

A. Geisler

POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK
POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU
WIEDZY FIZYCZNEJ

PTF

TOM XXIII

ZESZYT 5

1972

ZARZĄD

Przewodniczący
Prof. dr WOJCIECH RUBINOWICZ
czł. rzecz. PAN

Wiceprzewodniczący
Prof. dr ALEKSANDER JABŁOŃSKI
czł. rzecz. PAN

Prof. dr ANDRZEJ TRAUTMAN
czł. koresp. PAN

Sekretarz
Doc. dr HALINA CHEĆCIŃSKA

Skarbnik
Doc. dr KAZIMIERZ ROSIŃSKI

Członkowie Zarządu
Prof. dr JULIAN AULEYTNER
Prof. dr KAROLINA LEIBLER
Prof. dr MACIEJ SUFFCZYŃSKI
Doc. dr JAN PETYKIEWICZ

Prof. dr JAN WEYSSENHOFF

PRZEWODNICZĄCY ODDZIAŁÓW TOWARZYSTWA

- Doc. dr EMANUEL TREMBACZOWSKI (*Białystok*)
Doc. dr JERZY DERA (*Gdańsk*)
Doc. dr BOLESŁAW WYSŁOCKI (*Gliwice*)
Doc. dr ANDRZEJ PAWLIKOWSKI (*Katowice*)
Doc. dr JERZY JATCZAK (*Koszalin*)
Prof. dr JERZY RAYSKI (*Kraków*)
Doc. dr MAKSYMILIAN PIŁAT (*Lublin*)
Doc. dr HENRYK MAŁECKI (*Łódź*)
Dr JÓZEF KUSZ (*Opole*)
Doc. dr JERZY MAŁECKI (*Poznań*)
Doc. dr CZESŁAW JANKIEWICZ (*Rzeszów*)
Doc. dr WIKTOR NOWAK (*Szczecin*)
Doc. dr STANISŁAW ŁĘGOWSKI (*Toruń*)
Doc. dr EDMUND IGRAS (*Warszawa*)
Doc. dr ZBIGNIEW SIDORSKI (*Wrocław*)

P O L S K I E T O W A R Z Y S T W O F I Z Y C Z N E

POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU
WIEDZY FIZYCZNEJ

TOM XXIII, ZESZYT 5

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
1972

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący — Szczepan Szczeniowski, czł. koresp. PAN (Warszawa),
Członkowie — Władysław Kapuściński (Warszawa), Ludwik Natanson (Warszawa), Wojciech Rubinowicz, czł. rzecz. PAN (Warszawa),
Leonard Sosnowski, czł. rzecz. PAN (Warszawa), Jan Weyssenhoff,
czł. rzecz. PAN (Kraków)

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny — Jan Weyssenhoff, czł. rzecz. PAN (Kraków)
Członkowie Redakcji — Andrzej Kisiel (Kraków), Henryk Lizurej (Kraków),
Jerzy Pietruszka (Kraków)

Adres Redakcji: Kraków, Reymonta 4
tel. 363-80, wewn. 442

Maszynopisy prac należy nadsyłać w 2 egzemplarzach pod adresem Redakcji. O przyjęciu do druku decyduje Komitet Redakcyjny.

Państwowe Wydawnictwo Naukowe — Oddział w Krakowie, ul. Smoleńsk 14

Nakład 2617 + 98 egz. Ark. wyd. 10,0. Ark. druk. 9+2 wkl.
Papier rotograw. kl. III. 70 × 100, 90 g.
Oddano do składania w czerwcu 1972
Podpisano do druku w październiku 1972
Druk ukończono w październiku 1972
Zam. 531/72. O-15. Cena zł 15.—

Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków, Czapskich 4



Profesor Jan Weysenhoff

**11 sierpnia 1972 r. w wieku 83 lat zmarł w Krakowie wieloletni
REDAKTOR NACZELNY POSTĘPÓW FIZYKI I ACTA PHYSICA POLONICA**

PROFESOR DR JAN WEYSSENHOFF

członek czynny Polskiej Akademii Umiejętności, członek rzeczywisty Polskiej Akademii Nauk, członek Komitetu Fizyki Polskiej Akademii Nauk, członek założyciel Polskiego Towarzystwa Fizycznego, wieloletni członek Zarządu Głównego Polskiego Towarzystwa Fizycznego, były wiceprzewodniczący Międzynarodowej Unii Fizyki Czystej i Stosowanej (1957-1963), członek American Physical Society i Société Française de Physique, prorektor Uniwersytetu Jagiellońskiego w latach 1956/57-1958/59, Odznaczony Krzyżem Oficerskim Orderu Odrodzenia Polski i Złotym Krzyżem Zasługi.

W zmarłym nauka polska straciła wybitnego uczonego, Redakcję Postępów Fizyki i Acta Physica Polonica wieloletniego Redaktora Naczelnego, oddanego sprawie podnoszenia poziomu redagowanych czasopism oraz rozpowszechniania osiągnięć fizyki polskiej.

Polskie Towarzystwo Fizyczne
Rada Redakcyjna Postępów Fizyki
Komitet Redakcyjny Postępów Fizyki

Wspomnienia o Profesorze Janie Weyssenhoffie *

Professor Jan Weyssenhoff *In Memoriam*

Przychodzi mi pożegnać Profesora Jana Weyssenhoffa, wybitnego fizyka, uczonego wielce dla polskiej nauki zasłużonego. Żegnam Go w imieniu Prezesa i Prezydium Polskiej Akademii Nauk oraz w imieniu Oddziału Krakowskiego PAN, wreszcie żegnam Go jako fizyk.

Fizyka polska, a w szczególności fizyka krakowska, zawdzięcza Mu bardzo wiele.

Profesor Jan Weyssenhoff był profesorem fizyki teoretycznej Uniwersytetu Jagiellońskiego, a przedtem Uniwersytetu Stefana Batorego w Wilnie. Był członkiem czynnym Polskiej Akademii Umiejętności, a później członkiem rzeczywistym Polskiej Akademii Nauk.

Okres życia Profesora Weyssenhoffa to okres olbrzymiego rozkwitu fizyki. To okres wielkich odkryć nowych zjawisk i okres rodzenia się potężnych koncepcji myślowych, jak relatywistyczna teoria pola i mechanika kwantowa. Ale nowe fakty nie znalazły nawet do dzisiaj jednolitego, „fundamentalnego” opisu. Profesor Weyssenhoff chciał zrozumieć fizykę na bazie jakiejś najogólniejszej idei. I poszukiwał jej. Swoje koncepcje konfrontował z rzeczywistością faktów w licznych dyskusjach, jakie lubił prowadzić z fizykami doświadczalnymi. Zajmował się bardzo głęboko filozofią pomiarów w mikroświecie.

Te jego szersze idee były poprzedzone szeregiem prac, z których wymienię np. prace o modelach relatywistycznych cząstek ze spinem $\frac{1}{2}$. Prace te znalazły tak wielki oddźwięk w świecie, szczególnie we Francji, że Louis de Broglie, wielki twórca mechaniki kwantowej, pisze wyraźnie we wstępie do swej książki dotyczącej cząstek ze spinem $\frac{1}{2}$, że w książce tej zaadoptował punkt widzenia *Mechaniki Weyssenhoffa*.

Profesor Weyssenhoff był jednym z założycieli Polskiego Towarzystwa Fizycznego i odegrał dużą rolę w organizacji i rozwoju fizyki w Polsce zarówno w okresie dwudziestolecia międzywojennego, jak też i po drugiej wojnie światowej. Można tu wymienić na przykład Jego wieloletnią pracę nad polskimi wydawnictwami fizycznymi. Wiele lat był redaktorem czołowego, polskiego czasopisma fizycznego — *Acta Physica Polonica*.

Ale fizycy krakowscy starszego pokolenia dobrze pamiętają rolę jaką Profesor Weyssenhoff odegrał w krakowskim świecie fizyki, kiedy przybył tu

* Teksty przemówień wygłoszonych w czasie uroczystości pogrzebowych w dniu 15 sierpnia 1972 r.

z Wilna w roku 1935. Krakowski ośrodek fizyki miał wielkie tradycje związane z nazwiskami Wróblewskiego, Witkowskiego, Smoluchowskiego, Natansona i Zakrzewskiego. Tym niemniej pojawienie się Profesora Weyssenhoffa ożywiło w niezwykle sposób krakowski ośrodek fizyki. W miejsce comiesięcznych zebrań Towarzystwa Fizycznego, które były, jak mówił Weyssenhoff, „zbyt uroczyste“, Profesor Weyssenhoff zorganizował cotygodniowe czwartkowe spotkania nazwane wtedy Krakowskim Konwersatorium Fizycznym, które do dzisiejszego dnia są tradycyjnym elementem wiążącym środowisko krakowskich fizyków, niezależnie od ich przynależności organizacyjnej. Niezwykle swobodna dyskusja, której duszą był Profesor Weyssenhoff, nauczyła nas, młodych wówczas fizyków, prostej prawdy, że autorytetem jest ten, kto umie.

Profesor Weyssenhoff był wspaniałym wykładowcą. Po raz pierwszy w Krakowie prowadził systematyczny wykład mechaniki kwantowej, którego słucałem już po doktoracie. I dzisiaj, kiedy mi się zdarzy trafić na tzw. podstawowe zagadnienia mechaniki kwantowej, często wracam do wspomnień o tamtym wspaniałym wykładzie sprzed 35 lat.

Wielką rolę odegrał Profesor Weyssenhoff w odradzaniu się fizyki polskiej, w szczególności krakowskiej, po II wojnie światowej. Kiedy stanęliśmy do pracy po wojnie nie wiadomo było od czego zacząć. Wtedy Profesor Weyssenhoff, który był przedstawicielem Polski w Międzynarodowej Unii Fizyki Czystej i Stosowanej, zorganizował w roku 1947 w Krakowie pierwszą, na wielką skalę, międzynarodową konferencję poświęconą promieniowaniu kosmicznemu. Po kompletnym wyjałowieniu przez wojnę i okupację, fizycy polscy dzięki Profesorowi Weyssenhoffowi, mogli się spotkać i nieśmiało wówczas wymienić poglądy z najpoważniejszymi autorytetami w tej czołowej wówczas dziedzinie fizyki. To wydarzenie przyczyniło się w dużym stopniu do późniejszego rozwoju fizyki wysokich energii i cząstek elementarnych w Polsce. Dzisiejsza bliska współpraca fizyków krakowskich z Europejskim Ośrodkiem Badań Jądrowych w Genewie zapoczątkowana została na podstawie wówczas nawiązanych kontaktów.

Dzisiaj dyskutujemy często zagadnienie rozwoju nauki, jej znaczenie dla społeczeństwa, miejsce danej dyscypliny naukowej wśród innych, a może zbyt mało poświęcamy się tej szlachetnej pasji w badaniu jej fundamentów. Profesor Weyssenhoff miał doskonale zrozumienie współczesnych zadań nauki, ale głównym Jego zainteresowaniem i głównym przedmiotem Jego dociekań było zrozumienie owych fundamentów nauki.

Ta Jego pasja — która z natury rzeczy ma cechy bezinteresowności — wiązała się w Nim z Jego niezwyklejmi cechami charakteru, z Jego rzetelnością, ostrożnością i krytycyzmem naukowym.

Cechowało Go to, co po prostu trzeba nazwać szlachetnością.

Cechy Jego charakteru i Jego stosunek do ludzi można zobrazować Jego własnymi słowami. W recenzji, którą pisał dla jednego ze swych uczniów, wyjeżdżającego zagranicę, czytamy po znakomitej charakterystyce naukowej

pupila: „Jest on świetnym fizykiem, ale poza tym ma bardzo przyjemny charakter i jest dobrym sportowcem“.

Odchodzi od nas jeden z ostatnich, którzy organizowali polską fizykę po odzyskaniu niepodległości w 1918 r. Fizykę polską, która doszła do dzisiejszego jej stanu.

Żegnam Profesora Weyssenhoffa, znakomitego fizyka i wspaniałego człowieka.

Bez mała 40 lat mojego kontaktu z Profesorem Weyssenhoffem dało mi tak wiele osobiście, że chciałbym by te słowa pożegnania były także wyrazem mojej osobistej dla Niego wdzięczności.

Marian Mięśowicz

W imieniu Polskiego Towarzystwa Fizycznego, które mam zaszczyt tu reprezentować, pragnę złożyć hołd zasługom Profesora Weyssenhoffa.

W naszej pamięci i w historii fizyki pozostanie Profesor Weyssenhoff przede wszystkim jako uczony, którego twórcza myśl nie trzymając się utartych szlaków zawsze szukała własnej oryginalnej drogi. Ale Profesor Weyssenhoff dobrze rozumiał, że postęp nauki wymaga w naszych czasach działania zorganizowanego. Był współzałożycielem naszego Towarzystwa i jego aktywnym członkiem. Przez wiele lat zajmował trudne i odpowiedzialne stanowisko Redaktora wydawnictw Towarzystwa i na tym stanowisku wytrwał do końca.

Godnie reprezentował fizykę polską w Międzynarodowej Unii Fizyki Czystej i Stosowanej jako czterokrotny delegat Polski na ogólne zebrania Unii. Na dwie kolejne kadencje był jednomyślnie wybierany na jej Vice-Prezydenta.

Żegnając go z głębokim żalem Polskie Towarzystwo Fizyczne zachowa go we wdzięcznym i trwałym wspomnieniu.

Ludwik Natanson

Pragnę wypowiedzieć kilka słów nad trumną Jana Weyssenhoffa w imieniu pracowników Katedry Fizyki Teoretycznej UJ, którą przez wiele lat kierował, w imieniu Jego uczniów, do których grona mam zaszczyt się również zaliczać, w imieniu wszystkich fizyków teoretycznych.

Jan Weyssenhoff był synem sławnego pisarza Józefa Weyssenhoffa, po którym odziedziczył zdolności i talent, choć zainteresowania skierował zupełnie inaczej, ku naukom ścisłym, fizyce i matematyce. Chciałbym dorzucić jeszcze tylko kilka szczegółów do charakterystyki Profesora Weyssenhoffa. Główną ideą przewodnią Jego poszukiwań badawczych była chęć pełnego pogodzenia

ze sobą i unifikacji dwóch wielkich teorii jakie powstały i rozwinęły się w naszym stuleciu: Teorii Względności i Mechaniki Kwantowej. Teorie te zdają się mieć zupełnie różne i niezależne korzenie, a wszystkie dotychczasowe próby unifikacji były powierzchowne. Celem pełnego pogodzenia ich ze sobą należałoby — zdaniem Weyssenhoffa — dokonać głębokiej rewizji samych ich fundamentów, a w tym również i przede wszystkim naszych podstawowych pojęć geometrycznych. Jedną z możliwości byłoby porzucenie pojęcia punktu jako pojęcia pierwotnego w geometrii czaso-przestrzeni i zastąpienie go pojęciem kuli. Jest to tzw. geometria kul Liego. Czaso-przestrzeń jest mnogością czterowymiarową, geometria kul dodaje do tego jak by jeszcze dwa dalsze wymiary i wiąże się blisko z pojęciem grupy konforemnej. Nie tu jest miejsce i czas na wchodzenie w zbyt techniczne szczegóły. Chciałbym powiedzieć jedynie, że idee Profesora Weyssenhoffa zainteresowały w większym stopniu matematyków niż fizyków. Pod wpływem wykładu, jaki wygłosił na ten temat w 1952 r. w Toruniu, tamtejszy matematyk L. Dubikajtis podjął zadanie aksjomatyzacji tej geometrii, co mu się w pełni udało i przyniosło mu światowy rozgłos wśród geometrów. Zaś fizycy? W ostatnich kilku latach fizycy zajmujący się fenomenologiczną lub pół-fenomenologiczną teorią zderzeń cząstek elementarnych przy najwyższych energiach, występujących w promieniowaniu kosmicznym lub w najnowocześniejszych akceleratorach, przyspieszających cząstki do prędkości prawie równych prędkości światła, stwierdzili przydatność grupy konforemnej do opisu tych zjawisk. Jak to jednak niestety często bywa, nie cytują oni wcale prac Weyssenhoffa, a przecież można z całą słuszością powiedzieć, iż był on pierwszym fizykiem, który antycypował przydatność grupy transformacji konforemnych dla fizyki.

Przypominam sobie przeczytane kiedyś zdanie, że prawdziwie wielki człowiek nigdy nie jest zarozumiady. Takim właśnie był Jan Weyssenhoff. Nie dbał i nie cenił sobie wysoko żadnych godności ani zaszczytów. Był człowiekiem przystępnym i chętnie dyskutującym poważne problemy fizyki nawet z najmłodszymi ze swoich uczniów i studentów. Był bardzo skromny, szczery i wyjątkowo prostolinijny. Takim pozostanie na zawsze w naszej pamięci.

Jerzy Rayski

Bronisław Średniawa

Instytut Fizyki
Uniwersytetu Jagiellońskiego,
Kraków

Jan Weysenhoff

(1889-1972)

Jan Weysenhoff urodził się w Warszawie dnia 27 listopada 1889 r. jako syn sławnego pisarza Józefa Weysenhoffa. Do szkoły średniej uczęszczał w Krakowie. W r. 1907 rozpoczął na Wydziale Filozoficznym Uniwersytetu Jagiellońskiego studia matematyczne, a następnie fizyczne. Wkrótce po tym rozpoczął pracę naukową z fizyki doświadczalnej pod kierunkiem profesora Augusta Witkowskiego i docenta Konstantego Zakrzewskiego. Interesował się wówczas głównie efektem Halla w bardzo cienkich warstwach selenu.

W 1913 r. otrzymał od profesora Mariana Smoluchowskiego temat pracy doktorskiej z fizyki doświadczalnej, dotyczący nowej metody pomiaru przewodnictwa cieplnego wody. Wartości współczynnika przewodnictwa cieplnego wody otrzymywane do tej pory wykazywały duże rozbieżności, gdyż trudno było uniknąć szkodliwego wpływu konwekcji. W doświadczeniach Weysenhoffa konwekcja miała być usunięta przez dodanie do wody proszku kwarcowego (w wykonywanych doświadczeniach wstępnych kwarc był jeszcze zastępowany wata). W swoich studiach nad przewodnictwem cieplnym ciał sproszkowanych w gazach profesor Smoluchowski wykazał poprzednio, że to przewodnictwo pochodzi jedynie od gazu. Co prawda, teoria Smoluchowskiego odnosiła się do gazów a nie do cieczy, lecz Smoluchowski przypuszczał, że to samo zjawisko (skoku temperatury), uniemożliwiający przepływ ciepła przez cząstki proszku, będzie zachodziło i wówczas, gdy proszek będzie zanurzony w cieczy. Praca Weysenhoffa była już daleko zaawansowana, gdy przerwał ją wybuch pierwszej wojny światowej, który zastał Weysenhoffa w Szwajcarii. Tam kontynuował studia na uniwersytecie w Zurychu i otrzymał w 1916 r. tytuł doktora na podstawie pracy teoretycznej pt. *Anwendungen der Quantentheorie auf rotierende Gebilde und die Theorie des Paramagnetismus*. W pracy tej Weysenhoff zastosował w szczególnym przypadku myśl, którą rok później ogłosił Ehrenfest i która jest znana do dzisiaj pod nazwą „Adiabatensatz“ Ehrenfesta.

W latach 1917-1919 Jan Weysenhoff pracował doświadczalnie pod kierunkiem profesora Edgara Meyera w Uniwersytecie w Zurychu w charakterze

zastępcy asystenta, a następnie asystenta u profesora Picarda i docenta Brentano na Politechnice w Zurychu. W tym czasie wykonał pod kierunkiem profesora Meyera i ogłosił jedyną swą pracę doświadczalną pt. *Über die Reflexion von Quecksilbermolekülen an Gold bei tiefen Temperaturen* (1918).

W jesieni 1919 r. Weyssenhoff wrócił do kraju i objął obowiązki asystenta przy Zakładzie Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego u profesora K. Zakrzewskiego. W okresie tym interesował się teorią kinetyczną materii. W dwóch wykonanych wówczas pracach pt. *Betrachtungen über den Gültigkeitsbereich der Stokesschen und Stokes-Cunninghamschen Formel. I. Hydrodynamischer Teil* oraz *On the Laws of Brownian Motion and Stokes Laws* przeprowadzona jest zarówno analiza teoretyczna zjawisk, jak i dyskusja doświadczeń nad stosowalnością prawa Stokesa i jego związkiem z ruchami Browna. Na podstawie drugiej z wymienionych przed chwilą prac Jan Weyssenhoff habilitował się w 1921 r. u profesora Władysława Natansona jako jedyny dotychczas docent „z zakresu fizyki doświadczalnej i teoretycznej“. Okres gdy Weyssenhoff był fizykiem doświadczalnym, wywarł duży wpływ na jego późniejszą twórczość jako teoretyka. Jego prace odznaczają się mniej abstrakcyjnym, a bardziej konkretnym ujęciem w porównaniu do rozpowszechnionego dzisiaj sposobu pisania prac teoretycznych.

Bezpośrednio po habilitacji Jan Weyssenhoff otrzymał nominację na profesora fizyki teoretycznej Uniwersytetu im. Stefana Batorego w Wilnie, gdzie przebywał do 1935 r. W 1935 r. został powołany na opróżnioną przez profesora Natansona Katedrę Fizyki Teoretycznej w Uniwersytecie Jagiellońskim w Krakowie. Katedrę tę objął po paromiesięcznym pobycie w Institute of Advanced Study w Princeton (New Jersey) i kierował nią do roku 1960, w którym to roku przeszedł na emeryturę (z dwuletnią przerwą w latach 1939-1941, gdy w czasie pobytu we Lwowie wykładał fizykę doświadczalną na Politechnice Lwowskiej). W 1946 r. profesor Weyssenhoff został wybrany członkiem czynnym Polskiej Akademii Umiejętności w Krakowie. Od r. 1956 był członkiem korespondentem, a od r. 1966 członkiem rzeczywistym Polskiej Akademii Nauk. W latach 1956-1959 piastował godność prorektora do spraw nauki w Uniwersytecie Jagiellońskim. Za swą działalność naukową i pedagogiczną został odznaczony Krzyżem Oficerskim Orderu Odrodzenia Polski i Złotym Krzyżem Zasługi.

Prace okresu wileńskiego oraz pierwsze prace okresu krakowskiego Jana Weyssenhoffa dotyczą podstaw szczególnej i ogólnej teorii względności. W pracy pt. *Komentarze do teorii względności I* Weyssenhoff przeciwstawia sobie dwa podejścia do teorii fizycznych, a w szczególności do teorii względności, a mianowicie aksjomatyczne i „naoczne“, polegające na podaniu doświadczeń myślowych służących do pomiaru każdej nowo wprowadzonej wielkości. Pomimo różnych zastrzeżeń opowiada się za ujęciem drugim, ściślej nawiązującym do doświadczenia. Myśli sformułowane w tej pracy rozwija Weyssenhoff w dwóch następnych pracach pt. *Anschauliches zur Relativitätstheorie. I. Lineare Koordinaten und g_{ik} -Koeffizienten in der speziellen Relativitätstheorie* oraz *Anschauliches zur Relativitätstheorie. II. Raumzeitmessungen an Gravitationsfeldern*.

W pierwszej z tych prac wprowadza w szczególnej teorii względności ogólne współrzędne liniowe na miejsce współrzędnych Galileusza i podaje doświadczenia myślowe prowadzące do pomiaru współczynników g_{ik} oraz rozważa rolę miarek i zegarów w tych współrzędnych. W drugiej pracy zajmuje się Weyssenhoff pomiarami czasoprzestrzennymi w polu grawitacyjnym, wskazując na to, że można w polu grawitacyjnym wprowadzić dwa rodzaje pomiarów, a mianowicie „pomiar pierwszego rodzaju“ wykonywane w układach lokalnie inercyjnych, gdzie niepotrzebne są jeszcze przyrządy sztywne oraz „pomiar drugiego rodzaju“, przeprowadzane w „spoczywających laboratoriach, gdzie własności sprężyste materiałów, z których zbudowane są przyrządy, grają istotną rolę. Równocześnie w pracy pt. *Metrisches Feld und Gravitationsfeld* podkreślona i przedyskutowana jest różnica pomiędzy polem metrycznym jako obszarem czasoprzestrzennym z określoną metryką i polem grawitacyjnym jako polem metrycznym z „układem odniesienia, tj. krzywoliniowym układem współrzędnych, którego punkty można zidentyfikować tak jak identyfikuje się punkty ciągłego ośrodka materialnego, wraz z chronoskopami pozostającymi w spoczynku względem tego układu.

W związku z tymi badaniami Jan Weyssenhoff sam i z ówczesnym swoim asystentem A. Bieleckim (obecnie profesorem UMCS w Lublinie) ogłosił parę prac z geometrii, z których wyróżnić można pracę *Duale Grössen, Grossrotation, Grossdivergenz und die Stokes-Gaussischen Sätze in allgemeinen Räumen*, w których systematyzuje i uogólnia pewne wyniki sławnego geometry J. A. Schoutena.

Pod koniec okresu przedwojennego Jan Weyssenhoff rozpoczął współpracę z docentem Myronem Mathissonem z Uniwersytetu Warszawskiego, dla którego wystarał się o stypendium umożliwiające mu pracę naukową w Krakowie. Razem z Mathissonem i Bieleckim zajmował się zagadnieniem wyprowadzenia równań ruchu cząstek w polu grawitacyjnym z równań pola grawitacyjnego w specjalnym ujęciu zapoczątkowanym przez Mathissona. Badania rozpoczęte przed wojną z Mathissonem i Bieleckim, a później również z J. Lubańskim kontynuował Weyssenhoff we Lwowie, a także po powrocie do Krakowa w 1941 r. razem z A. Raabem, młodym fizykiem warszawskim. Po aresztowaniu i śmierci Raabego w obozie koncentracyjnym w Oświęcimiu prowadził pracę sam, a po wyzwoleniu z współpracownikami B. Średniawą, Z. Borelowskim i A. Białasem. Wynikiem tych prac było wiele publikacji. Pierwsze z nich dotyczyły fluidu spinowego, którego cząstki posiadają własny moment pędu; w następnych pracach została rozwinięta teoria cząstki spinowej. Wyprowadzono i rozwiązano równania tej cząstki, najpierw gdy porusza się ona z prędkością mniejszą od prędkości światła, a następnie gdy biegnie z prędkością światła. Okazało się, że w obu przypadkach istnieje taki inercjalny układ współrzędnych, w którym cząstka spinowa porusza się ze stałą prędkością po okręgu koła. W wymienionych pracach została uwypuklona istotna cecha cząstek spinowych, polegająca na tym, że ich pędy i prędkości przestają być równoległe do siebie, jak w mechanice klasycznej. Cząstka taka, poruszająca się z prędkością światła, wykazuje tyle cech wspólnych z elektronem Diraca, że może być w pewnym sensie uwa-

zana za relatywistyczny model takiego elektronu. W szczególności, jak Weyssenhoff wykazał w publikacji *Two Relativistic Models of Dirac's Electron* (1947 r.), promień okręgu, po którym porusza się cząstka o masie m i momencie pędu równym $\hbar/2$ jest równy comptonowskiej długości fali tej cząstki, częstość obiegu jest równa częstości drgawek Schrödingera tej cząstki, a warunek mówiący, kiedy w szybkozmiennym polu elektrycznym ruch cząstki przestanie być periodyczny, jest identyczny z warunkiem na tworzenie się par cząstek w tym polu. W ostatniej pracy tego okresu podał Weyssenhoff nową jednorodną relatywistyczną zasadę wariacyjną, zawierającą wyższe pochodne i związany z nią formalizm kanoniczny z wyższymi pochodnymi. Z zasady tej wynikają równania ruchu różnych rodzajów cząstek spinowych.

Wyniki prac nad cząstką spinową i fluidem spinowym, przedstawione w 1947 r. w Institut Poincaré w Paryżu wzbudziły duże zainteresowanie. Szczególnie zainteresował się nimi Louis de Broglie, który idee Weyssenhoffa rozwijał w ciągu następných lat ze swoimi współpracownikami. W książce pt. *La théorie de particules a spin 1/2* (Paris 1952) poświęca de Broglie wiele miejsca teoriom Weyssenhoffa, o których pisze „A notre point de vue, qui adopte la Mécanique ponctuelle de Weyssenhoff“...

Wyniki całej serii prac swoich i współpracowników Weyssenhoff zebrał w artykule napisanym dla „Max Planck Festschrift“ w 1958 r. noszącym tytuł *Über die klassisch-relativistische Behandlung des Spinproblems*. W recenzji tej książki w czasopiśmie „Uspiechy Fizycznych Nauk“ profesor D. Iwanenko poświęcił najwięcej miejsca omówieniu artykułów Bohra i Weyssenhoffa.

Ideą, która przez długie lata pasjonowała Weyssenhoffa, było usiłowanie uzgodnienia ze sobą obu wielkich teorii fizyki współczesnej, teorii względności i teorii kwantów. Uzgodnienie takie może być dokonane jedynie przez zasadnicze zmiany podstaw obu tych teorii. Zdaniem Weyssenhoffa, dopiero to umożliwiłoby zaatakowanie problemów, wobec których dzisiejsza relatywistyczna teoria kwantów jest bezsilna, bądź też prowadzi do celu po bardzo okrężnych drogach. Idee te, których załączki widać już w wykładzie inauguracyjnym na VII Zjeździe Fizyków w Krakowie w 1934 r. pt. *Teoria względności a mechanika falowa* wykladał Weyssenhoff w Vancouver, Edmonton, Ottawie, Krakowie, Bernie, Zurychu, Wrocławiu, Berlinie i Bombaju, spotykając się wszędzie z dużym zainteresowaniem słuchaczy. Weyssenhoff był przekonany, że trudności, jakie napotyka dzisiejsza mikrofizyka, są związane z użyciem geometrii euklidesowej (lub pseudoeuklidesowej) zarówno w makrofizyce, jak i w mikrofizyce oraz z przyjęciem punktu jako podstawowego pojęcia geometrii fizycznej. Weyssenhoff próbował więc dokonać zmiany podstawowego pojęcia geometrycznego, zastępując punkt przez „skierowaną powierzchnię fali“ i przyjmując, że jedyną podstawową relacją między dwiema skierowanymi powierzchniami fali jest ich „zgodna styczność“. Te podstawowe założenia prowadziły do użycia 15-parametrowych grup transformacji jako podstawowych grup geometrii fizycznej, a pomiędzy nimi grupy transformacji kul Liego w przestrzeni trójwymiarowej i grupy konforemnych transformacji punkto-

wych w przestrzeni czterowymiarowej i pozwoliły zbliżyć się do pojęcia długości elementarnej. Część wyników, jakie Weyssenhoff uzyskał na tej drodze, zostały opublikowane w pracy pt. *On the microstructure of the world. I The elementary lenght*. Badając w tej pracy odwzorowanie kul Liego (opisanych przez współrzędne hexasferyczne) na punkty trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej Weyssenhoff doszedł do konieczności wprowadzenia nowej stałej fundamentalnej, (którą oznaczył przez l) o wymiarze długości. Z żądania, aby transformacja współrzędnych hexasferycznych $\xi \rightarrow \xi'$ pociągała dla dużych odległości w przybliżeniu transformację liniową ortogonalną między ich euklidesowymi odwzorowaniami x i x' wynika, że $l^2 \leq x \cdot x$, a więc stała l ma własność pozwalającą uważać ją za długość elementarną. Weyssenhoff rozwijał te idee przez wiele lat aż do ostatnich miesięcy swojego życia, szukając równocześnie ich związku z ideami Eddingtona.

W pewnym związku z pracami nad podstawami mikrofizyki stoi (opublikowana wspólnie z B. Średniawą w 1962 r.) praca pod tytułem *On the Approximate Applicability of the Schrödinger Equation to Non-Isolated Systems*. W pracy tej został rzucony pomost między poprawną z punktu widzenia mechaniki kwantowej metodą operatorów statystycznych pochodzącą od von Neumanna a powszechnie stosowaną metodą perturbacji zależnych od czasu. Układ niezolowany jest układem oddziaływającym z otoczeniem i nie posiadającym — ściśle biorąc — własnej funkcji falowej. Jednakże, jak wykazali autorowie, w pewnych warunkach, mianowicie wtedy gdy układ oddziaływający z układem badanym ma cechy układu makroskopowego, można w przybliżeniu w pewnym przedziale czasowym (dającym się oszacować) posługiwać się „funkcją falową“ danego układu skonstruowaną przez autorów. Prawdopodobieństwa przejścia, obliczone na podstawie tej funkcji falowej, równają się w przybliżeniu prawdopodobieństwom przejścia obliczonym metodą von Neumanna. Idee zawarte w powyższych rozważaniach rozwijał w swojej pracy habilitacyjnej K. Załęwski.

Profesor Weyssenhoff opublikował sam i ze swoimi współpracownikami 38 prac naukowych.

Oprócz działalności naukowej Weyssenhoff rozwijał również ożywioną działalność dydaktyczną i pedagogiczną. Wiele zawdzięcza mu literatura podręcznikowa. Należał — wspólnie z profesorami W. Dziewulskim, J. Patkowskim i W. Staszewskim — do redakcji, która opracowała nowe wydanie pierwszego tomu *Zasad Fizyki* A. Witkowskiego. Tom I wyszedł jeszcze przed wojną (w 1929 r.), tom II z współudziałem redakcyjnym profesora Sz. Szczeniowskiego ukazał się po wojnie (w 1948 r.). W 1957 r. wyszedł pierwszy tom oryginalnego i wysoko ocenianego przez recenzentów podręcznika profesora Weyssenhoffa pt. *Zasady elektromagnetyki i optyki klasycznej*. W tym samym roku wydano, opracowany wspólnie z B. Średniawą, skrypt dla użytku studentów fizyki pt. *Mechanika środowisk rozciągłych*, który po rozszerzeniu i uzupełnieniu został ponownie wydany w latach 1967 i 1969. Jan Weyssenhoff opracował wspólnie z T. Piechem i B. Średniawą książkę pt. *Wkład polskich uczonych do fizyki statystyczno-molekularnej*, wydaną w 1962 r., zawierającą omówienie osiągnięć,

głównie M. Smoluchowskiego i W. Natansona oraz zbiór tłumaczeń ich najważniejszych prac.

W okresie wielu lat pracy w Uniwersytecie Jagiellońskim (licząc też udział w tajnym nauczaniu w okresie okupacji) profesor Weyssenhoff wykształcił wielu fizyków teoretycznych. Spośród jego uczniów 6 uzyskało tytuł doktora, a trzech habilitowało się. Jego uczniowie Jerzy Rayski i autor tego wspomnienia są profesorami Uniwersytetu Jagiellońskiego.

Profesor Weyssenhoff brał również czynny udział w organizacji polskiej fizyki. Przed samą wojną zorganizował pierwsze Ogólnopolskie Konwersatorium Fizyki Teoretycznej w Krakowie. Konwersatoria tego typu były kontynuowane po wojnie (zjazdy w Wrocławiu i w Toruniu). Po powrocie profesora Infelda z Toronto do Warszawy przekształciły się one w wakacyjne konferencje fizyki teoretycznej, a w ostatnich latach — w letnie szkoły fizyki teoretycznej organizowane przez fizyków krakowskich, w których profesor Weyssenhoff brał żywy udział przez wiele lat.

W 1947 r. profesor Weyssenhoff zorganizował w Krakowie Międzynarodowy Zjazd Badań Promieni Kosmicznych, pod patronatem Międzynarodowej Unii Fizyki Czystej i Stosowanej. Był to pierwszy w Polsce powojennej międzynarodowy zjazd fizyków. Odnowiono wówczas wiele przerwanych przez wojnę kontaktów naukowych oraz nawiązano nowe. Dzięki temu zjazd miał duży wpływ na rozwój badań promieni kosmicznych i fizyki wysokich energii w Polsce, w których to dziedzinach fizycy polscy mają osiągnięcia na miarę światową.

Profesor Weyssenhoff został w 1957 r. obrany w Rzymie wiceprezesem Międzynarodowej Unii Fizyki Czystej i Stosowanej. Wybór ten został ponowiony w Ottawie na dalsze trzy lata.

Bardzo ważna była działalność profesora Weyssenhoffa jako wieloletniego redaktora czasopisma naukowego „Acta Physica Polonica“, wznowionego Jego staraniem zaraz po wojnie w 1945 r., którego był redaktorem naczelnym. Od 1960 r. był również redaktorem naczelnym „Postępów Fizyki“.

Profesor Weyssenhoff zmarł 11 sierpnia 1972 w Krakowie. Odszedł od nas wybitny uczony, którego prace wniosły trwałe wartości do fizyki, jeden z twórców krakowskiego środowiska fizycznego, nauczyciel i wychowawca fizyków-teoretyków, człowiek skromny i stroniący od zaszczytów, człowiek dobry i pełen przyjaźni dla otoczenia, a zwłaszcza dla swoich uczniów. Pamięć o Nim wśród ludzi, którzy go znali, pozostanie na długie lata.

SPIS PRAC JANA WEYSSENHOFFA

1. *Die Anwendung der Quantentheorie auf rotierende Gebilde und die Theorie des Paramagnetismus*, Ann. Phys., **51**, 285 (1916).
2. *Über die Reflexion von Quecksilbermolekülen an Gold bei tiefen Temperaturen*, Ann. Phys., **58**, 508 (1918).
3. *Betrachtungen über den Gültigkeitsbereich der Stokesschen und der Stokes-Cunninghamschen Formel*, Ann. Phys., **62**, 1 (1920).

4. *On the Laws of Brownian Motion and Stokes' Law*, Bull. Acad. Polon. Sci., 219 (1925).
5. *Polare und axiale Vektoren in der Physik*, Z. Phys., 48, 882 (1928).
6. *Komentarze do teorii względności I*, Sprawozdania i Prace Polskiego Towarzystwa Fizycznego, 3, 295 (1928).
7. *Projekt terminologii mechaniki punktów materialnych i brył. Część I*. Sprawozdania i Prace Polskiego Towarzystwa Fizycznego, 4, 321 (1929).
8. *Geometria Wszechświata*, w zbiorze *Od gwiazdy do atomu*, Warszawa 1934.
9. *On the Derivation of the Laws of Motion in the Theory of Relativity*, Phil. Mag., 19, 416 (1935).
10. *Anschauliches zur Relativitätstheorie. I. Lineare Koordinaten und g_{ik} -Koeffizienten in der speziellen Relativitätstheorie*, Z. Phys., 95, 391 (1935).
11. *Teoria względności a mechanika falowa*, Mathesis Polska, 10, 15 (1939).
12. *Zagadnienie elektronu w elektrodynamice klasycznej*, Mathesis Polska, 10, 45 (1935).
13. *Quaternions, 4-Dimensional Rotations and Cayley's Formula*, Bull. Acad. Polon. Sci., 216 (1936), wspólnie z A. Bieleckim.
14. *Metrisches Feld und Gravitationsfeld*, Bull. Acad. Polon. Sci., 252 (1937).
15. *Anschauliches zur Relativitätstheorie. II. Raumzeitmessungen in Gravitationsfeldern*, Z. Phys., 107, 64 (1937).
16. *A Non-Radiating Motion of a Spinning Electron*, Nature, 141, 328 (1938).
17. *Duale Grössen, Grossrotation, Grossdivergenz und die Stokes-Gausschen Sätze in allgemeinen Räumen*, Ann. Soc. Polon. Math., 16, 127 (1937).
18. *Ladislaus Natanson*, Acta Phys. Polon., 6, 289 (1937).
19. *Variations des intégrales d'hypersurfaces sous forme invariante*, Bull. Acad. Polon. Sci., 14 (1939).
20. *Sur un théorème concernant une transformation d'intégrales quadrupoles en intégrales curvilignes dans l'espace de Riemann*, Bull. Acad. Polon. Sci., 21 (1939), wspólnie z A. Bieleckim i M. Mathissonem.
21. *Relativistic Dynamics of Spin-Fluids and Spin-Particles*, Nature, 157, 766 (1946).
22. *Spin-Particles Moving with the Velocity of Light*, Nature, 157, 767 (1946).
23. *A Non-Radiating Motion of a Spinning Electron*, Nature, 157, 809 (1946).
24. *Two Relativistic Models of Dirac's Electron*, Nature, 157, 842 (1946).
25. *Relativistic Dynamics of Spin-Fluids and Spin-Particles*, Acta Phys. Polon., 9, 7 (1947), wspólnie z A. Raabem.
26. *Relativistic Dynamics of Spin-Particles Moving with the Velocity of Light*, Acta Phys. Polon., 9, 19 (1947), wspólnie z A. Raabem.
27. *Further Contributions to the Dynamics of Spin-Particles*, Acta Phys. Polon., 9, 26 (1947).
28. *Further Contributions to the Dynamics of Spin-Particles Moving with the Velocity of Light*, Acta Phys. Polon., 9, 34 (1947).
29. *On Two Relativistic Models of Dirac's Electron*, Acta Phys. Polon., 9, 46 (1947).
30. *Relativistically Invariant Homogeneous Canonical Formalism with Higher Derivatives*, Acta Phys. Polon., 10, 303 (1951), (Letter to the Editor).
31. *Relativistically Invariant Homogeneous Canonical Formalism with Higher Derivatives*, Acta Phys. Polon., 11, 49 (1951).
32. *On the Microstructure of the World, I. The Elementary Length*, Acta Phys. Polon., 11, 273 (1952).
33. *Zagadnienie długości elementarnej w fizyce*, Materiały z Konferencji Fizyków w Spale, 1954.
34. *Uwagi o życiu i twórczości Einsteina na tle własnych wspomnień*, Postępy Fizyki, 6, 481 (1955).
35. *Les théories relativiste de la gravitation*, Proceedings of International Conference on Relativistic Theory of Gravitation, Royau Mont, June 21-27, 1957, wydrukowane w 1959.
36. *On the Approximate Applicability of the Schrödinger Equation to Non-Isolated System*, Acta Phys. Polon., 23, 177 (1963), wspólnie z B. Średniawą.
37. *Über die klassisch-relativistische Behandlung des Spinproblems*, Max Planck Festschrift, Berlin 1958.

1. Nowe opracowanie *Zasad Fizyki* A. Witkowskiego, tom I (1929), wspólnie z W. Dziewulskim, J. Patkowskim i W. Staszewskim.
2. Nowe opracowanie *Zasad Fizyki* A. Witkowskiego, tom II (1948), wspólnie z W. Dziewulskim, J. Patkowskim, W. Staszewskim i S. Szczeniowskim.
3. *Zasady Elektromagnetyki i Optyki Klasycznej*, tom I, PWN, Warszawa 1957.
4. *Hydrodynamika i Teoria Sprężystości*, skrypt, 1956, 1967, 1969, wspólnie z B. Średniawą.
5. *Wkład polskich uczonych do fizyki statystyczno-molekularnej*, Ossolineum, Wrocław—Warszawa—Kraków 1962, wspólnie z T. Piechem i B. Średniawą.



Marian Smoluchowski

Maciej Suffczyński

Institut Fizyki PAN
Warszawa

Stulecie urodzin Mariana Smoluchowskiego

Centenary of the Marian Smoluchowski Birth

Jesteśmy świadkami wielkiej ilości zastosowań nauk ścisłych, zastosowań odkryć dokonanych w wieku ubiegłym i na początku naszego stulecia. Korzystamy z nich w codziennym życiu. Zbieramy plony wielkiego wysiłku intelektualnego ludzkości, dokonanego kilkadziesiąt lat temu.

W bieżącym roku minęło sto lat od dnia urodzin Mariana Smoluchowskiego, najwybitniejszego polskiego fizyka teoretyka. Postać Smoluchowskiego jest mało znana szerszemu ogółowi, w każdym razie niewspółmiernie mało w stosunku do wielkości Jego dzieła.

Marian Smoluchowski urodził się 28 maja 1872 roku w Vorderbrühl pod Wiedniem. Ukończył Collegium Theresianum. Na Uniwersytecie Wiedeńskim specjalizował się w fizyce. Nauczycielami Jego byli m. in. słynny Josef Stefan (*notabene* Słoweniec) i Franz Exner. Marian Smoluchowski odbył podróże naukowe w latach 1895-1897. Gościli Go w swoich laboratoriach w Paryżu profesor G. Lippman (laureat nagrody Nobla z fizyki w 1908 r.), w Glasgow — lord Kelvin, w Cambridge w 1905-1906 r. — J. J. Thomson (laureat nagrody Nobla z fizyki w 1906 r.), w Berlinie — E. Warburg. Ze Smoluchowskim współpracowali Tatiana A. Afanasjewa-Ehrenfest, a później R. Zsigmondy (laureat nagrody Nobla z chemii w 1925 r.). Prace teoretyczne Smoluchowskiego weryfikowali za Jego życia The Svedberg (nagroda Nobla z chemii w 1926 r.) i Jean Perrin (nagroda Nobla z fizyki w 1926 r.).

W 1899 r. Marian Smoluchowski, zaproszony przez Kazimierza Twardowskiego, objął profesurę na Uniwersytecie Lwowskim. W 1913 r. został profesorem Uniwersytetu Jagiellońskiego, a następnie został wybrany *extra turnum* rektorem na rok akademicki 1917-18. Zmarł w Krakowie 5 września 1917 r. Krótkie, twórcze życie Mariana Smoluchowskiego znane jest na podstawie opracowań kilku fizyków [1, 2, 3]. Nie chodzi nam o przypomnienie Jego biografii [4, 5]. Pozostało wiele zagadnień dotyczących twórczości Smolu-

chowskiego i losu Jego dzieła domagających się zbadania przez historyków nauki.

Smoluchowski wchodził w naukę w momencie, kiedy następowały pierwsze odkrycia w fizyce jądrowej. Sam proponował Kelvinowi zbadanie promienowania emitowanego przez uran. Jednak skupił swe zainteresowania na fizyce statystycznej. Był fizykiem stosującym zaawansowane metody matematyczne. Jego prace były przedmiotem seminarium matematycznego D. Hilberta w Getyndze. Byłoby interesujące wiedzieć, jakie zachowały się na ten temat zapiski w tamtejszym uniwersytecie. Na Międzynarodowym Kongresie Matematycznym w Cambridge w 1912 r. Marian Smoluchowski wygłosił odczyt o stosowalności prawa oporu Stokesa. Współpraca A. Einsteina i M. Smoluchowskiego zasługuje na szczególną uwagę. Prace ich obu na temat ruchów Browna [6, 7] i później opalescencji krytycznej [8, 9] stanowią punkt zwrotny w zrozumieniu tych zjawisk. Teoria fluktuacji gęstości w gazach nazywana jest teorią Einsteina-Smoluchowskiego. Wspomnienie, jakie Einstein napisał po śmierci Smoluchowskiego, świadczy o tym, jak wysoko Go cenił [10].

Smoluchowski był uczniem Ludwika Boltzmann'a. Nie był jego studentem. Był jego następcą. — Największym. Boltzmann stwarzając podstawy teorii kinetycznej i mechaniki statystycznej otworzył nowy obszar fizyki. Tytaniczne dzieło Boltzmann'a stworzyło nowe problemy do rozwiązania. J. C. Maxwell, L. Boltzmann, a po drugiej stronie oceanu J. W. Gibbs, opracowali mechanikę statystyczną stanów równowagi. Smoluchowski zajął się dziedziną nową, niezmiernie ważną: teorią fluktuacji czyli odchyień od stanu równowagi. Pierwsze rezultaty w teorii fluktuacji wyprowadził był już Gibbs [11]. Fluktuacje w układzie wielu cząstek są niezmiernie małe wobec wartości wielkości średnich charakteryzujących stan równowagi. W zasadzie jednak mniejsze lub większe fluktuacje zachodzą stale, tyle tylko, że większe odchylenia są bardzo mało prawdopodobne i dlatego niezmiernie trudno obserwowalne w normalnych warunkach. Ale w warunkach krytycznych, takich, jak wysokie ciśnienia i wysokie temperatury, fluktuacje mogą wzrastać znacznie. W przemianach fazowych, takich jak ciecz-gaz, grają rolę decydującą. Pierwsza praca Smoluchowskiego [12] na temat fluktuacji została napisana dla „książki pamiątkowej ku czci Boltzmann'a“. Dotyczy właśnie ulubionego przedmiotu Boltzmann'a: teorii gazów; „niestety, rzecz ta strasznie abstrakcyjna i trudna“ — pisał Smoluchowski. W pracy *Studien über Molekularstatistik von Emulsionen* [13] Smoluchowski opisując zmiany fluktuacji w czasie wprowadził pojęcie korelacji fluktuacji. „Wśród badaczy, którzy stanowią o rozwoju nauki o fluktuacjach, Marianowi Smoluchowskiemu należy się pierwsze miejsce“ — stwierdza w monografii na temat fluktuacji R. Fürth [14]. W podstawowej monografii *Mechanika statystyczna* R. H. Fowler [15] pisze o obserwacji fluktuacji przez rozpraszanie światła w cieczach i gazach w pobliżu punktu krytycznego: „Ze statystycznego punktu widzenia te zjawiska najlepiej są opisane jako przykład fluktuacji molekularnych metodą von Smoluchowskiego. Rozważamy ciecz, która w stanie normalnej równowagi zawiera n_0 molekuł w objętości v_0 przy

ciśnieniu p_0 . Aktualna objętość w danym momencie zajmowana przez te molekuly jest v . Ważne są tylko małe wartości $(v-v_0)/v_0 = x$. Ułamek zdarzeń, w których znajdziemy te n_0 molekul w objętości między v a $v+dv$, jest

$$W(v)dv = c \exp \left[-\frac{1}{kT} \int_v^{v_0} (p-p_0) dv \right] dv,$$

gdzie c jest stałą wyznaczoną przez warunek $\int W dv = 1$. Bez specjalnych założeń o równaniu stanu możemy rozwinąć $p-p_0$ w szereg i napisać, pomijając człony piątego rzędu,

$$W(x)dx = c dx \exp \left[\frac{1}{kT} \left(\frac{v_0^2 x^2}{2!} \frac{\partial p_0}{\partial v_0} + \frac{v_0^3 x^3}{3!} \frac{\partial^2 p_0}{\partial v_0^2} + \frac{v_0^4 x^4}{4!} \frac{\partial^3 p_0}{\partial v_0^3} \right) \right].$$

Dalsze wyprowadzenie zależy od tego czy stan normalnej równowagi odnosi się, czy nie do punktu krytycznego“.

Podstawowe znaczenie mają, logicznie związane z teorią fluktuacji, prace M. Smoluchowskiego na temat sensu i ograniczeń drugiej zasady termodynamiki. Jego praca *Gültigkeitsgrenzen des zweiten Hauptsatzes der Wärmetheorie* ukazała się w niewielkim zbiorze wykładów obok prac M. Plancka, P. Debye'a, W. Nernsta, A. Sommerfelda i H. A. Lorentza [16].

Nazwisko Mariana Smoluchowskiego dziwnie rzadko bywa cytowane we współczesnej literaturze fizycznej. Idee Smoluchowskiego w teorii ruchów Browna i teorii fluktuacji są podstawą wszystkich wyprowadzeń, ale Jego nazwisko nie jest wymieniane. Przemilczanie nazwiska Smoluchowskiego powinno zaintrygować naszych historyków nauki. Na pewno przyczynił się tu fakt, iż najważniejsze prace Smoluchowskiego powstały przed pierwszą wojną światową we Lwowie, gdzie Smoluchowski był zupełnie osamotniony. Dalej fakt ogłaszania prac niekiedy bardzo ważnych w „Wiener Berichte“ i w „Bull. Acad. Cracovie“, czasopismach niedostępnych w większości bibliotek. Niewymienianie nazwiska Smoluchowskiego we współczesnej literaturze anglosaskiej uwarunkowane jest może i tym, że Smoluchowski był uczniem Boltzmann'a, który ma w świecie anglosaskim przeciwwagę w wielkiej postaci J. W. Gibbsa. Boltzmann i Gibbs, „nie wrogowie, lecz dwa na słońcach swych przeciwnych — bogowie“ byli tymi, których prace stwarzające podstawy mechaniki statystycznej tak doskonale są komplementarne. Wreszcie krótki, nawet jak na fizyka teoretyka, żywot Smoluchowskiego, Jego przedwczesny zgon stały się przyczyną, iż Smoluchowski nie brał udziału w wielkiej dyskusji, jaka rozwinęła się nad podstawami mechaniki statystycznej. Po pierwszej wojnie światowej główny nurt zainteresowań fizyków-teoretyków poszedł w kierunku mechaniki kwantowej i fizyki jądrowej. Dopiero pod koniec lat pięćdziesiątych bieżącego wieku nastąpił znaczny wzrost zainteresowań fizyką statystyczną. Fizykom amerykańskim nazwisko Smoluchowski kojarzy się raczej z synem Mariana, Romanem, obecnie profesorem Uniwersytetu w Princeton, wybitnym specjalistą fizyki ciała stałego.

Zdumiewającą cechą Mariana Smoluchowskiego była Jego zdolność z jednej strony zaawansowanej matematycznej analizy, z drugiej nadzwyczajna umiejętność realizacji doświadczalnej Jego teoretycznych idei.

