na odpowiadające sobie (poprzez ich związek ze odpowiednim stanem własnym  $H_0$ ) stany *in* i *out*.<sup>14</sup> Kluczowa dla właściwego działania tych zmodyfikowanych generatorów jest możliwość przedstawienia operatora  $\hat{V}_{int}^I(t)$  w postaci całki przestrzennej

$$\hat{V}_{int}^I(t) = \int d^3\mathbf{x} \hat{\mathcal{H}}_{int}^I(t, \mathbf{x}),$$

13. Operatora tego nie należy mylić z samą macierzą  $S$  (co się zdarza zwłaszcza w podręcznikach rosyjskojęzycznych) ani też z operatorem  $\hat{S}$ , który jest tak zdefiniowany, że odwzorowuje stany *out* w stany *in*, i z pomocą którego te same amplitudy tworzące macierz  $S$  można otrzymać jako jego elementy macierze pomiędzy stanami *in* i *in* lub stanami *out* i *out*.

14. Jednak postać generatorów pchnięć lorentzowskich jest w tej konstrukcji raczej odgadnięta niż wynikająca z jakichś prostych przesłanek, w istocie bowiem całe omawiane tu podejście do kwantowej teorii pola nie daje sposobu systematycznego konstruowania generatorów symetrii, czasoprzestrzennych i wewnętrznych. Dopiero przyjęcie za punkt wyjścia pól daje, dzięki twierdzeniu Noether, jasne reguły w tym względzie i wydaje się, że przepis, jaki podaje Weinberg został zaadaptowany z tego drugiego podejścia.

z zachowującej się jak skalar, przy przekształceniach symetrii Poincarégo generowanych przez niezmodyfikowane jej generatory, gęstości  $\hat{\mathcal{H}}_{int}^I(t, \mathbf{x})$ , spełniającej ponadto warunek lokalnej przyczynowości

$$[\hat{\mathcal{H}}_{int}^I(t, \mathbf{x}), \hat{\mathcal{H}}_{int}^I(t', \mathbf{x}')] = 0, \\ \text{gdy } c^2(t - t')^2 - (\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2 < 0.$$

To z tego właśnie warunku, który nie ma odpowiednika w nierelatywistycznej teorii, wynikają główne cechy relatywistycznej wersji kwantowej teorii pola tak wyrażnie odróżniające ją od jej wersji nierelatywistycznych: niemożliwość skonstruowania operatora  $\hat{V}_{int}^I(t)$  tak, by zachowywał liczby cząstek (elementarnych „cegiełek”) i związek spinu ze statystyką, tj. że cząstki o spinach połówkowych muszą być fermionami, a te o spinach całkowitych bozonami. To z niego także, a nie z istnienia rozwiązań równania Diraca o ujemnej energii, wynika konieczność istnienia antycząstek wszystkich cząstek, którym można przypisać jakieś zachowywane przez oddziaływania ładunki (np. ładunek elektryczny). Okazuje się bowiem, że właściwym sposobem spełnienia warunku lokalnej przyczynowości jest budowanie  $\hat{\mathcal{H}}_{int}^I$  w postaci sumy członów będących iloczynami operatorów, które albo komutują albo antykomutują między sobą, jeśli ich argumenty czasoprzestrzenne nie dają się połączyć sygnałem świetlnym i pod działaniem przekształceń symetrii Poincarégo, generowanych przez (niezmodyfikowane oddziaływaniami) generatory tej grupy, przekształcają się jak nieprzywiedlne macierzowe reprezentacje grupy Lorentza lub, w przypadku operatorów spełniających związku antykomutacji, nakrywającej ją grupy Pin(1,3) lub (co przy czterowymiarowej czasoprzestrzeni jest równoważne)  $SL(2, C)$  (ich iloczyny łączy się wtedy w skalary standardowo, odpowiednio zwięzając ich wskaźniki albo wprowadzając twory takie jak macierze Diraca grające tu rolę współczynników Clebscha–Gordana). Komutowanie lub antykomutowanie budowanych w ten sposób operatorów, które mają sens operatorów pola w obrazie oddziaływania, wymaga, by same one zbudowane były jako sumy dwóch części: jednej z operatorem anihilacji i drugiej z operatorem kreacji. Jest więc jasne, że w iloczynach takich operatorów występować będą człony mające różne liczby operatorów kreacji i anihilacji, czyli liczba cząstek (elementarnych „cegiełek”) nie może być zachowywana przez oddziaływanie spełniające warunek lokalnej przyczynowości. Co więcej, jeśli będące elementarnymi „cegiełkami” cząstki mają mieć przypisane jakieś zachowywane przez oddziaływanie ładunki, to konieczne jest istnienie ich antycząstek i połączenie w operatorach pola „na krzyż”: operatora anihilacji cząstki (antycząstki) z operatorem kreacji antycząstki (cząstki). W ten sposób cząstki i antycząstki występują w teorii całkowicie