Teoria, a później realizacja w laboratorium obserwacji błękitu powietrza należy do najbardziej znanych, najbardziej spektakularnych osiągnięć Mariana Smoluchowskiego. Marian Smoluchowski wiele najważniejszych prac publikował z pewnym opóźnieniem, odkładał bowiem ogłoszenie wyniku teoretycznego chcąc uzyskać przedtem potwierdzenie eksperymentalne. To umiejętne łączenie rachunku i eksperymentu dawało wywodom Smoluchowskiego siłę i trwałość.

M. Smoluchowski był niewątpliwie przede wszystkim fizykiem matematycznym. W pięknej monografii na temat rachunku prawdopodobieństwa w fizyce Marek Kac [17] nazywa pewną klasę procesów procesami Smoluchowskiego. Podstawową pracą podejmującą *explicite* idee Mariana Smoluchowskiego jest artykuł przeglądowy S. Chandrasekhara z Uniwersytetu w Chicago opublikowany w „Reviews of Modern Physics“ w 1943 roku [18].

Fakty zastosowania wzorów Smoluchowskiego w nowoczesnej fizyce doświadczalnej nastąpiły później. Współczesny nam najwybitniejszy specjalista badań krystalograficznych we Francji, André Guinier, ze współpracownikiem A. M. Levelutem [19] zastosowali formuły M. Smoluchowskiego do interpretacji rozpraszania dyfuzyjnego promieni rentgena w cieczech. Niedługo później Jerzy Kociński zastosował idee teorii fluktuacji M. Smoluchowskiego do swojej interpretacji rozpraszania neutronów w pobliżu punktu krytycznego magnetyków. Podstawowe, ogólne idee M. Smoluchowskiego były tak logiczne, tak doskonale matematycznie ugruntowane i tak dosłownie płodne, iż w pół wieku od Jego śmierci odżyły same i znalazły zastosowania o praktycznym znaczeniu. Żywotność idei Smoluchowskiego, ich odległe repliki w różnych działach nowoczesnej fizyki są widomym znakiem ich słuszności.

Jak powiedział o Marianie Smoluchowskim A. Guinier na uroczystości uczczenia 50-lecia śmierci: „Ten ciągły wpływ geniusza na życie intelektualne wielkiej liczby ludzi, czyż nie jest prawdziwą nieśmiertelnością?“.

Literatura

- [1] A. Sommerfeld, *Phys. Z.*, **18**, 533 (1917).
- [2] K. Zakrzewski, *Kosmos*, **42**, 233 (1917).
- [3] S. Loria, *Postępy Fizyki*, **4**, 5 (1953).
- [4] J. Szpecht, *Wśród fizyków polskich*, Państwowe Wydawn. Książek Szkolnych, Lwów 1939.
- [5] A. Teske, *Marian Smoluchowski, życie i twórczość*, PWN, Warszawa 1955.
- [6] A. Einstein, *Ann. Phys.*, **17**, 549 (1905); **19**, 371 (1906).
- [7] M. Smoluchowski, *Rozprawy Akad. Um.*, **46**, 138 (1906); *Bull. Acad. Cracovie*, **202** (1909); *Ann. Phys.*, **21**, 756 (1906); *Krakauer Ber.*, 418, (1913).
- [8] M. Smoluchowski, *Ann. Phys.*, **25**, 205 (1908).
- [9] A. Einstein, *Ann. Phys.*, **33**, 1275 (1910).

- [10] A. Einstein, *Naturwissenschaften*, **5**, 637 (1917).
- [11] J. W. Gibbs, *Elementary Principles in Statistical Mechanics*, Chapter VII.
- [12] M. Smoluchowski, *Über Unregelmässigkeiten in der Verteilung von Gasmolekülen und deren Einfluss auf Entropie und Zustandsgleichung*—*Boltzmann Festschrift, Pisma*, tom I, str. 421.
- [13] M. Smoluchowski, *Wiener Ber.*, **123**, 2381 (1914).
- [14] R. Fürth, *Schwankungserscheinungen in der Physik*, 1920; zobacz także A. Einstein, *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*, Dover Publ. Inc. 1956.
- [15] R. H. Fowler, *Statistical Mechanics*, Cambridge University Press 1936, Chap. XX, *Fluctuations*.
- [16] *Vorträge über die Kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität*, Taubner Verlag 1914.
- [17] S. Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.*, **15**, 1 (1943); Praca Chandrasekhara ze względu na znaczenie i rolę równania Langevina oraz równania Fokkera-Plancka w teorii laserów jest cytowana ostatnio: H. Haken, *Laser Theory*, Handbuch der Physik, Ed. Flügge 1970; H. Risken, *Statistical Properties of Laser Light w Progress in Optics*, ed. E. Wolf 1970, str. 241.
- [18] M. Kac, G. E. Uhlenbeck, A. R. Hibbs i B. van der Pol, *Probability and Related Topics in Physical Sciences*, Interscience Publishers 1959.
- [19] A. Guinier, *L'Oeuvre de Marian Smoluchowski*, Acad. Polon. Sci., Centre Scientifique à Paris, Conferences, Fasc. 74 (1969).

Jerzy Kociński

Instytut Fizyki Politechniki
Warszawskiej, Warszawa

Współczesne badania zjawisk krytycznych a klasyczne prace Mariana Smoluchowskiego

Contemporary Investigations of Critical Phenomena and the Classical Papers of Marian Smoluchowski

It has been shown, to what extent the classic papers of Marian Smoluchowski on the theory of fluctuations, critical opalescence, and Brownian motion influence the present investigations of critical phenomena developed in Poland. Among the various problems of critical scattering, special attention has been paid to the treatment of a fluctuation as subsystem in thermal reservoir, to the description of the system in the immediate vicinity of the critical point, to the temperature shift of the maximum of scattering, as well as to the lateral maxima of scattering, to the correlation function at small distances, the inelasticity of scattering at the critical point, and the magnetic Brillouin-Mandelstam doublet. The approach of conventional theory to the solution of the before-mentioned problems of critical scattering has been reviewed and discussed.

„Taka ziarnistość struktury musiałaby uwydatnić się przez występowanie zjawisk charakterystycznych dla ośrodków mętnych, to jest zjawisk opalescencji oraz tak zwanego zjawiska Tyndalla“.

M. Smoluchowski, *Bull. Inter. Acad. d. Sci.*, Cracovie 1907

I. WSTĘP

W pierwszych kilkunastu latach bieżącego stulecia prace Mariana Smoluchowskiego znajdowały się w centrum zainteresowania u wiodących w skali europejskiej fizyków. Przedwczesna śmierć Smoluchowskiego w wieku lat czterdziestu pięciu przerywała pasmo sukcesów, jakie odnosił w badaniach naukowych. Wspomnienia pośmiertne o nim napisali Einstein i Sommerfeld pieczętując opinię o jego wielkim talencie i uznanie dla jego osiągnięć.

Po pierwszej wojnie światowej, gdy zainteresowania fizyków odwróciły się od mechaniki statystycznej, prace Smoluchowskiego uległy zapomnieniu do tego stopnia, że gdy w latach pięćdziesiątych zjawiska krytyczne stały się znowu aktualne, to w nowych pracach z tej dziedziny nie było nawet wzmianki o Smoluchowskim. Pod tym względem do wyjątków należy ogłoszona jeszcze w latach czterdziestych przeglądowa praca Chandrasekhara [1], oraz stosunkowo niedawno wydana monografia Kaca [2]. Poza tym w podręcznikach mechaniki statystycznej Fowlera [3], Leontowicza [4], Frenkela [5] i Presenta [6] znajdują się krótkie rozdziały streszczające pracę Smoluchowskiego, która dotyczy krytycznej opalescencji. Można dorzucić jeszcze wzmianki w niektórych międzywojennych lub powojennych pracach, poświęconych teorii ruchów Browna lub

równania Smoluchowskiego, związanego w matematyce z nazwiskiem Kołmogorowa. Narzuca się pytanie o powód takiego stanu rzeczy. Prace Smoluchowskiego były częściowo ogłaszane w czasopismach, których świetność czy poczytność przeminęła wraz z pierwszą wojną światową, jak „Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien“, jak „Physikalische Zeitschrift“, lub słabo rozpowszechniony „Biuletyn Akademii Krakowskiej“, część z nich jednak ukazała się w „Annalen der Physik“, które jeszcze w okresie międzywojennym odgrywały ważną rolę. Niepopularność tych czasopism, a więc trudna osiągalność prac Smoluchowskiego nie mogą całkowicie wytłumaczyć zapomnienia o nich. Można się dopatrzeć innej przyczyny. W teoretycznych pracach Smoluchowskiego, subtelne rozumowania i uogólnienia o dalekim zasięgu są przeprowadzone w oparciu o konkretne modele fizyczne. W takim podejściu do badań fizycznych Smoluchowski nie był w swoim czasie odosobniony, wystarczy tu przypomnieć drogę odkrycia kwantów energii przez Plancka. Jednakże z chwilą ożywienia zainteresowań problemami mechaniki statystycznej w latach pięćdziesiątych, górę wzięło podejście abstrakcyjne, obce stylowi badań Smoluchowskiego, a problemy postawione i rozwiązywane przez niego atakowano już innymi sposobami.

Zamierzam przedstawić problemy, jakie powstały w teorii zjawiska krytycznego rozpraszania neutronów, które stanowi odpowiednik opalescencji krytycznej, oraz w teorii fluktuacji i pokazać jak się te problemy rozwiązuje w ramach schematu nakreślonego jeszcze w pracach Ornsteina i Zernikego i uogólnionego przez Van Hovego, a jak się je rozwiązuje w oparciu o prace Smoluchowskiego.

II. ROZPRASZANIE W PRZYBLIŻENIU ELASTYCZNYM

1. Przekrój czynny w elastycznym przybliżeniu

Możliwość podziału zagadnień rozpraszania na związane ze statyczną funkcją korelacji (molekuł lub spinów) oraz na związane z czasową zależnością tej funkcji korelacji wynika stąd, że w pierwszym przybliżeniu Borna przekrój czynny na krytyczne rozpraszanie neutronów lub światła czy też promieni X, daje się rozbić na dwa czynniki, z których jeden reprezentuje rozpraszanie elastyczne, a drugi nieelastyczność rozpraszania. Innymi słowy czynnik elastyczny występuje również wtedy, gdy nie ma zmian energii cząstki rozpraszanej, podczas gdy czynnik nieelastyczny redukuje się wtedy do funkcji $\delta(\omega)$. Możliwość zaniedbania efektu nieelastyczności jest dogodna w dyskusji niektórych własności przekroju czynnego i jak dotąd stanowi podstawę eksperymentalnej weryfikacji teorii. W możliwości wydzielenia z przekroju czynnego części elastycznej, widać analogię do sytuacji, jaka występuje w wypadku fluktuacji gęstości liczby cząstek Browna zawieszonych w cieczy. Eksperymenty w tej dziedzinie potwierdziły teorię Smoluchowskiego [7] o niezależności bezwzględnej wartości tej fluktuacji, lub jej średniego kwadratu, od jej zmiany w cza-

sie. Część elastyczna przekroju czynnego wiąże się właśnie z bezwzględną wartością fluktuacji gęstości cząstek lub momentu magnetycznego, zaś część nieelastyczna z czasową zależnością tej fluktuacji.

Przy zaniedbaniu nieelastyczności rozpraszania, różniczkowy przekrój czynny na magnetyczne rozpraszanie neutronów jest proporcjonalny do transformaty fourierowskiej ze statycznej funkcji korelacji spinów, a więc:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \int e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} \langle \hat{S}_0^z(0) \hat{S}_r^z(0) \rangle d\vec{r}, \quad (1.1)$$

$$\vec{q} = \vec{k}_0 - \vec{k}, \quad (1.2)$$

gdzie \vec{k}_0 i \vec{k} oznaczają wektory falowe padających i rozproszonych neutronów, zaś $\langle \dots \rangle$ oznacza średnią statystyczną operatorów spinowych, czyli funkcję korelacji spinów. Taka postać przekroju czynnego jest ważna tylko powyżej temperatury krytycznej, $T_0 \geq T_c$ i bez zewnętrznego pola magnetycznego. W przeciwnym wypadku wystąpiłby drugi składnik przekroju czynnego, związany z korelacją składowych x albo y operatorów spinowych. Symbol „ z ” oznacza tutaj kierunek lokalnej osi kwantyzacji dla grupy skorelowanych ze sobą spinów. Dla $T_0 \geq T_c$ i bez pola zewnętrznego oraz bez anizotropii, wszystkie kierunki w przestrzeni są równouprawnione.

W celu efektywnego obliczenia przekroju czynnego na podstawie (1.1) należy: 1) Obliczyć funkcję korelacji, 2) Ustalić granice całkowania dla transformaty fourierowskiej. We wszystkich wersjach teorii, które nie odwołują się do Smoluchowskiego (nazwiemy je konwencjonalnymi), oblicza się funkcję korelacji przy założeniu, że ma ona symetrię sferyczną i, że dotyczy spinów (molekuł) na dużych odległościach — stąd nazwa funkcji korelacji dalekiego zasięgu lub asymptotycznej — zaś całkowanie w (1.1) rozciąga się na cały system rozpraszający, co wobec założonej symetrii sferycznej korelacji oznacza granice $(0, \infty)$ dla zmiennej r .

2. Statyczne funkcje korelacji w teorii konwencjonalnej

W konwencjonalnej teorii jako statyczną funkcję korelacji przyjmuje się funkcję Ornsteina-Zernikego

$$\langle \hat{S}_0^z(0) \hat{S}_r^z(0) \rangle = A \frac{e^{-\kappa_1 r}}{r}, \quad (2.1)$$

która prowadzi do przekroju czynnego (według 1.1) w postaci

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{A}{\kappa_1^2 + q^2}, \quad (2.2)$$

$$\kappa_1^2 = \frac{C}{\chi} = C(T_0 - T_c)^\nu, \quad (2.3)$$

gdzie A oznacza amplitudę słabo zależną od temperatury, χ — podatność izotermiczną w obszarze paramagnetycznym (w wypadku cieczy odpowiada jej ściśliwość izotermiczna), C — oznacza stałą zależną od modelu magnetyka, γ — tak zwany wskaźnik krytyczny, którego wartość zależnie od modelu oblicza się dla ferromagnetyka w granicach pomiędzy 1 i 4/3.

Funkcja korelacji (2.1) została wyprowadzona jeszcze przez Ornsteina i Zernikego [8] dla gazu w temperaturach bliskich temperaturze krytycznej i przeniesiona przez Van Hovego [9] na teren ferromagnetyzmu w oparciu o teorię krytycznych fluktuacji w ujęciu Kleina-Tiszy [10]. Następnie wielu autorów wyprowadziło ją bardziej lub mniej przybliżonymi sposobami. Modyfikacje tej funkcji korelacji stanowi funkcja

$$\langle \hat{S}_0^z(0) \hat{S}_r^z(0) \rangle = A' \frac{e^{-\chi_1 r}}{r^{1+\eta}}, \quad (2.4)$$

wprowadzona przez M. Fishera [11], gdzie η oznacza znowu wskaźnik krytyczny, o obliczonej wartości bliskiej 0,33.

Wyjaśnimy teraz sens terminu „wskaźnik krytyczny“, z którym wiąże się ostatnio bardzo rozpowszechniony sposób opisu zjawisk krytycznych [12]. Teoria wskaźników krytycznych opiera się na hipotezie, że parametry termodynamiczne, które charakteryzują system wielu cząstek, jak przeciętne namagnesowanie, podatność paramagnetyczna ferromagnetyka powyżej temperatury krytycznej, ciepło właściwe, zasięg korelacji w funkcji korelacji Ornsteina-Zernikego, zależą od temperatury systemu T_0 przez parametr $|T_0 - T_c|/T_c = \varepsilon$, w różnych potęgach (na ogół ułamkowych), (zależnie od rodzaju parametru termodynamicznego), które nazywa się wskaźnikami krytycznymi. Poważną rolę w ugruntowaniu tego poglądu odegrała praca Onsagera poświęcona dwuwymiarowemu modelowi spinów Isinga, w której wykazano, że ciepło właściwe i namagnesowanie zachowują się w wymieniony sposób. Jak dotąd wprowadzono dziewięć wskaźników krytycznych, które charakteryzują zachowanie systemu w temperaturach poniżej i powyżej T_c . Dziewiąty wskaźnik η opisuje zachowanie funkcji Ornsteina-Zernikego w temperaturze krytycznej. Dużo miejsca w literaturze zajmuje obliczanie tych wskaźników krytycznych i ustalanie pomiędzy nimi relacji, gdyż rozumowanie na poziomie termodynamiki wskazuje na zależność między nimi. Wartości obliczone dla tych wskaźników zależą naturalnie od bardziej lub mniej realistycznego modelu systemu (ferromagnetyka, cieczy), którego dotyczą [13].

Rozpowszechnione jest w literaturze postępowanie, które ma na celu obliczenie przekroju czynnego w przybliżeniu elastycznym, polegające na tym, że postuluje się istnienie funkcji korelacji Ornsteina-Zernikego, a parametr χ_1 , który w niej występuje, oblicza się na podstawie relacji (2.3) w oparciu o hipotezę wskaźników krytycznych.

Dla obliczania wskaźników krytycznych korzysta się z tak zwanej hipotezy skalowania. Jedno ze sformułowań tej hipotezy stwierdza, że korelacja pomiędzy spinami (molekułami) w punktach 0 i \vec{r} jest taka sama jak korelacja

między momentami magnetycznymi (liczbami molekuł) w komórkach otaczających punkty 0 i \vec{r} , przy czym każda z komórek może zawierać dużą liczbę spinów (molekuł), byle rozmiary liniowe komórki były małe w porównaniu z zasięgiem korelacji zdefiniowanym jako κ_1^{-1} , a więc dla spinów

$$\langle \hat{S}_0^z(0) \hat{S}_r^z(0) \rangle = M_0^z(0) M_r^z(0), \quad (2.5)$$

gdzie $M_r^z(0)$ oznacza średni moment magnetyczny w komórce otaczającej punkt \vec{r} . Tak sformułowana hipoteza skalowania nie wykracza poza założenia Kleina-Tiszy i Van Hovego i jest jak dotąd potwierdzona przez doświadczenia.

W innej wersji hipotezy skalowania stwierdza się, że parametr κ_1 decyduje o efektach krytycznych fluktuacji i że rozbieżność podatności izotermicznej χ dla $T_0 \rightarrow T_c$ jest związana z zależnością tej podatności od κ_1 . Taka forma hipotezy skalowania nie jest do utrzymania z tego powodu, że parametr κ_1^{-1} traci sens zasięgu korelacji, kiedy $(T_0 - T_c)/T_c < 10^{-4}$ [14, 15]. Dopóki temperatura systemu jest poza granicą wyznaczoną przez $(T_0 - T_c)/T_c = 10^{-4}$, to wskaźniki krytyczne zostały wyznaczone drogą pomiaru przekroju czynnego (dla dostatecznie małych wektorów rozpraszania), pomiaru ciepła właściwego, podatności lub innymi metodami. Rezultaty pomiarów są bliskie wartościom obliczonym. Dla temperatur niezbyt bliskich T_c i z ograniczeniem do małych wektorów rozpraszania, opis krytycznego rozpraszania w terminach wskaźników krytycznych stanowi użyteczny schemat porządkujący wyniki eksperymentalne. Brakuje wystarczająco dokładnych pomiarów, ze względu na kontrolę temperatury, aby precyzyjnie zbadać przebieg rozpraszania w bezpośrednim sąsiedztwie T_c . Wszelkie ekstrapolacje, co do zachowania się systemu w bezpośrednim otoczeniu T_c , zgodnie z teorią wskaźników krytycznych, dokonywane na podstawie rezultatów doświadczalnych spoza przedziału $(T_0 - T_c)/T_c = 10^{-4}$ są pozbawione uzasadnienia.

Uwaga, co do konieczności ograniczenia opisu do dostatecznie małych q jest podyktowana tym, że dla większych q występują efekty, które nie zostały dostatecznie opanowane przez teorię wskaźników krytycznych albo które znajdują się całkowicie poza jej zasięgiem. Chodzi tutaj o przesunięcie maksimum głównego w stronę temperatur wyższych niż T_c w zależności od wielkości wektora rozpraszania, oraz o zjawisko bocznych maksimum rozpraszania.

Przyjrzyjmy się bliżej założeniom i twierdzeniom konwencjonalnej teorii, co do funkcji korelacji i granic całkowania w wyrażeniu na przekrój czynny. Założenie o sferycznej symetrii funkcji korelacji musi budzić wątpliwości w ciałach krystalicznych, jak ferromagnetyki lub antyferromagnetyki, gdy chodzi o odległości rzędu kilku stałych siatki. Wobec tego należy przewidywać, że pomiary przekroju czynnego dla większych wektorów rozpraszania nie doprowadzą do wyników zgodnych z konsekwencjami wypływającymi z założenia o sferycznej funkcji korelacji. W teorii konwencjonalnej, jak dotąd, nie obliczono funkcji korelacji dla małych odległości. Tymczasem wyniki ekspery-

mentalne, dla względnie dużych wektorów rozpraszania [16, 17], prowadzą dla przekroju czynnego do zależności

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{(\delta^2 + q^2)^2}, \quad (2.6)$$

gdzie δ jest parametrem eksperymentalnym zależnym od temperatury, lub przy $q \gg \delta$, do zależności

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{q^4}. \quad (2.7)$$

Ostatnio w teorii konwencjonalnej podejmuje się próby interpretowania tych zależności przez odwołanie się do nieelastyczności rozpraszania. Postępuje się przy tym w ten sposób, że obok uwzględnienia w przekroju czynnym nieelastyczności rozpraszania korzysta się z korelacji Ornsteina-Zernikego (2.1) lub jej modyfikacji, które przecież tracą sens dla dużych q (małych r). Ponieważ jednocześnie teoria ta ma do dyspozycji jeden lub dwa parametry do wyznaczenia eksperymentalnego, więc zależności (2.6) lub (2.7) może uzyskać i na tej drodze.

Jeśli chodzi o granice całkowania w transformacie fourierowskiej w relacji (2.1), to w konwencjonalnej teorii od czasu pojawienia się prac Ornsteina i Zernikego sprawy tej zupełnie się nie dyskutuje, uważając widocznie granice $(0, \infty)$ za bezsporne.

Streścimy jeszcze możliwości interpretacyjne konwencjonalnej teorii. Przede wszystkim można, w elastycznym przybliżeniu przekroju czynnego, zdać sprawę z dużą dokładnością z wyników eksperymentalnych dla małych wektorów rozpraszania, co oznacza orientacyjnie $q \gtrsim 0,12 \text{ \AA}^{-1}$, zarówno ze względu na zależność mierzonego natężenia rozpraszania od wielkości wektora falowego, jak i od temperatury próbki. Korelacja Fishera (2.4) pozwala na jakościowe wytłumaczenie efektu przesunięcia maksimum natężenia rozpraszania w ferromagnetykach w kierunku temperatur wyższych niż T_c , lecz ilościowo jest niezgodna z eksperymentem i nie widać w jej ramach możliwości usunięcia tego defektu. Pod tym względem zgodność tej teorii z doświadczeniem jest lepsza dla stopu podwójnego [18]. Ostatnio podjęto próbę objaśnienia tego przesunięcia maksimum rozpraszania na osi temperatury przez uwzględnienie nieelastyczności rozpraszania [19]. Takie postępowanie niezależnie od stopnia osiągniętego powodzenia budzi dwa zastrzeżenia: 1. stosuje się korelację Ornsteina-Zernikego w obszarze wartości q , dla którego ona traci sens (przynajmniej w ciałach krystalicznych); 2. w stopie podwójnym tłumaczy się [18] w ramach teorii konwencjonalnej to przesunięcie maksimum w elastycznym przybliżeniu przekroju czynnego przy zastosowaniu korelacji Fishera (2.7). W tym stopie nieelastyczność jest zaniedbywalna. Z punktu widzenia ogólnej teorii zjawisk krytycznych jest nie do przyjęcia takie stanowisko, że w ferromagnetykach dla objaśnienia przesunięcia maksimum niezbędne jest uwzględnienie nieelastyczności rozpraszania, a w stopach podwójnych można się obyć bez nieelastyczności.

Wyniki prac eksperymentalnych [18, 19, 20] takie właśnie stanowisko implikują. Należy zauważyć, że wykryto eksperymentalnie zależność pomiędzy wielkością przesunięcia maksimum rozpraszania i liczbą dyslokacji w próbce [21]. Teoria konwencjonalna dotąd nie zajęła się tym efektem. Podobnie ma się rzecz z maksimumami bocznymi rozpraszania. Teoria konwencjonalna cierpi na brak spójnego obrazu rozpraszania krytycznego, który by obejmował przynajmniej jakościowo wszystkie znane obecnie fakty eksperymentalne [22].

3. Metoda wariacyjna obliczania funkcji korelacji

Przedstawimy metodę wariacyjną obliczania funkcji korelacji. Punkt wyjścia stanowi założenie zawarte w pracach Smoluchowskiego [23, 24], że fluktuację parametru termodynamicznego, w małej części systemu rozpraszającego, można traktować jako podsystem w rezerwuarze, w sensie wprowadzonym przez Gibbsa, i to zarówno w sąsiedztwie punktu krytycznego, jak i w samym punkcie krytycznym. Oznacza to, że system rozpraszający traktuje się jako układ podsystemów, które stykają się ze sobą — każdy podsystem odpowiada jednemu obszarowi z pewną fluktuacją parametru termodynamicznego — lecz dla każdego z podsystemów pozostałe tworzą rezerwuar cieplny. Oddziaływanie pojedynczego podsystemu z rezerwuarem zaniedbuje się tak, jak przy wyprowadzaniu rozkładu kanonicznego Gibbsa. Korelacja spinów (molekuł) w punktach 0 i \vec{r} jest formalnym wyrazem tego, że w obszarze podsystemu występuje pewne przeciętne (w sensie średniej po ensemble) uporządkowanie spinów (molekuł). Wobec tego dla spinów możemy przyjąć, że

$$\langle \hat{S}_0^z(0) \hat{S}_r^z(0) \rangle \sim M^z(\vec{r}), \quad (3.1)$$

gdzie $M^z(\vec{r})$ oznacza moment magnetyczny w funkcji położenia w obszarze podsystemu, co odpowiada hipotezie statycznego skalowania w formie wyrażonej wzorem (2.5). Naturalnie moment magnetyczny można zastąpić innym parametrem termodynamicznym, np. liczbą molekuł w makroskopowo małej objętości otaczającej punkt \vec{r} , jeżeli chodzi o korelację pomiędzy molekułami w punktach 0 i \vec{r} . Wyznaczenie tego przestrzennego rozkładu momentu magnetycznego (lub gęstości molekuł) dokonuje się w oparciu o zasadę wariacyjną [25], która nawiązuje do pracy Smoluchowskiego [23].

Punktem wyjścia jest wyrażenie na prawdopodobieństwo, że w obszarze (który stanowi małą część systemu rozpraszającego) zawierającym N_1 spinów (lub molekuł) wystąpi fluktuacja pewnego parametru termodynamicznego, np. momentu magnetycznego lub liczby molekuł. To prawdopodobieństwo jest równe

$$p(a_1, a_2, \dots, a_{N_1}) da_1 \dots da_{N_1} = C e^{-L(a_1, \dots, a_{N_1})/k_B T_0} da_1 \dots da_{N_1}, \quad (3.2)$$

gdzie a_i oznaczają wartości fluktuacji tego parametru termodynamicznego w węzłach sieci r_i (np. momentu magnetycznego) lub w infinitezymalnych elementach objętości dv_i (dla liczby molekuł n_i), podczas gdy L oznacza pracę,

którą trzeba by wykonać w sposób odwracalny, aby taką fluktuację wytworzyć przez działanie odpowiedniej do rodzaju parametru fikcyjnej siły zewnętrznej¹. Praca ta, w zależności od rodzaju parametrów termodynamicznych przyjętych jako zmienne niezależne, jest równa zmianie energii swobodnej (Helmholtza albo Gibbsa, lub też ich modyfikacji), związanej z odchyleniem podsystemu od stanu równowagi. Warunek $L = 0$ oznacza, że podsystem jest w równowadze z rezerwuarem. Przyjmujemy, że odchylenie od równowagi ma być ekstremalne (L ekstremalne). Wobec tego mamy do czynienia z problemem znalezienia funkcji $\alpha(\vec{r})$, która zapewnia maksymalną wartość funkcjonału $L(\alpha(\vec{r}))$. Równanie Eulera tego zagadnienia wariacyjnego stanowi więc równanie różniczkowe dla funkcji $\alpha(\vec{r})$:

$$\frac{\partial L}{\partial \alpha} - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \alpha}{\partial x_i} \right)} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial^2 \alpha}{\partial x_i^2} \right)} = 0, \quad (3.3)$$

gdzie x_i oznaczają współrzędne kartezjańskie. Jakie przyjmiemy warunki brzegowe dla funkcji $\alpha(\vec{r})$ w celu scałkowania tego równania, to już zależy od rodzaju sytuacji fizycznej jaką zamierzamy opisać. Warunki: $\alpha(0) = \text{const}$, $\alpha(\infty) = 0$, prowadzą do rozkładów przestrzennych $\alpha(\vec{r})$, które jako szczególny przypadek obejmują korelację Ornsteina-Zernikego, naturalnie po wykorzystaniu relacji (2.5) pomiędzy przestrzennym rozkładem parametru termodynamicznego i odpowiednią funkcją korelacji. Wyższość tego sposobu obliczania funkcji korelacji w porównaniu z metodą Ornsteina i Zernikego jak i innymi znanymi w literaturze polega na tym, że pozwala on wyznaczyć tę funkcję dla wszystkich odległości i może być zastosowany do dowolnego systemu. Dokładność obliczeń jest uzależniona od stopnia przybliżenia z jakim wyznaczamy odpowiedni potencjał termodynamiczny.

Zatrzymajmy się chwilę nad sprawą sensu fizycznego tak wyznaczonego średniego rozkładu przestrzennego dowolnego parametru termodynamicznego, np. momentu magnetycznego.

Rozkład przestrzenny parametru termodynamicznego $\alpha(\vec{r})$ odpowiada chwilowej (lokalnej) równowadze termodynamicznej podsystemu. Pojęcie lokalnej równowagi termodynamicznej jest stosowane w termodynamice statystycznej, a więc nie wprowadzamy w tym miejscu nowego założenia. Na pytanie, dlaczego stan takiej chwilowej równowagi podsystemu jest stanem ekstremalnym ze względu na zmianę potencjału termodynamicznego, można odpowiedzieć, że jest to stan metastabilny, a więc wiąże się z nim ekstremum potencjału termodynamicznego. Tak wyznaczonemu rozkładowi przestrzennemu parametru $\alpha(\vec{r})$ należy przyporządkować chwilę czasu $t = 0$, gdyż od tej chwili fluktuację można opisać w terminach makroskopowych.

¹ Analogiczne wyrażenie na prawdopodobieństwo, jednakże w odniesieniu do zamkniętego systemu, wprowadzili Klein i Tisza.

4. Mechanizm powstawania fluktuacji

Weźmy przykład fluktuacji momentu magnetycznego. Traktowanie fluktuacji jako podsystemu w rezerwarze umożliwia wyróżnienie dwu mechanizmów powstawania fluktuacji momentu magnetycznego. Dla sprecyzowania pierwszego z nich przyjmiemy, że temperatura podsystemu jest równa temperaturze przeciętnej T_0 całego systemu rozpraszającego. Odchylenie uporządkowania spinów w podsystemie, od uporządkowania równowagi, wynika wtedy z ich wzajemnego oddziaływania wymiany, oddziaływania dipol-dipol lub jeszcze innego oddziaływania typu spinowego. Ruch cieplny spinów podsystemu jest reprezentowany wyłącznie ich temperaturą. Rola sieci krystalicznej w powstawaniu fluktuacji momentu magnetycznego jest drugoplanowa i sprowadza się do zapewnienia sieci spinów właśnie przeciętnej temperatury T_0 . Fluktuację tego typu można nazwać czysto magnetyczną. Jednakże fluktuacja momentu magnetycznego może powstać na innej drodze jako konsekwencja uprzedniej fluktuacji temperatury w sieci krystalicznej [26]. Przyjmijmy, że temperatura równowagi podsystemu spinów i siatki krystalicznej, z którą te spiny są sprzężone, wynosi T_0 i jest wyższa niż lub równa T_c . W podsystemie, o N_1 węzłach siatki krystalicznej, może wystąpić fluktuacja temperatury. Jeżeli polega ona na obniżeniu temperatury do wartości $T < T_c$, to w podsystemie pojawi się wraz z fluktuacją temperatury również fluktuacja momentu magnetycznego, pod warunkiem, że średni czas życia fluktuacji temperatury jest o wiele dłuższy niż czas, w ciągu którego dochodzą do równowagi spiny i sieć krystaliczna. Ten czas relaksacji nie został dotąd obliczony dla temperatur z przedziału krytycznego, więc warunek jest hipotetyczny. Tak powstałą fluktuację momentu magnetycznego można nazwać temperaturową. Naturalnie, taka rola fluktuacji temperatury sieci krystalicznej musi szybko maleć, wraz ze wzrostem temperatury równowagi T_0 , gdyż prawdopodobieństwo wystąpienia fluktuacji temperatury $\Delta T = T_0 - T$, określone wzorem

$$p(\Delta T) dT = C \exp \left[-\frac{C_v}{2k_B T_0^2} (\Delta T)^2 \right] dT, \quad (4.1)$$

bardzo szybko maleje, gdy T_0 wzrasta, zaś T ma pozostać poniżej T_c .

Zauważmy, że nie można uwarunkować pojawienia się fluktuacji momentu magnetycznego przez powstanie fluktuacji temperatury siatki spinów w oderwaniu od sieci krystalicznej (o tym, że jest sens używać takiego terminu jak temperatura spinów przekonuje przykład ujemnych temperatur bezwzględnych osiągalnych przez układ spinów jądrowych, którego temperatura może się różnić — w pewnych warunkach — od temperatury siatki krystalicznej), gdyż fluktuacje momentu magnetycznego i temperatury spinów są statystycznie niezależne, [27]

$$\langle (\Delta M)(\Delta T_s) \rangle = 0, \quad (4.2)$$

dopóki ograniczyć się do najniższego rzędu przybliżenia w wyrażeniu na prawdopodobieństwo ich wystąpienia. Drugi mechanizm powstawania fluktuacji momentu magnetycznego nie był brany pod uwagę w konwencjonalnej teorii krytycznego magnetycznego rozpraszania.

W teorii krytycznej opalescencji Smoluchowski zwrócił uwagę na fakt, że fluktuacje temperatury są niezależne statystycznie od fluktuacji gęstości molekuł [24], a więc

$$\langle(\Delta\rho)(\Delta T)\rangle = 0, \quad (4.3)$$

w pełnej analogii do niezależności fluktuacji uporządkowania spinów (momentu magnetycznego) i ich temperatury i dlatego ich znaczenie dla zjawiska krytycznej opalescencji jest drugorzędne.

Możliwość wystąpienia fluktuacji temperatury. Na skalę makroskopową można łatwo wytworzyć przestrzennie niejednorodny rozkład temperatury. Fenomenologicznego opisu zmian czasowych takiego rozkładu przestrzennego dostarcza fourierowska teoria przewodnictwa cieplnego. Zjawiska, w których mamy do czynienia z niejednakową temperaturą w badanym systemie, są jednak poza zasięgiem metod mechaniki statystycznej, zarówno w ujęciu Boltzmanna, jak i Gibbsa, z tą różnicą dla obu tych schematów, że problem niejednorodności temperatury w obszarze systemu mieści się w ramach schematu Boltzmanna, lecz jest poza ramami teorii Gibbsa, w której temperatura jest parametrem rozkładu statystycznego i wobec tego jest stała w całym systemie. W ostatnim czasie sformułowana została teoria [28], która stanowi próbę uogólnienia schematu Gibbsa na zjawiska nierównowagi termodynamicznej.

Prawdopodobieństwo wystąpienia fluktuacji temperatury w podsystemie oblicza się łatwo w teorii fluktuacji Smoluchowskiego [23] i Einsteina [29], w ramach formalizmu rozbudowanego przez Landaua i Lifshitz'a [30]. Zarzuty przeciwko zastosowaniu tego formalizmu do obliczenia fluktuacji parametrów intensywnych wysunął Münster [31]. Są one dwojakiego rodzaju. Pierwszy dotyczy sprawy fluktuacji parametrów intensywnych, które nie mają sensu mechanicznego, a więc temperatury. Drugi zarzut dotyczy konkretnej formuły na wielkość średniej kwadratowej fluktuacji ciśnienia, którą wyprowadzili Landau i Lifshitz. Münster wyprowadził inną formułę twierdząc, że poprzednicy są w błędzie. Odpowiedź na ten zarzut Münstera znajduje się w nieco wcześniejszej pracy Kleina [32], który wykazał, że formuła Landaua i Lifshitz'a wyprowadzona została dla innych warunków (przy innych ustalonych zmiennych termodynamicznych) aniżeli formuła uzyskana przez niego w ramach teorii Gibbsa i że z tym są związane różnice w wyniku ostatecznym na średnią kwadratową fluktuację ciśnienia. Ta sama uwaga odnosi się do wyrażenia na średnią kwadratową fluktuację ciśnienia w pracy Münstera, które wyprowadzone zostało przez niego w ramach teorii Gibbsa, dla warunków, których sens fizyczny jest trudny do uchwycenia. Zauważmy w tym miejscu, że u Gibbsa [33] teoria fluktuacji nie została w pełni rozwinięta. Gibbs obliczył średnie wartości kwa-

dratów i wyższych potęg odchyień od równowagi energii podsystemu oraz wyprowadził ogólną formułę na średni kwadrat odchylenia od wartości średniej dla dowolnego parametru intensywnego². Tej formuły nie zastosował jednak do konkretnego przykładu. Rzecz w tym, że jego ogólna formuła nie pozwala na obliczenie średniego kwadratu fluktuacji ciśnienia bez poczynienia dodatkowych założeń, co do sposobu obliczenia średniej wartości drugiej pochodnej energii podsystemu, która w niej występuje. Wynik ostateczny zależy więc od charakteru tych założeń. Jeżeli chodzi o fluktuacje temperatury, to stanowisko, że nie ma sensu o nich mówić, bo nie mieszczą się w ramach teorii Gibbsa, implikuje wykluczenie również fluktuacji entropii. Jednakże zajęcie takiego stanowiska pozbawia nas możliwości zbudowania teorii procesów nieodwracalnych, w której pojęcie chwilowej wartości entropii w sensie Boltzmann'a odgrywa rolę podstawową. W ramach teorii Boltzmann'a fluktuacje temperatury i entropii jako sprzężonych ze sobą parametrów nie podlegają dyskusji.

5. Zasięg korelacji

W teorii konwencjonalnej definiuje się zasięg korelacji spinów (molekuł) jako odwrotność parametru κ_1 w funkcji korelacji Ornsteina-Zernikego. Jest to definicja formalna, poza którą teoria ta nie wychodzi. Jeżeli traktujemy fluktuację jako podsystem w rezerwuarze cieplnym, to otwiera się droga do określenia fizycznego zasięgu korelacji spinów (molekuł). Można bowiem zapytać o średnie lub najbardziej prawdopodobne rozmiary liniowe podsystemu i zidentyfikować zasięg korelacji z najbardziej prawdopodobnym promieniem kulistego podsystemu.

Dokładniej biorąc sprawa ma się następująco. Wyrażenie na prawdopodobieństwo wystąpienia fluktuacji parametru termodynamicznego w obszarze podsystemu, który składa się z N_1 cząstek — mogą to być węzły sieci krystalicznej, spiny lub molekuly — zależy parametrycznie od tej liczby cząstek. Warunek

$$\frac{\partial p}{\partial N_1} = 0 \quad (5.1)$$

prowadzi do wyrażenia na najbardziej prawdopodobną wartość N_1 , którą można zidentyfikować z wartością średnią. Przy założeniu kulistego kształtu podsystemu jego promień R jest funkcją N_1 . Korzystając z hipotezy skalowania w formie (2.5) możemy zidentyfikować ten promień z zasięgiem korelacji spinów. Teraz jest to fizyczny a nie formalny zasięg korelacji. Obliczymy w ten sposób zasięgi korelacji dla fluktuacji temperatury i fluktuacji momentu magnetycznego (czysto magnetycznych). Dla fluktuacji temperatury w sieci kry-

² Gibbs nie używał terminu fluktuacja, który pochodzi od Smoluchowskiego.

stalicznej znajdujemy na podstawie wzoru (4.1) i warunku (5.1), że najbardziej prawdopodobna wartość liczby węzłów sieci N_1 wynosi

$$N_1 = \frac{T_0^2}{3(\Delta T)^2}, \quad (5.2)$$

a zatem promień R kulistego podsystemu jest równy

$$R = a \left[8\pi \left(\frac{T_0 - T}{T_0} \right)^2 \right]^{-1/3}, \quad (5.3)$$

gdzie a oznacza stałą siatki kubicznej (centrowanej przestrzennie), zaś T temperaturę fluktuacji.

Zaznaczmy, że w wyrażeniu (4.1) nie uwzględnia się przestrzennej niejednorodności fluktuacji — fluktuacja jest traktowana jako całość. Wobec tego promień R odpowiada przybliżeniu jednorodnej fluktuacji i wyznacza zasięg korelacji dla funkcji

$$g(r) = \text{constans}, \quad r \leq R,$$

$$g(r) = 0, \quad r > R.$$

W wypadku fluktuacji magnetycznych prawdopodobieństwo ich wystąpienia określa wyrażenie [34]:

$$p(\Delta I)dI = p(N_1 \Delta M)dI = C \exp \left[-\frac{(\partial B / \partial I)}{2k_B T_0} (N_1 \Delta M)^2 \right] dI, \quad (5.4)$$

ΔM = fluktuacja momentu magnetycznego w jednym węźle siatki. Po zastosowaniu warunku (5.1) znajdujemy, że najbardziej prawdopodobna liczba spinów podsystemu jest równa

$$N_1 = k_B T_0 \chi (\Delta M)^{-2} \quad (5.5)$$

$$\chi = \frac{\partial I}{\partial B} \frac{1}{N_1}.$$

Amplituda fluktuacji ΔM jest — podobnie jak poprzednio — parametrem. Jednakże granice zmian tego parametru są określone przez warunek, że fluktuacja momentu magnetycznego liczona na jeden spin atomowy nie może przekraczać wartości momentu magnetycznego związanego z tym spinem. W tym kontekście spotykane w literaturze stwierdzenia o nieskończonej fluktuacji w punkcie krytycznym są pozbawione sensu fizycznego.

Zaniedbanie średniej przestrzennej niejednorodności fluktuacji powoduje, że obliczone wyrażenia na N_1 zastosowane do wyznaczenia zasięgu korelacji stanowią tylko przybliżenia, z których można wnioskować o rzędzie wielkości i temperaturowej zależności zasięgu korelacji.

6. Statyczne funkcje korelacji obliczone metodą wariacyjną

Równanie różniczkowe, które uzyskujemy z zasady wariacyjnej może być typu eliptycznego lub hiperbolicznego, w zależności od rodzaju zmiennych termodynamicznych, obranych jako niezależne przy obliczaniu energii swobodnej podsystemu. Sprawa ta została przedyskutowana w wypadku ferromagnetyka lub antyferromagnetyka [25, 35, 36].

Weźmy pod uwagę wypadek ferromagnetyka. Jeżeli niezależnymi zmiennymi termodynamicznymi są pole zewnętrzne B_{ex} i moment magnetyczny I , to dla temperatur niezbyt bliskich T_c znajdujemy następujące równanie na rozkład przestrzenny momentu magnetycznego lub, wobec relacji (2.5), na funkcję korelacji $g(\vec{r})$:

$$(\Delta - \kappa_1^2)g(\vec{r}) = 0, \quad (6.1)$$

gdzie κ_1^2 jest funkcją temperatury, wyznaczoną w postaci wyraźnej. Dla temperatur bardzo bliskich T_c (dla żelaza odpowiada to otoczeniu około $\pm 2\text{K}$ wokół T_c) równanie to wymaga uzupełnienia wyrazami nieliniowymi (rozdz. II. 11). Równanie (6.1) zostało wyprowadzone po raz pierwszy przez Ornsteina i Zernikego, jednakże z tym ograniczeniem, że dotyczy wyłącznie dużych r , czyli funkcji korelacji dalekiego zasięgu, podczas gdy nasz sposób wyprowadzenia tego równania rozszerza jego zakres na wszystkie odległości również $\vec{r} \rightarrow 0$. Przy założeniu symetrii sferycznej, rozwiązaniem tego równania jest funkcja (2.1). Do sprawy innych rozwiązań tego równania powrócimy w dalszym ciągu, teraz zaś weźmy pod uwagę alternatywne równanie

$$(\Delta + \kappa_2^2)g(\vec{r}) = 0, \quad (6.2)$$

które otrzymujemy z zasady wariacyjnej wtedy, gdy jako niezależne zmienne termodynamiczne obierzemy pole lokalne czyli zewnętrzne plus molekularne, $B_{\text{ex}} + B_m$, oraz moment magnetyczny I . Parametr κ_2 praktycznie nie zależy od temperatury i został wyznaczony w postaci wyraźnej. Przy założeniu symetrii sferycznej, rozwiązaniem tego równania, które spełnia warunki brzegowe $g(0) = \text{constans}$, $g(\infty) = 0$, jest funkcja

$$g(r) = A \frac{|\sin \kappa_2 r|}{r}. \quad (6.3)$$

Zasięg korelacji tej funkcji wyznaczono przez powiązanie jej z fluktuacjami temperatury w sieci krystalicznej identyfikując go z wielkością R wyznaczoną przez formułę (5.3). Zauważmy od razu, że przekrój czynny obliczony w oparciu o tę funkcję korelacji wykazuje ciekawe własności. Dla małych wartości wektora rozpraszania \vec{q} pozwala wytłumaczyć wyniki eksperymentalne [38] podobnie jak przekrój czynny (2.2). Dla dużych q wynika z niego przesunięcie maksimum głównego rozpraszania oraz maksima boczne [26]. Oba te efekty zostały przewidziane właśnie na podstawie tej funkcji korelacji przed ich wykryciem eksperymentalnym w ferromagnetykach [39, 17, 40, 41].

Powróćmy teraz do równania (6.1). W poszukiwaniu rozwiązania, które jest ważne również dla $\vec{r} \rightarrow 0$, znajdujemy dla monokryształu o symetrii kubicznej funkcję

$$\langle \hat{S}_0^z(0) \hat{S}_r^z(0) \rangle = g(x, y, z) = A \exp \left[-\frac{\kappa_1}{\sqrt{3}} (|x| + |y| + |z|) \right], \quad (6.4)$$

gdzie x, y, z są kierunkami osi krystalicznych, zaś A parametrem, który wyznacza natężenie korelacji w centrum. Zauważmy od razu, że przekrój czynny związany z tą funkcją obejmuje jako szczególny przypadek przekrój czynny Ornsteina i Zernikego w teorii konwencjonalnej.

Rozwiązanie podobnego typu dla monokryształu kubicznego, którego konsekwencje zostały częściowo przebadane [49] jest następujące

$$g(x, y, z) = \frac{A}{\sin h \left(\frac{\kappa_1}{l\sqrt{3}} \right)} \sin h \left[\frac{\kappa_1}{\sqrt{3}} (l - |x| - |y| - |z|) \right], \quad (6.5)$$

$$|x| + |y| + |z| \leq l,$$

$$g(x, y, z) = 0,$$

$$|x| + |y| + |z| > l.$$

Jest ono tak dobrane, aby korelacja była równa zero poczynając od odległości wyznaczonej przez warunek $|x| + |y| + |z| > l$. Oba rozwiązania (6.4) i (6.5) spełniają warunek, że są niezmiennikami wobec przekształceń symetrii w sieci kubicznej. Rozwiązania te stanowią pierwsze próby wyjścia poza symetrię sferyczną, dla korelacji na małych odległościach — dla dużych odległości różnią się niewiele od korelacji Ornsteina-Zernikego. Konsekwencje tych rozwiązań dla przekroju czynnego omówimy w rozdziale 9.

7. Problem modelu systemu rozpraszającego przy obliczaniu przekroju czynnego

Ten problem wiąże się z wielkością obszaru całkowania przy obliczaniu transformaty fourierowskiej w wyrażeniu na przekrój czynny. W teorii konwencjonalnej wcale się go nie dyskutuje, gdyż jako obszar całkowania przyjmuje się jednostkę objętości systemu rozpraszającego. Pokażemy, że problem ten nie jest trywialny, jakby się mogło zdawać wobec braku zainteresowania innych autorów tą sprawą. W tym celu zacznijmy od przypomnienia sposobu obliczania przekroju czynnego przez Smoluchowskiego. Punkt wyjścia stanowi obserwacja, że ośrodek gazowy w otoczeniu punktu krytycznego ma ziarnistą strukturę uwarunkowaną lokalnymi fluktuacjami gęstości gazu, które rosną szybko w miarę, gdy temperatura ośrodka zbliża się do krytycznej. Fluktuacja gęstości gazu implikuje zmianę współczynnika załamania, wobec czego ośrodek gazowy staje się niejednorodny optycznie i rozprasza światło. Smoluchowski założył, że ośrodek rozpraszający można rozbić na komórki o objętościach V , rzędu λ^3 (gdzie λ = długość fali światła padającego), które niespójnie rozpraszają światło

padające. Model komórek, w których gęstość gazu $\rho = \rho_0 \pm \Delta\rho$ jest na przemian większa lub mniejsza niż przeciętna gęstość, jest idealizacją bardziej skomplikowanej, rzeczywistej sytuacji nierównomiernej gęstości gazu. Rozmiary komórek są związane z tym, że w objętościach rzędu λ^3 lub mniejszych, wielkość średniej fluktuacji gęstości prowadzi do obserwowalnych zmian współczynnika załamania gazu. Jednocześnie można przyjąć, że molekuly w obszarze jednej komórki rozpraszają spójnie. Założenie o niespójności rozpraszania przez molekuly z dwu różnych komórek o objętościach λ^3 pozostaje w zgodzie z tym, co się przyjmuje w optyce molekularnej. Z takim modelem fizycznym do dyspozycji, wystarczyło sięgnąć jeszcze po Rayleighowską teorię efektu Tyndalla, aby po zmianie ziaren kurzu, zawieszonych w powietrzu i niespójnie rozpraszających światło, na komórki o objętościach V_1 , napisać wyrażenie na przekrój czynny. Szczegóły takiego rachunku Smoluchowskiego [23] przedstawiliśmy na innym miejscu [37], przytoczymy więc tylko wyrażenie na różniczkowy przekrój czynny dla rozpraszania Tyndalla

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = N_f V_1^2 \frac{9\pi^2}{2n\lambda^4} \left(\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon} \right)^2 (1 + \cos^2\Theta) \quad (7.1)$$

(gdzie N_f jest liczbą ziaren kurzu w jednostce objętości, V_1 objętością jednego ziarna o kształcie kulistym, λ długością fali padającej w próżni, n współczynnikiem załamania gazu, w którym zawieszono są ziarna, ε i ε_1 stałymi dielektrycznymi gazu i ziarna, wreszcie Θ kątem rozpraszania), oraz ostateczne wyrażenie na przekrój czynny dla opalescencji krytycznej wynikające z niego po zastosowaniu modelu Smoluchowskiego

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{op.}} &= N_f V_1^2 \frac{2\pi^2}{n\lambda^4} \left[\frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{6n^2} \right]^2 k_B T_0 \chi V_1^{-1} = \\ &= \frac{2\pi^2}{n\lambda^4} \left[\frac{(n^2 - 1)(n^2 + 2)}{6n^2} \right]^2 k_B T_0 \chi, \end{aligned} \quad (7.2)$$

gdyż $N_f V_1 = 1$ (jednostce objętości) dla modelu Smoluchowskiego. W tym wyrażeniu ściśliwość izotermiczna χ pojawiła się z tego powodu, że fluktuację gęstości w każdej komórce wyrażono przez jej średni kwadrat

$$\langle (\Delta\rho)^2 \rangle = k_B T_0 \rho_0^2 V_1^{-1} \chi. \quad (7.3)$$

Zwracamy szczególną uwagę na fakt, że objętość komórki nie figuruje w ostatecznym wyrażeniu na przekrój czynny dzięki założeniu, że jednostka objętości składa się z N_f komórek. Tym samym, założenie o rozmiarach jednej komórki jest istotne tylko z punktu widzenia optycznego, gdyż nie można założyć spójności rozpraszania przez molekuly w obszarze zbyt dużym. Model Smoluchowskiego został przyjęty dla obliczenia przekroju czynnego przez Einsteina [29] oraz Keesoma [43].

Sprawę modelu systemu rozpraszającego w teorii opalescencji Ornsteina i Zernikego można scharakteryzować następująco: w oryginalnej wersji teorii

obliczono przekrój czynny dla dużej w porównaniu z długością fali światła objętości, wyciętej w całym systemie rozpraszającym (to sformułowanie oddaje sens oryginalnego stwierdzenia autorów). Sprawę przejścia od tej objętości do jednostki objętości pozostawili oni otwartą i ich przekrój czynny zawiera niemierzalny parametr jakim jest ta objętość rozpraszająca. W swym wykładzie o teorii krytycznej opalescencji Rosenfeld [44] oblicza rozpraszanie od objętości typu kostki w modelu Smoluchowskiego. Aby się pozbyć w wyniku ostatecznym niewygodnego parametru, jakim jest objętość tej kostki — gdyż Rosenfeld nie przyjmuje modelu Smoluchowskiego — Rosenfeld zamiast posługiwać się normalną definicją przekroju czynnego, definiuje tak zwany współczynnik rozpraszania, który co prawda ma wymiar przekroju czynnego, lecz inną wartość bezwzględną.

Jeżeli nie traktujemy komórki w modelu Smoluchowskiego jako jeden dipol Hertza, lecz uwzględniamy rozpraszanie przez każdą molekułę oddzielnie, to przekrój czynny na rozpraszanie przez molekuly w tej komórce ma postać

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^4 \frac{(n^2-1)^2}{nN^2} (1 + \cos^2\Theta) |\Phi|^2, \quad (7.4)$$

gdzie N jest liczbą molekul w jednostce objętości, a Φ oznacza czynnik fazowy,

$$\Phi = \sum_{j=1}^{N_1} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_j}, \quad (7.5)$$

$$\vec{q} = \vec{k}_0 - \vec{k},$$

związany z założeniem o spójności promieniowania przez molekuly, których położenia wyznaczają wektory \vec{r}_j , przy czym całkowita liczba molekul wynosi N_1 . Zaznaczmy, że ten przekrój czynny odpowiada przekrojowi czynnemu na rozpraszanie Tyndallovskie (7.1), lub przekrojowi czynnemu na krytyczną opalescencję (7.2) dla $N_j = 1$, czyli dla jednego ziarna lub komórki w jednostce objętości. Przyjęcie modelu Smoluchowskiego pozwala obliczyć przekrój czynny dla jednostki objętości systemu rozpraszającego po wymnożeniu formuły (7.4) przez V_1^{-1} , czyli liczbę komórek w jednostce objętości.

Rolę czynnika fazowego Φ można objaśnić w następujący sposób. Podzielmy objętość V_1 na m małych jednakowych elementów Δv_μ tak, że zmiany różnicy fazy $\vec{q} \cdot \vec{r}_j$ dla molekul w obrębie Δv_μ mogą być zaniedbane. Wtedy możemy przepisać Φ w postaci

$$\Phi = \sum_{\mu=1}^m n_\mu e^{i\varphi_\mu}, \quad (7.6)$$

gdzie n_μ oznacza liczbę molekul w objętości Δv_μ , a φ_μ wspólną dla nich różnicę fazy. Jeżeli oznaczymy

$$n_\mu = \langle n_\mu \rangle + \Delta n_\mu, \quad (7.7)$$

gdzie $\langle n_\mu \rangle$ oznacza średnią liczbę molekuł w objętości Δv_μ , to mamy

$$\langle |\Phi|^2 \rangle = \langle n_\mu \rangle^2 \sum_{\mu, \nu}^m e^{i(\varphi_\nu - \varphi_\mu)} + \sum_{\mu, \nu} \langle \Delta n_\mu \Delta n_\nu \rangle e^{i(\varphi_\nu - \varphi_\mu)}. \quad (7.8)$$

Pierwszy wyraz po prawej stronie (7.8) przyjmuje następujące wartości

$$\langle n_\mu \rangle^2 \sum_{\mu, \nu}^m e^{i(\varphi_\nu - \varphi_\mu)} = \begin{cases} 0, & \text{dla } \vec{q} \neq 0, \\ \langle n_\mu \rangle^2 m, & \text{dla } \vec{q} = 0, \end{cases} \quad (7.9)$$

co oznacza, że wnosi udział tylko w promieniowanie wyemitowane w kierunku biegu fali padającej. Drugi wyraz jest równy zero tylko wtedy, gdy znikają fluktuacje liczby molekuł w objętościach Δv_μ i wnosi udział zarówno do rozpraszania, jak i transmisji promieniowania. Ta dyskusja czynnika $\langle |\Phi|^2 \rangle$ ilustruje więc rolę fluktuacji gęstości dla rozpraszania. W wypadku braku fluktuacji, mamy do czynienia tylko z transmisją fali padającej.

Po tej elementarnej dyskusji zapiszmy czynnik fazowy w takiej postaci, jaką się stosuje we współczesnej teorii.

Przez relacje

$$G(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \langle |\Phi|^2 \rangle e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3\vec{q} \quad (7.10)$$

definiujemy funkcję $G(\vec{r})$, którą po zastosowaniu formuły na spłot funkcji przepisujemy w postaci

$$\begin{aligned} G(\vec{r}) &= \left\langle \sum_{j,k} \int d^3\vec{r}' \delta(\vec{r} + \vec{r}_j - \vec{r}') \delta(\vec{r}' - \vec{r}_k) \right\rangle = \\ &= \left\langle \sum_{j=k} \int d^3\vec{r}' \delta(\vec{r} + \vec{r}_j - \vec{r}') \delta(\vec{r}' - \vec{r}_j) \right\rangle + \\ &\quad + \left\langle \sum_{j \neq k} \int d^3\vec{r}' \delta(\vec{r} + \vec{r}_j - \vec{r}') \delta(\vec{r}' - \vec{r}_k) \right\rangle = \\ &= N_1 \delta(\vec{r}) + N_1 g(\vec{r}), \end{aligned} \quad (7.11)$$

gdzie $g(\vec{r})$ oznacza funkcję korelacji molekuł. Po dokonaniu transformacji odwrotnej znajdujemy na podstawie (7.10) i (7.11) wyrażenie na czynnik fazowy

$$\langle |\Phi|^2 \rangle = N_1 \left(1 + \frac{1}{2\pi} \int_{V_1} e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} g(\vec{r}) d^3\vec{r} \right). \quad (7.12)$$

Istotne jest to, że czynnik fazowy jest proporcjonalny do średniej liczby molekuł N_1 w objętości V_1 , a zatem do samej objętości V_1 , gdyż $N_1 = NV_1$, gdzie N oznacza liczbę molekuł w jednostce objętości. Wobec tego po podstawieniu (7.12)

do przekroju czynnego (7.4) i wymnożeniu przez liczbę komórek w jednostce objętości otrzymujemy wyrażenie na przekrój czynny

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{jedn. obj.}} &= \frac{1}{V_1} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{1 \text{ komórka rozpraszająca w jedn. obj.}} = \\ &= \frac{1}{32\pi^2} \left(\frac{\omega_0}{c}\right)^4 \frac{(n^2-1)}{nN} (1 + \cos^2\Theta) \left(1 + \frac{1}{2\pi} \int_{V_1} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} g(\vec{r}) d^3\vec{r}\right), \quad (7.13) \end{aligned}$$

w którym zależność od objętości V_1 figuruje już tylko w transformacie fourierowskiej.

Skonfrontujemy ten wynik z odpowiednim wyrażeniem na przekrój czynny teorii konwencjonalnej. Tam liczy się przekrój czynny od razu na jednostkę objętości. Oznacza to — dokonywane na milcząco — założenie o spójności promieniowania przez każde dwie molekuly z jednostki objętości i sumowania w czynniku fazowym Φ (wzór (7.5)) po wszystkich molekułach z jednostki objętości. Wszystkie kroki przeprowadzone od wzoru (7.5) do (7.11) można znowu wykonać po zamianie liczby N_1 molekuł w objętości V_1 przez liczbę N w jednostce objętości.

Czynnik $\langle |\Phi|^2 \rangle$ przyjmuje więc postać

$$\langle |\Phi|^2 \rangle = N \left(1 + \frac{1}{2\pi} \int_{\text{jedn. obj.}} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} g(\vec{r}) d^3\vec{r}\right), \quad (7.14)$$

a przekrój czynny otrzymany po wstawieniu wyrażenia (7.14) do (7.4) różni się od przekroju (7.13) tylko obszarem obliczania transformaty fourierowskiej. Ponieważ w teorii konwencjonalnej charakter sferyczno-symetrycznej funkcji korelacji $g(r)$ zapewnia szybką zbieżność transformaty fourierowskiej, całkę względem r oblicza się w granicach $(0, \infty)$ z znanym rezultatem (2.2). Wynik ten uzyskuje się jednak kosztem założenia, o spójności promieniowania molekuł w dowolnych różnych punktach jednostki objętości, któremu zaprzeczają podręczniki optyki molekularnej. Co więcej, założenie o niespójności promieniowania przez molekuly z różnych objętości o wielkości rzędu λ^3 jest podstawowe w bieżących pracach poświęconych optyce molekularnej [45]. Przekrój czynny (7.13) nie jest narażony na zarzut sprzeczności z zasadami optyki molekularnej. Pozostaje jeszcze sprawa granic całkowania. Okazuje się, że przyjęcie nieskończonego obszaru całkowania w (7.14) prowadzi do zaniedbania pewnych mierzalnych efektów. Skończone granice całkowania w (7.13) prowadzą bowiem do zjawiska bocznych maksimum rozpraszania. Zjawisko to zostało przewidziane teoretycznie w ferromagnetykach [26], a następnie wykryte eksperymentalnie [41]. Sprawa modelu systemu rozpraszającego jest więc daleka od trywialności i można rozstrzygnąć eksperymentalnie, który z dwu modeli jest bliższy rzeczywistości. Cała ta dyskusja zachowuje *mutatis mutandis* wartość dla rozpraszania neutronów w ferromagnetykach lub antyferromagnetykach czy stopach podwójnych, względnie przy rozpraszaniu promieni X.

8. Interpretacja funkcji korelacji

Z wielkością obszaru całkowania w wyrażeniach (7.12) i (7.14) wiąże się sprawa sensu fizycznego funkcji korelacji $g(\vec{r})$. W teorii konwencjonalnej funkcja $g(r)$ określa korelację pomiędzy molekułą w punkcie $r = 0$ (który można obrać w dowolnym miejscu systemu rozpraszającego) a molekułą w punkcie $r > 0$, przy czym odległość r musi przewyższać pewną odległość minimalną $r > r_0$, gdyż dla mniejszych odległości funkcję $g(r)$ zastępuje się funkcją tzw. korelacji bezpośredniej $f(r)$. Funkcji tej do obliczenia przekroju czynnego zupełnie się nie wykorzystuje i przy obliczaniu całki w przedziale $(0, \infty)$ stosuje się funkcję $g(r)$ również dla małych r , dla których nie jest w teorii konwencjonalnej zdefiniowana. W modelu Smoluchowskiego wiążemy funkcję korelacji z molekułami w objętości V_1 i przypisujemy jej sens również dla małych r , zgodnie ze sposobem jej obliczenia w rozdziale II. 4.

Przez hipotezę skalowania w formie (2.5), funkcja korelacji jest formalnym wyrazem występowania w pewnym obszarze wokół punktu $\vec{r} = 0$, przeciętnego uporządkowania molekuł. Interpretacja konwencjonalna rozciąga to uporządkowanie na cały system rozpraszający. W modelu Smoluchowskiego korelacja jest wyrazem występowania przeciętnego uporządkowania (w sensie średniej po ensemble) w obszarze o objętości V_1 . Wydaje się, że interpretacja w modelu Smoluchowskiego jest bliska wyobrażeniom fizycznym o lokalnym charakterze zagęszczeń i zarządzeń gazu, czego nie można powiedzieć o interpretacji konwencjonalnej.

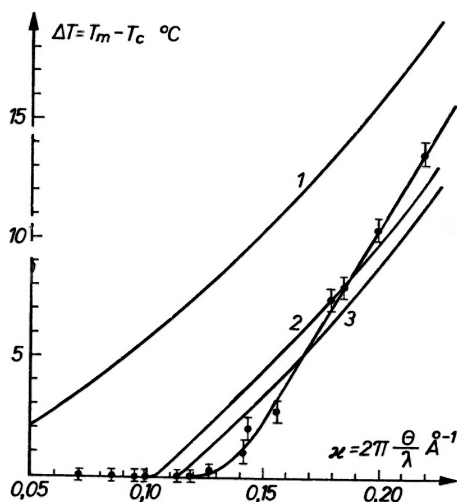
Sens fizyczny funkcji korelacji ma jeszcze jeden aspekt. Ornstein i Zernike skrytykowali założenie o podziale systemu rozpraszającego na komórki o objętościach λ^3 , które niezależnie od siebie rozpraszają światło stwierdzając, że w miarę gdy temperatura systemu zbliża się do krytycznej, założenie takie jest niedopuszczalne, bo fluktuacje w poszczególnych komórkach szybko wzrastają i wobec tego występuje pomiędzy nimi korelacja. Sądząc po brzmieniu tej krytyki, zamierzali oni obliczyć wzajemną korelację fluktuacji w tych elementach objętości. W literaturze panuje pogląd, że rzeczywiście tego dokonali. Musi więc dziwić fakt, że Ornstein i Zernike obliczyli tylko korelację pomiędzy elementami objętości tak małymi, że w każdym z nich jest nie więcej niż jedna molekula. Tymczasem objętość rzędu λ^3 zawiera w warunkach krytycznych liczbę molekuł rzędu 10^7 (dlatego właśnie można ją traktować jako podsystem w rezerwarze). Korelacji fluktuacji w tych infimezmalnych elementach objętości nie można identyfikować z korelacją fluktuacji w elementach objętości o wielkości rzędu λ^3 . Nie pomoże tu naturalnie odwoływanie się do hipotezy skalowania, gdyż dotyczy ona niezależności korelacji od wielkości elementów objętości, dopóki są one małe w porównaniu z zasięgiem korelacji, a tymczasem właśnie zasięg korelacji wyznacza promień kuli o objętości $V_1 = \lambda^3$. Sprawa ta została szczegółowo przedyskutowana na innym miejscu [37], więc przytoczyliśmy tylko wynik tej dyskusji. Zwolennik konwencjonalnej teorii mógłby argumentować, że w bezpośrednim sąsiedztwie punktu krytycznego zasięg korelacji staje się

istotnych uzupełnień pojęciowych, a za to bardzo komplikuje dyskusję własności, zatem jest w tym miejscu niecelowe.

Funkcja korelacji (6.3). Dla tej funkcji przekrój (1.1) przyjmuje postać

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{\kappa_2 q} \int_0^R |\sin \kappa_2 r| \sin qr dr, \quad (9.1)$$

gdzie opuściliśmy czynniki w przekroju (9.1) nieistotne dla dyskusji jego własności, a zasięg korelacji wyznacza wzór (5.3). Całkę, która występuje w (9.1) można wykonać analitycznie [46], lecz do dyskusji własności przekroju wygodniejsza jest jego postać (9.1). Całka w (9.1) polega na sumowaniu dodatnich i ujemnych udziałów od funkcji podcałkowej i dlatego łatwo spostrzec, że prowadzi do oscylującego przekroju czynnego. Ten przekrój czynny pozwala wytłumaczyć przesunięcie maksimum głównego na osi temperatury (rys. 1, 2) oraz występowanie maksimum bocznych rozpraszania. Przewidziana zależność położenia tych maksimum od długości fali neutronów i temperatury systemu jest zgodna z wymierzoną z dobrą dokładnością (rys. 3, 4).



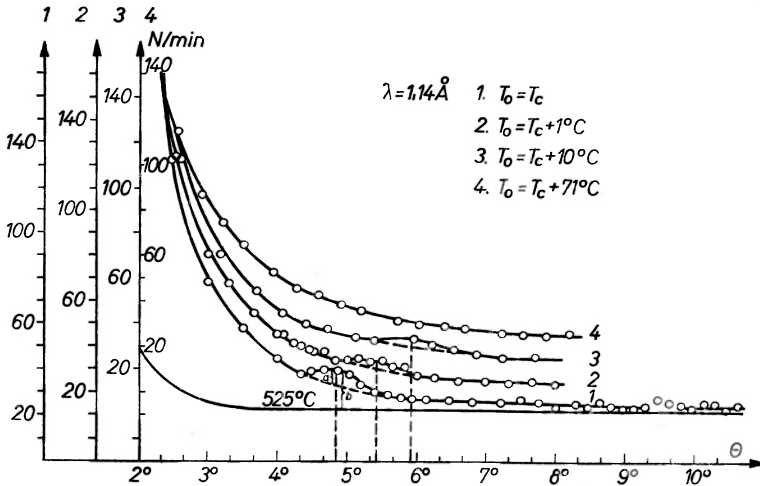
Rys. 2. Zależność przesunięcia maksimum rozpraszania od wielkości wektora rozpraszania \vec{q} . Krzywe teoretyczne 1, 2 i 3 odpowiadają różnym wartościom parametru, jakim jest temperatura fluktuacji we wzorze (II, 5.3) na zasięg korelacji [40]

Funkcja korelacji (6.4). Charakter maksimum bocznych dla tej funkcji nie został jeszcze przebadany. Ponieważ skończone granice całkowania prowadzą przede wszystkim do maksimum bocznych, więc jeżeli nie chcemy badać tego efektu, to możemy obliczać transformatę fourierowską w obszarze nieskończonym. Okazuje się, że w tym przybliżeniu przekrój czynny wykazuje bardzo interesujące własności. Przede wszystkim, ma różną postać

dla monokryształu i dla polikryształu. Dla monokryształu znajdujemy wyrażenie

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{A\kappa_1^3}{\left(q_x^2 + \frac{\kappa_1^2}{3}\right) \left(q_y^2 + \frac{\kappa_1^2}{3}\right) \left(q_z^2 + \frac{\kappa_1^2}{3}\right)}, \quad (9.2)$$

które prowadzi do zależności natężenia rozpraszania od kierunku wektora \vec{q} [34] sprawdzonej eksperymentalnie dla krytycznego rozpraszania neutronów i promieni X w ferroelektrykach [67, 68, 69].



Rys. 3. Rozpraszanie krytyczne neutronów w długości fali $\lambda = 1,14 \text{ \AA}$ dla różnych temperatur. Stabilność temperatury próbki równa $\pm 0,1 \text{ K}$, średnice kółek wyznaczających punkty eksperymentalne określają błąd statystyczny zliczeń. Wysokość pierwszego maksimum boczego dla temperatury próbki $T_0 = T_c$ stanowi 40% natężenia zmierzonego ponad poziomem tła rozpraszania. Położenie katowe maksimum boczego zależy od temperatury próbki w sposób w przybliżeniu zgodny z przewidywanym [41]

Uśrednienie tego przekroju czynnego ze względu na kierunki wektora \vec{q} prowadzi do wyrażenia dla polikryształu

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{polikr.}} \sim A \frac{\kappa_1 \arctg(\sqrt{1+2p/p}) + \arctg(1/\sqrt{1+2p})}{q^4 (1+3p)\sqrt{1+2p}}, \quad (9.3)$$

$$p = \kappa_1^2/3q^2,$$

które dla małych q , ($q \ll \kappa_1$), przechodzi w przekrój czynny Ornsteina i Zernikego:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{polikr.}} \sim \frac{A}{\kappa_1} \frac{1}{\left(q^2 + \frac{2}{3}\kappa_1^2\right)}, \quad (9.4)$$

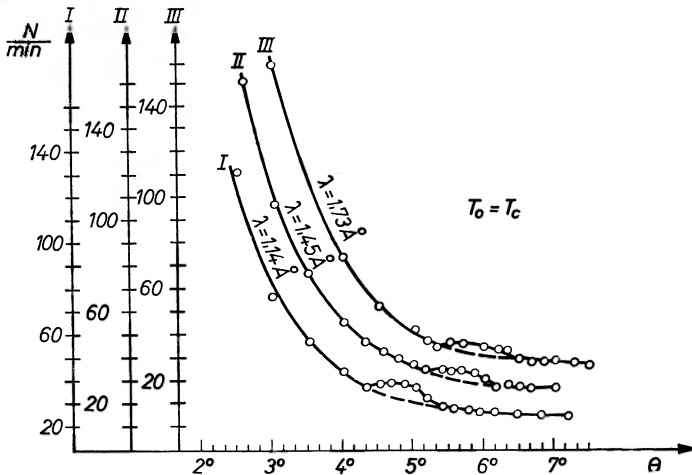
dla dużych q , ($q \gg \kappa_1$), ma postać

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{polikr.}} \sim \frac{A\kappa_1}{q^4} \quad (9.5)$$

i które dla pośrednich wartości q , ($q \sim \kappa_1$), można sprowadzić do postaci

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{polikr.}} \sim \frac{A\kappa_1}{\left(q^2 + a\frac{\kappa_1^2}{3}\right)^2} f(a, p), \quad (9.6)$$

gdzie a jest parametrem tak dobranym, aby funkcja $f(a, p)$ była stała dla tego przedziału wartości p , które są ważne z eksperymentalnego punktu widzenia (dla $0 < p < 0,1$, przy $a = 2,32$, funkcja $f = 3\pi/4$, z dokładnością lepszą niż 1%).



Rys. 4. Rozpraszanie krytyczne neutronów w temperaturze Curie, dla różnych długości fali. Stabilność temperatury próbki równa $\pm 0,1$ K. Położenie kątowne maksimum bocznego zależy od długości fali w sposób w przybliżeniu zgodny z przewidywanym [41]

Znaczenie korelacji (6.4) polega na tym, że dla małych q prowadzi do przekroju czynnego Ornsteina i Zernikego, którego zalety są dla takich wartości q ugruntowane, zaś dla dużych i pośrednich q , do przekrojów czynnych (9.5) i (9.6), które zostały uprzednio wymierzone [17, 47].

Jednocześnie korelacja ta prowadzi do przesunięcia maksimum głównego rozpraszania. Z ogólnego warunku na to maksimum

$$\frac{d}{dT_0} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = 0, \quad (9.7)$$

znaleźć można po podstawieniu wyrażenia (9.2) lub (9.6) zależność pomiędzy wielkością wektora rozpraszania q a temperaturą systemu T_0 , dla której występuje maksimum rozpraszania. W wypadku monokryształu występuje za-

leżność wielkości tego przesunięcia maksimum od kierunku wektora \vec{q} względem osi kryształu. Poza tym, na podstawie wzoru (9.3) występuje możliwość wytłumaczenia zależności pomiędzy wielkością przesunięcia maksimum a liczbą dyslokacji w kryształach, która została wykryta eksperymentalnie [48].

Funkcja korelacji (6.5). Przekrój czynny dla tej funkcji korelacji spełnia warunek modelu Smoluchowskiego, gdyż transformatę fourierowską oblicza się w skończonym obszarze określonym przez warunek

$$l = |x| + |y| + |z| = \text{constans.} \quad (9.8)$$

Wzór (5.5) na najbardziej prawdopodobną liczbę spinów N_1 prowadzi do następującego wyrażenia dla parametru l :

$$l = a \sqrt[3]{\frac{3 k_B T_0 \chi}{8 (\Delta M)^2}} \quad (9.9)$$

(dla siatki kubicznej przestrzennie centrowanej), gdzie ΔM oznacza fluktuację momentu magnetycznego na jeden spin. Parametr l jest odpowiednikiem promienia R i wyznacza zasięg korelacji. Po wyrażeniu na przekrój czynny związany z korelacją (6.5) odsyłamy do pracy oryginalnej [49], teraz zaznaczymy tylko, że przekrój ten ma charakter oscylacyjny i prowadzi do maksimum bocznych rozpraszania. Ważne jest przy tym to, że położenie kątowe tych maksimum zależy od wartości zewnętrznego pola magnetycznego, podczas gdy maksimum przewidywane w oparciu o fluktuacje temperatury w sieci krystalicznej i związane przez to z zasięgiem korelacji (5.3) nie zmieniają położenia w polu magnetycznym. Wobec tego eksperyment może rozstrzygnąć pomiędzy tymi alternatywnymi opisami. Pomiar taki nie został dotąd wykonany.

10. Przekrój czynny w modelu o dwu rodzajach komórek rozpraszających

Przekrój czynny w postaci (7.13) umożliwia wprowadzenie dwu rodzajów komórek rozpraszających. Taka ewentualność była brana pod uwagę w związku z dyskusją roli fluktuacji temperatury [37, 50]. Możemy sobie wyobrazić, że część systemu rozpraszającego jest z powodu fluktuacji temperatury stale w temperaturze poniżej T_c , pomimo że przeciętna temperatura całego systemu jest wyższa niż T_c . Korelację spinów w części systemu o temperaturze poniżej T_c opisujemy funkcją oscylującą (6.3), zaś korelację spinów w pozostałej części systemu funkcją (6.4) lub (6.5), związaną z fluktuacjami czysto magnetycznymi. Odpowiednik magnetyczny przekroju czynnego (7.13) składa się teraz z dwu części

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{jedn. obj.}} = W_m \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_m + W_T \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_T, \quad (10.1)$$

gdzie W_m i W_T oznaczają względne liczby komórek, które odpowiadają fluktuacjom czysto magnetycznym i temperaturowym. W obecnym stadium wiedzy

o krytycznym rozpraszaniu, rola fluktuacji czysto magnetycznych nie budzi wątpliwości, jednakże nie można wykluczyć roli fluktuacji temperaturowych przede wszystkim wobec efektu maksimów bocznych, których zachowanie eksperymentalne zgadza się jak dotąd z przewidzianym.

11. Bezpośrednie sąsiedztwo punktu krytycznego

Jako bezpośrednie sąsiedztwo punktu krytycznego rozumiemy przedział temperatury powyżej punktu krytycznego, taki że $(T_0 - T_c)/T_c < 10^{-4}$. Wynika on zarówno z teorii typu Smoluchowskiego, jak i eksperymentów, które wykazują, że zawodzą ekstrapolacje teorii konwencjonalnej dokonywane w tym obszarze.

Pierwsze rozwiązanie problemu przekroju czynnego w punkcie krytycznym należy do Smoluchowskiego. Polega ono na tym, że wyrażenie na średni kwadrat fluktuacji gęstości molekuł, które występuje w przekroju czynnym (i determinuje jego zależność od temperatury) można obliczyć w różnym stopniu przybliżenia. Poza punktem krytycznym wystarczy przybliżenie najniższego rzędu, lecz w punkcie krytycznym średni kwadrat fluktuacji jest rozbieżny, jeśli ograniczyć się do tego przybliżenia. Prowadzi to do nieskończonego natężenia rozproszenia w punkcie krytycznym, czyli do niefizycznego efektu. Wobec tego Smoluchowski obliczył w punkcie krytycznym średni kwadrat fluktuacji przy zastosowaniu następnego rzędu przybliżenia w wyrażeniu na prawdopodobieństwo wystąpienia fluktuacji i uzyskał skończone choć względnie duże natężenie rozpraszania. Zauważmy, że Einstein w swoim rozwinięciu teorii Smoluchowskiego przejął argumentację Smoluchowskiego [29]. Tę argumentację odrzuca się w konwencjonalnej teorii z następującego powodu, wysuniętego jeszcze przez Ornsteina i Zernikego.

Podstawą do krytyki jest wyrażenie na średni kwadrat fluktuacji gęstości molekuł w obszarze podsystemu o objętości V podzielonego na komórki typu Smoluchowskiego o objętościach V_1 :

$$\langle (\Delta N_V)^2 \rangle = \left\langle \sum_j (\Delta N_{1,j})^2 \right\rangle + \left\langle \sum_{j \neq k} (\Delta N_{1,j})(\Delta N_{1,k}) \right\rangle, \quad (11.1)$$

gdzie $\Delta N_{1,j}$ oznaczają fluktuacje liczby molekuł w objętościach $V_{1,j}$. Drugi wyraz po prawej stronie określa korelację. Nie wdając się przez chwilę w sposób obliczania lewej strony tej relacji przyjmijmy, że znamy zależność temperaturową tej lewej strony i, że wzrasta ona w miarę, gdy temperatura zbliża się do krytycznej. Co możemy na tej podstawie powiedzieć o zachowaniu korelacji po prawej stronie? Jeżeli skądinąd wiemy, że pierwszy wyraz po prawej stronie (11.1) jest prawie stały, to całą zależność temperaturową lewej strony możemy związać z zachowaniem się korelacji. Jednakże jeżeli ten pierwszy wyraz zmienia się z temperaturą, to trzeba znać tę zależność, aby móc wyznaczyć temperaturową zależność korelacji. Ze względu na to, że $\Delta N_{1,j}$ oznacza fluktuacje

w podsystemie o objętości V_1 , to możemy w celu obliczenia $\langle \sum_j (\Delta N_{1,j})^2 \rangle$ zastosować powtórnie formułę (11.1) z tym, że teraz dzielimy objętość V_1 na małe objętości zawierające średnio jedną molekułę, a więc

$$\langle (\Delta N_{1,j})^2 \rangle = \sum_{\mu} \langle (\Delta n_{\mu})^2 \rangle + \sum_{\mu \neq \nu} \langle (\Delta n_{\mu})(\Delta n_{\nu}) \rangle = \langle N_{1,j} \rangle + \sum_{\mu \neq \nu} \langle (\Delta n_{\mu})(\Delta n_{\nu}) \rangle, \quad (11.2)$$

gdź do pierwszego wyrazu po prawej stronie możemy zastosować relację dla gazu idealnego

$$\langle (\Delta n_{\mu})^2 \rangle = \langle n_{\mu} \rangle, \quad (11.3)$$

a więc

$$\sum_{\mu} \langle (\Delta n_{\mu})^2 \rangle = m \langle n_{\mu} \rangle = \langle N_1 \rangle, \quad (11.4)$$

gdzie m oznacza liczbę elementów objętości Δv_{μ} , na które podzieliliśmy V_1 . Po podstawieniu (11.2) do (11.1) otrzymujemy relację

$$\begin{aligned} \langle (\Delta N_V)^2 \rangle &= \sum_j \left[\langle N_{1,j} \rangle + \sum_{\mu \neq \nu} \langle (\Delta n_{\mu})(\Delta n_{\nu}) \rangle \right] + \left\langle \sum_{j \neq k} (\Delta N_{1,j})(\Delta N_{1,k}) \right\rangle = \\ &= \langle N_V \rangle + \sum_j \sum_{\mu \neq \nu} \langle (\Delta n_{\mu})(\Delta n_{\nu}) \rangle + \left\langle \sum_{j \neq k} (\Delta N_{1,j})(\Delta N_{1,k}) \right\rangle. \end{aligned} \quad (11.5)$$

Widać wyraźnie, że zależność temperaturowa lewej strony może się wiązać z zależnością temperaturową obu wyrazów korelacyjnych po prawej stronie. Ponieważ właśnie wyraz

$$\sum_{\mu \neq \nu} \langle (\Delta n_{\mu})(\Delta n_{\nu}) \rangle$$

prowadzi do korelacji Ornsteina-Zernikego, mamy relację

$$\sum_j \sum_{\mu \neq \nu} \langle (\Delta n_{\mu})(\Delta n_{\nu}) \rangle = \sum_j N_{1,j} \int g(r) dr = \langle N_V \rangle \int g(r) dr, \quad (11.6)$$

co oznacza, że

$$\left\langle \sum_{j \neq k} (\Delta N_{1,j})(\Delta N_{1,k}) \right\rangle = 0, \quad (11.7)$$

a więc brak korelacji pomiędzy komórkami w modelu Smoluchowskiego. Zauważmy z naciskiem, że nie jest znany w literaturze inny sposób na obliczenie pierwszego wyrazu po prawej stronie relacji (11.1) aniżeli zastosowany, wobec tego w wypadku odrzucenia tego sposobu, o korelacji pomiędzy komórkami Smoluchowskiego nie na podstawie relacji (11.1) powiedzieć nie można. Dodajmy, że dla gazu rzeczywistego zajmującego objętość V_1 , w której znajduje się mikroskopowo duża liczba molekuł, nie można stosować formuły (11.3) na średni kwadrat fluktuacji.

Na czym więc polega krytyka Ornsteina i Zernikego? Krótko mówiąc, na użyciu terminu „element objętości“ w dwu znaczeniach, raz jako objętość komórki w modelu Smoluchowskiego i drugi raz jako objętość małej części tej komórki zastosowanej przy obliczaniu relacji (11.2). Ornstein i Zernike skrytykowali zaniechanie przez Smoluchowskiego korelacji pomiędzy elementami objętości V_1 (znaczenie pierwsze tego terminu), a obliczyli korelację pomiędzy bardzo małymi elementami objętości Δv_μ (znaczenie drugie tego terminu) zastępując w konkluzji jedno znaczenie drugim. Niestety, ten błąd jest silnie zakorzeniony w literaturze. Przytoczona argumentacja rozprawia się z zarzutem o niedopuszczalności zaniechania korelacji pomiędzy komórkami w modelu Smoluchowskiego, a tym samym z zarzutem przeciwko obliczeniu średniego kwadratu fluktuacji przy pomocy przybliżenia wyższego rzędu. Korelacja pomiędzy małymi częściami jednej komórki modelu Smoluchowskiego nie stanowi przeszkody do opisanego zachowania tej komórki jako całość przez wyrazy wyższego rzędu. W terminach relacji (11.2) oznacza to, że gdy obliczamy jej lewą stronę należy się posłużyć takim przybliżeniem, które zapewnia skończoną wartość średniego kwadratu fluktuacji. W przeciwieństwie do tego, w teorii konwencjonalnej nie operuje się przybliżeniem wyższego rzędu i przypisuje znaczenie nieskończonej wartości średniego kwadratu fluktuacji. Ostatnim głosem przeciwko temu stanowisku w literaturze zachodniej była praca Kleina i Tiszy [10].

Z rozbieżnością lewej strony relacji (11.2) wiąże się sprawa nieskończonego zasięgu korelacji w punkcie krytycznym, któremu przypisuje się w konwencjonalnej teorii duże spekulatywne znaczenie. W teorii, która nieskończone średnie kwadraty fluktuacji uznaje za нефизyczne efekty, zasięg korelacji jest skończony również w punkcie krytycznym.

Przedstawiamy teraz wyniki obliczeń, które opisują sytuację w ferromagnetyku bardzo blisko T_c .

Po obliczeniu pracy L z dokładnością do wyrazów czwartego rzędu względem fluktuacji momentu magnetycznego, znajdujemy przy zastosowaniu równania Eulera (3.3) następujące równanie różniczkowe, które spełnia rozkład momentu magnetycznego w obszarze fluktuacji

$$[V^2 - \kappa_1^2 - \kappa_3(M^z)^2 - \kappa_3\nu(VM^z)^2]M^z = 0. \quad (11.8)$$

Obowiązuje ono dla temperatur $T_0 \geq T_c$ oraz bez zewnętrznego pola magnetycznego [15]. Dwa pierwsze wyrazy w tym równaniu odpowiadają równaniu Ornsteina-Zernikego, pozostałe dwa stanowią poprawkę pochodzącą od wyrazów czwartego rzędu w potencjale termodynamicznym L . Rola tych poprawkowych wyrazów jest związana z tym, że o ile κ_1^2 zależy silnie od temperatury i maleje do zera w punkcie krytycznym, to κ_3 oraz ν są stałe w interesującym eksperymentalnie przedziale temperatur (rys. 5). Wobec tego, w miarę zbliżania się do punktu krytycznego, parametr κ_1 traci znaczenie przy określeniu przestrzennej zależności momentu magnetycznego. Równanie (11.8) zo-

stało scałkowane numerycznie przy założeniu, że zależy od x, y, z poprzez zmienną $\xi = |x| + |y| + |z|$, kiedy przyjmuje ono formę

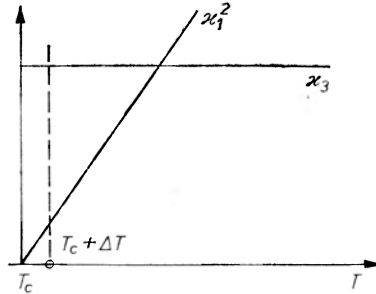
$$3 \frac{d^2 M^z}{d\xi^2} - \kappa_1^2 M^z - \kappa_3 (M^z)^3 - 3\kappa_3 \nu M^z \left(\frac{dM^z}{d\xi} \right)^2 = 0 \quad (11.9)$$

i wykazano, że rozwiązanie to można przybliżyć przez funkcję

$$M^z(x, y, z) = \mu A \exp[-\delta(|x| + |y| + |z|)] \quad (11.10)$$

$$\delta = C \sqrt{\frac{\kappa_1^2 + \kappa_3 \mu^2 A^2}{3(1 - \kappa_3 \nu \mu^2 A^2)}}, \quad (11.11)$$

gdzie A jest parametrem liczbowym ($0 \leq A < 1$), μA oznacza amplitudę fluktuacji w centrum dla modelu ze spinem $s = \frac{1}{2}$, a C jest parametrem zależnym od temperatury wyznaczonym numerycznie. Przybliżenie (11.10) jest wygodne dla dyskusji, gdyż własności funkcji (11.10) są znane z rozdziału II. 9. Z formuły (11.11) można wywnioskować, dla jakich temperatur parametr κ_1 przestaje określać zasięg korelacji. Dla $A = 0,05$, κ_1^2 jest równe $\kappa_3 \mu^2 A^2$ w temperaturze



Rys. 5. Zależność od temperatury parametrów κ_1^2 i κ_3 , przedstawiona jakościowo. Poniżej temperatury $T_c + \Delta T$, parametr κ_1 przestaje charakteryzować funkcję korelacji

$T_c + 1\text{K}$, zaś w temperaturze $T_c + 0,05\text{K}$ jest o rząd wielkości mniejsze, zaś dla $A = 0,1$ odpowiednie temperatury wynoszą $T_c + 3,3\text{K}$ oraz $T_c + 0,1\text{K}$. Ten wynik wyznacza granice stosowalności teorii wskaźników krytycznych (opartej na tym, że κ_1^{-1} wyznacza formalny zasięg korelacji) do temperatur takich, że $(T_0 - T_c)/T_c > 10^{-4}$.

III. ROZPRASZANIE PRZY UWZGLĘDNIENIU NIEELASTYCZNOŚCI

1. Równanie dyfuzji dla fluktuacji

Czasową zależność korelacji spinów, w obszarze temperatur bliskich krytycznej, można wyrazić przez czasową zależność fluktuacji momentu magnetycznego. W teorii konwencjonalnej badanie czasowej zależności fluktuacji zaczyna się od pracy Van Hovego [9], korzystającej z wcześniejszych wyników

Onsagera [51]. W dalszym ciągu wykazemy, że jednak warto sięgnąć do prac Smoluchowskiego, który badania czasowej zależności fluktuacji zapoczątkował. Sugestia Van Hovego polega na przypisaniu fluktuacjom momentu magnetycznego równania dyfuzji

$$\frac{\partial M^z}{\partial t} = \frac{\lambda}{\chi T_0} \Delta M^z = \Lambda \Delta M^z, \quad (1.1)$$

gdzie λ ma być parametrem słabo zależnym od temperatury, χ oznacza podatność ferromagnetyka w obszarze paramagnetycznym, czyli powyżej punktu krytycznego, T_0 oznacza temperaturę systemu. Istotną sprawą tutaj jest temperaturowa zależność współczynnika dyfuzji Λ . Ze względu na to, że $\chi \sim (T_0 - T_c)^{-\gamma}$, współczynnik ten znika w temperaturze krytycznej. W konsekwencji tego faktu, przekrój czynny, który po uwzględnieniu nieelastyczności rozpraszania ma postać

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} \sim \frac{\Lambda q^2}{(\Lambda q^2)^2 + \omega^2} \int g(\vec{r}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3\vec{r}, \quad (1.2)$$

gdzie $q = |\vec{k}_0 - \vec{k}|$, $\hbar\omega = \hbar^2(k_0^2 - k^2)/2m$, m oznacza masę (zredukowaną) rozprzozanego neutronu, przyjmuje w temperaturze krytycznej postać

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} \sim \delta(\omega) \int g(\vec{r}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3\vec{r}, \quad (1.3)$$

co oznacza elastyczność rozpraszania. Taki charakter rozpraszania powinien się utrzymywać, dopóki Λ jest dostatecznie małe. Analogiczna sytuacja ma panować w obszarze krytycznym w cieczach, po zamianie fluktuacji momentu magnetycznego przez fluktuacje gęstości molekuł, oraz podatności magnetycznej przez ściśliwość izotermiczną. Od kilkunastu lat zwolennicy konwencjonalnej teorii podejmują wysiłki uratowania tej konsekwencji teoretycznej, wbrew świadectwu doświadczeń w ferromagnetykach, które głoszą nieelastyczność rozpraszania w punkcie krytycznym. Dotychczasowe wyniki eksperymentalne w antyferromagnetykach zdają się wskazywać na elastyczność rozpraszania, podczas gdy w cieczach pomiary są trudniejsze i brak rezultatów, na których można by polegać. Nasuwa się jednak uwaga, że trudna jest do przyjęcia jakościowa różnica w charakterze zjawisk krytycznych w różnych substancjach, chociaż możliwe są różnice w natężeniu występowania pewnych efektów. Dlatego stoimy na stanowisku, że nieelastyczność rozpraszania nie może zniknąć w antyferromagnetykach, a zachodzić w ferromagnetykach i albo trzeba odrzucić jako błędne, powtarzane kilkakrotnie wyniki pomiarów w ferromagnetykach, albo wątpić w o wiele szczuplejszą ewidencję pomiarów w antyferromagnetykach. Przede wszystkim, należy jednak zbadać wiarygodność sugestii Van Hovego, co do zachowania się współczynnika dyfuzji wraz ze zmianą temperatury.

Stosując metodę termodynamiki procesów nieodwracalnych [52], znajdujemy w liniowym przybliżeniu relacji pomiędzy strumieniem momentu magnetycznego i gradientem sprzężonego z nim parametru intensywnego, którym jest $-B/T_0$, że współczynnik dyfuzji jest określony przez formułę

$$A = \frac{\mu\gamma}{T_0} \left(\frac{\partial B}{\partial M} \right)_{\text{eq}} = \frac{\mathcal{L}}{T_0} \left(\frac{\partial B}{\partial M} \right)_{\text{eq}}, \quad (1.4)$$

gdzie M oznacza składową „ z ” namagnesowania, μ — magneton Bohra, γ — ruchliwość spinu, traktowanego (na poziomie termodynamiki) jako cząstka cieczy spinów, zaś \mathcal{L} oznacza współczynnik kinetyczny Onsagera. Z formuły tej wynika, że jeżeli współczynnik Onsagera \mathcal{L} zależy słabo od temperatury (i nie zanika w T_c), to zależność temperaturowa współczynnika dyfuzji jest związana z pochodną $\partial B/\partial M$. Dla obliczenia tej pochodnej trzeba zdecydować o rodzaju równowagi, dla której się ją oblicza, a tym samym o charakterze pola B . Jeżeli przyjmujemy, że pochodną należy obliczyć w warunkach ogólnej równowagi systemu, to właściwą zmienną jest pole zewnętrzne, $B = B_{\text{ex}}$ i wtedy

$$\left(\frac{\partial B}{\partial M} \right)_{\text{eq}} = \frac{1}{\chi} \quad (1.5)$$

(na jeden spin), co prowadzi do rezultatu Van Hovego na współczynnik dyfuzji. Jednakże fluktuacja momentu magnetycznego jest zjawiskiem lokalnym i zastosowanie warunku ogólnej równowagi w odniesieniu do jej dynamiki musi budzić zastrzeżenia. Założenie lokalnej równowagi (w obszarze podsystemu) i przyjęcie jako zmiennej intensywną pola lokalnego $B = B_{\text{ex}} + B_m$ (czyli zewnętrznego plus molekularnego) prowadzi do rezultatu

$$\left(\frac{\partial B}{\partial M} \right)_{\text{eq}} = \frac{3 + \eta^2}{4\mu^2} k_B T_0, \quad (1.6)$$

gdzie $\eta = \exp(-J/k_B T_0)$, J jest całką wymiany, a zatem do współczynnika dyfuzji

$$A = \frac{\mathcal{L} k_B}{4\mu^2} (3 + \eta^2), \quad (1.7)$$

który słabo zależy od temperatury i nie zanika w T_c , przy tym samym co poprzednio założeniu co do \mathcal{L} . Do takiego właśnie rezultatu prowadzą pomiary w ferromagnetykach. Bezpłodność wysiłków teorii konwencjonalnej jest związana z faktem, że nie dostrzega się możliwości obliczenia lokalnej podatności. Przytoczony tutaj wynik nie jest aż tak trywialny, jakby się mogło wydawać, gdyż w poważnie traktowanej pracy dotyczącej dynamiki korelacji [53], błędnie zidentyfikowano współczynnik Onsagera, co łatwo sprawdzić przez porównanie wzoru (2.2) tej pracy z poprawnym wyrażeniem (1.4). Zaznaczmy od razu, że zarówno wartość bezwzględna, jak i zależność temperaturowa współczyn-

nika dyfuzji zostały obliczone w naszym ujęciu dla ferromagnetyków [27] i antyferromagnetyków [54]. Dla żelaza i niklu uzyskano dobrą zgodność z doświadczeniem zarówno ze względu na zależność temperaturową, jak i wartość bezwzględną odpowiednich współczynników dyfuzji [66]. Dla antyferromagnetyków uzyskano zarówno wyniki [64], które pozostają w zgodności z przewidywaniami teoretycznymi z pracy [54], jak i wyniki [65], które zdają się zaprzeczać tym przewidywaniom. Sytuacja wymaga więc wyjaśnienia.

2. Makroskopowy i mikroskopowy opis zaniku w czasie fluktuacji

Smoluchowski w wykładach wygłoszonych w Getyndze [56] streścił wyniki swych wcześniejszych badań dynamiki fluktuacji gęstości cząstek Browna. Dynamikę tych fluktuacji można sformułować albo w terminach mikroskopowych (ruchy Browna), albo makroskopowych (równanie dyfuzji, a więc opis termodynamiczny). Smoluchowski wykazał równoważność tych dwu sposobów opisu dla wolnozmiennych w przestrzeni fluktuacji, gdy ważne jest równanie dyfuzji. Oba rodzaje opisu są komplementarne, gdyż w obrazie hydrodynamicznym cząstki nie wykonują ruchów Browna, lecz poruszają się pasywnie pod działaniem fikcyjnego ciśnienia, związanego z gradientem ich gęstości, a w obrazie mikroskopowym właśnie ruchy Browna są odpowiedzialne za przesuwanie cząstek, niezależnie od gradientu gęstości.

Ten schemat opisu zaniku w czasie fluktuacji gęstości cząstek można natchmiast przenieść na wypadek fluktuacji momentu magnetycznego. Zanik takiej fluktuacji można opisać albo w terminach odwracania spinów (mikroskopowo), albo w terminach ruchu cieczy spinów (makroskopowo). Zilustrujemy na przykładzie jednowymiarowego łańcucha spinów oba te opisy.

Weźmy łańcuch spinów Isinga skierowanych w prawo o jednym spinie skierowanym w lewo. W łańcuchu tym dwa sąsiednie spiny ustawione antyrównolegle zmieniają kierunki po czasie rzędu \hbar/J , gdzie J oznacza całkę wymiany. W takim modelu, pojedynczy odwrócony (w stosunku do pozostałych) spin, porusza się w prawo lub lewo z tym samym prawdopodobieństwem równymi krokami (do sąsiedniego węzła łańcucha) w odstępach czasu $\tau = \hbar/J$. Prawdopodobieństwo, że po upływie czasu $t = n\tau$, ($n =$ liczba całkowita), spin skierowany w lewo znajdzie się w odległości $x = md$ ($d =$ długości pojedynczego kroku, $m =$ liczba całkowita), w lewo lub w prawo od punktu wyjścia jest dla $n \gg m$ równe

$$p(x, t)dx = \frac{1}{\sqrt{4\pi\Lambda t}} \exp\left[-\frac{x^2}{4\Lambda t}\right] dx \quad (2.1)$$

$$\Lambda = \frac{d^2}{2\tau}. \quad (2.2)$$

Z drugiej strony — jak już wiemy — w ujęciu termodynamicznym, fluktuacja momentu magnetycznego podlega równaniu dyfuzji. Pojedynczemu od-

wróconemu spinowi w początku układu w chwili $t = 0$ odpowiada moment magnetyczny $M(x) = \delta(x)$. Po upływie czasu t ta fluktuacja momentu magnetycznego ma postać

$$M(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi\Lambda t}} \exp\left[-\frac{x^2}{4\Lambda t}\right]. \quad (2.3)$$

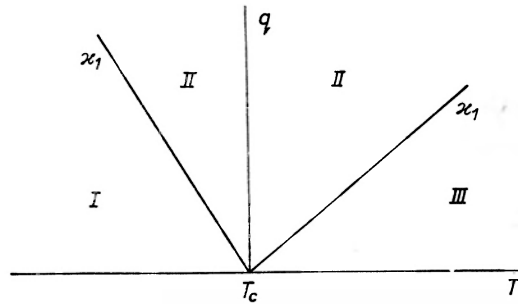
Formuła (2.1) przedstawia rezultat (przybliżonego) opisu mikroskopowego, zaś formuła (2.3) opisu makroskopowego. Porównanie obu tych wzorów prowadzi do wyznaczenia współczynnika dyfuzji Λ w zależności od parametrów mikroskopowych. Dla $10^{-13} < \tau < 10^{-12}$, $d \approx 3 \cdot 10^{-8}$ cm, znajdujemy $\Lambda = 10^{-3}$ cm² sek⁻¹, co określa prawidłowy rząd wielkości dla żelaza w obszarze krytycznym.

3. Diagram Halperina i Hohenberga

W zamyśle tych autorów linie $q = \kappa_1$ na rys. 6 mają oddzielać od siebie obszary, w których obowiązują różne sposoby opisu lokalnych czasowych zmian namagnesowania w systemie rozpraszającym. Zasadniczą rolę odgrywa przy tym parametr κ_1 , który występuje w funkeji korelacji typu Ornsteina-Zernikego. Autorzy przypisują tej korelacji zasadniczą rolę w sformułowaniu teorii zmian czasowych. Sugerują, że w obszarze I możliwy jest opis lokalnych zmian czasowych namagnesowania w terminach fal spinowych, w obszarze III ma obowiązywać opis hydrodynamiczny (poprzez równanie dyfuzji), o obszarze II nie mówią nic konstruktywnego, poza wykluczeniem możliwości opisu hydrodynamicznego. Z przyjęciem takiego diagramu wiąże się następująca konsekwencja: blisko punktu krytycznego nie można zweryfikować eksperymentalnie opisu hydrodynamicznego (obszar III), gdyż do mierzonego natężenia rozpraszania wnoszą udział również neutrony rozproszone nieelastycznie z powodu zmian czasowych zachodzących w systemie, lecz podpadających pod opis obszaru II, o którym teoria konwencjonalna nie mówi. W ten sposób w teorii konwencjonalnej ratuje się wniosek o znikaniu współczynnika dyfuzji w T_c , w obliczu negatywnego w tej sprawie werdyktu doświadczeń w ferromagnetykach.

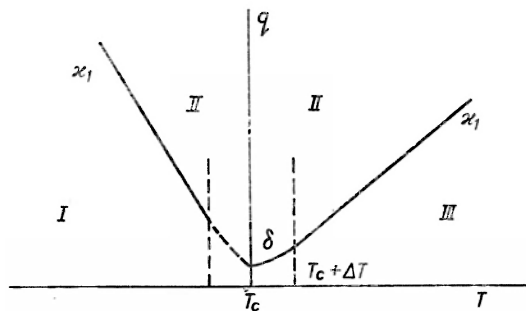
Przyjrzyjmy się wiarygodności tego diagramu. Ograniczymy się do temperatur $T_0 > T_c$. Pierwsze pytanie brzmi, czy w ogóle statyczna podatność może poprzez κ_1 ingerować w dynamikę fluktuacji? Liniowa hydrodynamika, a więc równanie dyfuzji, opisuje zachowanie w czasie składowych fourierowskich fluktuacji, dla małych wartości wektora falowego, czyli fluktuacji wolno zmieniających się w przestrzeni. Warunek $q < \kappa_1$ w obszarze III może więc oznaczać, że okresy odpowiednich składowych fourierowskich przewyższają liniowe rozmiary fluktuacji, co odpowiada fluktuacji wolno zmieniającej się w przestrzeni. Taka fluktuacja podlega równaniu dyfuzji. Szybsze zmiany przestrzenne fluktuacji wiążą się z większymi wartościami q , ogółem $q > \kappa_1$ i do opisu hydrodynamicznego przybliżenie liniowe już nie wystarcza. Wobec tego można

uważać, że warunek $q = \kappa_1$ oddziela obszary opisu zmian czasowych, przy pomocy równań liniowej (dla $q < \kappa_1$) i nieliniowej (dla $q > \kappa_1$) hydrodynamiki, lecz nie można wykluczać opisu hydrodynamicznego z obszaru II. Dodatkowych uwag wymaga bezpośrednie sąsiedztwo punktu Curie. Rolę κ_1 przejmuje dla temperatur takich, że $(T_0 - T_c)/T_c < 10^{-4}$ parametr δ (wzór II (11.11)), który w punkcie krytycznym jest różny od zera. Wobec tego diagram na rys. 6



Rys. 6. Podział płaszczyzny (q, T) na obszary I, II i III, które odpowiadają różnym opisom dynamiki spinów, bez zewnętrznego pola magnetycznego (wg Halperina i Hohenberga [53]). Linie podziału płaszczyzny (q, T) są wyznaczone przez warunki $q = \kappa_1$ dla temperatur poniżej i powyżej T_c .

należy zmienić do postaci przedstawionej na rys. 7 [14]. Jako natychmiastowy wniosek wynika z niego możliwość przeprowadzenia pomiarów blisko T_c , dla dostatecznie małych q , aby móc zweryfikować wnioski liniowej hydrodynamiki. Wobec tego diagramu, dobra zgodność z doświadczeniem obliczonych w naszej teorii [27] współczynników dyfuzji nie budzi zastrzeżeń. Należy się spodziewać, że analogiczne zmiany do diagramu należy wnieść dla temperatur poniżej T_c .