równoprawnie (symetrycznie) i zarówno jedno, jak i drugie propagują się w czasie do przodu (genialna wizja Feynmana (a może Wheelera?<sup>15</sup>) pomocna przy jego intuicyjnym wprowadzeniu reguł diagramatycznych nie jest w istocie, przy prezentowanym podejściu, do czegokolwiek niezbędna). Typowo operator pola ma więc postać

$$\phi_k(t, \mathbf{x}) = \int d\Gamma_{\mathbf{p}} \sum_{\sigma} \left[ u_k(\mathbf{p}, \sigma) e^{-itE_{\mathbf{p}} + i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} a_{\sigma}(\mathbf{p}) + v_k(\mathbf{p}, \sigma) e^{itE_{\mathbf{p}} - i\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}} a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{p}) \right],$$

gdzie  $d\Gamma_{\mathbf{p}} = d^3\mathbf{p}/(2\pi)^3 2E_{\mathbf{p}}$  jest Lorentzowsko niezmienniczą (gdy  $E_{\mathbf{p}}$  ma właściwą, relatywistyczną postać) miarą,  $a_{\sigma}(\mathbf{p})$  i  $a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{p})$  są operatorem anihilacji (elementarnej) cząstki i kreacji jej antycząstki,<sup>16</sup> a funkcje  $u_k(\mathbf{p}, \sigma)$  i  $v_k(\mathbf{p}, \sigma)$  są tak dobrane, by operator jako całość przekształcał się we wskaźniku  $k$  jak pewna nieprzywiedlna macierzowa reprezentacja grupy Lorentza. Konstrukcja tych funkcji jest zagadnieniem czysto teoriogrupowym i może być przeprowadzona dla cząstki o dowolnym spinie. Co więcej, jest jasne, że jeśli z cząstką o spinie  $s$  został stowarzyszony operator  $\phi_k(t, \mathbf{x})$ , to przez zadziałanie nań pochodnymi  $\partial_{\mu}$  lub jakimiś czynnikami macierzowymi można z niego stworzyć wiele innych operatorów przekształcających się jak wyższe reprezentacje grupy Lorentza; w różnych miejscach oddziaływania  $\hat{V}_{int}^I$  operatory  $a_{\sigma}(\mathbf{p})$  i  $a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{p})$  tej samej cząstki mogą wchodzić przez różne operatory pola (to jaki oddziaływanie cząstki ma charakter, tj. jak zależy od jej czteropędu i spinu, określa operator, który ją w danym członie  $\hat{V}_{int}^I$  reprezentuje). Pouczające jest też to, że w przypadku cząstek o spinie 1/2 funkcje  $u_k$  i  $v_k$  są tymi samymi spinorami, które występują w mających charakter fal płaskich rozwiązaniach swobodnego równania Diraca; wszystkie związki spełniane przez te funkcje, zwykle prezentowane jako wynikające z równania Diraca, są skutkiem wyłącznie przekształceń Lorentza; swobodne równanie Diraca (podobnie jak i inne swobodne równania falowe) jest kompletnie „puste” – jego jedyną treścią są właściwości względem przekształceń lorentzowskich! Nakreślony tu schemat pozwala bez żadnych kłopotów skonstruować także operatory cząstek istotnie obojętnych (które same są swoimi antycząstkami), co w przypadku cząstek o spinach połówkowych 1/2 (fermionów Majorany) i wyższych wymaga skomplikowanych myślowych wygibasów, jeśli za punkt wyjścia przyjmować równania

15. To Wheeler podobno zadzwonił w nocy do Feynmana (swojego doktoranta) i wyjawiał mu: „Feynman, wiem dlaczego wszystkie elektrony we Wschświecie są identyczne! To jest jeden i ten sam elektron!” – stąd już krok do obrazu, w którym anihilacja pary  $e^+e^-$  polega na zawróceniu elektronu, tak iż biegnie on wstecz w czasie.