Rys. 7. Zmiana diagramu Halperina i Hohenberga, przeprowadzona w oparciu o znajomość roli wyrazów nieliniowych w równaniu na funkcję korelacji; w przedziale temperatur $(T_c, T_c + \Delta T)$ parametr δ przejmuje rolę parametru κ_1 . Kreskowana część krzywej dla temperatur poniżej T_c przedstawia przebieg spodziewany na podstawie szacunkowych obliczeń

Pozostaje jeszcze, sprawa wykluczenia fal spinowych z obszaru III. Wobec wyników dyskusji przeprowadzonej w poprzednim rozdziale, takie stanowisko zaprzecza jednoci opisu zjawisk krytycznych w różnych systemach. W myśl

tego poglądu, fale spinowe stanowią mikroskopowy obraz czasowych zmian fluktuacji uporządkowania spinów, komplementarny do opisu hydrodynamicznego. Wynik bardzo uproszczonego rachunku z poprzedniego rozdziału całkowicie ten pogląd potwierdza.

4. Ogólna teoria czasowej zależności fluktuacji

W teorii konwencjonalnej nie nakreślono spójnego obrazu czasowej zależności fluktuacji. Ogólną teorię zachowania się w czasie fluktuacji można uzyskać przez uogólnienie pracy Smoluchowskiego [57], która dotyczy ruchów Browna cząstki, na którą działa siła elastyczna.

Zaznaczmy, że w tej pracy została odkryta zależność pomiędzy prawdopodobieństwem zmiany położenia cząstki Browna po upływie czasu t , jeśli w chwili $t = 0$ znajdowała się w punkcie x_0 , a prawdopodobieństwami zajęcia przez tę cząstkę dowolnych innych położenia w czasach pośrednich, czyli równanie Smoluchowskiego. Sens fizyczny tego równania został przez Smoluchowskiego dokładnie przedyskutowany, a zastosował on je właśnie do obliczenia prawdopodobieństwa zmian w czasie położenia cząstki Browna, na którą działa siła harmoniczna. Równanie Smoluchowskiego odgrywa zasadniczą rolę w teorii procesów Markowa [62], gdzie wiąże się je z nazwiskiem Kołmogorowa.

Dla składowej fourierowskiej fluktuacji dowolnego parametru termodynamicznego $\alpha_q(t)$ wyprowadzić można równanie Fokkera-Plancka [58]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = b_q p + b_q \alpha_q \frac{\partial p}{\partial \alpha_q} + b_q \langle \alpha_q^2 \rangle \frac{\partial^2 p}{\partial \alpha_q^2} = 0, \quad (4.1)$$

$$b = \Lambda q^2,$$

gdzie $p d\alpha_q = p(\alpha_q, t | \alpha_{q_0}) d\alpha_q$ oznacza prawdopodobieństwo, że składowa fourierowska o wartości α_{q_0} w chwili $t = 0$ przyjmie po upływie czasu t wartość α_q z przedziału $\alpha_q, \alpha_q + d\alpha_q$. Prawdopodobieństwo to będące rozwiązaniem tego równania jest równe

$$p(\alpha_q, t | \alpha_{q_0}) d\alpha_q = \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle \alpha_q^2 \rangle (1 - e^{-2bqt})}} e^{-\frac{(\alpha_q - \alpha_{q_0} e^{-bqt})^2}{2 \langle \alpha_q^2 \rangle (1 - e^{-2bqt})}} \quad (4.2)$$

i wyznacza charakter ewolucji w czasie składowej fourierowskiej fluktuacji parametru α . Na podstawie znajomości tego prawdopodobieństwa można przedyskutować ewolucję w czasie zarówno indywidualnej składowej fourierowskiej α_q , jak i średnie zachowanie ансамблю takich składowych. Dla teorii zjawisk krytycznych najważniejsze są dwa rezultaty: 1) dowód o charakterze średniego zaniku w czasie dla składowej fourierowskiej

$$\overline{\alpha_q(t)} = \alpha_{q_0} e^{-bqt}, \quad (4.3)$$

Onsagera [51]. W dalszym ciągu wykazemy, że jednak warto sięgnąć do prac Smoluchowskiego, który badania czasowej zależności fluktuacji zapoczątkował. Sugestia Van Hovego polega na przypisaniu fluktuacjom momentu magnetycznego równania dyfuzji

$$\frac{\partial M^z}{\partial t} = \frac{\lambda}{\chi T_0} \Delta M^z = \Lambda \Delta M^z, \quad (1.1)$$

gdzie λ ma być parametrem słabo zależnym od temperatury, χ oznacza podatność ferromagnetyka w obszarze paramagnetycznym, czyli powyżej punktu krytycznego, T_0 oznacza temperaturę systemu. Istotną sprawą tutaj jest temperaturowa zależność współczynnika dyfuzji Λ . Ze względu na to, że $\chi \sim (T_0 - T_c)^{-\gamma}$, współczynnik ten znika w temperaturze krytycznej. W konsekwencji tego faktu, przekrój czynny, który po uwzględnieniu nieelastyczności rozpraszania ma postać

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} \sim \frac{\Lambda q^2}{(\Lambda q^2)^2 + \omega^2} \int g(\vec{r}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3\vec{r}, \quad (1.2)$$

gdzie $q = |\vec{k}_0 - \vec{k}|$, $\hbar\omega = \hbar^2(k_0^2 - k^2)/2m$, m oznacza masę (zredukowaną) rozproszonego neutronu, przyjmuje w temperaturze krytycznej postać

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} \sim \delta(\omega) \int g(\vec{r}) e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3\vec{r}, \quad (1.3)$$

co oznacza elastyczność rozpraszania. Taki charakter rozpraszania powinien się utrzymywać, dopóki Λ jest dostatecznie małe. Analogiczna sytuacja ma panować w obszarze krytycznym w cieczach, po zamianie fluktuacji momentu magnetycznego przez fluktuacje gęstości molekuł, oraz podatności magnetycznej przez ściśliwość izotermiczną. Od kilkunastu lat zwolennicy konwencjonalnej teorii podejmują wysiłki uratowania tej konsekwencji teoretycznej, wbrew świadectwu doświadczeń w ferromagnetykach, które głoszą nieelastyczność rozpraszania w punkcie krytycznym. Dotychczasowe wyniki eksperymentalne w antyferromagnetykach zdają się wskazywać na elastyczność rozpraszania, podczas gdy w cieczach pomiary są trudniejsze i brak rezultatów, na których można by polegać. Nasuwa się jednak uwaga, że trudna jest do przyjęcia jakościowa różnica w charakterze zjawisk krytycznych w różnych substancjach, chociaż możliwe są różnice w natężeniu występowania pewnych efektów. Dlatego stoimy na stanowisku, że nieelastyczność rozpraszania nie może zniknąć w antyferromagnetykach, a zachodzić w ferromagnetykach i albo trzeba odrzucić jako błędne, powtarzane kilkakrotnie wyniki pomiarów w ferromagnetykach, albo wątpić w o wiele szczuplejszą ewidencję pomiarów w antyferromagnetykach. Przede wszystkim, należy jednak zbadać wiarygodność sugestii Van Hovego, co do zachowania się współczynnika dyfuzji wraz ze zmianą temperatury.

krytycznego. W antyferromagnetykach zarówno poniżej, jak i powyżej punktu krytycznego, obserwuje się trzy maksima: jedno centralne i dwa boczne. O maksimum centralnym była mowa w poprzednich rozdziałach. Maksima boczne — jak pokazują ostatnie badania [63] — można interpretować jako magnetyczny dublet Brillouina. Korzystając z teorii fluktuacji, można obliczyć w analogii do Landaua i Placzeka [59] (*vide* również Frenkel [60]), stosunek natężenia maksimum centralnego do sumy natężeń maksimów bocznych. Wynosi on

$$\frac{I_R}{2I_B} = \frac{\left(\frac{\partial B}{\partial M}\right)_S - \left(\frac{\partial B}{\partial M}\right)_T}{\left(\frac{\partial B}{\partial M}\right)_T}, \quad (5.3)$$

a więc wyraża się przez kombinację izotermicznej i adiabatycznej podatności, przy czym występuje możliwość zastosowania dwu typów pola magnetycznego, zewnętrznego lub lokalnego jako zmiennej intensywniej.

IV. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA GŁÓWNYCH WYNIKÓW BADAŃ

Na zakończenie zestawimy główne wyniki współczesnych polskich prac z dziedziny rozpraszania krytycznego i teorii fluktuacji, zaznaczając ich relację z klasycznymi ideami Smoluchowskiego.

Na pierwszym miejscu należy postawić modelowe założenie dokonane przez Smoluchowskiego, że fluktuację można traktować jako podsystem w rezerwuarze cieplnym. Z tym założeniem wiążą się dwie konsekwencje:

1. Wyznaczenie fizycznego zasięgu korelacji, przez powiązanie go z najbardziej prawdopodobnymi rozmiarami liniowymi podsystemu.

2. Model komórkowy systemu rozpraszającego, w którym uwzględnia się korelację pomiędzy spinami (molekułami) w obszarze komórki, lecz zaniedbuje korelację pomiędzy spinami (molekułami) z różnych komórek.

Konsekwencją skończonych rozmiarów podsystemu (skończonej górnej granicy całkowania w transformacji fourierowskiej funkcji korelacji) są maksima boczne w przekroju czynnym, które zostały wykryte eksperymentalnie już po ich uprzednim obliczeniu przez teorię. Zjawisko maksimów bocznych nie mieści się w ramach konwencjonalnej teorii, która nie zajęła też stanowiska wobec ich egzystencji.

Związek funkcji korelacji ze średnim przestrzennym rozkładem momentu magnetycznego (lub molekuł) w obszarze fluktuacji (podsystemu) pozwala wyznaczyć — w oparciu o metodę wariacyjną — funkcję korelacji dla wszystkich odległości, również dla $\vec{r} \rightarrow 0$. Ta konsekwencja jest bardzo ważna dla objaśnienia efektów rozpraszania krytycznego przy dużych wektorach rozpraszania, kiedy można uchwycić zmiany przestrzenne, zachodzące na małych

odległościach. Teoria konwencjonalna tych efektów nie tłumaczy, gdyż prób wiążących je z nieelastycznością rozpraszania nie można uznać za zadowalające. Również funkcje korelacji bez symetrii sferycznej są konsekwencją równania różniczkowego, na przestrzenny rozkład momentu magnetycznego, ważnego dla wszystkich odległości. Pozwalają one na interpretację wszystkich znanych rezultatów eksperymentalnych. W szczególności, umożliwiają na włączenie do ogólnego schematu teoretycznego wyników teorii wskaźników krytycznych, dla temperatur niezbyt bliskich T_c .

Przesunięcie głównego maksimum rozpraszania w stronę temperatur wyższych niż T_c , dla dostatecznie dużych wektorów rozpraszania, zostało przewidziane teoretycznie w oparciu o oscylującą funkcję korelacji o skończonym zasięgu fizycznym. Opracowano również drugą, ogólniejszą interpretację tego efektu, przez niesferyczną funkcję korelacji [49]. Obie te interpretacje nie odwołują się do nieelastyczności rozpraszania, a druga z nich dostarcza marginesu swobody dla objaśnienia wykrytej eksperymentalnie zależności wielkości przesunięcia maksimum od stopnia doskonałości kryształu. Teoria konwencjonalna, dla objaśnienia przesunięcia maksimum dla ferromagnetyków, odwołuje się do nieelastyczności rozpraszania, a obywa się bez tej nieelastyczności przy interpretacji tego efektu w stopie podwójnym, co stwarza — niezależnie od wartości opisów w jednym czy drugim wariacie — sytuację niezadowalającą, z punktu widzenia jakościowo jednolitego obrazu zjawisk krytycznych w różnych systemach.

Sytuację w bezpośrednim sąsiedztwie punktu krytycznego, gdy $(T_0 - T_c)/T_c < 10^{-4}$, opisano w kontynuacji podejścia Smoluchowskiego, przez uwzględnienie wyrazów czwartego rzędu w potencjale termodynamicznym, zastosowanym następnie do obliczenia funkcji korelacji. Prowadzi to do skończonego zasięgu korelacji w T_c , gdy temperatura zbliża się do T_c od wartości wyższych niż T_c .

Uogólnienie pracy Smoluchowskiego, dotyczącej ruchów Browna cząstki w polu siły harmoniczej, doprowadziło do ogólnej teorii zmian czasowych fluktuacji dowolnego parametru termodynamicznego. Teoria ta jest pełniejsza od teorii podanej przez De Groota i Mazura [61] i pozwala na wyciągnięcie wniosków co do problemu nieodwracalności zjawisk w ujęciu Boltzmannowskim. Komplementarny opis zależności czasowej fluktuacji, w terminach mikroskopowych i makroskopowych, pozwala na skorygowanie diagramu Halperina i Hohenberga i prowadzi do uzgodnienia wyników doświadczalnych i teoretycznych, bez odwoływania się do dynamicznej hipotezy skalowania, której przesłanki muszą budzić co najmniej poważne zastrzeżenia.

W obliczu współczesnych rezultatów eksperymentalnych można stwierdzić, że w przeciwieństwie do sytuacji w teorii konwencjonalnej opracowany został, w oparciu o idee Smoluchowskiego, ogólny schemat teoretyczny rozpraszania krytycznego i teorii zmian przestrzennie-czasowych fluktuacji, który jest zadowalający ze względu na sens fizyczny, i w ramach którego można rozwijać precyzyjniejszy opis konkretnych aspektów zjawisk krytycznych.

Literatura

- [1] Chandrasekhar, *Rev. Mod. Phys.*, **15**, 1 (1943).
- [2] M. Kac, *Probability and Related Topics in Physical Sciences*, Interscience Publishers, London 1959.
- [3] R. H. Fowler, *Statistical Mechanics*, Cambridge University Press 1966.
- [4] M. A. Leontowicz, *Fizyka statystyczna*, PWN 1957.
- [5] J. I. Frenkel, *Statisticeskaja Fizika*, Moskwa—Leningrad 1948.
- [6] R. D. Present, *Kinetic Theory of Gases*, Mc Graw-Hill Book Company Inc., New York 1958.
- [7] M. Smoluchowski, *Sitzungsberichte d. Akademie d. Wissenschaften in Wien, mathem.-natur. Klasse*, Bd. CXXIII, Abt. IIa, Dezember 1914, pp. 2381-2405.
- [8] L. S. Ornstein, F. Zernike, *Proc. Acad. Sci.*, Amsterdam, **17**, 793, (1914).
- [9] L. Van Hove, *Phys. Rev.*, **95**, 1374 (1954).
- [10] M. J. Klein, L. Tisza, *Phys. Rev.*, **76**, 1861, (1948).
- [11] M. E. Fisher, R. J. Burford, *Phys. Rev.*, **156**, 583, (1967).
- [12] L. P. Kadanoff *et al.*, *Rev. Mod. Phys.*, **39**, 395 (1967).
- [13] E. Stanley, *Critical Phenomena and Phase Transitions*, Oxford 1971.
- [14] J. Kociński, Summer School on the Theory of Magnetism of Metals, Zakopane 1970, Vol. II, Warsaw 1971.
- [15] J. Kociński, L. Wojtczak, B. Mrygoń, *Phys. Letters*, **36A**, 171, (1971).
- [16] S. Spooner, B. L. Averbach, *Phys. Rev.*, **142**, 291 (1966).
- [17] D. Bally *et al.*, *J. Phys. Chem. Solids*, **28**, 1947 (1967).
- [18] J. Als-Nielsen, *Studies in Neutron Physics*, Thesis 1969.
- [19] J. Als-Nielsen, *Phys. Rev. Letters*, **25**, 730 (1970).
- [20] D. Bally *et al.*, *Solid State Commun.*, **9**, 353 (1971).
- [21] N. Stump, G. Maier, *Phys. Letters*, **29A**, 75 (1969).
- [22] W. Marshall, R. D. Lowde, *Reports on Progress in Physics*, Vol. XXXI, Part 2, p. 705, 1968.
- [23] M. Smoluchowski, *Bull. Int. Acad. Sci. Cracovie*, A47, 179 (1907); *Ann. Phys.*, **25**, 205 (1908); *Collected Papers*, Vol. I.
- [24] M. Smoluchowski, *Bull. Int. Acad. Sci. Cracovie*, A, 493 (1911); *Collected Papers*, Vol. II.
- [25] J. Kociński, *J. Phys. Chem. Solids*, **26**, 895 (1965).
- [26] J. Kociński, *Acta Phys. Polon.*, **30**, 591 (1966).
- [27] J. Kociński, *J. Phys. Chem. Solids*, **25**, 211 (1964).
- [28] D. N. Zubarev, *Nerawnowesnaja Statisticeskaja Termodynamika*, Moskwa 1971.
- [29] A. Einstein, *Ann. Physik*, **33**, 1275 (1910).
- [30] L. D. Landau, E. Lifshitz, *Fizyka Statystyczna*, PWN.
- [31] A. Münster, *Physica*, **26**, 1117 (1960).
- [32] M. J. Klein, *Physica*, **26**, 1073 (1960).
- [33] J. W. Gibbs, *Elementary Principles in Statistical Mechanics*, Dover Publications, New York 1960.
- [34] L. Wojtczak, J. Kociński, *Phys. Letters*, **32A**, 389 (1970).
- [35] J. Kociński, L. Wojtczak, *J. Appl. Phys.*, **39**, 618 (1968).
- [36] K. Wentowska, *Acta Phys. Polon.*, **36**, 659 (1969); A41, 275 (1972).
- [37] J. Kociński, *Acta Phys. Polon.*, **36**, 633 (1969).
- [38] J. Kociński, B. Mrygoń, *Phys. Letters*, **25A**, 600 (1967).
- [39] N. Stump, G. Maier, *Phys. Letters*, **24A**, 625 (1967).
- [40] K. Blinowski, R. Ciszewski, *Phys. Letters*, **28A**, 389 (1968).
- [41] R. Ciszewski, K. Blinowski, *Phys. Letters*, **29A**, 513 (1969); *Acta Phys. Polon.*, A39, 465 (1971).
- [42] L. Wojtczak, J. Kociński, *Phys. Letters*, **34A**, 306 (1971).

- [43] W. H. Keesom, *Ann. Phys.*, **35**, 591 (1911).
- [44] L. Rosenfeld, *Theory of Electrons*, North-Holland Publ. Comp., Amsterdam 1951.
- [45] L. Woliński, *Ograniczenia i rozwinięcia Rayleighowskiej teorii rozpraszania światła w badaniach struktury cieczy*, Praca habilitacyjna, Gdańsk 1971.
- [46] J. Kociński, L. Wojtczak, *Acta Phys. Polon.*, **35**, 61 (1969).
- [47] S. Spooner, B. L. Averbach, *Phys. Rev.*, **142**, 291 (1966).
- [48] N. Stump, G. Maier, *Phys. Letters*, **29A**, 75 (1969).
- [49] L. Wojtczak, J. Kociński, *Phys. Letters*, **36A**, 393 (1971).
- [50] J. Kociński, K. Wentowska, *Acta Phys. Polon.*, **36**, 691 (1969).
- [51] L. Onsager, *Phys. Rev.*, **37**, 405 (1931); **38**, 2265 (1931).
- [52] J. Kociński, *Phys. Letters*, **28A**, 128 (1968).
- [53] B. J. Halperin, P. C. Hohenberg, *Phys. Rev.*, **177**, 952 (1969).
- [54] J. Kociński, L. Wojtczak, *Acta Phys. Polon.*, **34**, 1009 (1968).
- [55] K. Kawasaki, *Phys. Rev.*, **150**, 291 (1966).
- [56] M. Smoluchowski, *Phys. Z.*, **17**, 557 (1916); *Vorträge über der Kinetische Theorie der Materie und Elektrizität*, gehalten in Göttingen, B. G. Teubner 1914, str. 89-121.
- [57] M. Smoluchowski, *Bull. Int. Acad. Sci. Cracovie*, **A418** (1913).
- [58] J. Kociński, *Atomic Energy Research Establishment, Risø, Report No 227* (1970).
- [59] L. D. Landau, G. Placzek, *Phys. Z.*, Sovietunion, **5**, 172 (1934).
- [60] J. I. Frenkel, *Kinetic Theory of Liquids*, Oxford 1946.
- [61] S. R. De Groot, P. Mazur, *Non-Equilibrium Thermodynamics*, North-Holland, Amsterdam 1962.
- [62] M. Kac, *Kilka zagadnień stochastycznych fizyki i matematyki*, PWN 1961.
- [63] K. Malinowski, J. Kociński, *Phys. Letters*, **41A**, 175 (1972).
- [64] O. W. Dietrich, J. Als-Nielsen, *Neutron Inelastic Scattering*, Vol. II, International Atomic Energy Agency, Vienna 1968.
- [65] Nathans *et al.*, *J. Appl. Phys.*, **39**, 1237 (1968).
- [66] M. F. Collins *et al.*, *Brookhaven National Lab. Preprint 1969*. Minkiewicz *et al.*, *Brookhaven National Lab. Preprint 1969*.
- [67] Y. Yamada *et al.*, *Phys. Rev.*, **177**, 848 (1969).
- [68] Y. Yamada *et al.*, *J. Phys. Soc. Japan*, **28**, 274, Supplement 1970.
- [69] B. Půra, J. Przedmojski, w przygotowaniu do druku.

Jan Stankowski, Mariusz Maćkowiak

Zakład Radiospektroskopii
Instytut Fizyki PAN, Poznań

Badanie oddziaływań parowych Cu–Cu w kryształach dielektrycznych metodą EPR

EPR Study of Pair-Interaction of Cu^{2+} – Cu^{2+} Ions in Dielectric Crystals

Abstract: EPR results on exchange interactions between copper ions in dielectric crystals are reviewed. A systematics of the pair interactions is established. The description of weak and strong exchange effects by EPR is based on spin Hamiltonian formalism. The influence of high hydrostatic pressure and temperature on the spectrum of Cu^{2+} – Cu^{2+} pairs in copper acetate is investigated, and detailed results on the anisotropy and hyperfine structure of the EPR spectrum are given.

Also, results on the anisotropy and the effect of pressure and temperature on the fine structure of the EPR spectrum of the four-ion copper aggregate with effective spin $S = 2$ in TGFB are included.

1. Wprowadzenie

Badania EPR jonu miedziowego Cu^{2+} łączą się z odkryciem elektronowego rezonansu paramagnetycznego, gdyż wśród soli paramagnetycznych, zbadanych przez Zawojkiego [1], był pięciowodny siarczan miedziowy $\text{CuSO}_5 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$. Ilościowe obserwacje EPR w siarczanie miedziowym przeprowadzone zostały w 1948 roku przez Bagguleya i Griffithsa [2], Wheatleya i Hallidaya [3] oraz Arnolda i Kipa [4]. W celu wytłumaczenia obserwowanej wartości szerokości linii widmowej zastosowano teorię szerokości linii opracowaną przez Gortera i Van Vlecka [5] i Van Vlecka [6]. Okazało się, że szerokość linii, obliczona przy założeniu jedynie dipolowego oddziaływania między sąsiadującymi ze sobą jonami, jest wielokrotnie większa od wartości szerokości linii uzyskanej w doświadczeniu. Również kształt linii rezonansowej, zbliżony do lorentzowskiego, nie odpowiadał gaussowskiemu kształtowi linii wynikającemu z teorii Van Vlecka. Dodatkową trudność stanowiła silna zależność szerokości linii rezonansowej od orientacji stałego pola magnetycznego w kryształach. Trudności te dało się usunąć przyjmując, że między poszczególnymi jonami występuje wymiana. Za jej przyjęciem przemawiały następujące fakty doświadczalne:

najmniejszą szerokość linii uzyskano wówczas, gdy kierunki główne pola krystalicznego sąsiednich jonów tworzyły jednakowe kąty z kierunkiem zewnętrznego pola magnetycznego w kryształach i częstotliwości precesji wszystkich spinów były jednakowe,

największą szerokość linii uzyskiwano wówczas, gdy kierunek pola magnetycznego pokrywał się z kierunkiem głównym jednego z jonów, gdyż wówczas częstotliwości precesji spinów obu jonów różniły się najbardziej.

W teorii momentów Van Vlecka oddziaływanie dipolowe opisywane jest za pomocą drugiego momentu M_2 , natomiast oddziaływanie wymienne występuje dopiero w czwartym momencie M_4 linii. Ze stosunku obu momentów możemy wyznaczyć energię wymiany, gdyż słuszny jest następujący związek

$$\frac{M_4}{M_2} = a + b\hbar^{-2}J^2. \quad (1)$$

Posługując się wyrażeniami na M_4 i M_2 podanymi przez Altszulera i Kozyriewa [19], otrzymujemy wartości parametrów a i b

$$a = \frac{3}{8\ln 2} (2\Delta\nu_{1/2})^2 \quad \text{i} \quad b = \frac{4,24\pi}{3} S(S+1).$$

W nieobecności wymiany $J = 0$ i linia rezonansowa ma kształt gaussowski, co bezpośrednio wynika ze stosunków momentów M_4/M_2 .

Na podstawie statystycznej teorii Andersona i Weissa [7] można również oszacować energię wymiany, gdyż szerokość połówkowa linii $2\Delta\nu_{1/2}$ jest ściśle związana z drugim momentem i częstotliwością wymiany następującą relacją

$$2\Delta\nu_{1/2} = \frac{2\nu_p^2}{\nu_e}. \quad (2)$$

W sproszkowanej substancji o kubicznym rozmieszczeniu jonów

$$\nu_p^2 = 16,9 \left(\frac{g^2\beta^2}{\hbar} \right)^2 N^2 S(S+1) \quad (3a)$$

$$\nu_e^2 = \frac{8,48}{3} \left(\frac{J}{\hbar} \right)^2 S(S+1), \quad (3b)$$

gdzie N jest koncentracją jonów paramagnetycznych o spinie S . Praktyczne wykorzystanie teorii Andersona-Weissa polega na tym, że mając drugi moment linii i doświadczalnie wyznaczoną szerokość połówkową linii absorpcji $2\Delta\nu_{1/2}$, możemy wyznaczyć częstotliwość wymiany. Gdy wymiana jest bardzo silna, występuje relacja $\nu_p^2 = \frac{10}{3} M_2$ i w wyrażeniu (2) pojawia się czynnik $\frac{10}{3}$. Systematyczne badania zależności amplitudy linii od częstotliwości mogą dostarczyć

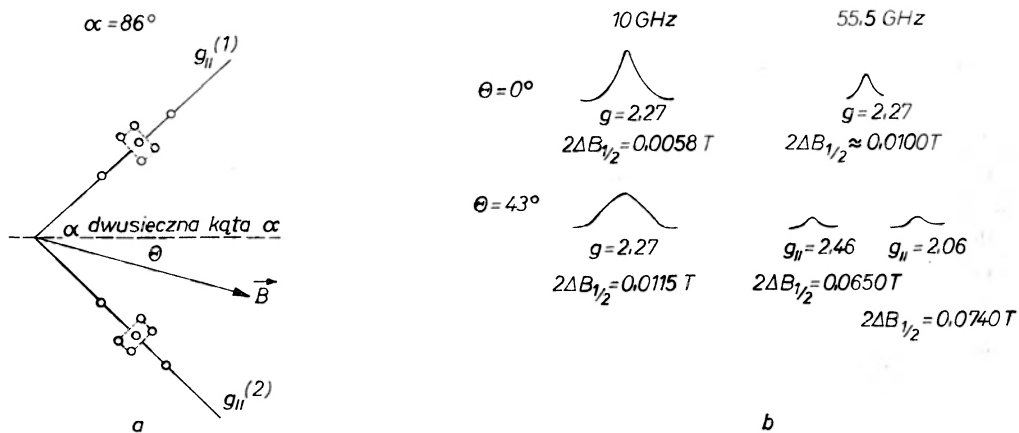
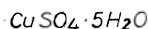
także informacji o częstotliwości wymiany. Zgodnie z teorią Andersona i Weissa amplituda sygnału EPR jest równa

$$I = \frac{8\omega_e^2 \omega_0^2}{\omega^4 + 2\omega^2(2\omega_e^2 - \omega_0^2) + \omega_0^4}, \quad (4)$$

gdzie częstość

$$\pm \omega_0 = \frac{g_{\parallel} - g_{\perp}}{2\hbar} \beta B \sin 2\theta \sin \alpha$$

charakteryzuje przemieszczenie się linii dla centrów nie oddziałujących wymiennie. Kąt θ jest zawarty między kierunkiem pola magnetycznego i dwusiecznej (rys. 1a), natomiast α jest kątem między kierunkami głównymi dwu różnie zorientowanych kompleksów magnetycznych. Badania Bagguleya i Griffithsa [1] oraz badania Ono i Ohtsuki [8] przeprowadzone dla $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ przy częstotliwościach 10 GHz, 24 GHz, 35 GHz, 45,5 GHz i 55,5 GHz prowadzą do wniosku, że częstość wymiany ν_e wynosi $1 \cdot 10^{10}$ Hz, a energia wymiany jest równa $J = 0,15 \text{ cm}^{-1}$ (rys. 1b).



Rys. 1. a) Struktura i położenie kompleksów miedziowych w komórce elementarnej $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$. b) Widmo EPR w monokryształe $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ w kierunku dwusiecznej kąta między kierunkami głównymi obu kompleksów miedziowych ($\theta = 0$) i w kierunku głównym jednego z kompleksów ($\theta = 43^\circ$) dla różnych częstotliwości pola w. cz.

Odkrycie widma parowego miedzi w octanie miedziowym, dokonane przez Bleaneya i Bowersa [9], stanowi istotny postęp w dziedzinie badania oddziaływań wymiennych metodą EPR. Badania EPR Abe i Shimada [10] oraz badania strukturalne Van Niekerka i Schoeninga [11], pozwoliły na ustalenie, że w octanie miedziowym występuje nadwymiana między jonami Cu^{2+} poprzez mostek tlenowy oraz że energia wymiany wynosi $J = 300 \text{ cm}^{-1}$. Dolny singletowy spinowy stan energetyczny jest oddalony o tę wartość energii od wyżej

leżącego stanu trypletowego i dlatego paramagnetyzm octanu miedziowego silnie zależy od temperatury. W najniższej temperaturze octanu miedziowy jest diamagnetykiem, a podwyższeniu temperatury towarzyszy coraz liczniejsze obsadzenie górnego stanu trypletowego, z czym wiąże się wzrost paramagnetyzmu kryształu. Badania EPR przeprowadzone przez Bleaneya i Bowersa pozwoliły na wyjaśnienie anomalnej zależności podatności magnetycznej od temperatury zaobserwowanej przez Guha [12]. Ponieważ octan miedziowy jest klasycznym przykładem widma EPR par jonów miedziowych, poświęcimy mu tutaj więcej miejsca. Przyczyną naszego zainteresowania się efektami parowymi było wykrycie przez nas widma pochodzącego od wielojądrowego kompleksu miedzi w kryształach fluoroberylanu trójglicyny [13]. Widmo parowe występuje tutaj obok widma pochodzącego od pojedynczych jonów Cu^{2+} , jak to ma miejsce w dwuwodnym mrowczanie cynku, w którym niektóre atomy cynku zastąpiono przez atomy miedzi [14]. Szczegółowe badania przeprowadzone ostatnio w Zakładzie Radiospektroskopii IF PAN w Poznaniu nad TGFB : Cu^{2+} pokazały, że w kryształach tym występują kompleksy złożone z czterech jonów miedziowych, na co wskazuje tak subtelna jak również nadsubtelna struktura widma EPR [15].

2. Systematyka oddziaływań parowych

Badanie izolowanych jonów miedziowych nie nastęca dużych trudności i na podstawie widma EPR oraz absorpcyjnego widma optycznego można wyznaczyć charakter wiązania chemicznego jonu z otoczeniem oraz rozmieszczenie jonów w kryształach¹. Oddziaływanie parowe uwidacznia się w widmie EPR w dwojaki sposób zależnie od wielkości energii oddziaływania wymiennego. Dla małych wartości energii wymiany w stosunku do energii zeemanowskiej obserwuje się zmianę kształtu linii rezonansowej, a dla dużej wartości energii wymiany obserwuje się widmo parowe. W celu zbadania wpływu oddziaływania wymiennego na widmo EPR posłużymy się hamiltonianem dwóch izolowanych jonów z dodatkowym składnikiem opisującym wymianę. Bagguley i Owen [16] piszą hamiltonian spinowy pary Cu-Cu w następującej postaci

$$\mathcal{H}_s = g_1\beta\vec{B}\cdot\vec{S}_1 + g_2\beta\vec{B}\cdot\vec{S}_2 + J\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2, \quad (5)$$

gdzie dwa pierwsze człony opisują energię zeemanowską izolowanych jonów, ostatni człon opisuje energię wymiany.

Gdy energia wymiany jest równa zero, $J = 0$ lub jest mniejszą od $(g_1 - g_2)\beta B$ oraz od szerokości $2\Delta B_{1/2}$ indywidualnej linii, obserwuje się dwie wyraźnie oddzielone linie EPR przy częstotliwościach

$$h\nu_1 = g_1\beta B \quad \text{i} \quad h\nu_2 = g_2\beta B. \quad (6)$$

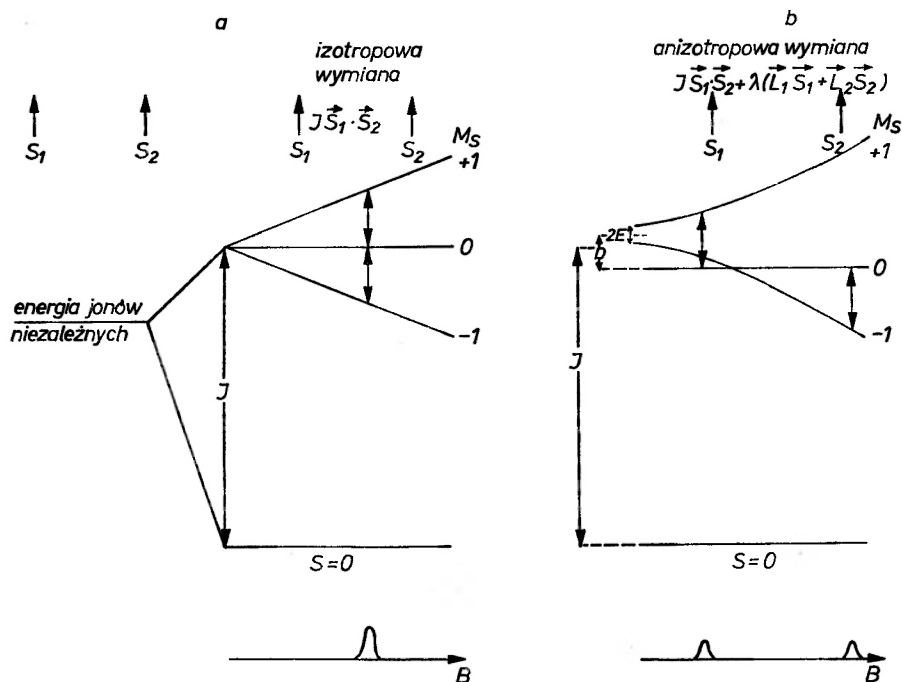
¹ Sprawy badania koordynacji jonu Cu^{2+} metodą EPR jest poświęcony artykuł J. Stankowskiego zamieszczony w *Postęпах Fizyki*, 18, 93 (1967).

W przypadku, gdy energia wymiany jest różna od zera, $J \neq 0$, hamiltonian (5) można napisać w postaci podanej przez Pryce'a [17]. W jego pierwszej teorii efektu parowego w octanie miedziowym

$$\mathcal{H}_s^{(1z)} = \frac{1}{2}(g_1 + g_2)\beta\vec{B} \cdot \vec{S} + \frac{1}{2}J[S(S+1) - \frac{3}{2}] + \frac{1}{2}(g_1 - g_2)\beta\vec{B}(\vec{S}_1 - \vec{S}_2), \quad (7)$$

gdzie spin efektywny S jest równy sumie spinów oddzielnych jonów i równa się $S = 1$ lub $S = 0$.

Ostatni człon jest bardzo mały i można go zaniedbać, gdy $(g_1 - g_2) \cdot \beta B \ll J$. Oddziaływanie wymienne jest tutaj zależne jedynie od wzajemnej orientacji spinów i nazywa się je wymiennym oddziaływaniem izotropowym. Dla izotropowej wymiany singlet scharakteryzowany przez $S = 0$ jest przesunięty o $\frac{3}{4}J$ w stosunku do energii jonów niezależnych, a energia trypletu jest większa od tej energii o wartość $\frac{1}{4}J \pm \frac{1}{2} \cdot (g_1 + g_2)\beta B$. Widmo EPR stanowi jedna linia (rys. 2a).



Rys. 2. Układ spinowych poziomów energetycznych pary jonów miedziowych sprzężonych oddziaływaniem wymiennym: a) izotropowym, b) anizotropowym

Inny przypadek mamy wówczas, gdy energia wymiany zależy również od orientacji w kryształach. Mówimy wówczas o sprzężeniu anizotropowym. Zgodnie z przypuszczeniem Van Vlecka [18] oddziaływanie spin-spin prowadzi do izotropowej wymiany, a każdy ze spinów przez sprzężenie spin-orbita jest

związany z polem krystalicznym o niższej symetrii. Hamiltonian oddziaływania anizotropowego ma wówczas postać

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_s^{(\text{aniz})} &= D'(2S_{1z}S_{2z} - S_{1x}S_{2x} - S_{1y}S_{2y}) + E'(S_{1x}S_{2x} - S_{1y}S_{2y}) = \\ &= D(S_z^2 - \frac{2}{3}) + E(S_x^2 - S_y^2). \end{aligned} \quad (8)$$

Stałe struktury subtelnej D i E związane są z parametrami D' i E' następującymi zależnościami $\frac{3}{2}D' = D$ i $\frac{1}{2}E' = E$.

Stałe D i E określają rozszczepienie górnego trypletu wywołane anizotropową wymianą (rys. 2b). Gdy energia wymiany jest duża, do opisu widma EPR posługujemy się hamiltonianem ze spinem efektywnym $S = 1$ o następującej postaci

$$\mathcal{H}_s^{(\text{aniz})} = \beta(g_x B_x S_x + g_y B_y S_y + g_z B_z S_z) + D(S_z^2 - \frac{2}{3}) + E(S_x^2 - S_y^2), \quad (9)$$

który zostanie szczegółowo omówiony w następnym rozdziale.

Może się zdarzyć, że osiowe pole krystaliczne jest bardzo silne i wówczas $h\nu \ll D$. Hamiltonian spinowy piszemy wówczas dla efektywnego spinu $S = 1/2$ w następującej postaci [19]

$$\mathcal{H}_s = g'\beta\vec{B}\cdot\vec{S} + ES_x^2$$

i wówczas wartość efektywnego współczynnika rozszczepienia spektroskopowego $g' = 2g_z$.

Hamiltonian opisujący w sposób najbardziej ogólny sprzężenie między dwoma spinami \vec{S}_1 i \vec{S}_2 ma postać

$$\mathcal{H} = J^{\alpha\beta} S_1^\alpha S_2^\beta \quad \alpha, \beta = x, y, z, \quad (10)$$

gdzie $J^{\alpha\beta}$ jest tensorem wymiany. Rozkładając ten tensor na część symetryczną i antysymetryczną oraz wyodrębniając ślad, hamiltonian (10) zgodnie z Erdösem [20] można przedstawić w postaci

$$\mathcal{H} = J\vec{S}_1\cdot\vec{S}_2 + \frac{1}{2}J_a^{\alpha\beta}(S_1^\alpha S_2^\beta + S_1^\beta S_2^\alpha) + \vec{D}\cdot(\vec{S}_1 \times \vec{S}_2), \quad (11)$$

gdzie pierwszy człon opisuje wymianę izotropową, drugi anizotropową, a trzeci człon opisuje asymetryczne oddziaływanie wymienne wprowadzone po raz pierwszy przez Działożyńskiego [21] i Moriya [22]. Energia wymiany asymetrycznej D jest rzędu $\left(\frac{\Delta g}{g_0}\right)J \approx 0,1J$, a więc jest proporcjonalna do stosunku energii oddziaływania spin-orbita λ do energii pola krystalicznego, gdyż $\frac{\Delta g}{g_0} \approx \frac{\lambda}{\Delta}$. Oddziaływanie asymetryczne odgrywa dużą rolę w teorii tzw. „słabego ferromagnetyzmu“ i jest uwarunkowane symetrią kryształu. Rola tego typu oddziaływań w zjawiskach parowych została rozpatrzona teoretycznie przez Erdösa [20] oraz Baltesa i in. [23], jednak jak dotąd przypadek taki nie został

zaobserwowany doświadczalnie metodami EPR. We wspomnianym już mrówczanie cynku zawierającym domieszkę miedzi [14] symetria kryształu dopuszcza oddziaływanie tego typu, jednak z powodu małej wartości całki wymiany widmo par było w znacznej mierze przesłonięte przez widmo pojedynczych jonów miedzi, co uniemożliwiło szczegółową analizę widma parowego.

Drugi człon hamiltonianu opisuje anizotropowe oddziaływanie wymienne, przy czym energia wymiany anizotropowej J_a^{ab} jest rzędu $\left(\frac{\Delta g}{g_0}\right)^2 J \approx (0,01 \div 0,001) J$.

Obliczenia Bleaneya i Bowersa [9], Erdösa [20], Baltesa i in. [23], których nie będziemy tu przytaczać, wykazały, że anizotropowe oddziaływanie wymienne prowadzi do rozszczepienia górnego trypletu (rys. 2b) i dlatego na podstawie badania EPR można oszacować całkę wymiany. Parametr struktury subtelnej D występujący w hamiltonianie (9) opisuje zerowe rozszczepienie spinowych poziomów i jest ściśle związany z całką wymiany

$$|D = -\frac{1}{2} \left[4J_1 \left(\frac{\lambda}{\Delta_1} \right)^2 - J_2 \left(\frac{\lambda}{\Delta_2} \right)^2 \right] = -\frac{1}{8} \left[\frac{1}{4} J_1 (g_{\parallel} - 2)^2 - J_2 (g_{\perp} - 2)^2 \right]. \quad (12)$$

W tym wyrażeniu g_{\parallel} i g_{\perp} są wartościami współczynnika rozszczepienia spektroskopowego pojedynczego jonu miedziowego, a Δ_1 i Δ_2 są przejściami między następującymi poziomami orbitalnymi

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= E_{|xy\rangle} - E_{|x^2-y^2\rangle} \\ \Delta_2 &= E_{|xz\rangle} - E_{|x^2-y^2\rangle}. \end{aligned}$$

Całka wymiany J_1 jest określoną wielkością mierzalną, natomiast J_2 nie ma sensu fizycznego i zgodnie z sugestią Rossa [24] wynosi $J_2 = 8J_1$.

Kurita [25] na podstawie badań teoretycznych doszedł do wniosku, że stosunek intensywności linii odpowiadających przejściom z regułą wyboru $\Delta M = \pm 2$ i $\Delta M = \pm 1$ opisany jest wyrażeniem

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{D \sin 2\Theta}{B} \right)^2, \quad (13)$$

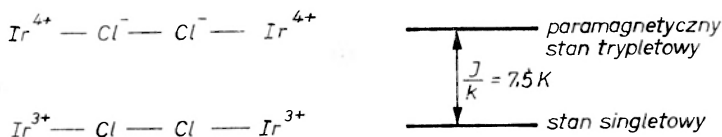
gdzie Θ jest kątem, jaki tworzy zewnętrzne pole magnetyczne B z kierunkiem głównym tensora D . Wyrażenie to jest bardzo pomocne w badaniu zjawisk parowych za pomocą EPR, gdyż dla orientacji równoległej, kiedy $\Theta = 0$, przejścia zabronione nie występują i ze wzrostem kąta Θ amplituda ich rośnie osiągając największą wartość przy kącie $\Theta = 45^\circ$.

Efekty parowe obserwowane dla jonów paramagnetycznych nie są na ogół wynikiem wymiany bezpośredniej, lecz warunkują je procesy oddziaływania poprzez ujemne jony tlenu, chloru czy też fluoru. Owen [31] analizując wymianę między dwoma jonami irydu poprzez molekułę chloru założył, że molekuła ta znajduje się w trypletowym stanie zdysocjowanym lub w singletowym

stanie obojętnym (rys. 3). Odległość tych dwóch stanów wyznaczono przy założeniu odległości Cl-Cl takiej, jaka występuje między tymi jonami w kryształce. W tym modelu całą wymianę J uzyskuje się wprowadzając w molekułę Cl_2 potencjał oddziaływania typu Morse'a

$$J = p^2 \bar{D} [1 - (1 - e^{-\beta(r-r_0)})^2], \quad (14)$$

gdzie p^2 określa gęstość elektronową molekuły Cl_2 znajdującą się na jonie metalu. \bar{D} i β są stałymi potencjału Morse'a. Określona przez Owena wartość $J/k = 7 \text{ K}$ pozostaje w bardzo dobrej zgodności z wartością 7,5 K uzyskaną w doświadczeniu.



■ Rys. 3. Mechanizm nadwymiennego oddziaływania między jonami irydu w $\text{K}_2(\text{Ir}, \text{PtCl}_6)$

Oddziaływanie między jonami manganu prowadzi do widma EPR pochodzącego od par $\text{Mn}^{2+}-\text{Mn}^{2+}$, które obserwowano w MgO [32] i w ZnF_2 [33] domieszkowanych manganem. Również widmo od par $\text{Cr}^{3+}-\text{Cr}^{3+}$ obserwowano w rubinie [34], a pary jonów żelaza $\text{Fe}^{3+}-\text{Fe}^{3+}$ wykryto w napromieniowanym ferocenie dzięki metodzie EPR.

Dużą grupę ciekawych efektów wymiennych w widmach EPR zaobserwowano dla par rodnikowych w ciałach stałych. Na przykład, podczas fotolizy nadsiarczanu potasu po rozerwaniu wiązania O-O, pojawia się słabe widmo parowe pochodzące od kompleksu $\text{SO}_4^- - \text{SO}_4^-$, które występuje obok silnego widma EPR pochodzącego od pojedynczych rodników SO_4^- [36]. Najciekawsze jest tutaj, że w omawianym związku grupy SO_4 znajdują się w znacznej od siebie odległości (13 Å i 19 Å), a mimo to parowe oddziaływanie jest obserwowane. Istnieje cały szereg innych rodników wykazujących widmo parowe EPR, których omówienie można znaleźć w artykule Żidomirowa i Buczaczenki [35].

3. Fenomenologiczny opis widma EPR par $\text{Cu}^{2+}-\text{Cu}^{2+}$ za pomocą hamiltonianu spinowego

Widmo EPR par $\text{Cu}^{2+}-\text{Cu}^{2+}$ można opisać fenomenologicznym hamiltonianem spinowym z $S = 1$, jeżeli stan trypletowy jest dobrze odseparowany w skali energetycznej od niżej leżącego stanu singletowego ($S = 0$) oraz wyżej leżących poziomów orbitalnych, tzn. gdy spełnione są nierówności: $J \gg D$, $J \gg g\beta B$, $J \ll \Delta$.

Hamiltonian spinowy (9) jest zapisany w układzie ortogonalnym xyz , gdzie oś z jest osią główną pola krystalicznego. Kierunek stałego pola magnetycznego \vec{B} względem osi układu xyz określają kąty: biegunowy θ i azymutalny φ . Wy-

rażając składowe pola magnetycznego \vec{B} przez współrzędne Θ i φ można przekształcić hamiltonian (9) do postaci

$$\mathcal{H} = \beta B [g_x S_x \cos \Theta + \frac{1}{2} \sin \Theta (g_+ S_- + g_- S_+)] + D [S_z^2 - \frac{2}{3}] + \frac{1}{2} E [S_+^2 + S_-^2], \quad (15)$$

gdzie

$$S_{\pm} = S_x \pm i S_y$$

$$g_{\pm} = g_x \cos \varphi \pm i g_y \sin \varphi.$$

W celu obliczenia energii stanów spinowych należy rozwiązać równanie Schrödingera niezależne od czasu

$$\mathcal{H} |S, M\rangle = W |S, M\rangle. \quad (16)$$

Operatory S_{\pm} i S_z występujące w hamiltonianie (15) działają na poszczególne stany spinowe w następujący sposób:

$$S_{\pm} |M\rangle = [S(S+1) - M(M \pm 1)]^{1/2} |M \pm 1\rangle \quad (17a)$$

$$S_z |M\rangle = M |M\rangle. \quad (17b)$$

Korzystając z wyrażeń (17) obliczamy elementy macierzowe $H_{ij} = \langle \varphi_i | \mathcal{H} | \varphi_j \rangle$ hamiltonianu (15) w bazie stanów φ : $|1\rangle, |0\rangle, |-1\rangle$. Wyznacznik charakterystyczny ma następującą postać:

$$\begin{array}{ccc} & |1\rangle & |0\rangle & |-1\rangle \\ \langle 1| & g_x \beta B \cos \Theta + \frac{1}{3} D - W & \frac{\sqrt{2}}{2} g_- \beta B \sin \Theta & E \\ \langle 0| & \frac{\sqrt{2}}{2} g_+ \beta B \sin \Theta & -\frac{2}{3} D - W & \frac{\sqrt{2}}{2} g_- \beta B \sin \Theta \\ \langle -1| & E & \frac{\sqrt{2}}{2} g_+ \beta B \sin \Theta & -g_x \beta B \cos \Theta + \frac{1}{3} D - W \end{array} = 0. \quad (18)$$

Stany własne hamiltonianu (15) są kombinacjami liniowymi funkcji φ_j tworzących bazę ($j = 1, 2, 3$, $\varphi_1 = |1\rangle$, $\varphi_2 = |0\rangle$, $\varphi_3 = |-1\rangle$).

$$|\Psi_k\rangle = \sum_{j=1}^N C_{jk} |\varphi_j\rangle \quad \begin{array}{l} N = 3 \\ k = 1, 2, 3. \end{array} \quad (19)$$

Współczynniki rozwinięcia C_{jk} wyznaczamy z układu równań

$$\sum_{j=1}^N C_{jk} (H_{ij} - E_k \delta_{ij}) = 0, \quad (20)$$

$$\text{przy czym } \sum_{j=1}^N C_{jk}^2 = 1.$$

W równaniu (18) zawarty jest opis anizotropii położenia poziomów energetycznych dla spinu $S = 1$, a zatem i opis anizotropii widma EPR. Gdy pole magnetyczne \vec{B} skierowane jest wzdłuż osi „ z ” pola krystalicznego, równanie (18) ma następujące rozwiązania:

$$\begin{aligned} W_1 &= -\frac{2}{3}D \\ W_2 &= \frac{D}{3} + [g_z^2 \beta^2 B^2 + E^2]^{1/2} \\ W_3 &= \frac{D}{3} - [g_z^2 \beta^2 B^2 + E^2]^{1/2}. \end{aligned} \quad (21)$$

Liczby kwantowe $M = 1, 0, -1$ mają wyraźny sens tylko w przybliżeniu silnego pola, tzn. gdy $g_z \beta B \gg E$. Wówczas stany własne hamiltonianu wyrażają się tylko poprzez poszczególne funkcje bazy φ_j , a nie przez ich kombinacje liniowe.