16. Jeśli cząstka jest istotnie obojętna, to  $a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{p})$  nie istnieje i zamiast niego w operatorze pola występuje  $a_{\sigma}^{\dagger}(\mathbf{p})$ .



falowe.<sup>17</sup> Oczywiście otrzymane w wyniku takiej konstrukcji operatory pola, mające interpretację operatorów w obrazie oddziaływania (Diraca), spełniają pewne swobodne równania falowe (standardowe operatory stowarzyszone z niosącymi jakieś ładunki cząstkami o spinie 1/2 spełniają równanie Diraca), ale jest to w tym podejściu rezultat końcowy, a nie punkt wyjścia (i nie ma to nic wspólnego z funkcjami falowymi). Inna uwaga jest taka, że tworząc oddziaływanie  $\hat{V}_{int}^I(t)$  często podkreśla się konieczność jego uporządkowania normalnego. Jest to przykład echa powtarzanego bez zrozumienia, typowy dla większości tzw. nowoczesnych wprowadzeń do kwantowej teorii pola; jak już wspomniałem uporządkowanie normalne jest konieczne, by mechanika kwantowa układu  $N$  cząstek nierelatywistycznych zapisana w formalizmie drugiej kwantyzacji była ściśle równoważna sformułowaniu za pomocą  $N$ -cząstkowego równania Schrödingera. Ponieważ takiej równoważności mechaniki kwantowej cząstek relatywistycznych być nie może, nie ma w tym przypadku żadnego wymogu uporządkowania „normalnego”.

Trzeba tu jednak od razu powiedzieć, że ten schemat zapewniania relatywistycznego charakteru teorii nie daje się ściśle zrealizować w przypadku cząstek o zerowej masie i spinie większym niż 1/2 (a więc m.in. w przypadku fotonów), gdyż z ich operatorów kreacji i anihilacji ani nie daje się skonstruować operatorów przekształcających się jak czterowektorowa reprezentacja grupy Lorentza, ani też operatory, które się ostatecznie wykorzystuje nie komutują w dowolnie przestrzennie rozdzielonych punktach (komutują tylko wtedy, gdy ich argumenty czasowe są równe). Zapewnienie mimo tego współmienniczości amplitud rozpraszania, gdy wśród oddziałujących cząstek są bezmasowe o spinie  $s > 1/2$ , wymaga więc bardziej specjalnej postaci konstruowanego oddziaływania. Postać ta jest oczywiście konsekwencją niezmienniczości względem cechowania, ale przy prezentowanym tu sposobie konstrukcji teorii nie ma systematycznego i wykorzystującego jakieś jasne zasady sposobu osiągnięcia tego i lepiej jest skorzystać z drugiego sformułowania teorii. W przypadku elektrodynamiki kwantowej (teorii bezmasowych fotonów oddziałujących z fermionami i ich antyfermionami o spinie 1/2) daje się to jednak w miarę prosto zrobić i otrzymać poprawną postać hamiltonianu elektrodynamiki kwantowej w cechowaniu Coulomba.

17. Wykorzystując równania Kleina–Gordona jako punkt wyjścia przy konstrukcji teorii cząstek o spinie zero, mamy dodatkowy problem z interpretacją rozwiązań o ujemnej energii, jako że nie działa w tym przypadku obrazek zapelnionego „morza Diraca” i konieczna jest spora doza isticie pokrętej kazuistyki, żeby tym rozwiązaniom nadać sens; żaden taki problem nie występuje, gdy przyjmie się właściwe podejście i odrzuci równania falowe.