Wartości własne hamiltonianu (15) dla kierunku „ x ” pola krystalicznego są następujące

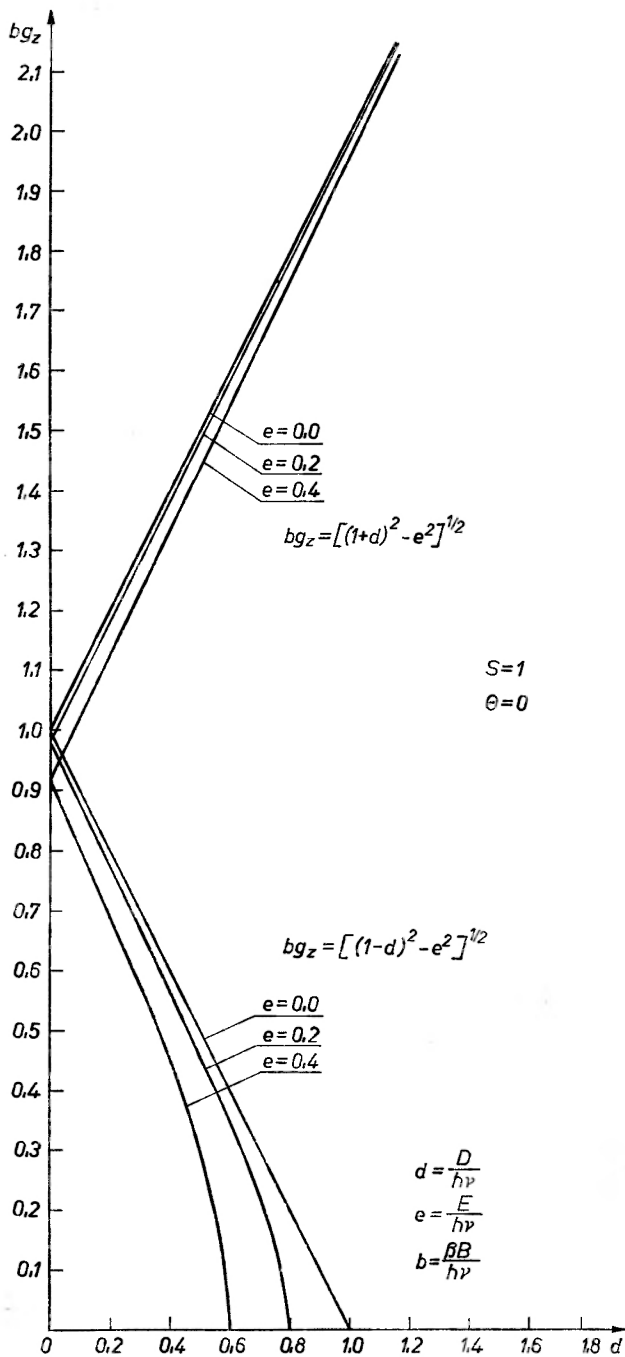
$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{3E - D}{6} + \left[\left(\frac{E + D}{2} \right)^2 + g_x^2 \beta^2 B^2 \right]^{1/2} \\ W_2 &= \frac{D}{3} - E \\ W_3 &= \frac{3E - D}{6} - \left[\left(\frac{E + D}{2} \right)^2 + g_x^2 \beta^2 B^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (22)$$

Wartości własne dla kierunku „ y ”

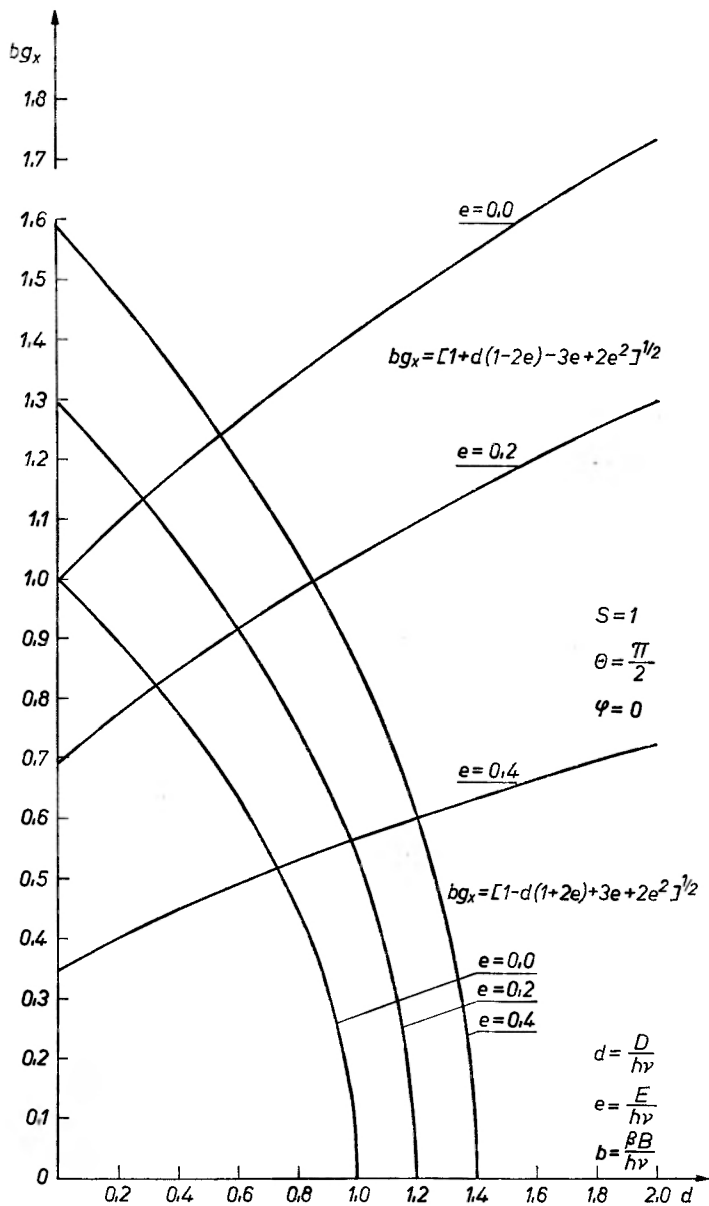
$$\begin{aligned} W_1 &= \frac{-3E - D}{6} + \left[\left(\frac{D - E}{2} \right)^2 + g_y^2 \beta^2 B^2 \right]^{1/2} \\ W_2 &= \frac{-3E - D}{6} - \left[\left(\frac{D - E}{2} \right)^2 + g_y^2 \beta^2 B^2 \right]^{1/2} \\ W_3 &= \frac{D}{3} + E. \end{aligned} \quad (23)$$

Pomiary EPR w kierunkach x, y, z pozwalają jednoznacznie wyznaczyć stałe D, E, g_x, g_y, g_z hamiltonianu spinowego (9) przy pomocy równań (21), (22) i (23).

Dla kierunku pola magnetycznego tworzącego dowolne kąty θ i φ z osiami pola krystalicznego równanie (18) należy rozwiązywać numerycznie lub skorzystać z wyrażeń podanych przez Bleaney'a [43] i uzyskanych metodą rachunku zaburzeń.

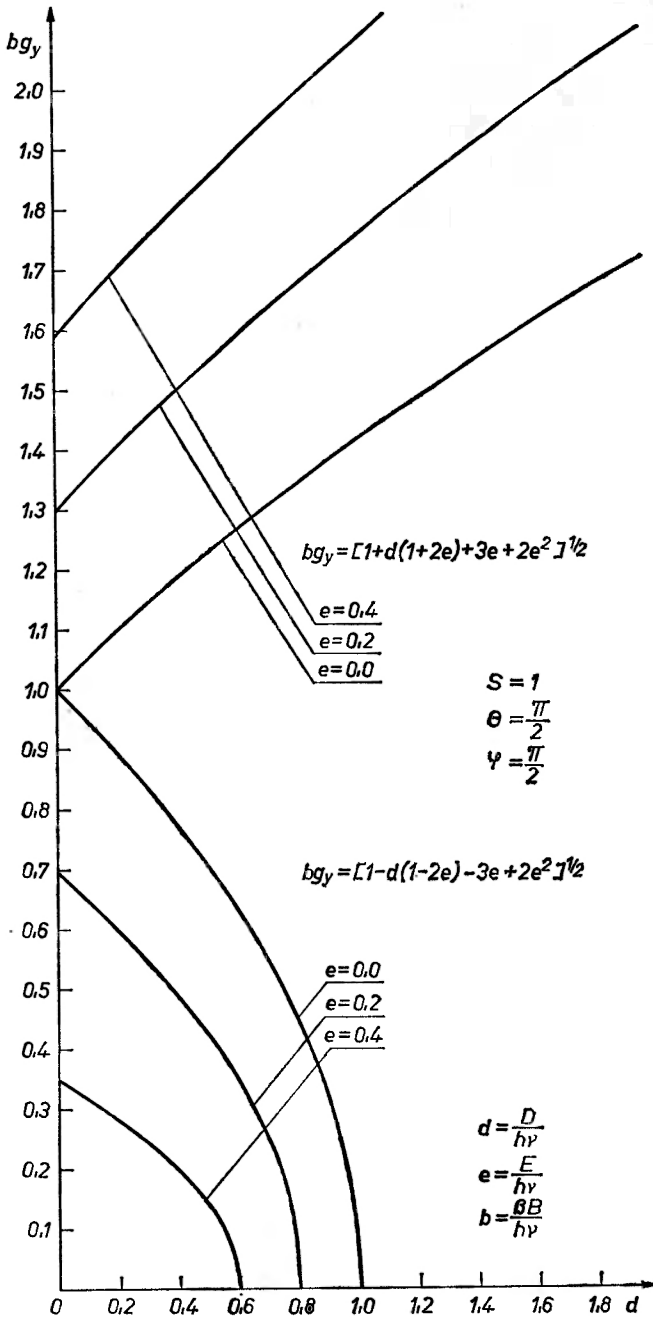


Rys. 4. Zależność położenia linii rezonansowych od znormalizowanych parametrów hamiltonianu spinowego w kierunku głównym „z” pola krystalicznego



Rys. 5. Zależność położenia linii rezonansowych od znormalizowanych parametrów hamiltonianu spinowego w kierunku głównym „ x ” pola krystalicznego

Na rys. 4, 5 i 6 przedstawiono warunki rezonansu EPR. Na osi rzędnych odłożono wartość członu zeemanowskiego, a na osi odciętych wartość stałej D ; parametrem jest stała E charakteryzująca odchylenie symetrii widma od osiowości. Wszystkie wielkości są obliczone w jednostkach względnych.

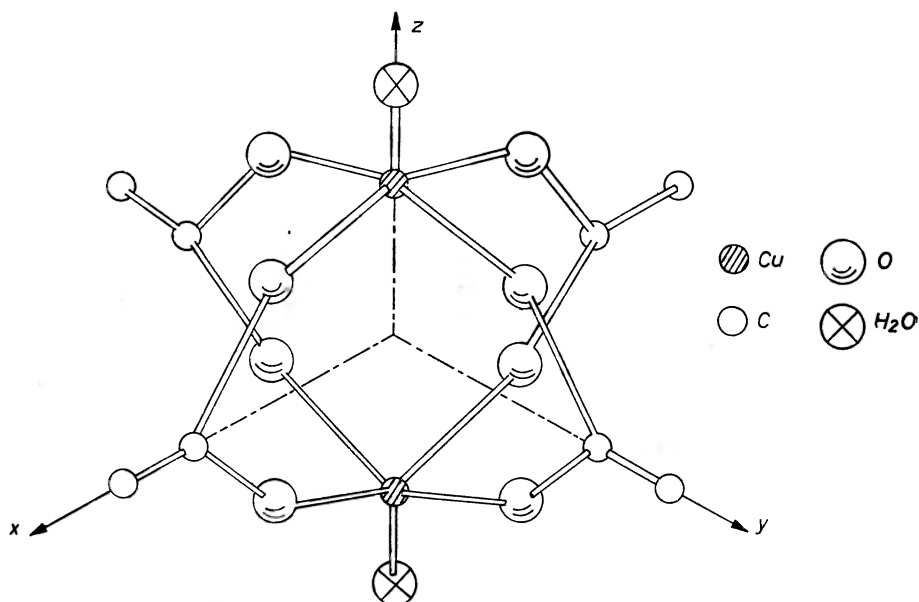


Rys. 6. Zależność położenia linii rezonansowych od znormalizowanych parametrów hamiltonianu spinowego w kierunku głównym „y” pola krystalicznego

4. EPR w jednowodnym octanie miedziowym

Anizotropia widma EPR

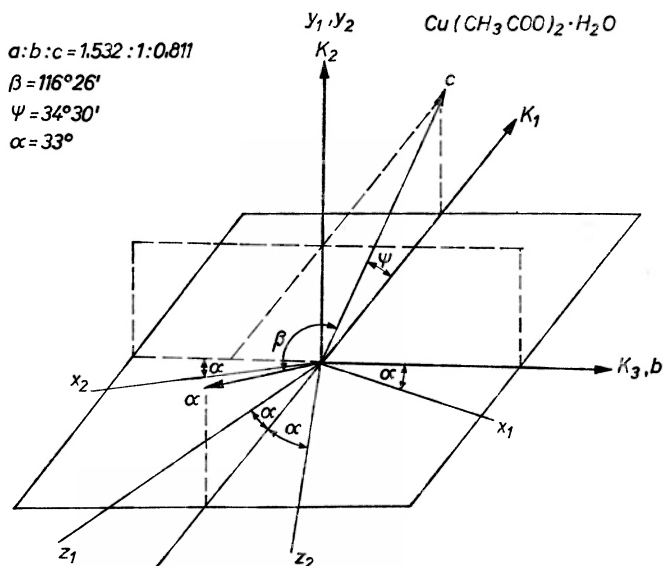
Kryształy jednowodnego octanu miedziowego łatwo rosną w przesyconym roztworze wodnym. Barwa kryształów o doskonale wykształconych ściankach jest ciemnozielona. Należą one do grupy przestrzennej $C2/c$ układu jednoskośnego. Badania rentgenograficzne Van Niekierka i Schoeninga [11] wykazały, że w jednej komórce znajdują się 4 molekuly, a interesujące nas oddziaływanie parowe pojawia się w kompleksach o budowie przedstawionej na rys. 7. Z kompleksem takim związane jest pole lokalne w taki sposób, że



Rys. 7. Struktura parowego kompleksu miedziowego w $\text{Cu}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$. Zaznaczono kierunki główne (xyz) pola krystalicznego

kierunek „ z ” wyznacza oś pola krystalicznego, a x i y wyznaczają dwa pozostałe kierunki główne pola krystalicznego. Badania EPR przeprowadzone przez Sakaguchi i współpracowników [37] dla napromieniowanych kryształów jednowodnego octanu miedziowego pokazały, że kierunek główny „ z ” dla pary pokrywa się z kierunkiem głównym „ z ” dla izolowanego jonu miedziowego. Bagguley i Griffiths [2], a później Bleaney i Bowers [9] stwierdzili za pomocą EPR, że w kryształach jednowodnego octanu miedziowego występują dwa różnie zorientowane kompleksy, a kąt między ich kierunkami głównymi wynosi 66° . Badania własności magnetycznych tego kryształu rozpoczęto od wyznaczenia podatności magnetycznej kryształu i stąd opis anizotropii widma EPR przeprowadzimy w ortogonalnym układzie współrzędnych wyznaczonym przez kierunki główne K_1 , K_2 i K_3 tensora podatności magnetycznej. W układzie

tym (rys. 8) dwukrotna oś symetrii kryształu pokrywa się z kierunkiem K_3 , a osie a i c leżą w płaszczyźnie K_2K_1 . Gdy zewnętrzne pole magnetyczne leży w płaszczyźnie K_2 , K_3 lub K_1 , K_2 , obydwa kompleksy są równoważne. Dla ilustracji podajemy anizotropię widma EPR uzyskanego przy częstotliwości mikrofal 9,4 GHz za pomocą spektrometru JES-3BX. Gdy kryształ obracano dookoła dwukrotnej osi symetrii kryształu, a pole magnetyczne leżało



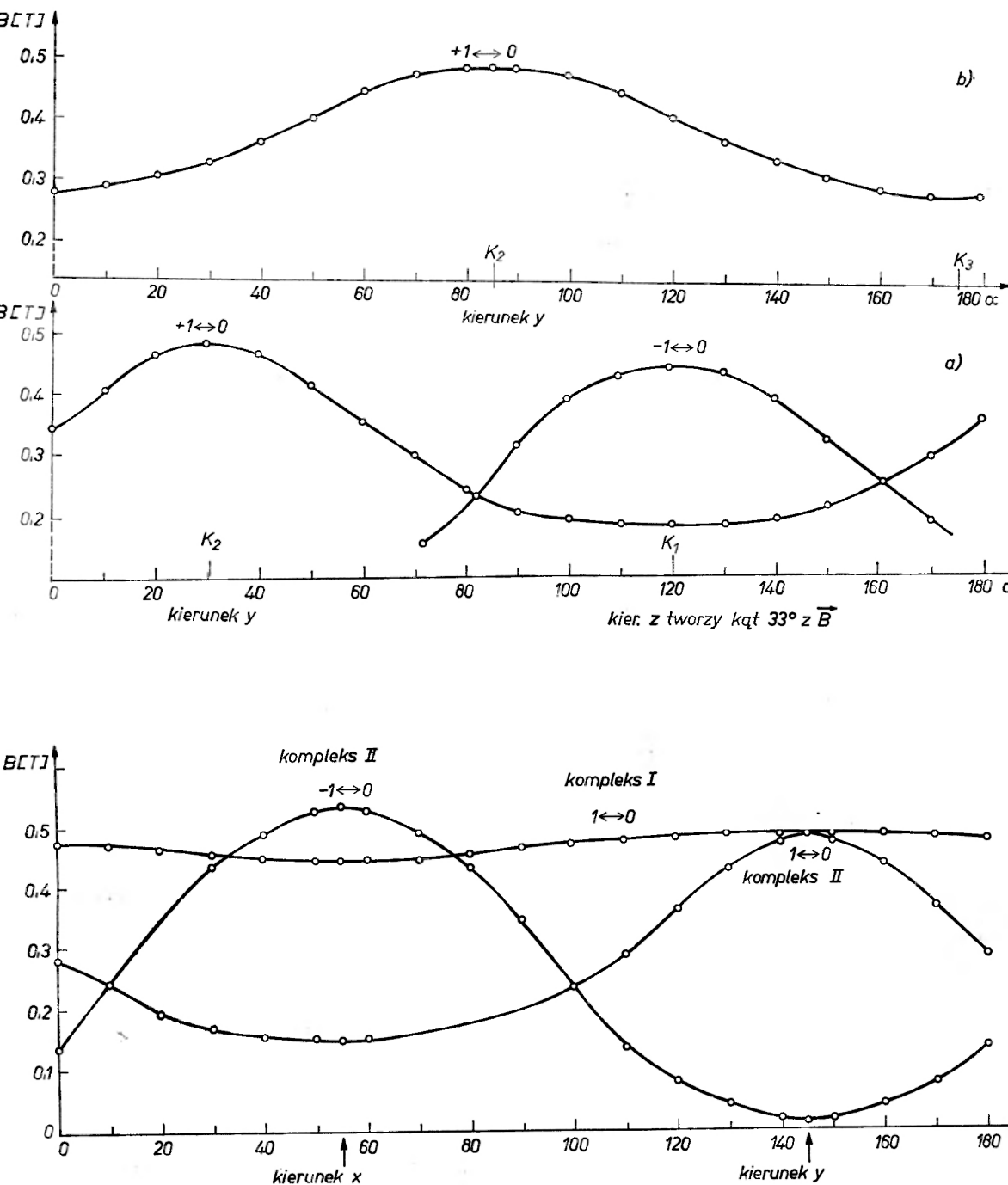
Rys. 8. Położenie osi głównych (K_1, K_2, K_3) tensora podatności magnetycznej i kierunków głównych (xyz) pola krystalicznego dwóch kompleksów parowych względem osi abc komórki elementarnej octanu miedziowego

w płaszczyźnie K_1K_2 , obserwowano dwie linie (rys. 9a) odpowiadające przejściom $M = 1 \leftrightarrow M = 0$ i $M = -1 \leftrightarrow M = 0$. Obserwowano tutaj dużą anizotropię, gdyż dla takiego obrotu zakres zmienności kąta θ między z i \vec{B} zawiera się w granicach od 33° (orientacja K_1) do 90° (orientacja K_2). Mniejszą anizotropię uzyskuje się przy obrocie kryształu dookoła osi K_1 (rys. 9b), gdyż kąt θ zmienia się wówczas od 57° (orientacja K_3) do 90° (orientacja K_2).

Najmniejszą anizotropię uzyskuje się w przypadku, gdy oś „ z ” z jednego z kompleksów jest osią obrotu (rys. 9c).

Przy obrocie kryształu dookoła osi K_2 można wyznaczyć kąt między kierunkami głównymi kompleksów, gdyż w kierunkach z_1 i z_2 mamy ekstremalne wartości pól rezonansowych (0,596 T). Typowe widmo EPR uzyskane dla kierunku głównego jednego z kompleksów przedstawiono na rys. 10.

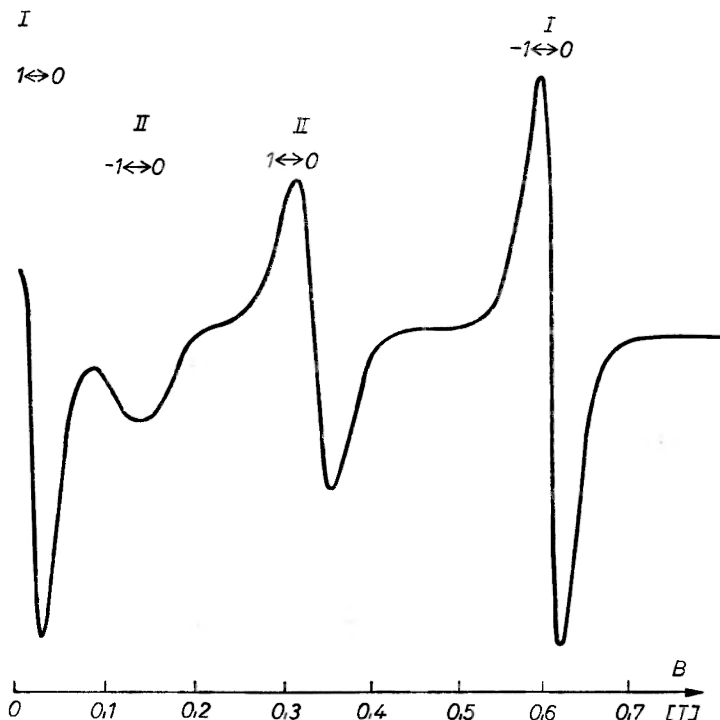
Wartości pola rezonansowego uzyskanego dla kierunków głównych xyz pozwoliły na wyznaczenie stałych hamiltonianu spinowego (9). Wyrażenia (21), (22) i (23) podają zależność spinowych poziomów energetycznych od natężenia pola magnetycznego i na ich podstawie obliczono poszukiwane wielkości. W tabeli I zestawiono nasze wyniki z rezultatami uzyskanymi innymi autorów.



Rys. 9. Anizotropia widma EPR w monokryształe $\text{Cu}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$. a) w płaszczyźnie K_1K_2 , b) w płaszczyźnie K_2K_3 , c) w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku głównego „z” pola krystalicznego kompleksu I

Parametr E jest tutaj bardzo mały i stąd pole rezonansowe w płaszczyźnie xy (rys. 9c) wykazuje małą anizotropię; przebieg zależności $B = B(\theta)$ dla jednego z kompleksów jest zbliżony do prostej.

Uzyskane wyniki są zbliżone do wyników Abe i Shimoda [10], lecz zgodność ta może być przypadkowa z powodu małej dokładności pomiaru wynikającej



Rys. 10. Widmo EPR w monokryształe $\text{Cu}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ w kierunku głównym „ z ” pola krystalicznego kompleksu I

Tablica I

Parametry hamiltonianu spinowego dla jonu miedzi w octanie miedziowym $\text{Cu}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$

Rodzaj centrum	Temperatura (K)	g_x	g_y	g_z	$D(\text{cm}^{-1})$	$E(\text{cm}^{-1})$	$A(\text{cm}^{-1})$	$B(\text{cm}^{-1})$	Autorzy
Cu-Cu	293 77	2,35	2,09	2,05	0,342	0,009	0,0076		wyniki własne
Cu-Cu	90	2,42	2,08	2,08	0,34	0,01	0,0079	0,0012	[9]
Cu-Cu	290 90	2,34 2,42	2,09 2,08	2,05 2,08	0,345	0,007			[10]
Cu	77	2,397	2,085	2,068			0,0129	0,0040 0,0010	[38]

z bardzo dużej szerokości linii rezonansowych. Parametry g i D praktycznie nie zależą od temperatury i występujące w tablicy różnice tych parametrów w różnych temperaturach nie znajdują doświadczalnego potwierdzenia. Również wykonane badania wpływu ciśnienia przeprowadzone przez Jabłokowa i in. dla proszków [28] i wykonane przez dla monokryształów [38] pokazują, że widmo EPR jednowodnego octanu miedziowego praktycznie od ciśnienia nie zależy.

Nadsubtelna struktura widma

W dwujądrowym kompleksie miedziowym powinna wystąpić struktura nadsubtelna pochodząca od oddziaływania niesparowanego spinu z dwoma równoważnymi jądrami miedzi ($I = \frac{3}{2}$). W temperaturze pokojowej struktura nadsubtelna w widmie $\text{Cu}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$ nie jest obserwowana, lecz występuje wyraźnie w temperaturze 77 K. Jej występowanie jest silnie zależne od orientacji pola magnetycznego w kryształach, występuje ona wyraźnie wzdłuż kierunku głównego, a odchylenie pola magnetycznego od tego kierunku o kąt 15° powoduje całkowite jej zamazanie. Jak to pokazali Bleaney i Bowers [9], struktura nadsubtelna składa się z 7 linii o stosunku amplitud 1:2:3:4:3:2:1. Fakt ten można wyjaśnić rozpatrując hamiltonian (5) uzupełniony o człon opisujący oddziaływanie nadsubtelne.

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{H}} &= g\beta \vec{B} \cdot \vec{S}_1 + A \vec{S}_1 \vec{I}_1 + g\beta \vec{B} \cdot \vec{S}_2 + A \vec{S}_2 \cdot \vec{I}_2 + J \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 = \\ &= g\beta \vec{B} \cdot \vec{S} + \frac{1}{2} J [S(S+1) - \frac{3}{2}] + \frac{1}{2} A \vec{S} (\vec{I}_1 + \vec{I}_2) + \frac{1}{2} A (\vec{S}_1 - \vec{S}_2) (\vec{I}_1 - \vec{I}_2), \end{aligned} \quad (24)$$

gdzie $S = 0$ lub 1 .

Jeśli $J \gg A$ można pominąć ostatni człon. Gdy ponadto człon zeemanowski spełnia relację: $g\beta B \gg A$, poziomy energetyczne należące do trypletu ($S = 1$) są następujące:

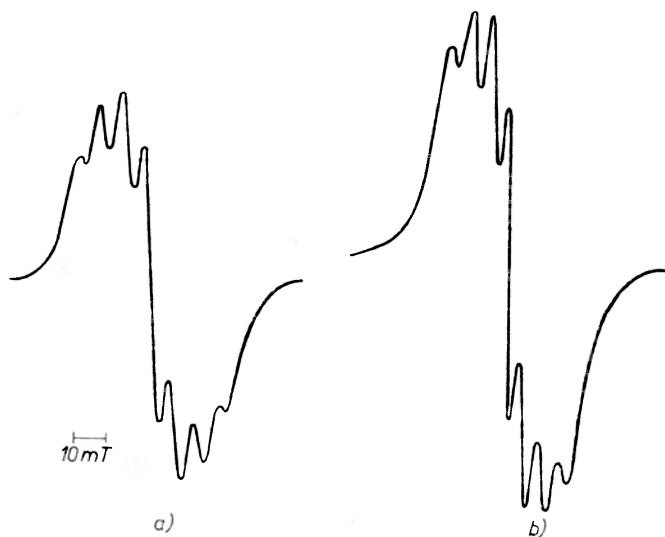
$$\begin{aligned} W_{1,2} &= \frac{1}{4} J \pm g\beta B \pm \frac{1}{2} A (I_{z_1} + I_{z_2}) \\ W_3 &= \frac{1}{4} J. \end{aligned} \quad (25)$$

Z reguł wyboru $\Delta S_z = \pm 1$, $\Delta I_z = 0$ wynika, że widmo zawiera $2(I_1 + I_2) + 1$ linii nadsubtelnej struktury, oddzielonych od siebie o $\frac{1}{2} \frac{A}{g\beta}$ a nie $\frac{A}{g\beta}$, jak w przypadku pojedynczych jonów miedziowych. Stała rozszczepienia nadsubtelnego w octanie miedziowym wynosi $0,008 \text{ cm}^{-1}$, podczas gdy w innych paramagnetycznych związkach miedziowych, w których nie występuje oddziaływanie parowe, przyjmuje dwukrotnie większą wartość.

Przy pomocy akumulatora widm JRA-1 przeprowadzono symulację obserwowanej w temperaturze 77 K linii EPR, posiadającą nadsubtelną strukturę widma octanu miedziowego (rys. 11). Najlepszą zgodność widma symulowanego z obserwowanym uzyskano przy założeniu, że kształt indywidualnej linii

rezonansowej jest opisany przez funkcję Lorentza, a szerokość indywidualnej linii przyjęto $2\Delta B_{1/2} = 1,66 \text{ A}$.

Należy zwrócić uwagę, że metoda symulacji widma w przypadku słabo rozdzielonej struktury nadsubtelnej jest jedyną metodą pozwalającą określić szerokość indywidualnej linii rezonansowej, gdyż wartość tę należy umieścić w programie spektroakumulatora przed rozpoczęciem obliczeń.



Rys. 11. Nadsubtelna struktury widma EPR w octanie miedziowym w kierunku głównym „z” pola krystalicznego (linia odpowiada przejściu $M = -1 \leftrightarrow M = 0$). a) widmo obserwowane w temperaturze 77 K, b) widmo symulowane przy pomocy akumulatora widm JRA-1

Obecnie znanych jest kilkadziesiąt różnych związków miedziowych [27] o własnościach magnetycznych podobnych do własności octanu miedziowego. Większość tych związków zbadano metodą EPR. Różnią się one strukturą krystaliczną, liczbą kompleksów parowych w komórce elementarnej i składem chemicznym, jednak posiadają wiele wspólnych cech, które pozwalają je zaliczyć do jednej grupy. Do tych wspólnych cech należą: struktura i symetria kompleksów parowych, wartości parametrów rozszczepienia subtelnego D , E i nadsubtelnego A oraz energii oddziaływania wymiennego J . Stała D przyjmuje wartości od $0,15 \text{ cm}^{-1}$ do $0,35 \text{ cm}^{-1}$ a J od 200 cm^{-1} do 850 cm^{-1} (w większości tych związków $D = 0,3 \text{ cm}^{-1}$, $J = 300 \text{ cm}^{-1}$).

Energii oddziaływania wymiennego J wyznacza się metodą EPR na podstawie zależności stosunku natężenia linii widma parowego względem paramagnetycznego wzorca od temperatury. Stosunek ten I/I_0 wyraża się wzorem:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{3 + \exp(J/kT)} \quad (26)$$

Bliska odległość między sąsiednimi jonami miedzi w kompleksach parowych (w octanie — $2,64 \text{ \AA}$) sugerowała, że oddziaływanie wymienne jest oddziaływa-

niem bezpośrednim i wynika z bezpośredniego przekrywania się orbitali $d_{x^2-y^2}$ jonów miedziowych. Jednak przeprowadzone metodą EPR badania wpływu różnych podstawników chemicznych na własności magnetyczne związków typu octanu miedzi wykonane przez Jabłokowa i in. [28] oraz obliczenia Schluetera i in. [29] wykazały, że dominującym mechanizmem oddziaływań jest wymiana pośrednia, opisana przez Andersona [30]. Bliska odległość między jonami miedziowymi w kryształach sprzyja wymianie, ale nie jest czynnikiem decydującym, gdyż np. w CsCuCl_3 odległość Cu-Cu wynosi tylko $3,06 \text{ \AA}$, a nie zaobserwowano w tym związku żadnych efektów wymiennych [29].

5. Wielocentrowy kompleks miedziowy w monokryształe fluoroberylanu trójglicyny

W kryształach fluoroberylanu trójglicyny domieszkowanym jonami miedzi Cu^{2+} obok widma pochodzącego od izolowanych kompleksów występuje dodatkowe widmo, znacznie słabsze, pochodzące od wymiennie sprzężonych zespołów jonów miedziowych (rys. 12). Widmo to jest złożone i wykazuje silną anizotropię (rys. 13).

Badanie anizotropii widma EPR w ortogonalnym układzie współrzędnych związanym z kryształem [13] pozwoliło na ustalenie, że kierunek główny pola krystalicznego wielocentrowego kompleksu leży w płaszczyźnie YZ i tworzy kąt 20° z osią Z .

Początkowo przypuszczano, że obserwowane słabe widmo EPR pochodzi od jonów miedziowych związanych w pary oddziaływaniem wymiennym. Jednak szczegółowa analiza wykazała, że po zastosowaniu hamiltonianu spinowego z efektywnym spinem $S = 1$ nawet przy najniższej symetrii pola krystalicznego nie uzyskano zgodności danych teoretycznych z doświadczeniem. Wniosek ten wypływa z pracy Kurzyńskiego [39], który przeprowadził analizę anizotropii widma EPR dyskutując hamiltonian spinowy dla $S = 1$ w jednooskojnej symetrii pola krystalicznego.

Przyjęcie modelu czterocentrowego pozwoliło przyporządkować wszystkie obserwowane linie w widmie EPR oraz pozwoliło wytłumaczyć 13-składnikową strukturę nadsubtelną występującą wyraźnie w niskich temperaturach. Za takim modelem przemawia również fakt, iż stała rozszczepienia struktury nadsubtelnej jest cztery razy mniejsza od wartości A dla pojedynczego kompleksu.

Do opisu widma EPR czterocentrowego kompleksu paramagnetycznego użyto hamiltonianu spinowego dla $S = 2$ i pola krystalicznego o symetrii rombowej. Postać takiego hamiltonianu jest następująca:

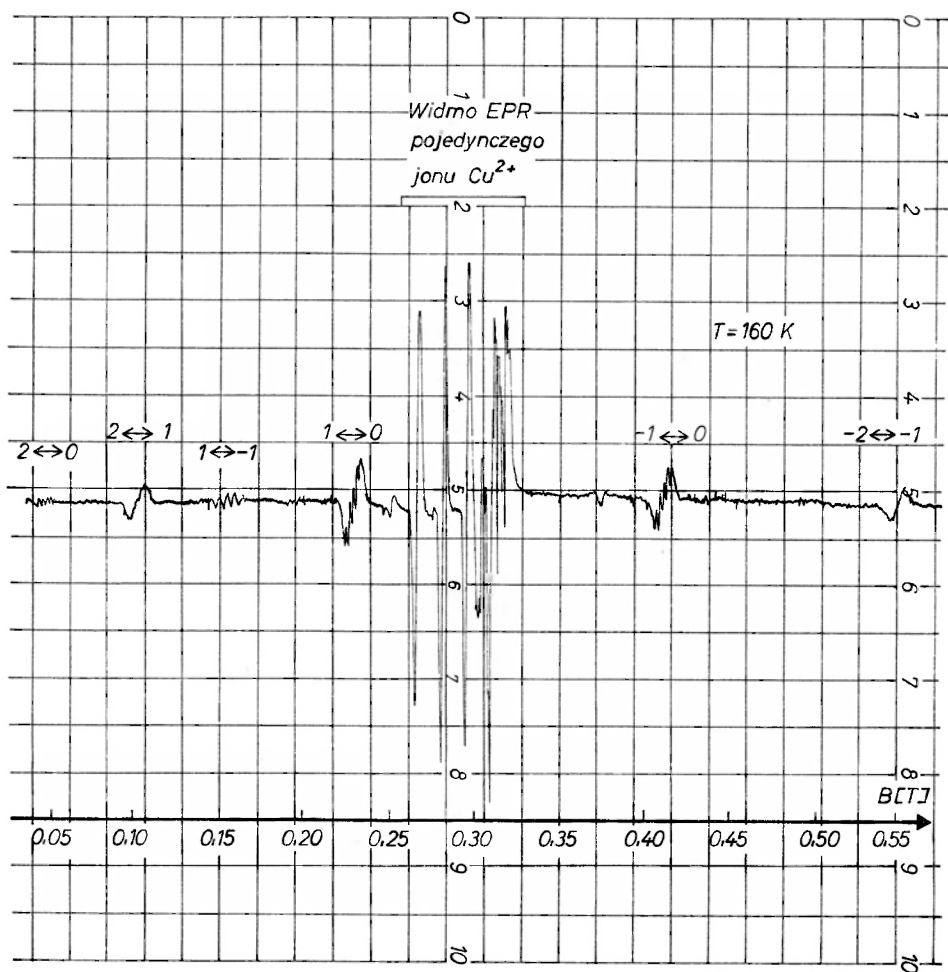
$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & - \sqrt{\frac{2}{3}} D P_0^2(S) - E [P_2^2(S) + P_{-2}^2(S)] + \\ & + \sqrt{\frac{8}{15}} a \left\{ \sqrt{\frac{7}{12}} P_0^4(S) + \sqrt{\frac{5}{24}} [P_4^4(S) + P_{-4}^4(S)] \right\} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sqrt{\frac{56}{3}} b \left\{ -\sqrt{\frac{5}{12}} P_0^4(S) + \sqrt{\frac{7}{24}} [P_4^4(S) + P_{-4}^4(S)] \right\} + \\
 & + \frac{\sqrt{7}}{3} c [P_2^4(S) + P_{-2}^4(S)] + \beta \vec{B} \cdot \hat{g} \cdot \vec{S}. \quad (27)
 \end{aligned}$$

Dla przejrzystości zapisu zastosowano tutaj symbole równoważnych operatorów P_m^l , których relacja z poprzednio przez nas stosowanymi oznaczeniami podana jest w tabeli II.

Parametry hamiltonianu spinowego dla badanych kompleksów wielocentrowych miedzi w TGFB są następujące:

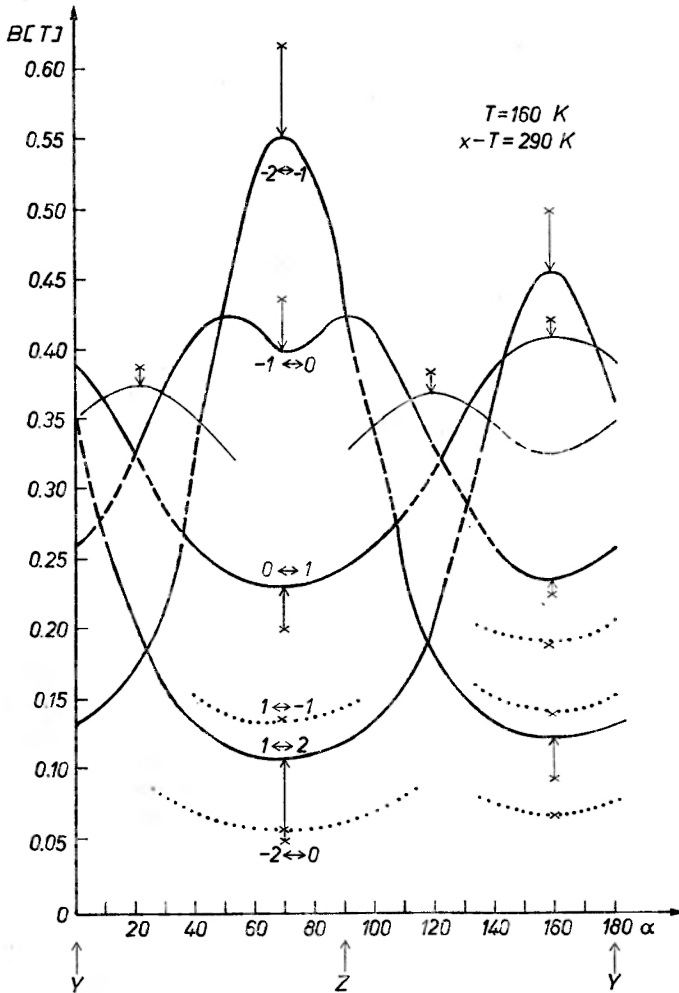
$$D = 0,108 \text{ cm}^{-1} \quad g_x = 2,08$$



Rys. 12. Widmo EPR w kierunku głównym „z” pola krystalicznego czterocentrowego kompleksu miedziowego ($S = 2$) w monokryształe TGFB. Silne linie w centrum widma pochodzą od pojedynczych centrów miedziowych ($S = \frac{1}{2}$)

$$\begin{aligned}
 E &= 0,030 \text{ cm}^{-1} & g_y &= 2,15 \\
 a &= -0,003 \text{ cm}^{-1} & g_z &= 2,12 \\
 b &= 0 \\
 c &= 0,009 \text{ cm}^{-1}
 \end{aligned}$$

Analiza kątowa wartości własnych omawianego hamiltonianu spinowego dla $S = 2$ pokazała, że występujące dla przejścia $M = -1 \leftrightarrow M = 0$ podwójne ekstremum w pobliżu kierunku głównego jest spowodowane przez człony przy S^4 .



Rys. 13. Anizotropia widma EPR czterocentrowego kompleksu miedziowego w monokryształe TGFb w płaszczyźnie ZY układu ortogonalnego [13]. Krzywe kropkowane opisują położenie słabych linii odpowiadających przejściom zabronionym. Krzyżykami oznaczono położenie linii rezonansowych w temperaturze pokojowej. Pomiary wykonano w temperaturze 160 K

Stwierdzono, że widmo EPR w TGFB:Cu²⁺ silnie zmienia się z temperaturą. Przy obniżaniu temperatury zerowe rozszczepienie zmniejsza się aż do temperatury około 190 K, a od tej temperatury aż do temperatury ciekłego helu zmiana jest bardzo mała. Badanie wpływu ciśnienia hydrostatycznego [38] na widmo kompleksu wielocentrowego wskazuje, że ze wzrostem ciśnienia obserwuje się podobne zmniejszenie się rozszczepienia zerowego, jakie ma miejsce przy obniżeniu temperatury. Przy wartości ciśnienia około 8 kbar następuje ustalenie się

Tablica II

Równoważne operatory spinowe

$P_0^2 = -\frac{3}{\sqrt{6}} \left[S_z^2 - \frac{1}{3} S(S+1) \right]$
$P_2^2 = -\frac{1}{2} S_+^2$
$P_{-2}^2 = -\frac{1}{2} S_-^2$
$P_0^4 = \frac{1}{\sqrt{280}} [35 S_z^4 + 25 S_z^2 - 30 S(S+1) S_z^2 - 3 S^2 (S+1)^2 - 6 S(S+1)]$
$P_2^4 = \frac{1}{2\sqrt{7}} S_+^2 [7 S_z^2 + 14 S_z - S(S+1) + 9]$
$P_{-2}^4 = \frac{1}{2\sqrt{7}} S_-^2 [7 S_z^2 - 14 S_z - S(S+1) + 9]$
$P_4^4 = \frac{1}{4} S_+^4$
$P_{-4}^4 = \frac{1}{4} S_-^4$

wartości tego rozszczepienia i dalszy wzrost ciśnienia nie zmienia już badanego widma. Tę silną zależność od ciśnienia i temperatury wiążemy z występowaniem w kryształach rotacji grup NH₃. W sztywnym kryształach fluoroberylanu trójglicyny zmiany pola krystalicznego wynikają jedynie z makroskopowej ściślności i dlatego występuje nasycenie w zależności widma EPR od temperatury i ciśnienia. Zakres temperatur, przy których następuje usztywnienie struktury kryształu, występuje w obszarze hamowania rotacji grup NH₃, określonym w kryształach TGS przez Blinca [40] metodą NMR i przez Dezora [41] metodą EPR.

Bardzo ciekawym zjawiskiem jest dynamika badanego przez nas kompleksu czterocentrowego. Otóż wraz z obniżaniem się temperatury kryształu rośnie intensywność linii EPR pochodzących od tego kompleksu, czemu towarzyszy

zmniejszenie się intensywności linii pochodzących od pojedynczego centrum. Wskazuje to, iż czterocentrowy kompleks stanowią zespoły centrów pojedynczych.

Wydaje się, że w TGF B :Cu $^{2+}$ w niskiej temperaturze większość jonów Cu $^{2+}$ tworzy kompleksy wielocentrowe, które rozpadają się na pojedyncze kompleksy w wyniku fononowego wzbudzenia. Układy czterocentrowe opisywane za pomocą efektywnego spinu $S = 2$ są przedmiotem badań teoretycznych [42], a opisany przypadek stanowi materiał doświadczalny dla rozwoju tego rodzaju badań.

Literatura

- [1] E. Zawojski, *J. Phys. USSR*, **9**, 211 (1945), **10**, 170 i 197 (1946).
- [2] D. M. S. Bagguley, H. E. Griffiths, *Nature*, **162**, 538 (1948).
- [3] J. Wheatley, D. Halliday, *Phys. Rev.*, **75**, 1412 (1948).
- [4] R. D. Arnold, A. F. Kip, *Phys. Rev.*, **75**, 1199 (1948).
- [5] G. J. Gorter, J. H. Van Vleck, *Phys. Rev.*, **72**, 1128 (1947).
- [6] J. H. Van Vleck, *Phys. Rev.*, **74**, 1168 (1948).
- [7] P. W. Anderson, R. P. Weiss, *Rev. Mod. Phys.*, **25**, 269 (1953).
- [8] K. Ono, M. Ohtsuka, *J. Phys. Soc. Japan*, **13**, 206 (1957).
- [9] F. R. S. Bleaney, K. D. Bowers, *Proc. Roy. Soc.*, **214**, 451 (1952).
- [10] H. Abe, J. Shimada, *Phys. Rev.*, **90**, 316 (1953); *J. Phys. Soc. Japan*, **12**, 1255 (1957).
- [11] J. V. Van Niekerk, R. R. L. Schoening, *Acta Cryst.*, **6**, 227 (1953).
- [12] B. C. Guha, *Proc. Roy. Soc.*, **A206**, 352 (1951).
- [13] J. Stankowski, *Phys. Status Solidi*, **24**, 451 (1967).
- [14] R. G. Wagner, R. T. Schumacher, S. A. Friedberg, *Phys. Rev.*, **150**, 226 (1966).
- [15] J. Stankowski, M. Maćkowiak, *Phys. Status Solidi* (6), **51**, 449 (1972).
- [16] D. M. S. Bagguley, J. Owen, *Rept. Progr. Phys.*, **20**, 304 (1957).
- [17] M. H. L. Pryce, *Nature*, **162**, 539 (1948).
- [18] J. H. Van Vleck, *Phys. Rev.*, **73**, 1249 (1947).
- [19] S. A. Altszuler, B. M. Kozyriew, *Elektronowy rezonans paramagnetyczny*, PWN 1965.
- [20] P. J. Erdős, *J. Phys. Chem. Solids*, **27**, 1705 (1966).
- [21] J. Działożyński, *J. Phys. Chem. Solids*, **6**, 241 (1958).
- [22] T. Moriya, *Phys. Rev. Letters*, **4**, 228 (1960).
- [23] H. P. Baltés, J. F. Moser, F. K. Kneubuhl, *J. Phys. Chem. Solids*, **28**, 2635 (1967).
- [24] I. G. Ross, *Trans. Faraday Soc.*, **55**, 1057 (1959).
- [25] Y. Kurita, *J. Chem. Soc. Japan*, **85**, 833 (1964).
- [26] P. Groth, *Chemische Kristallographie*, **3**, 66, Leipzig (1910).
- [27] A. B. Nejdin, *Magnetochimii kompleksnykh soedinenii pieriechodnykh metallow*, Moskwa 1970.
- [28] J. W. Jabłokow, W. W. Gawriłow, A. W. Abłow, L. N. Miłkowa, *Dokl. Akad. Nauk ZSRR, ser. chem.*, **191**, 1102 (1970).
- [29] Schlueter, Jacobson, Rundle, *Inorg. Chem.*, **5**, 277 (1966).
- [30] A. W. Anderson, *Solid State Phys.*, **14**, 99 (1963).
- [31] J. Owen, *J. Appl. Phys. Suppl.*, **33**, 355 (1962).
- [32] B. Coles, J. Orton, J. Owen, *Phys. Rev. Letters*, **4**, 116 (1960).
- [33] J. Owen, *J. Appl. Phys.*, **32**, 213 (1961).
- [34] I. Rimai, H. Statz, M. Weber, G. de Mars, G. Coster, *Phys. Rev. Letters*, **4**, 125 (1960).
- [35] G. M. Żidomirow, A. L. Buczaczenko, *Ž. Strukturnoj Chimii*, **8**, 1110 (1967).

- [36] P. Atkins, M. Symons, P. Treralion, *Proc. Chem. Soc.*, 222 (1963).
- [37] U. Sakaguchi, Y. Arata, Fujiwara, *J. Chem. Phys.*, 53, 464 (1970).
- [38] J. Stankowski, S. Wapłak, A. Gałęzewski, M. Maćkowiak, *Acta Phys. Polon.* (w druku).
- [39] M. Kurzyński, *Acta Phys. Polon.* (w druku).
- [40] R. Blinc, J. Župancic, *J. Phys. Chem. Solids*, 24, (1963).
- [41] A. Dezor, Praca doktorska, Instytut Fizyki PAN 1970.
- [42] W. Wojciechowski, *Ż. Strukturalnej Chemii* (w druku).
- [43] W. Low, *Paramagnetic Resonance in Solids; Solid State Phys. Suppl.*, N2, New York—London 1960, Academic Press.

Stanisław Szpikowski

Instytut Fizyki UMCS
Lublin

Zastosowania teorii grup w spektroskopii jądrowej *

Group Theory Applications to Nuclear Spectroscopy

Abstract: The review of the traditional group theory applications to nuclear spectroscopy was given in the way that can be applied, in the next paper, to the recent advances of the considered subject.

1. Wstęp

Ustalmy na początku w sposób bardziej precyzyjny zakres rozważań tego artykułu. Chodzić tu będzie o zastosowanie teorii grup w ramach modelu powłokowego jądra atomu, chociaż przedstawione nowsze metody, jak na przykład metoda quasi-spinu, znalazły znacznie szersze zastosowanie.

W modelu powłokowym jądra atomu uśredniony potencjał wszystkich oddziaływań dwunukleonowych wkłada się do równania Schrödingera, otrzymując w zamian gotową strukturę jednoczątkowych poziomów zerowego przybliżenia. Te jednoczątkowe poziomy o odpowiedniej degeneracji grupują się w zespoły blisko odległych poziomów tworzących razem powłoki jądrowe. Zapełnione powłoki uważa się za rdzeń jądra nie podlegający — w pierwszym przybliżeniu — wzbudzeniom. Te ostatnie pochodzą od nukleonów znajdujących się na ostatnich niezapełnionych poziomach (lub poziomie) poza zamkniętą powłoką. Aczkolwiek nowe sposoby teoriogrupowego podejścia pozwalają na rozpatrywanie konfiguracji nukleonów na kilku zdegenerowanych poziomach, o czym dalej będzie mowa, to jednak większość rozważań ograniczać się będzie do rozpatrywania konfiguracji nukleonów na jednym poziomie. Dla ustalenia uwagi niech to będzie poziom oznaczony liczbą kwantową j całkowitego momentu pędu nukleonu o degeneracji $2j+1$ i niech na tym poziomie znajduje

* Artykuł oparty na wykładach wygłoszonych na Zimowej Szkole Fizyki Jądrowej, Zakopane 2. II.-13. II. 1972 r.

się n nukleonów jednego rodzaju (protonów lub neutronów). Liczba antysymetrycznych stanów jakie utworzyć można w tym przypadku wynosi

$$\binom{2j+1}{n} = \frac{(2j+1)!}{n!(2j+1-n)!} \quad (1)$$

Nawet dla niewielkich j otrzymuje się dość pokaźną liczbę stanów. Na przykład dla $j = \frac{1}{2}$ i $n = 4$ otrzymuje się 70 stanów całkowicie antysymetrycznych, ale już dla konfiguracji ośmiu protonów i neutronów na tym samym poziomie można skonstruować aż 12.870 antysymetrycznych stanów. Rzecz cała polega na tym, jakie liniowe kombinacje iloczynów funkcji jednocząstkowych należy dobrać, by reprezentowały one stan podstawowy i stany wzbudzone obserwowane w doświadczeniu, skąd otrzymuje się podstawowe parametry charakteryzujące poziomy w spektroskopii jądrowej takie jak energię, spin i parzystość. Teoria grup pozwala — mimo nieznanności realnych oddziaływań jądrowych — z góry przewidzieć na podstawie ogólnych praw symetrii, przynajmniej w części, jak dobierać te liniowe kombinacje. Najpewniejszą symetrią w tych rozważaniach jest niezmienniczość oddziaływań elementarnych ze względu na pełne obroty przestrzenno-spinowe. Niezmienniczość ta, jak wiadomo, prowadzi do prawa zachowania momentu pędu, co umożliwi parametryzację stanów jąder atomowych liczbami kwantowymi (JM) kwadratu całkowitego momentu pędu i jego trzeciej składowej. Oznaczmy więc ogólnie rozważaną konfigurację nukleonów na powłoce j przez wektor stanu

$$|j^n; [a]JM\rangle, \quad (2)$$

gdzie $[a]$ oznacza dodatkowy zespół liczb kwantowych wyróżniających stany o tym samym J i M . Przypomnieć tu należy, że w tym prostym przypadku liczba cząstek n oznacza także w sposób jednoznaczny nieprzywiedlną reprezentację grupy transformacji unitarnych $SU(2j+1)$ w $2j+1$ wymiarowej przestrzeni stanów jednocząstkowych. Dla całkowicie antysymetrycznego stanu przyjęto oznaczenie w postaci jednokolumnowego diagramu Younga

$$n \left\{ \begin{array}{c} \square \\ \vdots \\ \square \end{array} \right. \quad (3)$$

o n kłatkach. Pozostałe liczby kwantowe $[a]$ oraz (JM) spełniają rolę w pewnym sensie podrzędną do liczby n : znaczą mianowicie stany w obrębie tej samej nieprzywiedlnej reprezentacji $[n]$. Poszukiwania liczb kwantowych $[a]$, które miałyby jednocześnie określone znaczenie fizyczne zarówno dla tego prostego przypadku, a także dla bardziej złożonych konfiguracji protonowo-neutronowych na powłokach j lub l (dochodzi wówczas spin cząstki), to przedmiot klasycznych już dzisiaj prac z tej dziedziny i ogromnej liczby zastosowań podstawowych rozważań pochodzących od Wignera [1] z lat trzydziestych, Racah [2, 3] z lat czterdziestych oraz Flowersa [4, 5] i innych (np. [6, 7]) z lat

pięćdziesiątych. Istotną ważkość tych prac polega na tym, że są one niezbędna podstawą do wykonania jakichkolwiek rachunków w ramach modelu powłokowego jądra atomu. Mimo ogromnego znaczenia tych prac dawał się odczuć pewien ich niedostatek. Mianowicie:

1. Dodatkowe liczby kwantowe $[a]$ nie dawały się wprowadzić tak, by posiadały pełne znaczenie fizyczne i klasyfikowały rzeczywiste stany jąder atomowych. Co więcej, istniały także trudności w skompletowaniu tych liczb już niezależnie od ich fizycznego sensu.