Gdy oddziaływanie w obrazie Diraca  $\hat{V}_{int}^I(t)$  jest już skonstruowane, można napisać pełny (niezależny od czasu) hamiltonian układu jako  $H = H_0 + \hat{V}_{int}^I(0) = H_0 + \hat{V}_{int}$ , gdzie teraz oddziaływanie jest wyrażone przez operatory pola w obrazie Schrödingera  $\phi_k(\mathbf{x}) = \phi_k(0, \mathbf{x})$ . Teoria tak sformułowana jest pewnym modelem mechaniki kwantowej i można dostosować wszystkie standardowe metody tejże i wykorzystywać ją do zagadnień innych niż problemy rozproszeniowe (np. można badać termodynamikę układu oddziałujących cząstek zamkniętych w skończonej objętości). Wygodne może się przy tym okazać przejście do obrazu Heisenberga (operatory pola w tym obrazie są formalnie dane przez  $\phi_k^H(t, \mathbf{x}) = e^{iHt/\hbar} \phi_k(0, \mathbf{x}) e^{-iHt/\hbar}$ ) – i analizowanie (tak jak w przypadku układów składających się z wielu cząstek nierelatywistycznych) np. oczekiwanych wartości w stanie podstawowym iloczynów chronologicznych tych operatorów (czyli funkcji Greena); można w ten sposób uwolnić się (zob. dalej) od przyjętych restrykcyjnych założeń dotyczących związku widm hamiltonianów: pełnego (z oddziaływaniem) i swobodnego. Jeśli jednak się ich trzymać (bo jest to możliwe, jak w przypadku elektrodynamiki), to amplitudy rozpraszania  $S_{\beta\alpha} = \langle \beta_{out} | \alpha_{in} \rangle$  można obliczać w skonstruowanym obrazie oddziaływania, stosując standardowe rozwinięcie Dysona, które zwykle formuluje się w postaci reguł i diagramów Feynmana, do wzoru  $S_{\beta\alpha} = \langle \beta_0 | S_0 | \alpha_0 \rangle$ , w którym stany cząstek swobodnych  $|\alpha_0\rangle$  i  $|\beta_0\rangle$  odpowiadają (w sensie już omówionym) stanom  $|\alpha_{in}\rangle$  i  $|\beta_{out}\rangle$ , korzystając z twierdzenia Wicka. Wypisanie wyrażenia analitycznego dającego konkretny przyczynek do obliczanej amplitudy sprowadza się wtedy<sup>18</sup> do złożenia zgodnie z regułami, w sposób jednoznacznie dyktowany przez reprezentujący ten przyczynek diagram, trzech rodzajów elementów: czynników wierzchołkowych, feynmanowskich propagatorów oraz funkcji  $u_l(\mathbf{p})$ ,  $u_l^*(\mathbf{p})$ ,  $v_l(\mathbf{p})$  i  $v_l^*(\mathbf{p})$ . Ważne jest przy tym, że propagatory pojawiają się tu automatycznie jako wartości oczekiwane iloczynów chronologicznych skonstruowanych operatorów pola w stanie podstawowym  $|\Omega_0\rangle$  swobodnego hamiltonianu  $H_0$ , a nie jako rozwiązania fundamentalne (czyli tzw. funkcje Greena w sensie matematycznym, których nie należy mylić z funkcjami Greena w sensie teorii pola – zob. dalej), równań falowych (jak to się często spotyka w podręcznikach, a co wymaga odwoływania się do opartych na wizji Feynmana heurystycznych obrazków o propagowaniu się rozwiązań tych równań o dodatnich energiach w przód w czasie, a tych o energiach ujemnych wstecz w czasie, by

18. Jednak obliczanie tak wypisanego wyrażenia staje się coraz trudniejsze wraz ze wzrostem skomplikowania diagramu, zwłaszcza gdy występują w nim zamknięte pętle, i jest zazwyczaj związane z usuwaniem nieskończoności, czyli renormalizacją, o czym dalej.

uzasadnić wybór tzw. feynmanowskich funkcji Greena, a nie np. opóźnionych). Dzięki temu cała konstrukcja jest przejrzysta logicznie, ogólniejsza i dzięki temu łatwiejsza do zrozumienia. Z punktu widzenia dalszego „stawiania kwantowej teorii pola z głowy na nogi” ważne jest, że jakkolwiek przy braku oddziaływań z bezmasowymi cząstkami o spinach większych niż  $1/2$  (np. z fotonami) operator  $\hat{V}_{int}^I$  wydaje się być skonstruowany w sposób, który miał zapewniać relatywistyczną współmienniczość amplitud, to gdy występują w nim pochodne działające na operatory pola lub operatory przekształcające się jak reprezentacja wektorowa (lub wyższe reprezentacje) grupy Lorentza, niektóre propagatory otrzymywane zgodnie z twierdzeniem Wicka będą miały człony wyglądające niekowariantnie (jest tak dlatego, że operatory pola są w istocie rzeczy dystrybucjami o wartościach operatorowych, a nie prawdziwymi operatorami i w ich iloczynach wziętych w tym samym punkcie czasoprzestrzennym mogą się pojawiać nieoczekiwane kawałki). Oczywiście niekowariantne człony pojawiają się także w propagatorach cząstek bezmasowych o spinie większym niż  $1/2$ , ponieważ, jak już wyjaśniałem, same operatory pola tych cząstek nie przekształcają się „uczciwie” przy zmianach układu odniesienia. Na szczęście wszystkie te psujące współmienniczość kawałki, także te związane z propagatorami bezmasowych cząstek o spinie większym niż  $1/2$ , dają się usuwać z amplitud rozpraszania uwzględniając w samym  $\hat{V}_{int}^I$  niekowariantnie wyglądające człony (w przypadku fotonów konieczny człon ma oczywistą interpretację energii elektrostatycznego oddziaływania ładunków). Wydaje się to postępowaniem nieco *ad hoc*, ale okazuje się (jest to także bardzo istotne dla przekonania się o wewnętrznej spójności drugiego podejścia), że ma ono swoje uzasadnienie w procedurze kwantowania układów pól.