2. Zmiana liczby cząstek prowadziła już od samego początku do konieczności rozważań różnych nieprzywiedlnych reprezentacji, co uniemożliwiało praktyczne wykorzystanie bardzo mocnego twierdzenia Wignera-Eckarta.

3. Jeszcze gorsza sytuacja powstawała, dla kilku powłok j lub l . Wówczas należało wprowadzić dla każdej powłoki oddzielną grupę $SU(2j+1)$, co uniemożliwiało stosowanie formalizmu teorii grup do mieszanych konfiguracji.

Ten stan był przyczyną poszukiwania alternatywnych schematów teoriogrupowych, które choćby w części mogły usunąć przedstawione wyżej główne trudności.

W latach sześćdziesiątych udaną próbą było wprowadzenie tak zwanej metody quasi-spinu [8-15]. Za główną cechę tej metody można uważać wprowadzenie takich schematów teoriogrupowych, w których nastąpiło przemieszczenie liczb kwantowych. Takie liczby jak n oraz T (liczba kwantowa całkowitego izospinu dla przypadku protonowo-neutronowego) przeszły do grupy liczb, które poprzednio nazwałem „podrzędnymi“, to znaczy określającymi stany w obrębie jednego multipletu, charakteryzowanego obecnie mniej ważnymi liczbami kwantowymi jak liczba „seniority“ ν oraz zredukowany spin izotopowy t . Otrzymuje się w tym schemacie stany

$$|vt; nT[a']JM\rangle. \quad (4)$$

Należy zauważyć, że stany te są także stanami o określonej liczbie cząstek, z tym że obecnie punkt wyjścia rozważań klasyfikacyjnych przesunięto wstecz: mianowicie tym punktem wyjścia są wszystkie antysymetryczne stany na poziomie j o liczbie cząstek $n = 0, 1, \dots, 2j+1$. Liczba tych stanów wynosi

$$\sum_n \binom{2j+1}{n} = 2^{2j+1}. \quad (5)$$

Wszystkie te stany tworzące jeden duży multiplet grupuje się następnie w multiplety stanów różniących się liczbą cząstek, ale za to wykazujących innego rodzaju charakterystyczne podobieństwa. Podział ten, obok innych korzyści, pozwala także przy pomocy twierdzenia Wignera-Eckarta prześledzić w obrębie jednej i tej samej reprezentacji wyraźną zależność elementów macierzowych ważnych fizycznie operatorów od liczby cząstek czy całkowitego izospinu układu.

Literatura quasi-spinu doczekała się już liczby publikacji liczonej w setki, które poświęcone są zarówno podstawom formalizmu, jak i różnorodnym zastosowaniom.

Najnowszy schemat klasyfikacyjny powstał na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych [16-20]. Jest to schemat cofający początek rozważań o jeszcze jeden stopień w porównaniu do metody quasi-spinu. Mianowicie, w analogii do transformacji Bogolubowa, wprowadza się odpowiednie transformacje mieszające cząstki z dziurami i w nowej przestrzeni quasi-cząstek buduje się multiplety będące bazami nieprzywiedlnych reprezentacji odpowiednich grup transformacji w rozdzielnymi przestrzeniach quasi-cząstkowych. W schemacie tym już nie tylko multiplety składają się ze stanów o różnej liczbie cząstek, ale poszczególne stany są liniowymi kombinacjami o składowych różniących się liczbą cząstek. Tym kosztem zyskuje się jednak znaczne uproszczenia rachunkowe nie tylko natury ilościowej, ale i jakościowej, co oznacza, że nie tylko pewne rachunki w nowym formalizmie stają się znacznie prostsze, ale że są w ogóle możliwe do wykonania dzięki prostej teoriogrupowej strukturze stanów w nowych quasi-przestrzeniach.

Chciałbym także we wstępie zwrócić uwagę na dość istotną różnicę w stosowaniu teorii grup w spektroskopii jądrowej i w fizyce cząstek elementarnych. W tej ostatniej, rozważane transformacje takich grup, jak $SU(2)$ w przestrzeni ładunkowej czy $SU(3)$ z dołączonym hiperładunkiem, uważa się za transformacje symetrii nie zmieniające lub prawie nie zmieniające elementarnych oddziaływań jądrowych. W tym drugim przypadku mówimy o „złamanej symetrii”. Ale nawet i w tym przypadku wierzymy, że pewne nieprzywiedlne reprezentacje tych grup opisują cząstki nierozróżnialne ze względu na silne (czy bardzo silne) oddziaływanie jądrowe, które uważane są za stany jednej i tej samej — w uogólnionym sensie — cząstki. Jeżeli taka organizacja jest prawdziwa, to istnienie choćby jednego stanu z danego multipletu jest przesłanką pewną na istnienie pozostałych stanów tego multipletu. W ten właśnie sposób odkryto cząstkę Ω^- [21] brakującą do dziesięcioskładnikowego multipletu grupy $SU(3)$. Z każdym wymiarem wprowadzanych grup wiąże się tu określone znaczenie fizyczne. W przypadku braku identyfikacji doświadczalnej fundamentalnych cząstek opisywanych przez fundamentalne reprezentacje wprowadzonych grup, takich jak trójskładnikowa reprezentacja kwarków czy antykwarków grupy $SU(3)$, konstruuje się przy ich pomocy obszerniejsze reprezentacje, które mają już odpowiedniki doświadczalne. Postępowanie to jest w pełnej analogii do konstrukcji stanów o dowolnych spinach całkowitych lub połówkowych, przy czym konstrukcja ta dokonana w obrębie grupy obrotów przestrzenno-spinowych najzupełniej nie zależy od tego czy istnieje fundamentalna cząstka o spinie $\frac{1}{2}$, czy nie.

W spektroskopii jądrowej punkt wyjścia jest całkowicie inny. Startuje się tu z określonym multipletem jednocząstkowych stanów dobrze określonych w obrębie modelu powłokowego jądra. Nie potrzeba uzupełniać pustych miejsc tego multipletu, gdyż takich pustych miejsc nie ma z założenia. Co więcej, jesteśmy

przekonani, że jądra atomowe zbudowane są z określonej liczby protonów i neutronów, co nie ma analogii w fizyce cząstek elementarnych. Co następnie należy zrobić, to rozważyć dany multiplet stanów jednocząstkowych jako bazę nieprzywiedlnej reprezentacji przyjętych grup, by następnie skonstruować iloczyn Kroneckera tych reprezentacji tyle krotny, ile jest nukleonów w rozważanym jądrze. Z iloczynu Kroneckera należy wyselekcjonować wszystkie nieprzywiedlne reprezentacje, które spełniają warunek Pauli'ego. Problemem jest tu wszakże zagadnienie, czy i w jakiej mierze tak skonstruowane stany odpowiadają stanom znalezionym w doświadczeniu. Nie ma na to pytanie generalnej odpowiedzi, gdyż konstrukcja zależy istotnie od wprowadzonego ciągu grup.

Jak widać z powyższego przedstawienia, teoria grup oferuje w spektroskopii jądrowej nie tak ambitny program, jak w przypadku fizyki cząstek elementarnych. Dzięki jednak temu, jej znaczenie jest dobrze utrwalone, odpowiednio wysoko oceniane i nie podlegające koniunkturalnym i to znacznym wahaniom, jak to ma miejsce w fizyce cząstek elementarnych. Znaczenie zastosowań teorii grup w spektroskopii jądrowej jest raczej technicznej natury, ale technika, jaka stąd wynika jest istotna: na przykład, nukleony zapełniające w połowie pierwsze trzy powłoki oscylatora harmonicznego tworzyć mogą niezależne stany antysymetryczne w liczbie rzędu 10^{10} ! Jak te stany uporządkować, by po odpowiedniej transformacji pozostawić tylko te, które dają praktyczne wkłady do obserwowanych w doświadczeniu stanów — to problem stojący i rozwiązywany głównie przed i przez zastosowanie teorii grup do spektroskopii jądrowej.

W przedstawionym tu artykule omówię selektywnie podstawowe własności teorii grup z punktu widzenia zastosowań w fizyce jądrowej, jak też przypomnę odpowiednie elementy formalizmu wyzyskującego operatory kreacji i anihilacji fermionów tak, by w sposób jednolity i nowoczesny opisać zarówno tradycyjne już rozwiązania teoriogrupowe, jak i nowe sposoby podejścia, o których wyżej wspominałem. Druga część tych rozważań przedstawiona będzie — ze względów formalnych — w następnym zeszycie „Postępów Fizyki“.

2. Selektyny przegład podstawowych własności formalizmu teorii grup

Fizyk stosujący metody teoriogrupowe (czy jakiś inny formalizm matematyczny) do bezpośredniej interpretacji doświadczenia czyni to często w sposób operacyjny: można nie wiedzieć dlaczego tak jest, ale wiadomo, że jest tak, a więc można stosować określony formalizm do fizyki. Tym bardziej tutaj nie będzie chodziło o przedstawienie, choćby w zarysie, podstaw formalizmu teorii grup, a raczej o wymienienie tych wynikających z podstaw elementów, które najszerszej wykorzystywane są w zastosowaniach fizycznych. Prawie wszystkie te elementy bądź bezpośrednio, bądź po prostych uogólnieniach, dają się zauważyć i przenieść z prostej pojęciowo grupy obrotów w zwykłej przestrzeni na bardziej abstrakcyjne przypadki. Wymienimy je w odpowiedniej kolejności.

1. Elementy grupy

Dla trójwymiarowej grupy obrotów $R(3)$ elementami grupy są operatory obrotu o postaci

$$G(\varphi\vec{n}) = e^{i\varphi\vec{n}\cdot\vec{J}}, \quad (6)$$

gdzie φ oznacza kąt obrotu, \vec{n} — jednostkowy wektor położony na osi obrotu, zaś \vec{J} oznacza wektorowy operator momentu pędu. W dalszym ciągu równo-
ważnie będę używał pojęć elementu grupy, operatora grupy i transformacji grupowej. Powiązanie operatora obrotu (6) z operatorami momentu pędu ma daleko idące konsekwencje: wynika stąd prawo zachowania momentu pędu dla układów niezmienniczych ze względu na obroty. Dla szerszych grup ciągłych transformacji przedstawia się operatory grupowe w podobnej postaci

$$G = e^{iaS}, \quad (7)$$

gdzie a jest rzeczywistym parametrem liczbowym (lub układem parametrów), zaś S jest operatorem hermitowskim (lub układem takich operatorów). Hermitowskość operatorów S jest tu istotna, gdyż warunkuje charakter unitarny transformacji grupowych (7).

2. Parametry grupy

Dla grupy obrotów o operatorach zapisanych w postaci (6) parametrami grupowymi są kąt obrotu φ oraz kąty $(\alpha\beta)$ ustalające w przestrzeni kierunek osi obrotu \vec{n} . Liczbowa zbieżność trzech parametrów z trzema operatorami momentu pędu nie jest przypadkowa. Dla dowolnej grupy transformacji ciągłych (7) parametrów grupowych a jest dokładnie tyle, ile operatorów hermitowskich S generujących transformacje grupowe.

3. Operatory infinitezymalne grupy

Zamiast prowadzić rozważania dotyczące dowolnych transformacji grupowych, prowadzi się je w okolicy elementu tożsamościowego, to znaczy rozważa się nieskończenie małe, infinitezymalne, transformacje. Zauważmy, że dla odpowiednio małego obrotu φ możemy zaniedbać wyrazy w potęgach wyższej niż pierwsza rozwinięcia (6) otrzymując

$$G(\vec{n}\varphi) \approx 1 + i\varphi\vec{n}\cdot\vec{J}. \quad (8)$$

Jedynka oznacza tu transformację tożsamościową, zaś operatory momentu pędu J_x, J_y, J_z generują nieskończenie małe obroty (8). Operatory momentu pędu są operatorami infinitezymalnymi grupy obrotów, i podobnie, hermitowskie operatory S są operatorami infinitezymalnymi grupy transformacji (7). Operatory infinitezymalne tworzą bazę algebry Lie określonej na wszystkich liniowych kombinacjach tych operatorów. Jak w każdym innym przypadku,

tak i tutaj, bazę można dobierać na różne sposoby. Na przykład, dla grupy obrotów można zamiast bazy J_x, J_y, J_z obrać bazę

$$J_+, J_-, J_0 \quad (9)$$

operatorów o określonym znaczeniu fizycznym kreacji i anihilacji kwantów, bądź też bazę

$$J_{+1}, J_{-1}, J_0 \quad (10)$$

operatorów, które z kolei mają proste formalne znaczenie, jako składowe operatora tensorowego rangi pierwszej.

4. Struktura grupy

Struktura grupy jest określona przez warunki komutacji operatorów infinitezimalnych grupy. Niech $X_i, i = 1, 2, \dots, k$ będą takimi operatorami dla pewnej grupy. Wówczas, jak można pokazać, komutator dowolnej pary tych operatorów wyraża się liniową kombinacją operatorów infinitezimalnych

$$[X_i, X_j] = \sum_n C_{ij}^n X_n. \quad (11)$$

Na przykład, dla grupy obrotów w bazie (9) mamy

$$[J_+, J_-] = 2J_0 \quad [J_0, J_+] = +1 \cdot J_+ \quad [J_0, J_-] = -1 \cdot J_- \quad (12)$$

Współczynniki przy liniowych kombinacjach (11) nazywają się stałymi struktury. Każdy zespół operatorów zamknięty ze względu na komutację (w sensie (11)) można uważać za zespół operatorów infinitezimalnych generujących transformacje grupowe. Identyfikacja grupy w oparciu o stałe struktury nie jest jednak prosta, choć dla wszystkich grup mających zastosowanie w fizyce te stałe struktury zostały wyliczone. Trudność identyfikacji polega jednak na tym, że stałe struktury zależą od bazy algebry Lie. Różnica między stałymi struktury danego zespołu operatorów, a standardowymi stałymi struktury danej grupy nie przesądza jeszcze o tym, że te operatory nie są operatorami infinitezimalnymi grupy.

5. Niezmienniki grupy — operatory Casimira

Z definicji, niezmiennikami grupy nazywają się takie funkcje $f(X_i)$ operatorów infinitezimalnych grupy, które komutują z każdym z tych operatorów:

$$[f(X_i), X_j] = 0 \dots \quad X_i \text{ — operatory infinitezymalne.} \quad (13)$$

Wśród niezmienników grupy szczególną rolę odgrywa w zastosowaniach fizycznych operator kwadratowy w operatorach infinitezimalnych. Historycznie rzecz biorąc tylko ten operator został nazwany operatorem Casimira.

W tym miejscu zwrócimy uwagę na rozróżnienie terminów „niezależny“ (np. hamiltonian) od współrzędnych występujących w danej przestrzeni oraz

„niezmienniczy“ ze względu na transformacje grupowe w tej przestrzeni. W tym celu zawężymy rozważania znowu do grupy obrotów, dla której operatorem kwadratowym Casimira spełniającym warunek (13) jest operator kwadratu całkowitego momentu pędu

$$[J^2, J_i] = 0 \quad i = -1, 0, +1. \quad (14)$$

Weźmy jednak pod uwagę grupę obrotów w przestrzeni izospinowej o formalnej strukturze identycznej z grupą obrotów w zwykłej przestrzeni. Dla tej grupy operatorem Casimira jest operator kwadratu całkowitego izospinu T^2 . Rozważmy hamiltonian

$$H = H_0 + aT^2, \quad (15)$$

gdzie H_0 jest operatorem niezależnym ładunkowo, to znaczy operatorem wyrażonym przez współrzędne innej niż izospinowej przestrzeni. Z definicji niezależności, jest H_0 także niezmienniczy ze względu na obroty w przestrzeni izospinowej. Natomiast druga część hamiltonianu aT^2 , jawnie zależąca od operatorów z tej przestrzeni, jest wszakże też niezmiennicza ze względu na obroty w przestrzeni izospinowej, gdyż na mocy (14) mamy

$$e^{i\varphi\vec{n}\cdot\vec{T}}(aT^2)e^{-i\varphi\vec{n}\cdot\vec{T}} = (aT^2)e^{i\varphi\vec{n}\cdot\vec{T}}e^{-i\varphi\vec{n}\cdot\vec{T}} = aT^2. \quad (16)$$

Hamiltonian H jako całość nie jest więc niezależny od współrzędnych izospinowych, jest jednak niezmienniczy ze względu na obroty w tej przestrzeni. Wartości własne tego hamiltonianu będą więc zależały, mimo niezmienniczości, od izospinu:

$$H|TT_0\rangle = H_0|TT_0\rangle + aT^2|TT_0\rangle = E_0|TT_0\rangle + aT(T+1)|TT_0\rangle,$$

a stąd

$$E = E_0 + aT(T+1). \quad (17)$$

Z definicji operatorów Casimira wynika, że tylko te operatory lub ich liniowe kombinacje mogą być wbudowane w hamiltonian, nie zmieniając jego własności transformacyjnych względem grupy i w przestrzeni, dla których te operatory Casimira zostały określone.

6. Liczby kwantowe typu „j“ oraz typu „m“

Dla grupy obrotów $R(3)$ wektory stanu

$$|jm\rangle \quad m = j, j-1, \dots, -j \quad (18)$$

tworzą bazę nieprzywiedlnej reprezentacji $D^{(j)}$ tej grupy, co oznacza, że każdy z wektorów bazy (18) wyraża się po obrocie liniową kombinacją składowych tylko tego multipletu (18):

$$e^{i\varphi\vec{n}\cdot\vec{J}}|jm\rangle = \sum_{m'} D_{m'm}^{(j)}(\varphi\vec{n})|jm'\rangle. \quad (19)$$

Macierze $D^{(j)}$ tworzą nieprzywiedlną reprezentację grupy obrotów, a elementy macierzy $D_{m'm}^{(j)}(\varphi\vec{n}) \equiv D_{m'm}^{(j)}(\varphi\alpha\beta)$, będące ciągłymi funkcjami parametrów grupy, noszą nazwę uogólnionych funkcji kulistych, ze względu na zależność

$$D_{m_0}^{(j)}(\varphi\alpha 0) = Y_{lm}^*(\alpha\varphi). \quad (20)$$

Schemat powyższy zostaje utrzymany i dla bardziej złożonych grup, z tym że: a) pojedyncze, dla grupy $R(3)$, liczby kwantowe (jm) są teraz zespołami liczb kwantowych; b) dla ustalonego zespołu liczb kwantowych typu „ j “ należy znaleźć prawo zmienności liczb typu „ m “, w analogii do (18), z tym że nie jest to procedura trywialna, a prawo tak proste; c) macierze nieprzywiedlnych reprezentacji znaczone są całym zespołem liczb kwantowych „ j “ i są funkcjami wszystkich parametrów grupowych, przy czym grupa obrotów $R(3)$ jest jedną z tych nielicznych grup, dla których elementy macierzowe wyznaczone są ogólnie w sposób analityczny. W ogólności zdani jesteśmy na znużone konstruowanie co prostszych nieprzywiedlnych reprezentacji rozważanych grup. Teoria grup zaopatruje nas w tym względzie jedynie w ogólne informacje dotyczące koniecznej liczby parametrów typu „ j “ znaczących nieprzywiedlne reprezentacje danej grupy i liczby parametrów typu „ m “ znaczących elementy macierzowe w obrębie danej reprezentacji. Na przykład, dla grupy obrotów $R(w)$ w w — wymiarowej przestrzeni odpowiednie liczby wynoszą

$$\begin{aligned} \frac{w}{2} \quad \text{oraz} \quad \frac{w(w-2)}{4} \quad \text{dla } w \text{ — parzystego} \\ \frac{w-1}{2} \quad \text{oraz} \quad \left(\frac{w-1}{2}\right)^2 \quad \text{dla } w \text{ — nieparzystego.} \end{aligned} \quad (21)$$

7. Ranga grupy

Rangę grupy można zdefiniować jako liczbę operatorów Casimira tej grupy. Aczkolwiek konstrukcja wszystkich operatorów Casimira danej grupy jest na ogół niezwykle uciążliwa i często niepotrzebna, to liczba tych operatorów jest ściśle określona i znana dla grup stosowanych w fizyce. Na przykład, dla grupy $R(w)$ liczba ta wynosi

$$\begin{aligned} \frac{w}{2} \quad \text{dla } w \text{ — parzystego} \\ \text{oraz} \quad \frac{w-1}{2} \quad \text{dla } w \text{ — nieparzystego.} \end{aligned} \quad (22)$$

Pokazuje się ogólnie w teorii grup, że liczba ta jest równa liczbie parametrów typu „ j “. Trzecia zbieżność związana jest z operatorami infinitezimalnymi grupy. Mianowicie, spośród tych operatorów można zawsze wybrać zespół

operatorów komutujących, które spełniają pewne dodatkowe warunki. Te operatory, zwane wagowymi, są bardzo wygodne przy dalszej konstrukcji stanów, gdyż można dla nich dobrać wspólną bazę, w której, jako komutujące, będą wszystkie diagonalne. Ich wartości własne będą znaczyć stany reprezentacji jako część parametrów typu „ m ”. Odpowiednio określone, maksymalne wartości własne operatorów wagowych odgrywają też istotną rolę. Określa się je w ten sposób, że na przykład, dla dwóch operatorów wagowych H_1, H_2 o wartościach własnych m_1, m_2 wybiera się z danego multipletu „ j ” $|m_1 m_2\rangle$ wszystkie te stany, które posiadają maksymalne m_1 ; stany te różnić się mogą wartościami m_2 . Następnie ze stanów, dla których $m_1 = (m_1)_{\max}$, wybiera się te stany, dla których $m_2 = (m_2)_{\max}$ i w analogiczny sposób postępuje się w przypadku większej liczby operatorów wagowych. Dowodzi się następnie w sposób ogólny w teorii grup, że po pierwsze, ranga grupy równa jest także liczbie operatorów wagowych, a po drugie, że wartości własne operatorów Casimira danej grupy są odpowiednimi funkcjami maksymalnych wartości własnych operatorów wagowych. Wobec tego, zamiast oznaczać nieprzywiedlne reprezentacje danej grupy wartościami własnymi operatorów Casimira, które trudno nawet w ogólności skonstruować, używa się równoważnie do tego celu maksymalnych wartości własnych operatorów wagowych. Zwróćmy wreszcie uwagę na to, że na przykład, dla grupy $R(w)$, różnica między liczbą parametrów typu „ m ”, a liczbą operatorów wagowych (22) wynosi

$$\begin{aligned} & \frac{w(w-4)}{4} && \text{dla } w \geq 4 \text{ i parzystych} \\ & \frac{(w-1)(w-3)}{4} && \text{dla } w \text{ — nieparzystych.} \end{aligned} \quad (23)$$

Oznacza to, że spośród operatorów infinitezymalnych grupy należy skonstruować tyleż ich funkcji, które, będąc niezależne od operatorów Casimira, komutowałyby między sobą i z operatorami wagowymi. Wartości własne tych operatorów łącznie z wartościami własnymi operatorów wagowych tworzą pełen zespół parametrów typu „ m ” znaczących jednoznacznie stany w obrębie każdego multipletu danej grupy.

Te ogólne rozważania przyjmują szczególnie prostą postać dla grupy obrotów $R(3)$. Z wyrażenia (21) widać, że istnieje w tym przypadku tylko jeden operator Casimira, a jest nim J^2 i że istnieje tylko jeden operator wagowy, za który przyjmuje się najczęściej J_z i wreszcie z wyrażenia (23) wynika, że nie potrzeba konstruować innych operatorów do pełnego parametryzowania stanów multipletów grupy $R(3)$. Ponadto mamy

$$\max \langle J_z \rangle = j \quad \langle J^2 \rangle = j(j+1) \quad (24)$$

co jest specjalnym przypadkiem zależności funkcyjnej wartości własnej operatora Casimira od maksymalnej wartości własnej operatora wagowego.

8. Składanie nierzywiedlnych reprezentacji

Zagadnienie dodawania momentów pędu oraz konstrukcja stanu opisującego dwa układy o całkowitym momencie pędu J daje się prosto wyrazić w języku teorii grup dwiema formułami:

$$D^{(j_1)} \otimes D^{(j_2)} = \sum_J \oplus D^{(J)} \quad J = j_1 + j_2, j_1 + j_2 - 1, \dots, |j_1 - j_2| \quad (25)$$

$$|j_1 j_2 JM\rangle = \sum_{m_1 m_2} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JM) |j_1 m_1 j_2 m_2\rangle. \quad (26)$$

Pierwsza z nich, szereg Clebscha-Gordana, opisuje rozkład „iloczynu“ Kroneckera dwóch nieprzywiedlnych reprezentacji grupy $R(3)$ na sumę nieprzywiedlnych reprezentacji tej grupy. Prostota szeregu Clebscha-Gordana zasadza się dla grupy $R(3)$ w tym, że liczby typu „ j “ są pojedyncze, więc i suma jest pojedyncza, każda reprezentacja sumy występuje tylko raz oraz istnieje proste prawo pozwalające natychmiast przewidzieć (25), jakie nieprzywiedlne reprezentacje $D^{(J)}$ pojawiają się w szeregu, w zależności od j_1 oraz j_2 . W ogólności, dla dowolnej grupy, sytuacja staje się dużo bardziej złożona. Drugi wzór (26) opisuje konstrukcję stanu własnego operatorów J^2 oraz J_z układu dwóch momentów pędu (j_1, j_2) przy pomocy współczynników Clebscha-Gordana. Istnieje ścisły związek między tymi formułami. Macierze C współczynników Clebscha-Gordana, $(2j_1+1)(2j_2+1)$ wymiarowe, są macierzami transformującymi bazę $|j_1 j_2 m_1 m_2\rangle$ reprezentacji iloczynu Kroneckera do rozłącznych przestrzeni rozpiętych na wektorach baz $|j_1 j_2 JM\rangle$ z prawem zmienności liczby J . Ta sama macierz C jest także macierzą transformującą iloczyn Kroneckera dwóch nieprzywiedlnych reprezentacji do postaci quasi-diagonalnej, co symbolicznie można zapisać w postaci

$$C(D^{(j_1)} \otimes D^{(j_2)}) C^{-1} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{D^{(j_1)}}{D^{(j_2)}} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{D^{(j_k)}}{D^{(j_k)}} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Z kolei, prostota wzoru (26) polega na tym, że suma przebiega po prosto ustalonych zakresach zmienności liczb m oraz że znane jest analityczne wyrażenie na ogólny współczynnik Clebscha-Gordana dla grupy $R(3)$. Dla innych, bardziej obszernych grup, jednym z pierwszych zadań jest zawsze ustalenie szeregu Clebscha-Gordana (przynajmniej dla ważnych fizycznie reprezentacji) oraz znalezienie współczynników Clebscha-Gordana, które dla grup innych niż $R(3)$ nazywane są współczynnikami Wignera, przynajmniej — znowu — dla baz pewnych nieprzywiedlnych reprezentacji rozważanych grup.

9. Twierdzenie Wignera-Eckarta

Podobnie do klasyfikacji stanów klasyfikuje się operatory działające w przestrzeni grupowej tymi samymi zespołami liczb kwantowych typu „ j “ oraz „ m “.

Układ operatorów o ustalonym zespole „ j “, a zmiennym, w zakresie dopuszczalnych przedziałów, zespole „ m “ nazywa się operatorem tensorowym rangi „ j “, jeżeli układ ten spełnia pewne dodatkowe warunki komutacji z operatorami nieskończenie małymi grupy.

Dla tensorowego operatora $T_m^{(j)}$ w grupie obrotów $R(3)$ liczby m przyjmują, jak zwykle, wartości $m = j, j-1, \dots, -j$, co oznacza, że operator tensorowy $T_m^{(j)}$ posiada $2j+1$ składowych. Twierdzenie Wignera-Eckarta formułuje się w grupie $R(3)$ następująco

$$\langle j_2 m_2 | T_m^{(j)} | j_1 m_1 \rangle = \frac{(j_1 m_1 j_2 m_2 | J M)}{\sqrt{2j_2 + 1}} \cdot \langle j_2 || T^{(j)} || j_1 \rangle. \quad (28)$$

Istota twierdzenia tkwi w tym, że po ustaleniu charakteru tensorowego w grupie $R(3)$ dowolnego fizycznego operatora, możemy następnie przedstawić jego elementy macierowe między stanami nieprzywiedlnych reprezentacji tej grupy w postaci dwóch czynników: jednego, zależnego tylko od struktury grupy, skąd wynikają jednoznacznie współczynniki Clebscha-Gordana (Wignera), i drugiego — zależnego od własności fizycznych tego operatora oraz od liczb kwantowych typu „ j “, a niezależnego od liczb kwantowych typu „ m “. Zastosowanie tego twierdzenia oparte jest głównie na stosunku z niego wynikającym

$$\frac{\langle j_2 m_2 | T_m^{(j)} | j_1 m_1 \rangle}{\langle j_2 m'_2 | T_{m'}^{(j)} | j_1 m'_1 \rangle} = \frac{(j_1 m_1 j m | j_2 m_2)}{(j_1 m'_1 j m' | j_2 m'_2)}. \quad (29)$$

Lewa strona oznacza stosunki odpowiednich amplitud prawdopodobieństw, zaś prawa wyznaczona jest całkowicie niezależnie od fizycznej treści formuły: zależy wyłącznie od struktury grupy i może być wyliczona dokładnie i całkiem ogólnie. W ten sposób, z własności symetrii danego operatora fizycznego, która wynika z jego charakteru tensorowego w danej grupie, otrzymuje się natychmiast możliwość wyznaczenia względnej amplitudy prawdopodobieństwa.

Wszystkie powyższe stwierdzenia, łącznie z twierdzeniem Wignera-Eckarta, są słuszne w odniesieniu do dowolnej grupy transformacji, zaś formuły (28) oraz (29) mogłyby pozostać w tej samej postaci, z tą jedynie poprawką, że liczby j oraz m znaczyłyby teraz zespoły liczb kwantowych typu „ j “ oraz typu „ m “. Istotną sprawą jest tu nie tyle rozpoznanie własności transformacyjnych w danej grupie danego operatora fizycznego, ile rozpoznanie czy i w jakim zakresie bazy nieprzywiedlnych reprezentacji tej grupy odpowiadają rzeczywistym stanom spektroskopii jądrowej.

3. Ogólna baza operatorów nieskończenie małych

Formalnym pomostem łączącym tradycyjny schemat klasyfikacji stanów modelu powłokowego z nowymi propozycjami w tym względzie jest wspólna baza operatorów nieskończenie małych szeregu grup wykorzystanych przy klasyfi-

kacji. Jak już dziś dobrze wiadomo, nadzwyczaj sprawnym sposobem wyrażenia tej bazy jest formalizm oparty na fermionowych operatorach kreacji a_m^+ i anihilacji a_m nukleonów. Ze zwykłych warunków antykomutacyjnych

$$\begin{aligned} \{a_m^+, a_{m'}\} &\equiv a_m^+ a_{m'} + a_m, a_m^+ = \delta_{mm}, \\ \{a_m^+, a_{m'}^+\} &= \{a_m, a_{m'}\} = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

wynika zarówno interpretacja tych operatorów jako operatorów kreacji i anihilacji nukleonów w odpowiednim stanie kwantowym „ m “, jak też ich charakter tensorowy w odpowiednich grupach obrotu $R(3)$, co dalej jest wyzyskane w sposób istotny do komutacji konstruowanych operatorów infinitezimalnych i to nie tylko tej grupy. Mianowicie, jeżeli dla ustalenia uwagi przyjmiemy znowu konfigurację jednego rodzaju nukleonów na powłoce j , to operatory

$$a_{jm}^+ \quad m = j, j-1, \dots, -j \quad (31a)$$

a także

$$(-1)^{j-m} a_{j-m} \quad (31b)$$

tworzą dwa nierównoważne operatory tensorowe rangi j w grupie obrotów przestrzenno-spinowych $R(3)$. Sprzężenie tych operatorów poprzez współczynniki Clebscha-Gordana prowadzi do nowych operatorów tensorowych odpowiednich rang K :

$$(a^+, a^+)_\kappa^{(K)} \equiv \sum_{m_1 m_2} (jm_1 jm_2 | K\kappa) a_{jm_1}^+ a_{jm_2}^+ \quad (32a)$$

$$(a, a)_\kappa^{(K)} \equiv \sum_{m_1 m_2} (jm_1 jm_2 | K\kappa) a_{j-m_1} a_{j-m_2} (-1)^{j-m_1} (-1)^{j-m_2} \quad (32b)$$

$$(a^+, a)_\kappa^{(K)} \equiv \sum_{m_1 m_2} (jm_1 jm_2 | K\kappa) a_{jm_1}^+ a_{j-m_2} (-1)^{j-m_2}. \quad (32c)$$

Zwróćmy uwagę, że ze względu na antysymetrię układu nukleonów (co też jest zawarte w warunkach antykomutacyjnych (30)) dwa pierwsze operatory tensorowe (32a, b) określone są tylko dla K parzystych (przy j połówkowym), zaś ostatni operator tensorowy może mieć dowolną rangę całkowitą z przedziału $(0, 2j)$. Przyjęcie K nieparzystego w dwóch pierwszych przypadkach prowadzi do wyzerowania się tych operatorów. Wynika to zarówno z warunków (30), jak i z własności symetrii współczynników Clebscha-Gordana:

$$(jm_1 jm_2 | K\kappa) = (-1)^{2j-K} (jm_2 jm_1 | K\kappa). \quad (33)$$

Podobnie do jednocząstkowych (31) jak i dwucząstkowych (32) operatorów, można tworzyć operatory tensorowe dla bardziej złożonych przypadków nukleonów ze spinem izotopowym na poziomie j , lub nukleonów ze spinem

(zwykłym) i izotopowym na poziomie l . Wówczas wskaźnik „ K ” oznacza w ogólności rangę złożoną

$$K \begin{cases} \nearrow J; JT \\ \searrow L; LS; LST \end{cases} \quad (34)$$

co oznacza, na przykład w ostatnim przypadku, że operator $(a^+, a^+)^{(LST)}$ jest operatorem tensorowym rangi L w grupie zwykłych obrotów, rangi S ($S = 0, 1$) w grupie spinowych obrotów oraz rangi T ($T = 0, 1$) w grupie obrotów izospinowych. Warunki antysymetrii dla sprzężeń $(a^+, a^+)^{(K)}$ lub $(a, a)^{(K)}$ prowadzą do kolejno odpowiednich ograniczeń:

$$\begin{aligned} J & \quad \text{— parzyste} \\ J + T & \quad \text{— nieparzyste} \\ L & \quad \text{— nieparzyste} \\ L + S & \quad \text{— parzyste} \\ L + S + T & \quad \text{— nieparzyste} \end{aligned} \quad (35)$$

Definicje sprzężeń (32) rozszerzone być muszą w przypadkach złożonych rang (34) o odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana dla grupy spinowej oraz izospinowej.

Istnieje elegancka, przez swą prostą ogólność, własność zespołu operatorów (32), własność, wspólna każdemu przypadkowi (34). Mianowicie, zespół operatorów (32abc) jest zespołem zamkniętym ze względu na komutację, zaś stałe struktury otrzymane z komutacji jednoznacznie wskazują na to, że te operatory generują ortogonalne transformacje grupy obrotów $R(w)$, przy czym wymiar przestrzeni grupowej wyraża się jako

$$w = 2 \prod_k (2k + 1), \quad (36)$$

gdzie k jest zespołem jednocząstkowych liczb kwantowych precyzujących rozważany poziom (j); (jt); (l); (ls) lub (l, s, t) ($s = t = \frac{1}{2}$). Wobec tego, wyjściowymi grupami ortogonalnymi dla poszczególnych przypadków (34) będą grupy

$$R(4j + 2); R(8j + 4); R(4l + 2); R(8l + 4); R(16l + 8). \quad (37)$$

Weźmy pod uwagę przypadek najbardziej złożony grupy $R(16l + 8)$ generowanej przez sprzężenie (LST). Ustalmy ponadto np. $l = 4$. Wymiar przestrzeni grupowej dla tego przypadku jest 72, to znaczy jest równy podwojonej liczbie jednocząstkowych stanów na poziomie (lst). Chcąc sklasyfikować stany dowolnych reprezentacji tej grupy, należy rozporządzać (21) 36 operatorami wagowymi, których maksymalne wartości własne dadzą zespół 36 parametrów typu (j) oraz należy skonstruować aż 1260 komutujących operatorów, których wartości własne dadzą drugą grupę wskaźników typu (m), kompletnie charakte-

ryzujących stany w obrębie dowolnej reprezentacji grupy $R(72)$. Nie wygląda to zachęcająco pod względem reklamowanej prostoty teoriogrupowego podejścia. Zasadnicze uproszczenie związane jest jednak z tym, że jedyne fizyczne reprezentacje grupy $R(72)$ dla rozważanego przypadku są tylko dwie i to bardzo proste w oznaczeniu. Znaczone są one maksymalnymi wartościami operatorów wagowych, za które przyjąć można w odpowiedniej bazie algebry Lie

$$H_{m_l m_s m_\tau} \equiv a_{m_l m_s m_\tau}^+ a_{m_l m_s m_\tau} - \frac{1}{2}. \quad (38)$$

Ze względu na zakres zmienności wskaźników (m) jest ich akurat 36, to jest tyle, ile wynika ze wzoru (21) dla rozważanego przypadku. Ponadto, z ich sensu fizycznego widać, że jedyne ich wartości własne wynoszą $+\frac{1}{2}$, gdy stan ($m_l m_s m_\tau$) jest obsadzony oraz $-\frac{1}{2}$, gdy jest pusty. Ponieważ operatory infinitesimalne (32) mogą kreować (lub anihilować) nukleony tylko parami, bądź też nie zmieniać ich liczby, przeto można maksymalnie wypełnić nukleonami, nie zmieniając reprezentacji, wszystkie stany poziomu (l, s, τ) dla przypadku parzystego, bądź też pozostanie jedno miejsce puste w przypadku nieparzystej liczby nukleonów. W pierwszym przypadku otrzymuje się na podstawie (38) maksymalne wartości własne operatorów wagowych znaczące reprezentację w postaci

$$\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \dots \frac{1}{2} \frac{1}{2}\right), \quad (39)$$

a w drugim

$$\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \dots \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right). \quad (40)$$

Wymiary obu reprezentacji są jednakowe i wynoszą, ze względu na podwójne tylko wartości własne operatorów (38), dla przypadku ogólnego grupy $R(16l+8)$

$$2^{(2l+1)(2s+1)(2\tau+1)-1}, \quad (41)$$

co w naszym przykładzie da liczbę 2^{35} jako liczbę stanów bazy każdej z reprezentacji (39, 40). Stąd, łączna liczba stanów na poziomie ($l=4, s, \tau$) wyniesie 2^{36} , co jest uogólnionym przypadkiem wyrażenia (5). Wektory stanu obu baz reprezentacji (39, 40) można zapisać w postaci

$$|\frac{1}{2} \frac{1}{2} \dots \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \dots \pm \frac{1}{2}\rangle. \quad (42)$$

Stany (42) tak proste, a jednocześnie w sposób jednoznaczny klasyfikujące wszystkie możliwe konfiguracje nukleonów na poziomie ($l s \tau$) nie są jednak stanami fizycznymi. Są nimi dopiero ich odpowiednie liniowe kombinacje. Pełna informacja o rodzaju tych liniowych kombinacji zawarta jest dopiero w postaci rzeczywistego oddziaływania między nukleonami, co jeszcze nie oznacza, że informację tę można prosto z oddziaływania otrzymać. Ponieważ jednak nie znamy kształtu rzeczywistych oddziaływań jądrowych, przeto nie ma co się martwić trudnościami matematyczno-technicznymi. Pozostają do wyzyskania ogólne własności symetrii tych oddziaływań. Ideałem byłoby, gdyby z zespołu operatorów (32) dało się wyodrębnić takie podzespoły, które

generowałyby transformacje grupy symetrii oddziaływań jądrowych. Wówczas uzyskalibyśmy bardzo ważną i fizycznie, i teoriogrupowo informację: mianowicie, liczby typu „ j ” znaczące nieprzywiedlne reprezentacje takiej grupy symetrii byłyby dobrymi liczbami kwantowymi oraz energie stanu podstawowego i stanów wzbudzonych nie zależałyby od liczb kwantowych typu „ m ” tej grupy. Taką podgrupą bezwzględnej symetrii jest grupa pełnych obrotów przestrzenno-spinowych generowana przez operatory momentu pędu J_{+1} , J_{-1} , J_0 , które można wyrazić, w zapisie operatorów kreacji i anihilacji, w postaci

$$J_z = -\sqrt{\frac{2j(j+1)(2j+1)}{3}} (a^+ a)_z^{(10)} \quad z = +1, 0, -1 \quad (43)$$

wskazującej w sposób jawny, że jest to podzespół operatorów $(a^+ a)^{(JT)}$. Niestety, jest to chyba jedyna grupa w tym schemacie o tak powszechnej symetrii, a przy tym jest to grupa stosunkowo prosta w strukturze, stąd też wnioski są także odpowiednio proste: liczba J całkowitego momentu pędu jest dobrą liczbą kwantową dla dowolnych oddziaływań, których energie nie zależą od liczby kwantowej M odnoszącej się do trzeciej składowej całkowitego momentu pędu. W innych przypadkach bądź zdani jesteśmy na przybliżoną symetrię, bądź też pełna symetria ograniczona jest tylko do określonych oddziaływań, jak na przykład symetria ze względu na obroty w przestrzeni izospinowej odnosi się tylko do oddziaływań jądrowych, ale nie elektromagnetycznych. Jednakże dla braku pełnej symetrii danego oddziaływania ze względu na wprowadzoną grupę, dochodzi drugie źródło informacji. Hamiltonian takiego oddziaływania nie jest co prawda skalarem ze względu na transformacje grupowe, ale w bardzo wielu przypadkach okazuje się stosunkowo prostym operatorem tensorowym w tej grupie. Rozpoznanie charakteru tensorowego (własności transformacyjnych) w grupie wiedzy poprzez twierdzenie Wignera-Eckarta do daleko idących i bardzo ogólnych wniosków nie tylko jakościowej, ale i ilościowej natury.

Kończąc rozważania tego artykułu przypomnimy pokrótce, zainteresowanych odsyłając do obszernych opracowań monograficznych [22-24], jak we wprowadzonej bazie operatorów (32) przedstawia się tradycyjny schemat klasyfikacyjny. Klasyfikacja ta opierała się, jak już było wspomniane, na wyjściowej grupie generowanej przez operatory nie zmieniające liczby cząstek, to znaczy przez operatory

$$(a^+ a)_z^{(K)} . \quad (44)$$

Z własności komutacyjnych tych operatorów wynika, że generują one transformacje unitarne

$$SU\left(\frac{1}{2}w\right) \equiv SU\left\{\pi(2k+1)\right\}_k . \quad (45)$$

Dla przypadku sprzężenia (LST) otrzymamy grupę

$$SU(8l+4) . \quad (46)$$

Z operatorów (44) można wyodrębnić dalsze podzespoły zamknięte ze względu na komutację. Oto co się po kilku kolejnych krokach otrzymuje

$$(a^+ a)^{(LST)} \begin{cases} \nearrow (a^+ a)^{(L00)} \rightarrow \\ \searrow (a^+ a)^{(0ST)} \end{cases} \begin{cases} \rightarrow \\ \searrow \end{cases} \begin{cases} (a^+ a)^{(010)} \\ (a^+ a)^{(001)} \end{cases} \rightarrow (a^+ a)^{(L \text{ niep. } 00)} \rightarrow (a^+ a)^{(100)} \quad (47)$$

Odpowiadający temu schemat grupowy jest następujący

$$SU(8l+4) \begin{cases} \nearrow SU(2l+1) \rightarrow \\ \searrow SU(4) \end{cases} \begin{cases} \rightarrow \\ \searrow \end{cases} \begin{cases} R(2l+1) \rightarrow R(3) \\ SU(2) \\ SU(2) \end{cases} \quad (48)$$

Scharakteryzujemy krótko występujące tu grupy oraz ich nieprzywiedlne reprezentacje.

Grupa $SU(8l+4)$

Reprezentacja wektorowa tej grupy posiada bazę jednocząstkowych funkcji opisujących stany na poziomie $(lstr)$. Stanów tych jest $8l+4$, co jednocześnie określa wymiar przestrzeni grupowej. Dla układu n cząstek reprezentacja grupy $SU(8l+4)$ posiada bazę funkcji całkowicie antysymetrycznych znaczących jednokolumnowym schematem Younga, a więc reprezentacje fizyczne znaczone są po prostu liczbą cząstek n , która spełnia tu rolę liczb kwantowych typu „ j “. Z zespołu liczb typu „ m “ tej grupy wyodrębnia się zespoły liczb znaczące nieprzywiedlne reprezentacje kolejnych podgrup.

Grupa $SU(2l+1)$ oraz grupa $SU(4)$

Pierwsza grupa jest grupą transformacji unitarnych funkcji przestrzennych, zaś druga odpowiada funkcjom spinowo-izospinowym. Bazy funkcji nieprzywiedlnych reprezentacji tej grupy noszą nazwę supermultipletów Wignera. Zapis (47) oznacza także, że za podgrupę grupy $SU(8l+4)$ bierze się nie tylko z osobna grupy $SU(2l+1)$ oraz $SU(4)$, ale ich iloczyn prosty $SU(2l+1) \times SU(4)$. Oznacza to, że funkcje bazy nieprzywiedlnych reprezentacji tego iloczynu są jednocześnie funkcjami o odpowiednich własnościach transformacyjnych ze względu na obie grupy, przy czym część przestrzenna zachowuje się jak skalar przy transformacjach spinowo-izospinowych i odwrotnie. Ponadto, grupy te są komplementarne w reprezentacji całkowicie antysymetrycznej grupy $SU(8l+4)$. Termin komplementarności odnosi się do dwóch grup, których, po pierwsze, transformacje są przemienne, po drugie, liczby kwantowe typu „ j “ oraz „ m “ reprezentacji obu grup wyczerpują całkowicie liczby kwantowe typu „ m “ rozważanej reprezentacji (w tym przypadku całkowicie antysymetrycznej) wyjściowej grupy oraz, po trzecie, z liczb kwantowych typu „ j “ jednej z grup komplementarnych wynika jednoznacznie zespół liczb kwantowych „ j “ drugiej grupy w zakresie wszystkich występujących w zagadnieniu reprezentacji obu grup.

Grupa $SU_S(2)$ oraz grupa $SU_T(2)$

Grupy te to grupa spinowa izomorficzna z grupą obrotów w przestrzeni spinowej oraz analogiczna grupa izospinowa. Transformacje tych grup są także przemienne, ale grupy nie są komplementarne. Oznacza to, między innymi, że te same wartości spinu S oraz izospinu T mogą pojawiać się nierównoważnie więcej niż raz, a więc zespół liczb kwantowych obu tych podgrup nie wystarcza do jednoznacznego klasyfikowania stanów danego supermultipletu Wignera. Należy wprowadzić albo dodatkowy parametr znaczący nierównoważne stany o tej samej parze wartości (ST) w obrębie tego samego supermultipletu, albo uzupełnić klasyfikację odpowiednimi liczbami typu „ m ” grupy $SU(4)$.

Grupa $R(2l+1)$

Grupa ta związana jest z liczbą seniority określającą — w prostych przypadkach — liczbę cząstek układu nie sprzężonych parami do $L = 0$. Związek ten wynika z własności dwucząstkowych stanów sprzężonych do $L = 0$

$$|{}^2L = 0\rangle = \sum_{m_1 m_2} (lm_1 lm_2 | 00) |lm_1\rangle |lm_2\rangle, \quad (49)$$

które są skalarami ze względu na transformacje tej grupy. Można więc takie dwucząstkowe stany dodawać lub odejmować od układu n cząstek, pozostawiając te same własności transformacyjne wektora stanu. Ostatecznie po odjęciu wszystkich par sprzężonych do $L = 0$ pozostaje układ cząstek niesparowanych o liczbie seniority ν znaczącej liczbę cząstek takiego zredukowanego układu. Z uwagi tej płynie całe zastosowanie formalizmu grupy $R(2l+1)$ do redukcji elementów macierzowych operatorów między stanami n -cząstkowymi do elementów macierzowych stanów ν -cząstkowych. Pomiedzy grupą $SU(2l+1)$ a grupą $R(2l+1)$ istnieje luka klasyfikacyjna w tym sensie, że nieprzywiedlne reprezentacje grupy $R(2l+1)$ mogą pojawiać się więcej niż raz w danej nieprzywiedlnej reprezentacji grupy $SU(2l+1)$.

Grupa $R_T(3)$

Jest to grupa prostych obrotów związana z momentem pędu w zwykłej przestrzeni. Podobnie jak w poprzednim przypadku, jej nieprzywiedlne reprezentacje znaczone liczbą kwantową orbitalnego momentu pędu L mogą pojawiać się więcej niż raz dla tej samej reprezentacji grupy $R(2l+1)$. Wymaga to wprowadzenia następnego parametru klasyfikującego stany.

Wektory stanu w tej klasyfikacji grupowej mogą być następująco znaczone:

$$|{}^m; (PP'P''); a_1; \{W\}; a_2; LL_0; a_3; SS_0; TT_0\rangle. \quad (50)$$

W oznaczeniach tych $(PP'P'')$ są liczbami supermultipletu Wignera grupy $SU(4)$ (a jednocześnie znaczyć mogą nieprzywiedlne reprezentacje grupy komplementarnej $SU(2l+1)$), $\{W\}$ oznacza zespół liczb kwantowych znaczących nieprzywiedlne reprezentacje grupy $R(2l+1)$, zaś niesprecyzowane liczby kwantowe $(a_1 a_2 a_3)$ są formalnie wprowadzone po to, by numerować nierównoważne stany $\{W\}$ pojawiające się więcej niż raz w nieprzywiedlnej reprezentacji

grupy $SU(2l+1)$ i analogicznie dla powtarzających się wartości L dla stanów $\{W\}$ oraz par wartości (ST) w supermultiplicie $(PP'P'')$.

Podobny, choć prostszy, rozkład operatorów infinitezimalnych, łańcuch grupowy i układ wektorów bazy tworzy się dla konfiguracji protonów i neutronów na zdegenerowanym poziomie j . Otrzymuje się w tym przypadku:

$$(a^+ a)^{(JT)} \begin{cases} \nearrow (a^+ a)^{(J0)} \rightarrow (a^+ a)^{(J \text{ niep. } 0)} \rightarrow (a^+ a)^{(10)} \\ \searrow (a^+ a)^{(01)} \end{cases} \quad (51)$$

$$SU(4j+2) \begin{cases} \nearrow SU(2j+1) \rightarrow Sp(2j+1) \rightarrow R_j(3) \\ \searrow SU_T(2) \end{cases} \quad (52)$$

$$|j^n; (nT); \alpha'_1; (vt); \alpha'_2; JJ_0; T_0\rangle. \quad (53)$$

Znaczenie dodatkowych liczb kwantowych, w analogii do konfiguracji l^n , widoczne jest ze schematu. Grupa symplektyczna $Sp(2j+1)$ odgrywa dla poziomu j analogiczną rolę jak grupa ortogonalna $R(2l+1)$ dla poziomu l . Nieprzywiedlne reprezentacje tej grupy o znaczeniu fizycznym specyfikowane są tylko dwiema liczbami kwantowymi typu „ j “, a mianowicie liczbą seniority ν dla poziomu j oraz liczbą kwantową t spinu izotopowego cząstek niesparowanych.

Wybór zagadnień klasyfikacyjnych przedstawiony w tym artykule, choć niekompletny, powinien stanowić dobry punkt wyjścia dla zreferowania nowszych osiągnięć w tej dziedzinie, co będzie przedmiotem następnego artykułu.

Literatura

- [1] E. P. Wigner, *Phys. Rev.*, **51**, 106 (1933).
- [2] G. Racah, *Phys. Rev.*, **63**, 367 (1943).
- [3] G. Racah, *Phys. Rev.*, **76**, 1352 (1949).
- [4] B. H. Flowers, *Proc. Roy. Soc.*, **A210**, 497 (1951).
- [5] B. H. Flowers, *Proc. Roy. Soc.*, **A212**, 248 (1952).
- [6] H. A. Jahn, *Proc. Roy. Soc.*, **A201**, 516 (1950).
- [7] A. R. Edmonds, B. H. Flowers, *Proc. Roy. Soc.*, **A214**, 515 (1952).
- [8] K. Helmers, *Nuclear Phys.*, **23**, 594 (1961).
- [9] A. K. Kerman, *Ann. Phys. (USA)*, **12**, 300 (1961).
- [10] B. H. Flowers, S. Szpikowski, *Proc. Phys. Soc.*, **84**, 193 (1964).
- [11] B. H. Flowers, S. Szpikowski, *Proc. Phys. Soc.*, **84**, 673 (1964).
- [12] M. Ichimura, *Progr. Theor. Phys.*, **32**, 757 (1964).
- [13] K. T. Hecht, *Nuclear Phys.*, **63**, 177 (1965).
- [14] H. Lipkin, *Lie Groups for Pedestrians*, North Holland, Amsterdam 1965.
- [15] K. Helmers, *Nuclear Phys.*, **69**, 593 (1965).
- [16] L. Armstrong, B. R. Judd, *Proc. Roy. Soc.*, **A315**, 593 (1970).

- [17] J. P. Elliott, J. A. Evans, *Phys. Letters*, **B31**, 157 (1970).
- [18] M. J. Cunningham, B. G. Wybourne, *J. Math. Phys.*, **10**, 2149 (1969).
- [19] K. T. Hecht, S. Szpikowski, *Bull. of the Washington Meeting of the American Physical Society* 1970.
- [20] K. T. Hecht, S. Szpikowski, *Nuclear Phys.*, **A158**, 449 (1970).
- [21] V. E. Barnes i in., *Phys. Rev. Letters*, **12**, 204 (1964).
- [22] G. Racah, *Lectures on Group Theory*, Princeton 1951.
- [23] B. F. Bayman, *Some Lectures on Groups and their Applications to Spectroscopy*, Copenhagen—Nordita 1960.
- [24] M. Hamermesh, *Group Theory and its Application to Physical Problem*, Addison—Weseley, London 1962.
- [25] S. Król, *Formalizm quasi-spinu — uogólnienie i rozszerzenie zastosowań w fizyce jądrowej*, praca doktorska, UMCS, Lublin 1971.

Jerzy Jastrzębski

Instytut Badań Jądrowych
Świerk k. Otwocka

Spontanicznie rozszczepiające się izomery *

Spontaneously Fissioning Isomers

Abstract: Available experimental informations concerning the production, half-lives and excitation energies of Spontaneously Fissioning Isomers (SFI) are reviewed. Some comparisons with the theoretical predictions are presented.

1. Wstęp

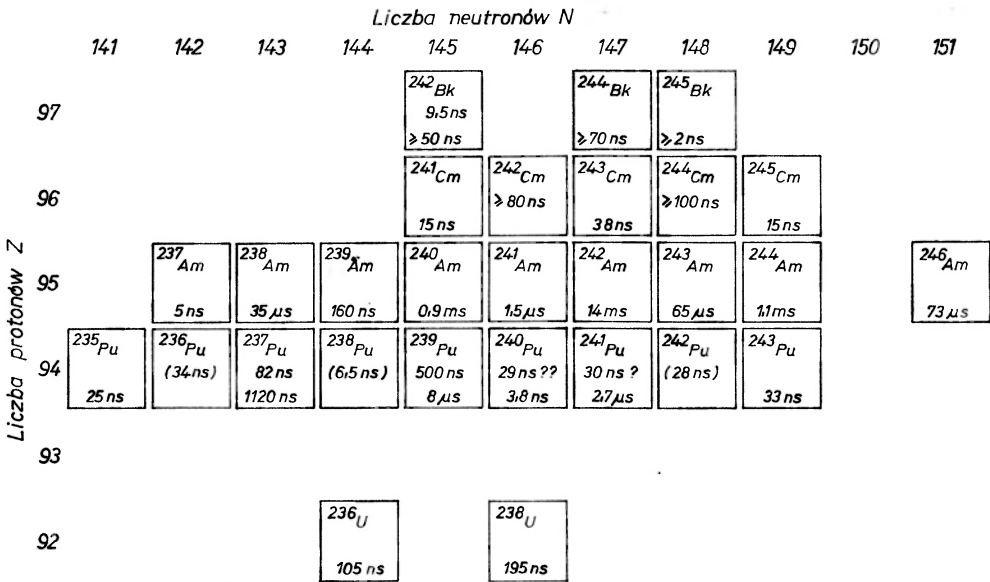
Pierwsze wiadomości o izomerach rozpadających się na drodze rozszczepienia pochodzą z ośrodka w Dubnej z roku 1962. Poszukując nowych pierwiastków transuranowych wytworzono tam [1, 2] na drodze reakcji $^{238}\text{U} + ^{16}\text{O}$ aktywność o połowicznym okresie zaniku równym 14 ms i rozpadającą się na drodze rozszczepienia. Okazało się [2], że aktywność ta może być wytworzona na drodze wielu reakcji z ciężkimi jonami, cząstkami α , deutronami czy neutronami. Analiza funkcji wzbudzenia jak i rodzaju tarcz i cząstek bombardujących wykazała, że 14 ms aktywność musi być przypisana stanowi izomerycznemu ^{242m}Am , który w stanie podstawowym ma czas życia na rozszczepienie spontaniczne ok. 10^{14} lat.

Próby wytłumaczenia występowania odkrytej w ^{242}Am izomerii w ramach istniejącej wówczas teorii rozszczepienia nie były przekonujące. Nie będziemy tu powtarzać argumentów wykazujących, że nie jest możliwe jej wytłumaczenie na drodze różnicy spinów czy liczby kwantowej K między stanem podstawowym a wzbudzonym. Mogą być one znalezione np. w pracy [2].

Dalsze prace eksperymentalne [3-26] doprowadziły do identyfikacji i wyznaczenia charakterystyk wielu innych spontanicznie rozszczepiających się izomerów w jądrach U, Pu, Am, Cm, Bk. Obecnie znanych jest około trzydzieści takich izomerów o czasach życia od kilku nanosekund do kilkunastu

* Artykuł ten jest oparty o wykład wygłoszony na X Zimowej Szkole Fizyki w Zakopanem, luty 1972.

milisekund. W niektórych izotopach znaleziono nawet dwa izomery tego typu, charakteryzujące się różnymi czasami życia. Rys. 1 pokazuje znane obecnie spontanicznie rozszczepiające się izomery. Dotychczas nie zaobserwowano, by z rozszczepieniem konkurował tu rozpad α , emisja fotonu gamma czy cząstki β [2, 52]. Oczywiście, detekcja rozszczepienia jest znacznie łatwiejsza niż np. promieniowania gamma. Dlatego przypuszcza się, że w pewnych przynajmniej przypadkach konkurencyjne kanały rozpadu izomerów będą mogły być znalezione przy poprawieniu warunków eksperymentalnych.

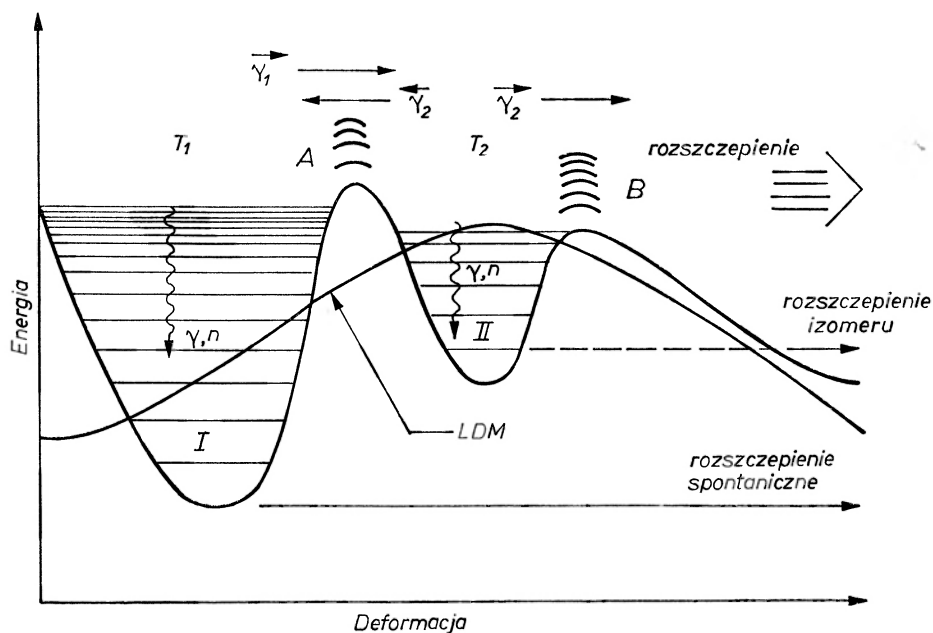


Rys. 1. Izomery rozszczepialne (p. również tabela I)

Badanie własności spontanicznie rozszczepiających się izomerów jest m. in. częścią bardziej ogólnego programu badań, mającego na celu określenie parametrów bariery potencjału w jądrach ciężkich. Przyjmuje się obecnie, że bariera ta nie może być opisana na gruncie prostego modelu kropłowego. Obliczenia teoretyczne (patrz m. in. prace [28-35]) pokazują, że modyfikacje bariery modelu kropłowego, wynikające z uwzględnienia poprawek powłokowych prowadzą w jądrach ciężkich do występowania drugiego minimum dla energii potencjalnej w funkcji deformacji (p. rys. 2). Spontanicznie rozszczepiające się izomery są stanami wzbudzonymi o innej, większej deformacji niż stany w pierwszej jamie potencjału. Izomeria jest tu wynikiem istnienia bariery, separującej dwie studnie potencjału.

W artykule tym w dalszym ciągu używać więc będziemy alternatywnie określeń „izomery kształtu“ i „spontanicznie rozszczepiające się izomery“ pamiętając jednak o tym, że określenie „izomery kształtu“ jest pojęciem szerszym (por. też rozdział 6). (Skrótowo stosuje się tu również oznaczenie SFI — Spontaneously Fissioning Isomers).

Omówienie szeregu nowych własności jąder, wynikających z istnienia podwójnej bariery potencjału, znalezione być może w wielu pracach przeglądowych (p. np. [2, 11, 21, 29, 36, 37]), z których jedna ukazała się również niedawno w „Postęпах Fizyki“ [38].



Rys. 2. Bariera potencjału dla aktywności (wg pracy [29]). Poprawka powłokowa prowadzi do powstania dwóch minimów energii potencjalnej w funkcji deformacji, oznaczonych E_I i E_{II} (w niniejszej pracy przyjmujemy normalizację $E_I = 0$), oraz dwóch maksimów oznaczonych E_A i E_B . Bariera potencjału separująca dwie jamy powoduje występowanie dla nich oddzielnych widm poziomów wzbudzonych, o różnych gęstościach

W artykule niniejszym rozważane będą bardziej szczegółowo głównie trzy zagadnienia, związane bezpośrednio z izomerami kształtu, a mianowicie metody ich produkcji i przekroju czynne, czasy życia, energie wzbudzenia. Wiadomości te podane są w sposób sumaryczny w tabelach I-III i na rys. 10 i 11.

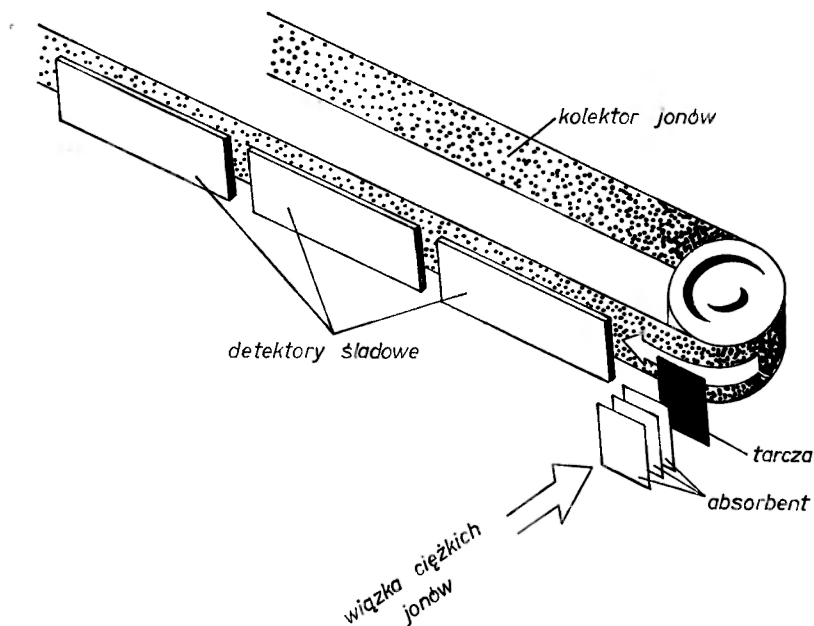
Przegląd literatury zakończono 1 lutego 1972 r.

2. Metodyka eksperymentu

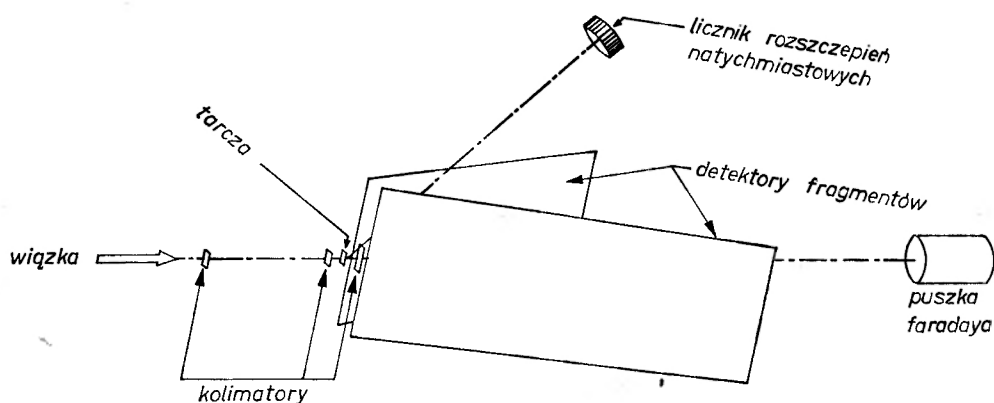
Metody detekcji SFI można podzielić na dwie grupy. W pierwszej grupie pomiarów stosuje się ciągle napromieniowanie tarczy i korzysta się albo z mechanicznego transportu (o znanej prędkości) aktywności do detektora, albo też ze zjawiska odrzutu po reakcji jądrowej.

Na rys. 3 pokazany jest jeden z pierwszych systemów detekcji zastosowany do pomiarów czasów życia i przekrojów czynnych na tworzenie ^{242m}Am (14 ms), który zastosowany był w Dubnej na wiązkę ciężkich jonów.

Rys. 4 pokazuje jeden z zestawów stosowanych w ośrodku Kopenhaskim na akceleratorze typu tandem. Śladowe detektory fragmentów (folie poli-carbonatu o grubości $0,7 \text{ mg/cm}^2$) ustawione są w ten sposób w stosunku do tarczy, że nie detekują one rozszczepień natychmiastowych (odległość od



Rys. 3. Prosty układ pomiarowy, stosowany w pierwszych pracach, które doprowadziły do identyfikacji ^{242}Am (wg [2])

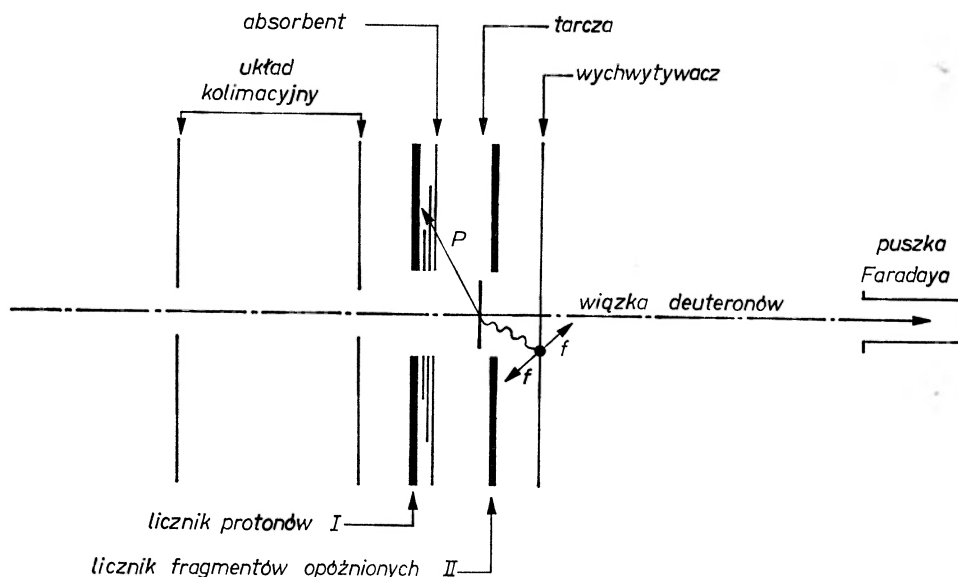


Rys. 4. Układ detekcyjny stosowany przez grupę kopenhaską przy zastosowaniu ciągłej wiązki cząstek bombardujących

tarczy $4,2 \text{ mm}$, co dla deuteronów o energii 13 MeV odpowiada czasowi przelotu po reakcji jądrowej równemu 14 ns dla $A = 240$). Graniczne wartości czasów życia jakie mogą być wykrywalne tym zestawem są od $5 \div 10 \text{ ns}$ do $1 \div 2 \mu\text{s}$. Oczywiście do pomiarów czasów życia i przekrojów czynnych ko-

nieczna jest znajomość rozkładu prędkości i rozkładu kąтового atomów odzutu z tarczy.

Druga grupa pomiarów oparta jest na metodzie pulsowanego napromienienia tarczy i liczenia fragmentów opóźnionych w czasie między dwoma impulsami cząstek. W tych pomiarach do detekcji fragmentów stosuje się na ogół liczniki półprzewodnikowe.



Rys. 5. Kopenhaski układ detekcyjny wykorzystujący pulsującą wiązkę cząstek z akceleratora typu tandem (stosowany w pracy [6] do badania izomerów tworzonych na drodze reakcji (d, pf))

Rys. 5 pokazuje prosty zestaw eksperymentalny tego typu, stosowany w przypadku reakcji (dp, f) . W innych pracach (np. [17]) stosowano również bardziej skomplikowane układy elektroniczne. Były one jednak oparte zawsze o zasadę pulsacji wiązki i detekcji fragmentów opóźnionych pomiędzy impulsami.

3. Tworzenie SFI

W kolumnie 2 tabeli I przedstawione są reakcje jądrowe, które stosowano do uzyskania spontanicznie rozszczepiających się izomerów. Większość tych reakcji prowadzi do jądra złożonego, które przez kolejną emisję neutronów przechodzi do stanów wzbudzonych, a następnie do stanu podstawowego w I lub II jamie.

Przykładowe wielkości przekrojów czynnych dla kilku reakcji podane są w tabeli II. Kolumna piąta tej tabeli podaje przekrój czynny na rozszczepienie natychmiastowe (σ_{prompt}). Rozszczepienie natychmiastowe następuje albo

Czasy życia i energia wzbudzenia SFI

Izomer	Metoda produkcji	$T_{1/2}$	E_{II} (MeV) na podstawie prognozy reakcji lub funkcji wzbudzenia	E_{II} (MeV) na podstawie D_{II}/D_I	Literatura	
					Dane przedstawione w tabeli	Inne dane
1	2	3	4	5	6	7
^{236m}U	(<i>d</i> , <i>p</i>) (<i>d</i> , <i>pn</i>) (<i>n</i> , γ)	105 ± 20 ns		$2,4 \pm 0,3$	[14, 23]	[6, 8, 11, 25]
^{238m}U	(<i>d</i> , <i>pn</i>)	195 ± 30 ns			[14]	[7, 11]
^{235m}Pu	(α , $2n$)	30 ± 5 ns	$2,4 \pm 0,2$		[16, 17]	[9]
^{236m}Pu	(<i>p</i> , $2n$)	34 ± 8 ns	$4,0 \pm 0,3$		[6, 17]	[16]
^{237m}Pu	(<i>d</i> , $2n$)	82 ± 8 ns	$2,9 \pm 0,2$		[15, 17]	[6, 7, 9, 10, 16, 18]
	(α , $2n$)	1120 ± 80 ns				
	(α , $3n$)					
^{238m}Pu	(α , $2n$)	$6,5 \pm 1,5$ ns	$3,7 \pm 0,2$		[16, 17]	
^{239m}Pu	(<i>d</i> , <i>p</i>)	500 ± 150 ns	$2,6 \pm 0,2$	$2,2 \pm 0,1$	[7, 9, 11, 17, 26]	[5, 13, 16]
	(<i>d</i> , <i>pn</i>)	8 μs				
	(^3He , <i>p</i>)					
	(α , <i>n</i>)					
	(α , $3n$)					
^{240m}Pu	(<i>d</i> , <i>p</i>)	$3,8 \pm 0,3$ ns	$2,6 \pm 0,3$	$2,3 \pm 0,3$	[8, 16, 17, 26]	[6, 9, 13, 23]
	(α , $2n$)	29 ns(?)				
	(<i>n</i> , γ)					
^{241m}Pu	(<i>d</i> , <i>p</i>)	30 ± 5 ns(?)	$2,6 \pm 0,3$	1,7	[6, 7, 17, 24]	[23, 55]
	(<i>d</i> , <i>pn</i>)	27 ± 3 μs				
	(α , <i>n</i>)					
	(γ , <i>n</i>)					
^{242m}Pu	(<i>d</i> , <i>p</i>)	28 ns		$2,2 \pm 0,3$	[6, 7, 26]	[23]
^{243m}Pu	(<i>d</i> , <i>p</i>)	33 ns		3,6	[6, 7, 54]	[23]
^{237m}Am	(<i>p</i> , $2n$)	5 ± 2 ns	$2,4 \pm 0,2$		[7, 17]	
^{238m}Am	(<i>p</i> , $2n$)	35 μs	$2,7 \pm 0,2$		[7, 19]	[5, 27]
^{239m}Am	(<i>p</i> , $2n$)	160 ± 40 ns	$2,5 \pm 0,2$		[6, 17]	[9, 27]
	(<i>d</i> , $2n$)					
	(^3He , $2np$)					
^{240m}Am	(α , $2n$)					
	(<i>p</i> , <i>n</i>)	$0,91 \pm 0,07$ ns	$3,0 \pm 0,2$		[5, 17]	[27, 56]
	(<i>p</i> , $2n$)					
	(<i>d</i> , $2n$)					
	(γ , <i>n</i>)					

Tabela I c.d.

1	2	3	4	5	6	7
^{241m}Am	$(p, 2n)$	$1,5 \pm 0,6 \mu\text{s}$	$2,2 \pm 0,2$		[6, 17]	[27]
^{242m}Am	(HI, xn) (n, γ) $(n, 2n)$ (γ, n)	14 ms	$2,9 \pm 0,3$	3,1	[1, 17, 23]	[27, 56]
^{243m}Am	$(p, 2n)$ (d, pn)	$6,5 \pm 1,0 \mu\text{s}$		3,1	[7, 23] [1, 2, 3]	
^{244m}Am	(d, p)	1,1 ms			[2,3]	
^{246m}Am	$(n, 8)$	73 μs			[21]	
^{241m}Cm	$(p, 3n)$ $(d, 2n)$ $(\alpha, 2n)$	$15 \pm 1 \text{ ns}$	$2,3 \pm 0,2$		[17]	[7, 9, 11]
^{242m}Cm	$(\alpha, 2n)$	80 ns	$3,2 \pm 0,3$		[17]	[7]
^{243m}Cm	$(d, 2n)$ $(\alpha, 3n)$	$38 \pm 10 \text{ ns}$	$2,0 \pm 0,3$		[7, 17]	[10]

Tabela II

Przykłady przekrojów czynnych

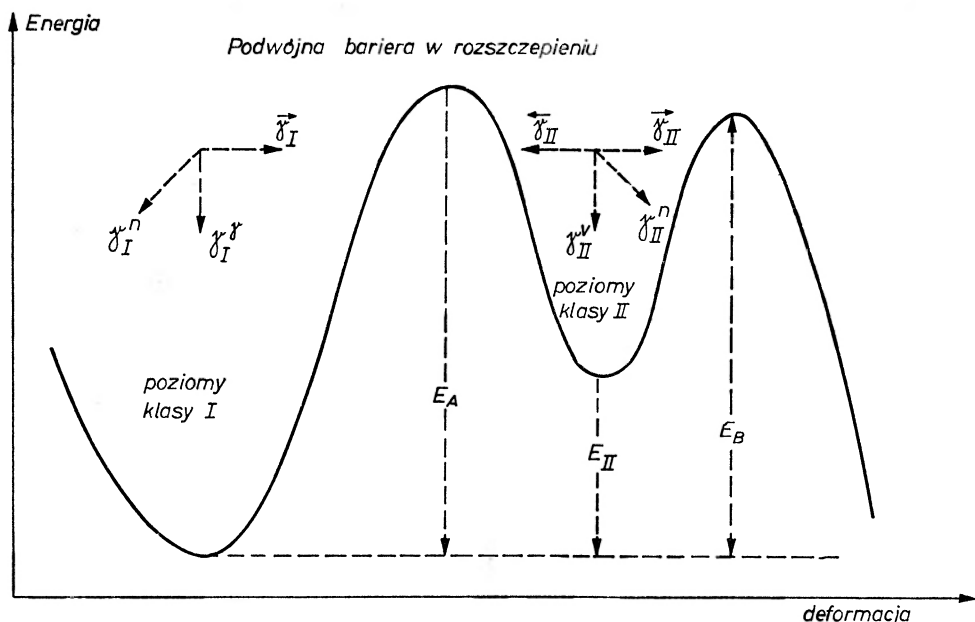
Tarcza	Reakcja	Energia cząstek bombardujących (MeV)	Izomer	σ_{prompt} (mb)	σ_{del} (μb)	$\frac{\sigma_{\text{prompt}}}{\sigma_{\text{del}}}$	$\frac{\sigma_{\text{I}}}{\sigma_{\text{II}}}$	Literatura
^{235}U	(d, p)	13	^{236m}U	575	1,8	$3,2 \times 10^5$		[6]
^{236}U	(d, pn)	21	^{236m}U		13	10^4		[14]
^{236}U	(α, α')	42	^{236m}U		≤ 1			[14]
^{235}U	(n, γ)	2,2	^{236m}U		400	3×10^3		[8]
^{237}Np	$(d, 2n)$	13	^{237m}Pu	560	0,7	8×10^5		[6]
^{242}Pu	$(p, 2n)$	13	^{241m}Am	252	12	2×10^4	220	[6]

bezpośrednio z jądra złożonego, albo też z jądra pośredniego (np. po emisji pierwszego, a przed emisją drugiego neutronu w reakcjach $2n$), czy wreszcie z jądra końcowego, o ile jego energia wzbudzenia jest większa lub porównywalna z wysokością bariery. Przekrój czynny na rozszczepienie natychmiastowe zależy głównie od stosunku szerokości poziomów Γ_f/Γ_n .

W kolumnie szóstej tej tabeli podane są przekroje czynne (ozn. alternatywnie σ_{II} lub σ_{delay}) na utworzenie izomeru. W przypadku reakcji z utworzeniem jądra złożonego przekrój ten zależy zarówno od szerokości poziomów ze względu na rozszczepienie, jak i szerokość ze względu na przenikanie bariery wewnętrznej

oraz szerokości na rozpad gamma wewnątrz poszczególnych studni potencjału. Schematycznie przedstawione jest to na rys. 6.

Stosunek przekrojów czynnych na rozszczepienie natychmiastowe i rozszczepienie opóźnione jest rzędu 10^4 - 10^5 (por. kol. siódma tabeli II). Czasami podaje się również wartości σ_I/σ_{II} , określające częstość tworzenia jądra końcowego w pierwszej i drugiej jamie potencjału (tzw. stosunek izomeryczny). Jednak σ_I nie może być określone z taką dokładnością jak σ_{prompt} i na ogół jej błąd eksperymentalny jest rzędu 50-100%. Stosunki izomeryczne są tu rzędu 10^2 - 10^3 .



Rys. 6. Schematyczne przedstawienie możliwych kanałów rozpadu wysokowzbudzonego jądra z dwugarbną barierą potencjału (wg [41])

Zastosowanie modelu statystycznego do jąder z dwugarbną barierą potencjału zaproponowane zostało przez Lynna [17, 39, 40] i Jägare [27, 41] (p. również artykuł przeglądowy [36]). Opierając się na wzorach, określających gęstość poziomów [42] i obliczając szerokości poziomów ze względu na procesy rozszczepienia, emisji neutronu i emisji gamma autorzy ci podają absolutne wielkości przekroju czynnego σ_{II} , stosunki izomeryczne, stosunki $\sigma_{prompt}/\sigma_{delay}$. Do zagadnień tych wrócimy nieco bardziej szczegółowo w rozdziale następnym.

4. Energie wzbudzenia SFI

Nie znaleziono dotychczas metody eksperymentalnej, pozwalającej na wyznaczenie energii wzbudzenia spontanicznie rozszczepiających się izomerów (którą w wielu przypadkach utożsamiać można z energią drugiego minimum) w sposób bezpośredni. Wynika to z faktu, że jedynym dotychczas znanym

kanalem rozpadu tych izomerów jest rozszczepienie. Metody wyznaczania tej energii opierają się na założeniach mechanizmu reakcji przez jądro złożone (z ew. uwzględnieniem dwugarbnej bariery potencjału) oraz na wzorach semiempirycznych gęstości poziomów. Omówimy je poniżej, zostawiając do podrozdziału 4.3 systematykę energii wzbudzenia izomerów kształtu i proste porównania z wynikami obliczeń teoretycznych.

4.1. Pomiary oparte na wyznaczeniu funkcji wzbudzenia

Metodę tę omówimy na przykładzie reakcji



badanej przez Bjørnholma *et al.* [4]. W pracy tej stosowano pulsującą wiązkę protonów (czas trwania impulsu 1,9 ms, przerwa między dwoma kolejnymi impulsami 3,2 ms) o energii zmienianej w zakresie od 9,6 MeV do 13,6 MeV. Przy naświetlaniu tarczy plutonowej obserwowano w czasie trwania impulsu fragmenty z rozszczepienia natychmiastowego oraz po impulsie fragmenty opóźnione, pochodzące z rozpadu 0,9 ms ^{240m}Am . Fragmenty natychmiastowe liczone były przy pomocy detektora półprzewodnikowego, a fragmenty opóźnione przy pomocy detektorów śladowych umieszczonych na wirującej tarczy, odpowiednio osłoniętych przed naświetleniem przez fragmenty natychmiastowe.

Pomiary te pozwoliły na wyznaczenie w zależności od energii protonów przekroju czynnego na reakcję $(p, 2n)$ prowadzącą do izomeru ^{240m}Am (ozn. σ_{II}) oraz na równoczesne wyznaczenie przekroju czynnego na rozszczepienie natychmiastowe¹.

Przekrój czynny na rozszczepienie natychmiastowe nie różni się wiele (z dokładnością do 20%) od całkowitego przekroju czynnego σ_T , który otrzymano z rachunków, opartych o model optyczny. Wyznaczony eksperymentalnie przekrój czynny σ_{II} został następnie znormalizowany do przekroju czynnego σ_T , co pozwoliło na wyeliminowanie wpływu bariery kulombowskiej. Do tak przygotowanych danych (por. rys. 7) dopasowano krzywą teoretyczną w postaci

$$\frac{\sigma(p, 2n)}{\sigma_T} \propto [1 - (1+x)\exp(-x)] \quad (*)$$

gdzie: $x = \frac{1}{T}(E_p - E_{\text{Th}})$,

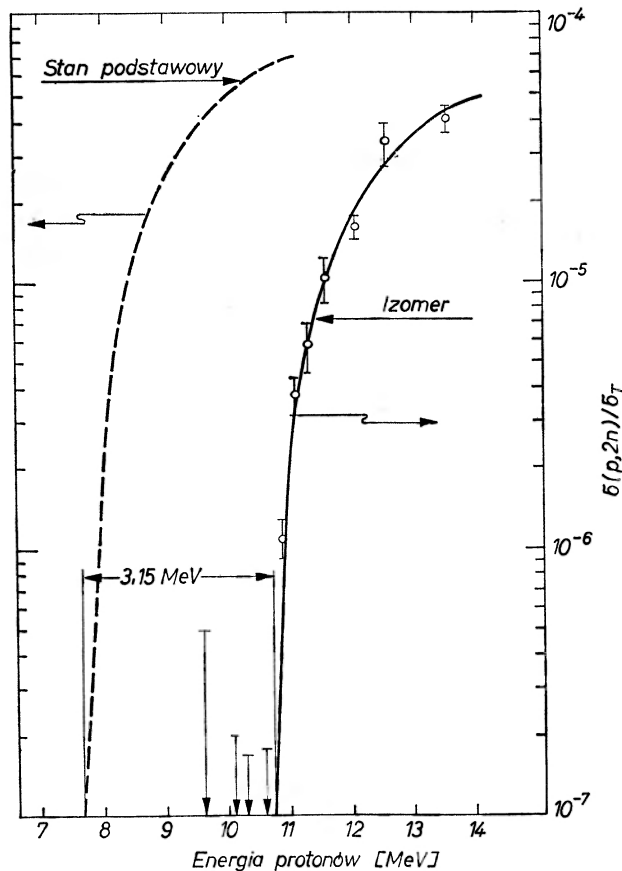
E_p — energia protonów,

E_{Th} — energia progu reakcji prowadzącej do izomeru,

T — temperatura jądrowa.

¹ Przy stosowanej energii protonów jest również możliwa reakcja (p, n) . Mimo że przekroje czynne na tę reakcję są ok. dziesięć razy mniejsze niż na reakcję $(p, 2n)$, mogłaby ona utrudnić dokładne znalezienie progu reakcji prowadzącej do ^{240m}Am . Jednak izomer ^{241m}Am ma czas życia znacznie krótszy niż ^{240m}Am i nie był w stosowanych warunkach eksperymentalnych obserwowany (por. też pracę [6], gdzie przy wyznaczeniu progu reakcji $(p, 2n)$ prowadzącej do ^{236m}Pu należało korygować otrzymane wartości przekroju czynnego o udział reakcji (p, n) prowadzącej do ^{237m}Pu . Czasy życia ^{236m}Pu i ^{237m}Pu są porównywalne).

Wzór powyższy oparty jest na modelu wyparowywania neutronów (tzw. model Jacksona [43]) przy przyjęciu jednogarbnej bariery potencjału. W oryginalnej pracy autorzy podkreślają, że wyznaczona z takiego pomiaru energia progu reakcji ($p, 2n$) zależy niewiele od przyjętej temperatury jądrowej (zmiana T od 1,0 MeV do 2,0 MeV powoduje zmianę E_{Th} o 0,1 MeV). Wydawało się również, że dopasowywanie krzywej teoretycznej do danych eksperymentalnych nie jest niezbędnie konieczne i że energia progu może być dostatecznie dokładnie wyznaczona z prostej ekstrapolacji krzywej wzbudzenia. Ostatecznie najlepsze dopasowanie krzywej teoretycznej do danych eksperymentalnych otrzymano dla E_{Th} (izomer) = $10,7 \pm 0,1$ MeV.



Rys. 7. Krzywa wzbudzenia dla tworzenia izomeru ^{240m}Am przy pomocy reakcji $^{241}\text{Pu}(p, 2n)$ (wg [4])

Próg reakcji ($p, 2n$) prowadzącej do stanu podstawowego ^{240}Am , znaleziony być może na podstawie znajomości mas ^{241}Pu , ^{242}Am i energii separacji neutronu S_n w ^{242}Am i ^{241}Am . Otrzymana z takich rachunków wielkość E_{Th} (stan podstawowy) wynosi $7,55 \pm 0,2$ MeV. Różnica energii progów reakcji prowadzących do stanu podstawowego i izomerycznego dla ^{242}Am wynosi więc $3,15 \pm 0,25$ MeV.

Wydawało się rozsądnym przyjęcie, że tak wyznaczona różnica energii progów odpowiada energii wzbudzenia stanu izomerycznego.

Przy pomocy analogicznej metody grupy kopenhaska wyznaczyła jeszcze energie wzbudzenia stanów izomerycznych w ^{286}Pu [6], ^{287}Am [7], ^{241}Am [6], a grupa z Los Alamos [16] w szeregu izotopów plutonu.

Wnioski wyciągnięte przez autorów omawianych prac zostały jednak zakwestionowane przez Jägare [27]. Pokazał on, że w przypadku dwugarbnej bariery potencjału wzór oparty o model Jacksona musi być zmodyfikowany i przybiera on postać

$$\frac{\sigma_{\text{II}}}{\sigma_{\text{T}}} \propto \left[1 - \left(1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} \right) \exp(-x) + \text{wyrazy poprawkowe} \right] \quad (**)$$

(wyrazy poprawkowe mogą być na ogół zaniedbane). Przy założeniu podobnej temperatury jądrowej wzór powyższy daje znacznie mniej gwałtowne opadanie do zera przekroju czynnego (w por. ze wzorem (*)), gdy E_p zbliża się do progu reakcji, a w związku z tym progi reakcji prowadzących do stanu izomerycznego stają się znacznie mniejsze. Przykładowo dla $x=1$ wzór (*) przewiduje ok. 25% maksymalnej wartości $\sigma_{\text{II}}/\sigma_{\text{T}}$, podczas gdy wzór (**) jedynie ok. 1%. Zastosowanie wzoru (**) prowadziłoby do obniżenia energii wzbudzenia izomerów rozszczepialnych w izotopach Am o ok. 1 MeV.

Oprócz wzoru (**) w pracy [27] wyprowadzono również wzory wiążące absolutną wartość przekroju czynnego σ_{II} z energią E_{II} wzbudzenia izomeru rozszczepialnego (σ_{II} zależy jednak nie tylko od E_{II} , lecz również od innych parametrów bariery i gęstości poziomów w pierwszej i drugiej jamie). Przyjmując empiryczne wartości wysokości bariery (± 1 MeV) i gęstości poziomów w I i II jamie na podstawie wzorów Gileberta-Cameron [42] Jägare uzyskał tą metodą dla szeregu izotopów Am wartości E_{II} niewiele różniące się od wyników, uzyskanych przez niego przy pomocy wzoru (**) (por. też tabela III). Należy tu podkreślić, że opierał on się na wynikach eksperymentalnych uzyskanych przez grupę kopenhaską.

Tabela III

Energia wzbudzenia (w MeV) izomerów w jądrach Am

Izomer	E_{II} wyznaczona w oparciu o model Jacksona	E_{II} wyznaczona w oparciu o teorię Lynna [17]	E_{II} wyznaczona w pracy Jägare [27] na podstawie funkcji wzbudzenia	E_{II} wyznaczona w pracy Jägare [27] na podstawie absolutnej wielkości przekroju czynnego
^{288m}Am	3,2	$2,7 \pm 0,2$	2,4	$2,0 \pm 0,3$
^{289m}Am	2,9	$2,5 \pm 0,2$	2,4	$2,3 \pm 0,2$
^{240m}Am	3,2	$3,0 \pm 0,2$	2,2	$2,1 \pm 0,3$
^{241m}Am	2,5	$2,2 \pm 0,2$	1,4	$1,5 \pm 0,3$
^{242m}Am	2,9	$2,9 \pm 0,3$	2,3	$2,1 \pm 0,4$

Niedawno Britt i inni [17] przeprowadzili nowe pomiary funkcji wzbudzenia dla szeregu izomerów, jak również rachunki oparte o model statystyczny przy uwzględnieniu dwugarbnej bariery potencjału (przeprowadzono je dla reakcji z emisją dwóch i trzech neutronów). Z rachunków tych wynika, że korekta wartości energii wzbudzenia E_{II} wyznaczonych przy pomocy progów reakcji i dopasowywania krzywych wzbudzenia przy pomocy wzoru (*) jest niezbędna, jednak nie jest ona tak duża, jak sugerował to Jägare. Podstawowa krytyka rezultatów Jägare polega nie na kwestionowaniu jego metody rachunkowej, lecz raczej parametrów stosowanych do obliczeń (zwłaszcza temperatury jądrowej).

Również w pracy Britta dopasowanie wyników eksperymentalnych (przedstawionych jako stosunek $\sigma_{II}/\sigma_{\text{prompt}}$ w funkcji energii wzbudzenia) do obliczeń teoretycznych wymagało przyjęcia dodatkowych, „zewnętrznych“ parametrów. Parametry te to:

a) E_A , energia pierwszego garbu w porównaniu z pierwszym minimum potencjału; przyjęto, że jest ona niezależna od liczby neutronów i że może być znaleziona z progów reakcji rozszczepienia natychmiastowego (d, pf) lub (t, pf). (Reakcje te pozwalają wyznaczyć $\max(E_A, E_B)$, ale założenie, że próg tych reakcji wyznacza E_B , nie pozwoliło na rozsądne dopasowanie wyników eksperymentalnych do przewidywań modelowych). Przyjęto E_A równe 5,8 MeV, 6,4 MeV i 6,2 MeV odpowiednio dla izotopów Pu, Am i Cm.

b) Częstości, charakteryzujące grubość bariery pod pierwszym i drugim maksimum, założono te same dla wszystkich rozpatrywanych izotopów i równe $\hbar\omega_A = 1,3$ MeV oraz $\hbar\omega_B = 0,6$ MeV.

c) Do obliczenia prawdopodobieństw osiągnięcia przez jądro pierwszej lub drugiej jamy potencjału konieczna jest znajomość gęstości poziomów w tych jamach. Przyjęto, że gęstości te dane są wzorem Gilberta-Cameron [42].

Przy tych ustalonych zewnętrznie parametrach dopasowywano wyznaczone eksperymentalnie stosunki przekrojów czynnych do przewidywań modelu statystycznego, stosując trzy dodatkowe zmienne parametry (A oznacza tu jądro końcowe), $:E_{II}(A)$, $E_B(A+1) - E_{II}(A)$, $E_B(A) - E_{II}(A)$. W ten sposób wyznaczono energię wzbudzenia E_{II} i wysokość drugiego garbu w szeregu izotopów Pu, Am i Cm.

W przypadku izotopów Am znalezione w tej pracy wartości energii E_{II} zawarte są pomiędzy wartościami wyznaczonymi z progów reakcji przy pomocy wzoru (*) a wartościami uzyskanymi przez Jägare. Dla kilku izotopów porównanie wyników omawianych metod przedstawione jest w tabeli III.

4.2. Pomiary oparte na wyznaczaniu gęstości poziomów

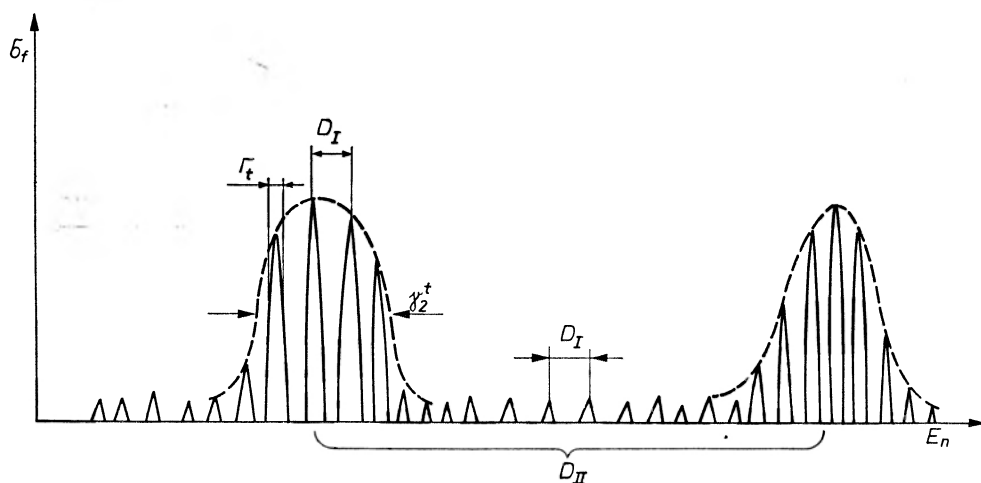
Pomiary energii wzbudzenia izomerów kształtu (a ściślej różnicy między energiami pierwszego i drugiego minimum) możliwe są również na drodze wyznaczenia przekroju czynnego na rozszczepienie podbarierowe przy bombardowaniu jąder rozszczepialnych neutronami w zakresie energii eV-keV. O ile założyć hipotezę podwójnej bariery potencjału i obecność w drugiej jamie

stacjonarnych stanów pośrednich, oczekiwać można, że stany te działają będą jako swojego rodzaju „door — way states“ na drodze rozszczepienia. Rozszczepienie podbarierowe będzie zachodzić tylko wtedy, gdy energia jądra złożonego będzie równa energii wzbudzenia takiego stanu w drugiej jamie potencjału powiększonej o energię drugiej jamy.

By efekt był obserwowalny wyraźnie, gęstość poziomów σ_2 w drugiej jamie (dla energii 5-6 MeV jądra złożonego po wychwycie neutronu) musi spełniać zależność

$$\frac{1}{\rho_2} = D_2 > \gamma_2$$

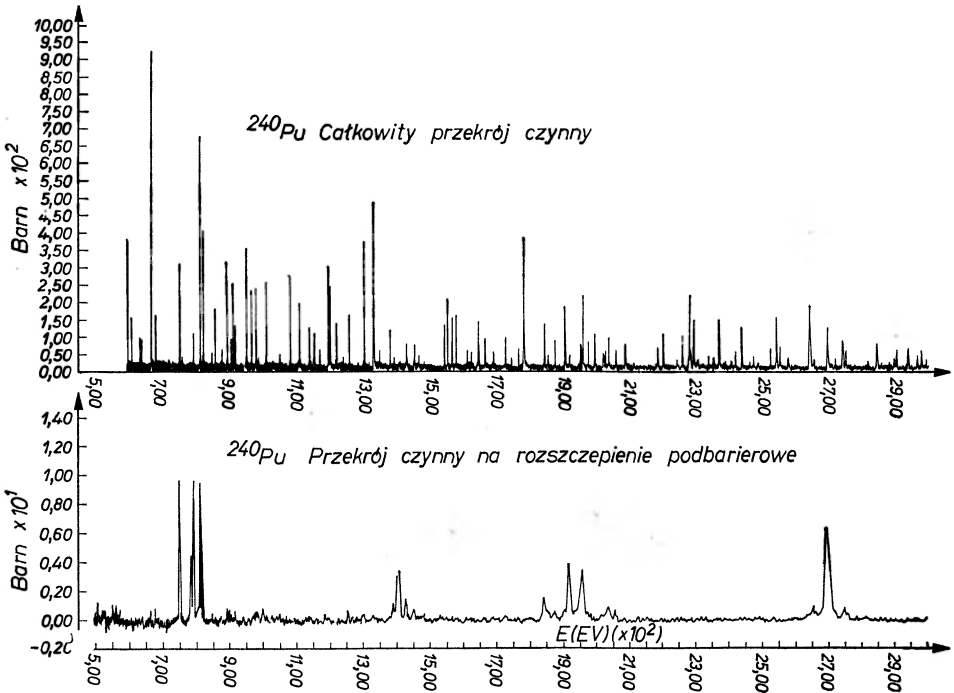
gdzie γ_2 jest całkowitą szerokością poziomów w drugiej jamie (spełnienie tego warunku zależy oczywiście od konkretnych wartości E_{II} oraz S_n w danym jądrze). Oczekuje się wówczas „modulacji“ przekroju czynnego na rozszczepienie w funkcji energii neutronów, przy czym odległości między poszczególnymi grupami rezonansów odpowiadają odległościom poziomów w drugiej jamie. Jest to przedstawione schematycznie na rys. 8. Przykład takiego eksperymentu [24] daje rys. 9.



Rys. 8. Interpretacja efektu rezonansowego rozszczepienia podbarierowego

Różnice w gęstości poziomów pierwszej i drugiej jamy pochodzą od różnic w energii wzbudzenia w obu tych jamach (różnice gęstości są w typowych przypadkach ok. 100-1000). Dlatego pomiar stosunku D_{II}/D_I służyć może do wyznaczenia energii drugiego minimum, o ile znana jest zależność gęstości poziomów od energii wzbudzenia. Zależność tę w dotychczasowych pracach brano ze znanych wzorów (por. np. [23]), stosując tu najczęściej cytowany już wzór Gilberta-Camera. Dotychczas nie uwzględniano możliwości zmiany gęstości poziomów z deformacją.

W przypadku, gdy energia wzbudzenia jądra złożonego po wychwycie neutronu przewyższa szczyt bariery na rozszczepienie, na ogół $\gamma_2 \gtrsim D_2$ i analiza wyników eksperymentalnych wymaga już zastosowania bardziej skomplikowanych metod statystycznych [22, 23, 44]. Jednak i w tych przypadkach znaleźć można wielkość D_2 , wyznaczając współczynniki korelacji, związane ze zmianą przekroju czynnego na rozszczepienie przy zmianie energii wzbudzenia.



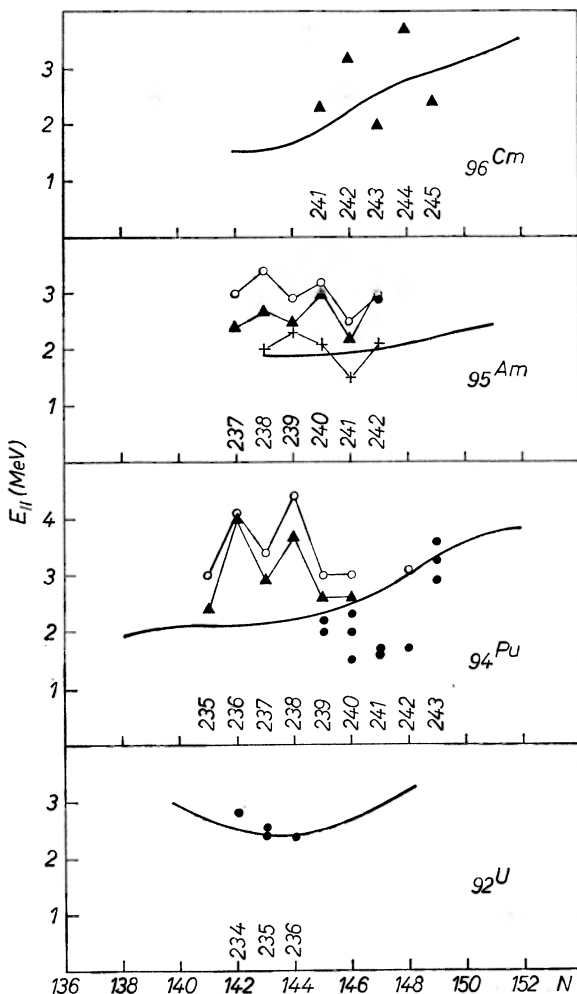
Rys. 9. Przekrój czynny na rozszczepienie wywołane neutronami o energii 0,5-2,7 keV padającymi na tarczę ^{240}Pu (wg [24]). Górna krzywa pokazuje całkowity przekrój czynny dla neutronów o tej samej energii (energia wzbudzenia jądra ^{241}Pu po wychwycie neutronu jest tu 5,244 MeV do 5,246 MeV)

Należy jeszcze zaznaczyć, że pomiary $D_{\text{II}}/D_{\text{I}}$ wyznaczają wielkość E_{II} (lub ściślej $E_{\text{II}} - E_{\text{I}}$), podczas gdy pomiary oparte o funkcje wzbudzenia dają różnicę energii między stanem podstawowym w pierwszej jamie a stanem izomerycznym, który niekoniecznie musi być stanem podstawowym w drugiej jamie.

4.3. Systematyka wyników eksperymentalnych i porównanie z obliczeniami teoretycznymi

Na rys. 10 pokazane są wyznaczone eksperymentalnie wielkości E_{II} , tzn. energie wzbudzenia izomerów kształtu. Widać, że wyniki eksperymentalne różnią się często między sobą nawet o 1 MeV w zależności od stosowanej metody pomiarów, a nawet w zależności od stosowania innej analizy tych samych

rezultatów eksperymentalnych. Przedstawione w tabeli I wartości E_{II} zostały wybrane z najnowszych lub najbardziej wiarygodnych pomiarów (to ostatnie kryterium jest oczywiście b. subiektywne).