Jak dobrze wiadomo, przy obliczaniu amplitud rozpraszania otrzymuje się często wyrażenia nieskończone. Pomijając tu rozbieżności związane z bezmasowymi cząstkami, pozostałe są dwojakiego rodzaju. Jedne, zwane rozbieżnościami ultrafioletowymi, biorą się z całkowania po nieskończonym zakresie czteropędów cząstek w stanach pośrednich (tzw. cząstek wirtualnych). Drugie, „kinematyczne”, występują tam, gdzie część diagramu Feynmana można interpretować jako bezpośrednią poprawkę do jednej z linii reprezentujących cząstki w stanach  $|\alpha_0\rangle$  lub  $|\beta_0\rangle$ ; nieskończoności biorą się tu stąd, że z resztą diagramu łączy taką poprawkę linia, której propagator w przestrzeni pędowej ma mianownik  $p^2 - m^2 + i0$ , ale obliczając amplitudę musimy przyjąć  $p^2 = m^2$  (ponieważ założyliśmy, że masy cząstek „ubranych” są takie same, jak odpowiadających im „elementarnych cegiełek”). Zwykle autorytatywnie mówi się studentom, że takie przyczynki do amplitudy są „niefizyczne” i po prostu je odrzuca. Jednak logiczne uza-

sadnienie tego istnieje i polega na odwołaniu się do poczynionych założeń: można łatwo formalnie pokazać, że wynika z nich, iż funkcja Greena (zdefiniowana dalej) dwóch heisenbergowskich operatorów związanych z używanymi w omawianej tu konstrukcji operatorami stwarzonymi z daną cząstką („elementarną cegiełką”) musi mieć biegun w  $p^2 = m^2$ , ponieważ założyliśmy, że energie stanów *in* i *out* są takie same jak odpowiadających im stanów własnych  $H_0$  (a zatem równe muszą też być masy odpowiadających sobie „ubranych” i „elementarnych” cząstek), i że residuum tego bieguna jest równe  $i$  (dla prostoty mam tu na myśli propagator cząstki o zerowym spinie). W podejściu tu przedstawianym można to osiągnąć dodając do  $\hat{V}_{int}^I(t)$  odpowiednie człony (albo modyfikując współczynniki już występujących) tak, by wnoszone przez nie przyczynki do amplitud zapewniały spełnienie tych warunków.<sup>19</sup> Zabieg ten usuwa także część rozbieżności pojawiających się przy obliczaniu amplitud, ale tu jego konieczność wynika z logiki przyjętego podejścia, a nie z występowania nieskończoności. Z punktu widzenia procedury renormalizacji (która zwykle jest omawiana oddzielnie) oznacza to, że gdy obliczając elementy macierzy  $S$  wykorzystuje się omówione tu założenia, jedynym zgodnym z nimi schematem renormalizacji jest tzw. schemat *on-shell* tj. renormalizacji „na powłoce masy”. Natomiast sposób usuwania pozostałych nieskończoności ultrafioletowych (tj. sposób renormalizacji stałych sprzężenia teorii) jest dowolny.

Mimo wspomnianych trudności z konstruowaniem w ramach tego podejścia bardziej skomplikowanych teorii, takich jak odgrywające obecnie centralną rolę w fizyce wysokich energii teorie z nieabelowymi symetriami cechowania, ma ono pewne zalety pedagogiczne. Oprócz wspomnianego już uwypuklenia podobieństw i różnic z nierelatywistyczną teorią wielu cząstek i teorią oddziaływań cząstek relatywistycznych oraz wyjaśnienia, dlaczego muszą istnieć antycząstki i związek spinu ze statystyką, pozwala szybko wprowadzić w technikę diagramów Feynmana, przedyskutować unitarność macierzy  $S$  i wynikające z niej ograniczenia, jakie muszą spełniać amplitudy procesów. Ponadto znakomita większość wprowadzonych przy tym technik zachowuje swoje znaczenie przy bardziej ogólnym podejściu niekorzystającym z omówionych założeń.

*cdn.*<sup>20</sup>

19. W teoriach nierelatywistycznych obliczanie amplitud rozpraszania formuluje się w zasadzie identycznie, jak w teorii relatywistycznej (inne są tylko elementy odpowiadające poszczególnym częściom diagramów Feynmana) – jeszcze jeden argument za pedagogiczną wartością tej konstrukcji! Przy tym dzięki strukturze nierelatywistycznych oddziaływań, założenia o odpowiedności stanów *in* i *out* ze stanami własnymi  $H_0$  są automatycznie spełnione.

20. Kontakt z autorem: Piotr.Chankowski@fuw.edu.pl