Rys. 10. Eksperymentalne wartości energii wzbudzenia izomerów rozszczepialnych. Punkty wypełnione — na podstawie stosunku D_{II}/D_I ; punkty otwarte — na podstawie krzywej wzbudzenia lub progu reakcji i dopasowania danych eksperymentalnych do przewidywań teorii Jacksona; trójkąty — na podstawie krzywej wzbudzenia i dopasowania danych eksperymentalnych do teorii Lynna (wg [17]); krzyżyki — dopasowanie danych eksperymentalnych grupy kopenhaskiej przy pomocy obliczeń Jägare (wg [27]); krzywa ciągła pokazuje przewidywania teorii [30]

Przy wyznaczaniu energii drugiego minimum w izotopach Am na podstawie funkcji wzbudzenia napotkano obok omawianych już wyżej problemów (por. rozdz. 4.1) dalsze trudności interpretacyjne [17]. Pomiaru takie obok E_{II} dają również wiadomości o wysokości drugiej bariery E_B . Okazało się jednak, że stosowana metoda analizy wyników eksperymentalnych nie pozwala dla tych

izotopów na uzyskanie konsystentności rezultatów: E_B różniła się o więcej niż 0,5 MeV, o ile dane jądro było rozpatrywane jako produkt końcowy po reakcji wyparowania dwóch neutronów czy też jako jądro przejściowe (po wyparowaniu jednego neutronu) do innego izomeru.

Ponieważ E_B i E_{II} otrzymane są przy pomocy tego samego dopasowania krzywej teoretycznej do danych eksperymentalnych — niekonsystentności w wartościach E_B stawiają również pod znakiem zapytania wyznaczone z takiej analizy wartości E_{II} . Trudności tych nie napotkano dla izotopów Pu i Cm.

We wszystkich ocenach wielkości E_{II} kluczowym parametrem zewnętrznym jest wzór gęstości poziomów. Wydaje się, że jego niedoskonałości są jedną z przyczyn wewnętrznej niezgodności rezultatów dla izotopów Am, a dla izotopów Pu pewnych różnic (por. tabela I) między wartościami E_{II} wyznaczonymi na drodze pomiaru funkcji wzbudzenia i pomiaru gęstości poziomów. Nie jest jednak jasne, czy niezgodności te pochodzą od złego opisu gęstości poziomów przez wzór Gilberta-Cameron dla niskich energii wzbudzenia (jak to ma miejsce w drugiej jamie) czy też od stosowania tego samego wzoru dla pierwszej i drugiej jamy, które różnią się deformacjami (tzn. czy słuszne jest stosowanie wzoru gęstości poziomów, niezależnego od deformacji).

Tabela IV

Eksperymentalne i teoretyczne parametry bariery dla ^{240}Pu

	Eksperyment [17]	Lund—Warszawa col. [30] (uwzględnienie jedynie ε_2 i ε_4)	Pauli [31] (uwzględnienie również ε_3 i ε_5)	Nix [33] (uwzględnienie również ε_3 i ε_5)
E_A	(5,8)	6,5	5,2	5,8
E_{II}	$2,6 \pm 0,3$	2,5	2,3	2,7
E_B	$5,35 \pm 0,2$	7,6	5,5	5,6

Mimo omawianych tu zastrzeżeń do wyników eksperymentalnych, z rys. 10 wyciągnąć jednak można pewne ogólne wnioski. Widać, że dla większości izomerów energia wzbudzenia jest rzędu 2,5 ÷ 3,0 MeV. Jednak w przypadku izomerów ^{236m}Pu , ^{238m}Pu i ^{242m}Cm , ^{244m}Cm eksperymentalnie wyznaczone energie wzbudzenia są znacznie większe niż dla izomerów sąsiednich jąder o A nieparzystym. Fakt ten interpretuje się jako jeden z dowodów na to, że obserwowane izomery w tych izotopach są stanami wzbudzonymi w drugiej jamie. Do zagadnienia tego wrócimy jeszcze w rozdziale następnym.

Na rys. 10 pokazana jest również (krzywa ciągła) energia wzbudzenia SFI znaleziona z obliczeń teoretycznych [30]. W omawianej pracy energie potencjalne liczone były przy uwzględnieniu deformacji typu ε_2 i ε_4 . Obok E_{II} liczone również wysokości bariery E_A i E_B . W dalszych pracach teoretycznych [31-33]

uwzględniono również wpływ deformacji typu ε_3 i ε_5 na wysokości barier (jądro jest niestabilne dla kształtów asymetrycznych względem odbicia i uwzględnienie tych kształtów znacznie obniża wysokość barier). Pewien wpływ na parametry bariery może mieć również uwzględnienie nieaksjalności jąder [34].

W tabeli IV porównane są dla jądra ^{240}Pu parametry bariery obliczonej teoretycznie z wynikami eksperymentu [17]. Widać, że pierwsza z cytowanych tu prac teoretycznych [30] „przecenia“ wysokość drugiej bariery w porównaniu z danymi eksperymentalnymi. Uwzględnienie deformacji typu ε_3 i ε_5 (dwie ostatnie kolumny tej tabeli) daje już b. dobrą zgodność teorii z wynikami eksperymentu. Wszystkie cytowane tu obliczenia przewidują wielkości energii wzbudzenia izomeru w zgodności z wynikiem doświadczalnym w ramach błędu pomiaru.

5. Czasy życia SFI

Szukając systematycznych zależności czasów życia izomerów kształtu od np. liczby neutronów czy też charakterystyk bariery należy pamiętać, że przynajmniej w obecnym stanie naszych wiadomości eksperymentalnych czasy życia mogą wykazywać dodatkowe rozrzuty wynikające z dwóch przyczyn:

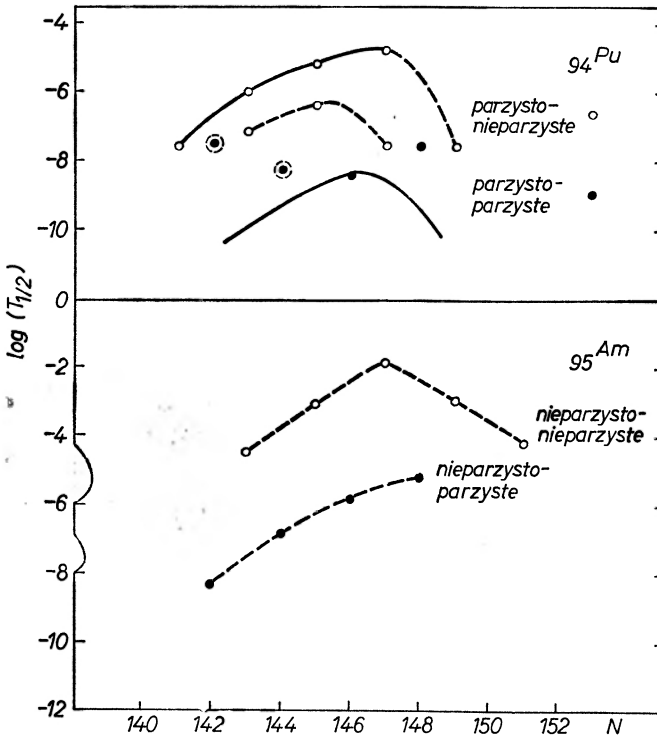
a) wpływ innych kanałów rozpadu niż rozszczepienie może w pewnych izotopach skracać efektywny czas życia. Mimo że dla kilku badanych pod tym kątem izomerów nie wykryto konkurencji rozpadu α czy γ ; nie można tego z całą pewnością powiedzieć o wszystkich znanych izomerach,

b) pewne obserwowane czasy życia izomerów mogą być czasami życia związanymi ze stanem wzbudzonym w drugiej jamie. Możemy o tym wnioskować już z tego, że dla pewnych izomerów zaobserwowano dwa czasy życia. Inną wskazówką na to, że obserwowane rozszczepienie opóźnione rządzone jest czasem życia stanu wzbudzonego w drugiej jamie są wysokie energie wzbudzenia w ^{236}Pu , ^{238}Pu , ^{242}Cm i ^{244}Cm , przewyższające znacznie energie wzbudzenia w izotopach sąsiednich.

W przypadku, gdy stan, odpowiedzialny za rozszczepienie opóźnione, jest stanem wzbudzonym, stan podstawowy może mieć czas życia znacznie krótszy, nie mierzalny w ramach dotychczas dostępnych technik eksperymentalnych. Wydłużenie czasu życia stanu wzbudzonego pochodzić może m. in. od zwiększenia dla niego efektywnej bariery w związku z dodatkową energią specjalizacji, o ile liczba kwantowa K tego stanu jest różna od zera (p. np. prace [45, 46], w których omówione są zagadnienia związane z energią specjalizacji).

Jedną z najprostszych systematyk czasów życia SFI polega na badaniu zmian $T_{1/2}$ w funkcji liczby neutronów dla danego Z [7]. Ta naturalna systematyka może być stosunkowo prosto jakościowo porównana z przewidywaniami obliczeń teoretycznych. Przykładowo, rachunki wykonane w pracy [30] wykazują że dla izotopów U, Pu, Cm różnica energii ($E_B - E_{II}$) (czynnika, który wchodzi w eksponentie do wzoru na prawdopodobieństwo spontanicznego rozczepienia) jest największa dla $N = 146$. Oczekiwać więc można najdłuższych czasów życia ze względu na rozszczepienie dla izomerów o tej liczbie neutronów.

W przypadku izomerów Am logarytmy czasów życia układają się na dwóch regularnych krzywych w funkcji liczby neutronów (p. rys. 11). Czasy życia izomerów o nieparzystej liczbie neutronów są o około trzy rzędy wielkości dłuższe niż dla sąsiednich izotopów o parzystej liczbie neutronów. Przypuszcza się, że jednym z czynników odpowiedzialnych za ten efekt są różnice w parametrze masowym dla tych dwóch typów jąder. Dla jąder Am nieparzysto-nieparzystych obserwuje się wyraźne maksimum czasu życia dla $N = 147$.



Rys. 11. Logarytmy czasów życia izomerów w jądrach Am i Pu w funkcji liczby neutronów (systematyka taka zaproponowana była w pracy [7])

Sytuacja jest znacznie bardziej skomplikowana w przypadku izotopów Pu. Dla izotopów o N nieparzystym można uzyskać systematyczną zależność logarytmu czasu życia od liczby neutronów, o ile dla izotopów, w których znane są dwa izomery, uwzględnić w tej systematyce izomer o dłuższym czasie życia. Uzyskana w ten sposób zależność $\log T_{1/2}$ od liczby neutronów ma analogiczny charakter (za wyjątkiem ^{248}Pu), jak zmiana $(E_B - E_{II})$ obliczona teoretycznie [30]. Wydawałoby się więc rozsądne przypuszczenie, że izomery nieparzyste Pu o dłuższym czasie życia są stanami podstawowymi w drugiej jamie potencjału. Istnieją jednak pewne wskazania eksperymentalne [18] na to, że w przypadku izomerii w ^{237}Pu właśnie stan podstawowy w drugiej jamie ma krótszy czas życia, co o ile zostanie potwierdzone, zniszczy regularną zależność czasów życia od liczby neutronów dla izomerów Pu o A nieparzystym.

Czasy życia czterech znanych izomerów parzystych Pu nie wykazują żadnej systematycznej zależności od liczby neutronów. W przypadku dwóch z tych izomerów ^{236m}Pu i ^{238m}Pu (por. rozdz. 4.3.) energia wzbudzenia jest ok. 1 MeV wyższa niż w sąsiednich izotopach nieparzystych. Przypuszcza się, że obydwa te izomery są również stanami wzbudzonymi w drugiej jamie potencjału, o charakterze dwucząstkowym i o $K \neq 0$. Ich rozpad przez rozszczepienie jest znacznie opóźniony w porównaniu z rozszczepieniem stanu podstawowego drugiej jamy o spinie $0+$, dzięki energii specjalizacji. Ich czas życia może być rządony przez rozpad γ w drugiej jamie. Nie jest znana energia wzbudzenia izomeru w ^{242}Pu (pomiaru stosunku D_{II}/D_I wyznaczają w rzeczywistości energię drugiej jamy, a nie energię wzbudzenia izomeru), ale na podstawie rozważań o przekroju czynnym [7] wydaje się, że również i ten izomer rozpatrywać należy jako stan wzbudzony w drugiej jamie. Wydaje się, że jedynym izomerem parzysto-parzystym plutonu, będącym w stanie podstawowym drugiej jamy, jest ^{240m}Pu .

Trzy izomery w nieparzystych izotopach Cm wykazują czasy życia bardzo podobne z maksimum dla $N = 147$. Długożyciowe izomery w parzystych izotopach Cm [17] są najprawdopodobniej, podobnie jak w izotopach Pu, stanami izomerycznymi w drugiej jamie potencjału.

6. Dalszy rozwój badań izomerii kształtu

Mimo że izomery kształtu znane są już od dziesięciu lat, wiele jeszcze problemów pozostaje tu do zbadania. Postaramy się na zakończenie tego artykułu wymienić przynajmniej kilka z nich.

Czy izomeria kształtu jest własnością bardziej ogólną jąder atomowych, czy też przeciwnie występuje jedynie dla jąder ciężkich z obszaru aktynowców? Obliczenia teoretyczne (p. np. [47]) wydają się wskazywać, że w wielu jądrach możliwa jest np. koegzystencja stanów sferycznych i zdeformowanych, przedzielonych na tyle dużą barierą potencjału, że przejścia gamma między takimi stanami mogą być silnie wzbronione. Wyniki pomiarów przekrojów czynnych reakcji (p, t) i (t, p) prowadzących do jąder ^{150}Sm i ^{152}Sm wyraźnie wykazują [48, 49] na możliwości występowania w tych izotopach stanów wzbudzonych o deformacji różnej od stanu podstawowego. Nie ma jednak danych eksperymentalnych o związanym z tym faktem zjawisku izomerii. Podobnie w kilku izotopach nieparzystych Ir zaproponowano [50] koegzystencję stanów sferycznych i zdeformowanych, przy czym dla ^{187}Ir obserwuje się prawdopodobnie przejście M1 o wzbronieniu ok. 10^6 między takimi stanami [51]. Interpretacja danych eksperymentalnych poprzez hipotezę izomerii kształtu nie jest tu jednak jedyną możliwą. Do chwili obecnej nie ma przekonującego dowodu, że zjawisko izomerii kształtu zostało znalezione dla jąder nie należących do obszaru aktynowców.

Wracając do tego obszaru stawiać możemy dalsze pytania. Jaki jest udział rozpadu gamma czy α z obserwowanych izomerów kształtu? Dotychczas opublikowano niewiele prac na ten temat (por. [2, 52]). Wydaje się [53], że np. dla

izomerów uranu przejście do pierwszej jamy jest około pięciokrotnie bardziej prawdopodobne niż rozszczepienie. Nie udało się jednak dotychczas tych przejść zaobserwować eksperymentalnie. Podobnie nie znalezienie izomerów rozszczepialnych w izotopach Np tłumaczy się silną konkurencją rozpadu do pierwszej jamy, przy czym na rozszczepienie przypada tak mały procent rozpadów, że nie mogło być ono w stosowanych warunkach eksperymentów obserwowane.

Oczekuje się, że polepszenie technik eksperymentalnych doprowadzi w przyszłości do odkrycia dalszych izomerów rozszczepialnych, zwłaszcza o czasach życia krótszych niż nanosekundy.

Jednym z pasjonujących problemów jest również poszukiwanie przejść elektromagnetycznych wewnątrz drugiej jamy potencjału. Znalezienie takich przejść byłoby najbardziej bezpośrednim dowodem na dwugarbną strukturę bariery potencjału. Dla jąder parzysto-parzystych identyfikacja pasma rotacyjnego zbudowanego na stanie podstawowym drugiej jamy pozwoliłaby m. in. na określenie momentu bezwładności i deformacji jąder w drugim minimum potencjału.

Omawiane powyżej przejścia elektromagnetyczne w drugiej jamie potencjału zostały niedawno znalezione eksperymentalnie w jądrze ^{240}Pu [57].

Literatura

- [1] S. M. Polikanov, V. A. Druin, V. A. Karnaukhov, V. L. Mikheev, A. A. Pleve, N. K. Skobolev, V. G. Subotin, G. M. Ter Akopian, V. A. Fomichev, *Zh. Exper. Teor. Fiz.*, **42**, 1464 (1962); G. N. Flerov *et al.*, *Nuclear Phys.*, **A97**, 444 (1967); G. N. Flerov *et al.*, *Nuclear Phys.*, **A102**, 443 (1967).
- [2] S. M. Polikanov, *Uspehi Fiz. Nauk*, **94**, 43 (1968).
- [3] S. Bjørnholm, J. Borggreen, Y. P. Gangrsky, G. Sletten, *Yadernaya Fizika.*, **8**, 459 (1968).
- [4] S. Bjørnholm, J. Borggreen, L. Westgaard, V. A. Karnaukhov, *Nuclear Phys.*, **A95**, 513 (1967).
- [5] J. Borggreen, Y. P. Gangrsky, G. Sletten, S. Bjørnholm, *Phys. Letters*, **25B**, 402 (1967).
- [6] N. L. Lark, G. Sletten, J. Pedersen, S. Bjørnholm, *Nuclear Phys.*, **A139**, 481 (1969).
- [7] S. M. Polikanov, G. Sletten, *Nuclear Phys.*, **A151**, 656 (1970).
- [8] A. J. Elwyn, A. T. G. Ferguson, *Nuclear Phys.*, **A148**, 337 (1970).
- [9] V. Metag, R. Repnov, P. von Brentano, J. D. Fox, *Z. Phys.*, **226**, 1 (1969).
- [10] R. Repnov, V. Metag, P. von Brentano, *Z. Phys.*, **243**, 418 (1971).
- [11] R. Repnov, V. Metag, J. D. Fox, P. von Brentano, *Nuclear Phys.*, **A147**, 183 (1970).
- [12] V. Metag, R. Repnov, P. von Brentano, J. D. Fox, *Physics and Chemistry of Fission*, Proc. II IAEA, Symp., Vienna 1969, str. 449.
- [13] R. Vandenbosch, K. L. Wolf, *ibid.*, str. 439.
- [14] K. L. Wolf, R. Vandenbosch, P. A. Russo, M. K. Metha, C. R. Rudy, *Phys. Rev.*, **C1**, 2096 (1970).
- [15] P. A. Russo, R. Vandenbosch, M. Metha, J. R. Tesmer, K. L. Wolf, *Phys. Rev.*, **C3**, 1595 (1971).
- [16] S. C. Burnett, H. C. Britt, B. H. Erkkila, W. E. Stein, *Phys. Letters*, **31B**, 523 (1970).

- [17] H. C. Britt, S. C. Burnett, B. H. Erkkila, J. E. Lynn, W. E. Stein, *Phys. Rev.*, **C4**, 1444 (1971).
- [18] J. K. Temperley, J. A. Morrissey, S. L. Bacharach, *Nuclear Phys.*, **A175**, 433 (1971).
- [19] A. B. Jørgensen, S. M. Polikanov, G. Sletten, cytowane w pracy [7].
- [20] K. L. Wolf, J. P. Unik, *Bull. Amer. Phys. Soc.*, **16**, 55 (1971); nowsze dane, cytowane w pracy [21].
- [21] J. R. Nix, *Los Alamos Rep. LA-DC* 12488 (1971).
- [22] B. H. Patric, G. D. James, *Phys. Letters*, **28B**, 258 (1968).
- [23] D. K. Sood, N. Sarma, *Nuclear Phys.*, **A151**, 532 (1970).
- [24] E. Migneco, J. P. Theobald, *Nuclear Phys.*, **A122**, 603 (1968).
- [25] M. G. Cao, E. Migneco, J. P. Theobald, *Phys. Letters*, **27B**, 409 (1968).
- [26] B. B. Back, J. P. Bondorf, G. A. Otroschenko, J. Pedersen, B. Rasmussen, *Nuclear Phys.*, **A165**, 449 (1971).
- [27] S. Jägare, *Phys. Letters*, **32B**, 571 (1970).
- [28] V. M. Strutinsky, *Nuclear Phys.*, **A95**, 420 (1967). V. M. Strutinsky, *Nuclear Phys.*, **A122**, 1 (1968).
- [29] V. M. Strutinsky, H. C. Pauli, *Physics and Chemistry of Fission*, IAEA, Vienna 1969, str. 155.
- [30] S. G. Nilsson, C. F. Tsang, A. Sobiczewski, Z. Szymański, S. Wycech, C. Gustafsson, I. L. Lamm, P. Möller, B. Nilsson, *Nuclear Phys.*, **A131**, 1 (1969).
- [31] H. C. Pauli, T. Ledergerber, *Nuclear Phys.*, **A175**, 455 (1971); H. C. Pauli, T. Lederberger, M. Brack, *Phys. Letters*, **34B**, 264 (1971).
- [32] P. Möller, S. G. Nilsson, *Phys. Letters*, **31B**, 283 (1970); C. Gustafsson, P. Möller, S. G. Nilsson, *Phys. Letters*, **34B**, 349 (1971).
- [33] M. Bolsterli, E. O. Fiset, J. R. Nix, J. L. Norton, *Los Alamos Rep. LA-DC* 12817 (1971).
- [34] S. E. Larsson, I. Ragnarsson, S. G. Nilsson, Preprint (1972).
- [35] T. Johansson, S. G. Nilsson, Z. Szymański, *Ann. Phys.*, **5**, 377 (1970).
- [36] S. Bjørnholm, V. M. Strutinsky, *Nuclear Phys.*, **A136**, 1 (1969).
- [37] S. Bjørnholm, *Proceedings of the Robert A. Welch Foundation Conferences on Chemical Research*, Huston, Texas 1964, str. 447.
- [38] Z. Szymański, *Postępy Fizyki*, **22**, 147 (1971).
- [39] J. E. Lynn, *Physics, Chemistry of Fission*, Proc. II IAEA Symp., Vienna 1969, str. 249.
- [40] J. E. Lynn, *Theory of Neutron Resonance Reactions*, Clarendon Press, Oxford 1968.
- [41] S. Jägare, *Nuclear Phys.*, **A137**, 241 (1969).
- [42] A. Gilbert, A. G. W. Cameron, *Can. J. Phys.*, **43**, 1446 (1965).
- [43] J. D. Jackson, *Can. J. Phys.*, **34**, 767 (1956).
- [44] P. A. Egelstaff, *J. Nuclear Energy*, **7**, 35 (1958).
- [45] D. L. Hill, J. A. Wheeler, *Phys. Rev.*, **89**, 1102 (1953).
- [46] J. O. Newton, *Progr. Nuclear Phys.*, **4**, 234 (1955).
- [47] G. Gneuss, W. Greiner, *Nuclear Phys.*, **A171**, 449 (1971).
- [48] J. H. Bjerregaard, O. Hansen, O. Nathan, S. Hinds, *Nuclear Phys.*, **86**, 145 (1966).
- [49] W. Mc Latchie, W. Darcey, J. E. Kitching, *Nuclear Phys.*, **A159**, 615 (1970).
- [50] A. Bäcklin, V. Berg, S. G. Malmkog, *Nuclear Phys.*, **A156**, 647 (1970).
- [51] M. Finger *et al.*, *The Isolde Collaboration*, CERN Rep. 70-29 (1970).
- [52] E. Kashy, J. Hattula, J. Borggreen, V. Maarbjer, cytowane w pracy [53].
- [53] J. Pedersen, B. Rasmussen, *Nuclear Phys.*, **A178**, 449 (1972).
- [54] D. W. Bergen, R. R. Fullwood, *Nuclear Phys.*, **A163**, 577 (1971).
- [55] Y. P. Gangrsky, B. N. Markov, Y. M. Tsipenyuk, *Yadernaya Fizika*, **11**, 54 (1970).
- [56] Y. P. Gangrsky, B. N. Markov, Y. M. Tsipenyuk, *Phys. Letters*, **32B**, 182 (1970).
- [57] H. J. Specht, E. Konecny, D. Heunemann, J. Weber, *European Conference on Nuclear Physics, Aix-en-Provence 1972*, Communications p. 8.

ZAGADNIENIA DYDAKTYKI FIZYKI W SZKOŁACH WYŻSZYCH

Henryk Szydłowski

Instytut Fizyki
Uniwersytet im. A. Mickiewicza
Poznań

Propozycja nowego modelu pracowni fizycznej I

Propositions for a New Organization of Physics Laboratory I

Abstract: The situation in the Physics Laboratories, particularly the I-st Physics Laboratory established to conform to the new students' plan, is discussed. A change is postulated in the approach to measurements. The student should himself choose the optimal measuring method applying modern measuring equipment and modern statistical procedures for processing the experimental results. This change in style is a necessity since at present the secondary-school (liceum) program includes most of the experiments formerly performed in the I-st Physics Laboratory. The conditions are discussed for enabling this transition:

1. It is postulated to transfer the course in „Statistical Methods of Processing Experimental Results“ from semester 4 to semester 1. It is shown that no lack of mathematical training opposes this transfer.

2. It is found necessary to extend to time assigned to work in the I-st Physics Laboratory from 3 hrs to 4 hrs per week at the cost of the II-nd Physics Laboratory or Specialisation Laboratory, and reasons for this are given.

3. It is argued that laboratory groups have to be reduced to 8-10 students in regard of the excessive strain on the assistants and in order that the latter can devote more time to the students beginning experimental work.

4. The introduction of computers and new handbooks, as well as a modernisation of the laboratory from year to year, is postulated.

5. The course in „Programmation and Numerical Methods“ should be transferred from semester 7 to semester 4. This would enable the use of numerical methods already in the Physics Laboratory II.

1. Wprowadzenie

W roku akademickim 1970/71 wprowadzono na pierwszym roku fizyki dwie różne wersje nowego planu studiów [1], [2]. W dziedzinie szkolenia laboratoryjnego obydwie wersje nowego planu usuwają wiele bardzo dokuczliwych wad jednolitego planu obowiązującego dotychczas [3]. Została zniesiona roczna przerwa w szkoleniu laboratoryjnym na drugim roku studiów. Zajęcia w pracowni fizycznej I zostały rozdzielone na dwa semestry dzięki czemu można wprowadzić system dwustopniowy, w którym w semestrze 2 (pierwszym semestrze zajęć w pracowni) wykonuje się doświadczenia z mechaniki i ciepła oraz częściowo z elektryczności, a w semestrze 3 — pozostałe doświadczenia z elektryczności, magnetyzmu, elektroniki fizycznej i optyki. Przy dwustopniowym systemie wykłady z fizyki mogą zawsze wyprzedzać zajęcia w pracowni.

Ponadto, dzięki przesunięciu części pracowni na semestr 3, znacznie odciążono studentów w semestrze 2 i, jak wykazała dotychczasowa krótka praktyka, studenci są lepiej przygotowani do zajęć i wynoszą z nich większy pożytek. Również bardzo pozytywnie należy ocenić przeniesienie pracowni elektroniki na semestr 4. Wreszcie studenci będą się uczyli elektroniki przed pracownią fizyczną II. Tak więc w nowym planie zostały usunięte niemal wszystkie przeszkody formalne, które dotąd uniemożliwiały wprowadzenie jednolitego systemu szkolenia laboratoryjnego na pierwszych trzech latach studiów postulowanego uprzednio w pracy „Propozycja nowego modelu zajęć laboratoryjnych na pierwszych trzech latach fizyki“ [4]. Wprowadzenie jednolitego kierownictwa wszystkich pracowni oraz właściwego podziału zadań dydaktycznych nie jest określone programami i zależy wyłącznie od władz poszczególnych uczelni.

W nowych planach studiów nie uwzględniono dwóch postulowanych uprzednio [4] zmian mianowicie: nie wprowadzono w semestrze 1 zajęć wprowadzających do pracowni oraz nie zwiększono liczby godzin pracowni fizycznej I z 90 do 120, to znaczy z trzech do czterech godzin tygodniowo. Odpowiednikiem proponowanych uprzednio zajęć wprowadzających w pierwszej wersji nowego planu studiów jest przedmiot „Statystyczne metody opracowania doświadczeń“ przewidziany w semestrze 4, a więc po zakończeniu pracowni I. W pracy niniejszej chciałbym uzasadnić konieczność wzięcia pod uwagę również nie uwzględnionych propozycji zmian zasugerowanych poprzednio. Może wydawać się, że po wprowadzeniu nowych planów studiów sprawa jest nie aktualna. Jednak obecnie rektor uczelni jest upoważniony do wprowadzania zmian do planu i dostosowania go do aktualnych potrzeb dydaktycznych. Zatem istnieje możliwość realizacji wszelkich rozsądnych propozycji i nie powinna powtórzyć się sytuacja, która trwała w latach 1955-1971, gdy do obowiązującego planu nie można było wprowadzać żadnych zmian.

2. Aktualna sytuacja w dziedzinie szkolenia laboratoryjnego

Powszechnie wiadomo, że zgodnie z obowiązującym od roku 1966 programem nauczania liceum ogólnokształcącego [5], w szkole średniej uczniowie powinni wykonywać około 100 różnych ćwiczeń praktycznych będących odpowiednikami doświadczeń wykonywanych w pracowni fizycznej I. W programie liceum znalazła się większość doświadczeń stanowiących niekiedy do dziś tzw. żelazny repertuar pracowni fizycznej I. Spośród przewidzianych programem szkolnym ćwiczeń wyróżnić możemy trzy grupy: ćwiczenia pokazowe, pomiarowe i montażowe. Do grupy ćwiczeń pokazowych, w których nie wykonuje się pomiarów a jedynym celem jest jakościowe poznanie zjawiska, zaliczyć możemy takie tematy jak obserwacja ruchów Browna, badanie przebiegu linii sił pola elektrycznego, elektryzowanie przez indukcję, składanie barw itp. Drugą najliczniejszą grupę stanowią doświadczenia pomiarowe podobne tematycznie do doświadczeń wykonywanych w pracowni fizycznej I. Do tej grupy zaliczyć możemy przykładowo badanie ruchu jednostajnego i jednostajnie przyspieszonego, wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego, sprawdzanie praw zderzeń, pomiar oporu za pomocą mostka Wheatstone'a, wyznaczanie współczynnika indukcji własnej i wiele innych. Trzecią grupę stanowi kilka doświadczeń montażowych, np. montaż generatora drgań nieliniowych, obwodów radiowych itp., które jednak praktycznie nie są realizowane w szkole. Zakładając, że uczniowie będą pracować w zespołach 2-4-osobowych i że przy wykonywaniu doświadczeń nie będzie wymagana bardzo duża samodzielność, możemy przyjąć, że absolwent liceum potrafi posługiwać się prostymi przyrządami takimi jak suwmiarka, mikromierz, sekundomierz, mierniki elektryczne, oporniki suwakowe, termometry, kalorymetry i wiele innych.

Prawdopodobnie wkrótce przystąpi się do opracowania nowego programu nauczania w szkole średniej, w którym niewątpliwie ilość ćwiczeń laboratoryjnych zostanie ograniczona, bowiem w obowiązującym programie przesadnie podkreślono rolę doświadczeń zaniedbując sprawę ćwiczeń rachunkowych oraz nie licząc się z możliwościami aparaturowymi poszczególnych szkół. Jeżeli założymy, że w przyszłym programie liczba ćwiczeń laboratoryjnych ograniczona zostanie do 50, to będzie to i tak liczba dwukrotnie przewyższająca liczbę doświadczeń wykonywanych w pracowni fizycznej I. W prognozach należy brać również pod uwagę postę-

pnującą specjalizację szkół średnich i wynikający stąd wzrost poziomu nauczania fizyki w szko-

Opinie zajmujemy się nieco szerzej omówieniem aktualnej sytuacji w pracowniach uniwersyteckich. W obydwu wersjach nowego programu studiów fizyki nie zamieszczono żadnych uwag na temat pracowni fizycznej I. Należy stać wniósłkowawo, że w programie tej pracowni nie przewidziano istotnych zmian ani pod względem tematycznym, ani metodowym. Można wodzi modernizacji pracowni i rozszerzenia wymaganych dotyczących opracowania wyników są znikomą z powodów braku zajęć wprowadzających. Jeżeli w pracowni I stawia się nieco rozszerzone wymagania dotyczące sposobu opracowania wyników i dyskusji błędów pomiarowych, wtedy naraza się studentów na olbrzymi wysiłek. Wynika to z badań ankietowych prowadzonych wśród studentów I roku fizyki. W Pracowni Fizycznej I Instytutu Fizyki UAM w Poznaniu drugiego semestru zajęć w roku akademickim 1971/72, a więc w roku, w którym wprowadzono nowy plan studiów, studentzi na przygotowanie i opracowanie wyników jednego doświadczenia poświęcają przeciętnie 7,3 godziny pracy w domu (czyli jeden dzień roboczy). Gdyby każdemu przedmiotowi równie dużo czasu poświęcał, niewątpliwie zabrakoby im nie tylko dnia, ale i nocy. Najwięcej czasu pochłaniają obliczenia, a najwięcej trudności sprawia analiza błędów pomiarowych. Fakt, że przy dość ograniczonych wymaganiach studentzi aż 7,3 godziny tygodniowo poświęcają pracowni, ujawnia ujemną stronę nowego planu studiów. Większość tego czasu pochłaniają obliczenia wykonywane w sposób godny czasów Newtona. Tyłko bardzo nieliczna grupa studentów postępuje się suwakami logarytmicznym, do czego ich gorąco zachęcano, lecz czego nie uczono. Najprostsze maszyny do obliczeń są zupełnie niedostępne. Sposób nauki analizy wyników i błędów pomiarowych nazwemy metodą „prób i błędów”, która polega na tym, że student każdorazowo opracowuje wyniki jak umie najlepiej, oddaje protokół, po czym dowiaduje się, że wykonął niemal wszystko źle, powtarza obliczenia, otrzymuje ponownie zwrót protokołu itd. Niekiedy nauka taka trwa przez cały semestr. Dalsze semestry nowego planu studiów nie były jeszcze realizowane i nie można oprzeć się na badaniach ankietowych lub wynikach nauczania. Jak już zaznaczono, w semestrze 4 wersji I realizowanego w naszym ośrodku planu studiów przewidziano przedmiot „statystyczne metody opracowania pomiarów” (2 godziny wykładu i 2 godziny ćwiczeń tygodniowo). Program tego przedmiotu jest następujący: 1. Technika rachunków numerycznych. 2. Metody przedstawiania danych eksperymentalnych. 3. Podstawy statystyki matematycznej. 4. Rozkłady zmiennych losowych. 5. Błędy pomiarów. 6. Wyznaczenie parametrów rozkładu z danych eksperymentalnych. 7. Sprawdzenie hipotez statystycznych. 8. Metoda najmniejszych kwadratów — algorytm krakowiakowy. 9. Podstawy teorii korelacji. Zatem w programie tego przedmiotu znalazło się wszystko, czego z tak olbrzymim nakładem pracy studentzi nie są już w pracowni fizycznej I metodą „prób i błędów”. Jeżeli w pracowni fizycznej I nie wymagaboby się praktycznej znajomości powaznej części programu „statystycznych metod opracowania pomiarów”, wtedy byłaby ona powtórzeniem pracowni licealnej. Wiadzę zdobyta w czasie realizacji programu statystycznych metod opracowania pomiarów będzie można wykorzystać w pracowni fizycznej II. Jednak z uwagi na to, że liczba wykonywanych tam doświadczeń nigdy nie osiąga 10 okazji do praktycznego wykorzystania wiedzy teoretycznej będzie bardzo mało.

3. W jaki sposób powinny być wykonywane doświadczenia w pracowniach uniwersyteckich

Opinie zachodzi potrzeba nie tylko zmiany tematyki doświadczeń wykonywanych w pracowniach uniwersyteckich, lecz może w pewnym zakresie zmiany podejścia do pomiarów fizycznych. Sposób opracowania pomiarów i ich wykonania powinien być taki sam jak w pracach naukowych. Student wykonujący doświadczenie powinien wykazywać dużą samodzielnosć i stosować naukowe metody oceny wyników. Z naukowego punktu widzenia bezwartościowe są wyniki nie zawierające oceny dokładności. Powołanie przyjąć miarę dokładności jest odchylenie standardowe. Wartość odchylenia standardowego zależy od stosowanej aparatury i od sposobu wykonania pomiarów. Nie da się go określić, jeżeli dokładność aparatury wystarczająca, to znaczy błąd systematyczny jest za duży; większy od błędów przypadkowych.

pującą specjalizację szkół średnich i wynikający stąd wzrost poziomu nauczania fizyki w szkołach typu przyrodniczego.

Obecnie zajmujemy się nieco szerzej omówieniem aktualnej sytuacji w pracowniach uniwersyteckich. W obydwu wersjach nowego programu studiów fizyki nie zamieszczono żadnych uwag na temat pracowni fizycznej I. Należy stąd wnioskować, że w programie tej pracowni nie przewidziano istotnych zmian ani pod względem tematycznym, ani metodycznym. Możliwości modernizacji pracowni i rozszerzenia wymagań dotyczących opracowania wyników są znikome z powodu braku zajęć wprowadzających. Jeżeli w pracowni I stawia się nieco rozszerzone wymagania dotyczące sposobu opracowania wyników i dyskusji błędów pomiarowych, wtedy naraża się studentów na olbrzymi wysiłek. Wynika to z badań ankietowych prowadzonych wśród studentów I roku fizyki. W Pracowni Fizycznej I Instytutu Fizyki UAM w połowie drugiego semestru zajęć w roku akademickim 1971/72, a więc w roku, w którym wprowadzono nowy plan studiów, studenci na przygotowanie i opracowanie wyników jednego doświadczenia poświęcają przeciętnie 7,3 godziny pracy w domu (czyli jeden dzień roboczy). Gdyby każdemu przedmiotowi równie dużo czasu poświęcili, niewątpliwie zabrakłoby im nie tylko dnia, ale i nocy. Najwięcej czasu pochłaniają obliczenia, a najwięcej trudności sprawia analiza błędów pomiarowych. Fakt, że przy dość ograniczonych wymaganiach studenci aż 7,3 godziny tygodniowo poświęcają pracowni, ujawnia ujemną stronę nowego planu studiów. Większość tego czasu pochłaniają obliczenia wykonywane w sposób godny czasów Newtona. Tylko bardzo nieliczna grupa studentów posługuje się suwakami logarytmicznymi, do czego ich gorąco zachęcano, lecz czego nie uczono. Najprostsze maszyny do obliczeń są zupełnie niedostępne. Sposób nauki analizy wyników i błędów pomiarowych nazwiemy metodą „prób i błędów“, która polega na tym, że student każdorazowo opracowuje wyniki jak umia najlepiej, oddaje protokół, po czym dowiaduje się, że wykonał niemal wszystko źle, powtarza obliczenia, otrzymuje ponownie zwrot protokołu itd. Niekiedy nauka taka trwa przez cały semestr.

Dalsze semestry nowego planu studiów nie były jeszcze realizowane i nie można oprzeć się na badaniach ankietowych lub wynikach nauczania. Jak już zaznaczono, w semestrze 4 wersji I realizowanego w naszym ośrodku planu studiów przewidziano przedmiot „statystyczne metody opracowania pomiarów“ (2 godziny wykładu i 2 godziny ćwiczeń tygodniowo). Program tego przedmiotu jest następujący: 1. Technika rachunków numerycznych. 2. Metody przedstawiania danych eksperymentalnych. 3. Podstawy statystyki matematycznej. 4. Rozkłady zmiennych losowych. 5. Błędy pomiarów. 6. Wyznaczanie parametrów rozkładu z danych eksperymentalnych. 7. Sprawdzanie hipotez statystycznych. 8. Metoda najmniejszych kwadratów — algorytm krakowianowy. 9. Podstawy teorii korelacji. Zatem w programie tego przedmiotu znalazło się wszystko, czego z tak olbrzymim nakładem pracy studenci uczą się już w pracowni fizycznej I metodą „prób i błędów“. Jeżeli w pracowni fizycznej I nie wymagałoby się praktycznej znajomości poważnej części programu „statystycznych metod opracowania pomiarów“, wtedy byłaby ona powtórzeniem pracowni licealnej. Wiedzę zdobytą w czasie realizacji programu statystycznych metod opracowania pomiarów będzie można wykorzystać w pracowni fizycznej II. Jednak z uwagi na to, że liczba wykonywanych tam doświadczeń nigdy nie osiąga 10 okazji do praktycznego wykorzystania wiedzy teoretycznej będzie bardzo mało.

3. W jaki sposób powinny być wykonywane doświadczenia w pracowniach uniwersyteckich

Obecnie zachodzi potrzeba nie tylko zmiany tematyki doświadczeń wykonywanych w pracowniach uniwersyteckich, lecz może w pierwszym rzędzie zmiany podejścia do pomiarów fizycznych. Sposób opracowania pomiarów i ich wykonania powinien być taki sam jak w pracach naukowych. Student wykonujący doświadczenie powinien wykazywać dużą samodzielność i stosować naukowe metody oceny wyników. Z naukowego punktu widzenia bezwartościowe są wyniki nie zawierające oceny dokładności. Powszechnie przyjętą miarą dokładności jest odchylenie standardowe. Wartość odchylenia standardowego zależy od stosowanej aparatury i od sposobu wykonania pomiarów. Nie da się go określić, jeżeli dokładność aparatury nie jest wystarczająca, to znaczny błąd systematyczny jest za duży; większy od błędu przypadkowego.

W takim przypadku przy wielokrotnym powtórzeniu pomiarów otrzymujemy identyczne wyniki, a jedyną miarą dokładności jest błąd systematyczny. Aparatura stosowana w pracowniach uniwersyteckich powinna posiadać dokładność przynajmniej dorównującą błędowi systematycznemu. Jeżeli warunek ten nie jest spełniony, nie są możliwe uściślenia pomiarów. W przypadku, gdy błąd przypadkowy przewyższa błąd systematyczny, istnieje możliwość określenia odchylenia standardowego i uściślenia wyniku końcowego przez wybór najwłaściwszego sposobu pomiaru danej wielkości, lub poszczególnych wielkości prostych w przypadku pomiaru wielkości złożonej. W tym celu należy oszacować przyczynki błędów wyniku końcowego wnoszone przez poszczególne wielkości proste, po czym uściślić pomiary tych wielkości, które dają największy przyczynek do błędów końcowych. Wynik pomiaru wykonanego za pomocą dowolnej aparatury w sposób gwarantujący minimalne odchylenie standardowe nazywać będziemy wynikiem optymalnym, a sam sposób pomiaru sposobem optymalnym. Wszystkie pomiary wykonane w pracowniach uniwersyteckich powinny być wykonane w sposób optymalny, a sam optymalny sposób nie może być podany w instrukcji doświadczenia. Student musi go każdorazowo określić samodzielnie. Całokształt czynności związanych z ustaleniem optymalnego sposobu pomiaru nazywamy planowaniem pomiaru. Sztuka uzyskiwania optymalnego wyniku sprowadza się do właściwego zaplanowania pomiarów.

Celem właściwego zaplanowania pomiarów potrzebna jest znajomość stosowanych przyrządów ich błędów systematycznych i przypadkowych błędów danego pomiaru. Celem określenia tych błędów należy wykonać pomiary próbne oraz dokładną analizę wyników pomiarów próbnych. Analiza pomiarów próbnych pozwoli w właściwy sposób zaplanować pomiary końcowe.

Można określić pewne ogólne wymagania dotyczące tematyki doświadczeń wykonywanych w poszczególnych pracowniach. Z programu pracowni fizycznej I należy usunąć te doświadczenia wykonywane w liceum, które wykonywane są na prymitywnych przyrządach, np. mostek Wheatstone'a wykonywany w tradycyjnym układzie z drutem oporowym rozciągniętym na tle metrowej podzialki. Drugą grupę doświadczeń, które należy usunąć z pracowni, to doświadczenia o zdeaktualizowanej tematyce oraz doświadczenia wykonywane za pomocą przestarzałych przyrządów, których nie stosuje się już nigdzie poza pracowniami studenckimi, np. waga analityczna bez tłumienia powietrznego. W pracowni fizycznej I należy stosować taką samą aparaturę, jaką spotykamy w laboratoriach naukowych i przemysłowych. Dokładność tej aparatury powinna pozwalać na określenie odchylenia standardowego. Tematyka nowych doświadczeń powinna być zaczerpnięta z działów posiadających podstawowe znaczenie dla zrozumienia najtrudniejszych zagadnień fizyki współczesnej. Wymienić można przykładowo zagadnienia ruchu harmonicznego i rezonansu, precesji, półprzewodników, fal elektromagnetycznych dyfrakcji i interferencji światła itp.

Zadania dydaktyczne pracowni fizycznej II nie powinny różnić się w istotny sposób od zadań pracowni I. Różnica polega na tym, że w pracowni fizycznej II wykonywałoby się trudniejsze pomiary fizyczne za pomocą precyzyjnej i rozbudowanej aparatury elektronicznej lub optycznej. Przykładowo wymienić można różne rodzaje spektroskopii optycznej, radiospektroskopii, dozymetrii itp. Można tu włączyć również tak trudne tematy, by do analizy wyników niezbędna była maszyna cyfrowa.

Zadania pracowni elektroniki odbiegają nieco od zadań pracowni fizycznych. Jej celem jest poznanie samej współczesnej aparatury elektronicznej, bez której nie jest do pomyślenia współczesna fizyka. Cały czas należy tu poświęcić aparaturze elektronicznej eliminując badania samych elementów elektronicznych, na przykład wyznaczanie przebiegu charakterystyk lamp elektronicznych i tranzystorów. Również i w tej pracowni stosować należy optymalne sposoby pomiaru.

4. Warunki umożliwiające zmianę zadań dydaktycznych pracowni

Jak już powiedziano, pracownie fizyczne muszą zostać zmodernizowane pod względem tematycznym, aparaturowym oraz musi zmienić się podejście do wykonywanych pomiarów. Studenci muszą samodzielnie wykonać pomiary próbne, zaplanować optymalny sposób wy-

konania pomiarów i przeprowadzić właściwą analizę uzyskanych wyników. Warunkiem pomysłowości proponowanych zmian jest właściwe przygotowanie studentów. Muszą oni znać statystyczne metody opracowania wyników i teorię błędów w dość szerokim zakresie. Nie da się tego osiągnąć w praktykowany dotąd sposób, w którym po trzygodzinnym wykładzie wstępnym studenci musieli uczyć się praktycznego stosowania teorii błędów metodą „prób i błędów“. Nowy przedmiot nauczania „statystyczne metody opracowania pomiarów“ należy przenieść na semestr I i traktować go jako przygotowanie do wszystkich pracowni, a nie tylko do pracowni fizycznej II. Do opanowania matematycznej strony „statystycznych metod opracowania wyników doświadczeń“ niezbędna jest pewna wiedza matematyczna, a szczególnie elementy rachunku prawdopodobieństwa i znajomość rachunku różniczkowego. W pierwszym semestrze istnieją już możliwości oparcia się na wiedzy zdobytej w liceum [6]. Pochodna funkcji jednej zmiennej ujęta jest programem nauczania drugiej klasy liceum ogólnokształcącego, a pochodna funkcji złożonej jest przedmiotem nauczania w klasie trzeciej. W programie trzeciej klasy liceum ogólnokształcącego znajdują się również elementy rachunku prawdopodobieństwa. Znajduje się tam nawet pojęcie zmiennej losowej i jej rozkładu. Wprawdzie w programie szkoły średniej brakuje takich pojęć jak pochodna cząstkowa, lecz jak wynika z dotychczasowej praktyki przy znajomości rachunku różniczkowego można łatwo opanować sztukę praktycznego posługiwania się pochodnymi cząstkowymi czy szeregiem Taylora. Dotąd studenci uczyli się tego metodą „prób i błędów“.

2°. Warunkiem koniecznym umożliwiającym zmianę podejścia do doświadczeń jest przedłużenie czasu trwania ćwiczeń z trzech do czterech godzin tygodniowo. Można z grubsza oszacować czas niezbędny na wykonanie poszczególnych etapów doświadczenia:

1. zapoznanie się z aparaturą, pomiary próbne i szacowanie błędów 1-1,5 godz.,
2. analiza wyników próbnych (obliczenie wyników, dyskusja błędów i zaplanowanie pomiarów końcowych) 0,5-1 godz.,
3. wykonanie pomiarów końcowych — 2 godz.,

czyli łącznie około 4 godziny nie licząc opracowania wyników, które nadal wykonywać trzeba poza ćwiczeniami. Obecnie w pracowni istnieje atmosfera pośpiechu, która nie sprzyja solidnej i dokładnej pracy. Szczególnie duży kontrast istnieje między pracownią fizyczną I i pracownią II lub specjalistyczną, w których nieproporcjonalnie dużo czasu poświęca się na wykonanie jednego doświadczenia. Czas trwania ćwiczeń pracowni fizycznej I przedłużyć należy kosztem jednej z tych pracowni. W pracowni fizycznej I studenci wykonują 24 doświadczenia, a więc przynajmniej dwukrotnie więcej niż we wszystkich pozostałych pracowniach fizycznych, stąd też styl pracy rzutuje w najpoważniejszym stopniu na wyszkolenie laboratoryjne, podejście do pomiarów fizycznych i kulturę obsługi aparatury. W obecnych warunkach, w pracowni fizycznej I istnieje konieczność ciągłego pośpiechu, a błędów popełnionych przy wykonywaniu pomiarów nie ma już czasu naprawić. Przy czterogodzinnych ćwiczeniach można by jedno doświadczenie wykonywać w ciągu dwóch tygodni. W pierwszym tygodniu wykonałoby się pomiary próbne i analizę wyników, a w następnym tygodniu, po dokładnym przemyśleniu same pomiary końcowe. Tak więc na czterogodzinnych ćwiczeniach najpierw wykonywałoby się dokładnie pomiary już przygotowane, a później przygotowywało doświadczenie, następnie wykonując pomiary próbne i analizując wyniki.

3°. Poza atmosferą pośpiechu w pracowni fizycznej I istnieje poważny problem związany z niewystarczającą opieką ze strony pracowników prowadzących zajęcia. Każdy pracownik opiekuje się grupą składającą się z 12-15 osób wykonujących 12-15 różnych doświadczeń. Do obowiązków pracowników należy:

1. uczenie obsługi aparatury,
2. sprawdzanie połączeń elektrycznych,
3. kierowanie pomiarami,
4. kontrola stanu bezpieczeństwa mienia i studentów,
5. kontrola przygotowania do zajęć.

Oczywiście przy tak rozlicznych obowiązkach nie może być mowy o sumiennym ich wykonaniu. Często udziela się studentom atmosfera pośpiechu i zdenerwowania, zwłaszcza jeżeli zajęcia

obfitują w awarie lub studenci są słabo przygotowani. Prowadzenie zajęć w pracowni fizycznej I należy do najtrudniejszych spośród wszystkich zajęć laboratoryjnych. Stąd też należy za wszelką cenę zmniejszyć liczebność grup ćwiczeniowych do 8-10 osób. Asystenci pracują ze studentami, którzy nieraz po raz pierwszy zetknęli się z samodzielną pracą laboratoryjną i napotykają bardzo duże trudności, stąd powinni poświęcić im więcej czasu. Tymczasem w praktyce, władze łatwiej zgadzają się na zmniejszenie liczebności grup ćwiczeniowych w innych pracowniach, w których studenci wykazują już dużą samodzielność i w których nieraz na wykonanie jednego doświadczenia przeznaczają się nadmierną ilość czasu niż w przypadku pracowni fizycznej I. W pracowni fizycznej I zajęcia odbywają się niemal w taki sam sposób, jak produkcja w zakładzie przemysłowym. Zarówno studenci, jak i asystenci muszą się ciągle spieszyć, by tylko „wykonać normę“, to znaczy wykonać wszystkie pomiary, sprawdzić pracę wszystkich studentów itp. W warunkach ciągłego pośpiechu nie ma miejsca na atmosferę pracy spokojnej, dającej pełne korzyści i zadowolenie. Można odciążyć asystentów wprowadzając wykonywanie doświadczeń w zespołach 2- lub więcej-osobowych. Uważam jednak, że przynajmniej w jednej z pracowni studenci powinni nauczyć się samodzielnej pracy doświadczalnej. Nie jest to możliwe w dalszych pracowniach z uwagi na trudności aparaturowe, natomiast jest możliwe w pracowni fizycznej I, w której jedno nowoczesnie wyposażone stanowisko pomiarowe jest najtańsze (50-80 tys. zł). W dalszych pracowniach będzie się nadal wykonywać doświadczenia zespołowo, lecz do zespołów wejdą ludzie, którzy potrafią już obsługiwać proste przyrządy samodzielnie.

4°. Dalszym warunkiem umożliwiającym postęp w pracowniach fizycznych jest wprowadzenie prostych maszyn matematycznych. Obecnie studenci tracą bardzo dużo czasu na wykonywanie uciążliwych obliczeń numerycznych typu mnożenia i dzielenia. W każdej pracowni, podobnie jak to ma miejsce w uczelniach zagranicznych, powinna być wystarczająca liczba nowoczesnych arytmetrów wykonujących podstawowe działania, a więc dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie. Przy wykonywaniu obliczeń numerycznych bez pomocy maszyn często popełnia się wiele pomyłek, które mogą zniweczyć efekty uzyskiwane przy planowaniu pomiarów.

5°. Należy również przygotować nowe podręczniki do pracowni lub przynajmniej w właściwy sposób opracowane instrukcje doświadczeń powielane w takiej ilości, by każdy student mógł je posiadać. W wielu uczelniach zagranicznych, szczególnie angielskich czy francuskich ten drugi sposób jest powszechnie stosowany¹.

6°. Należy również ciągle modernizować pracownie. Nie może to być jednorazowa akcja, ponieważ w taki sposób pieniędzy nie da się wydać celowo, a kupić można tylko to, co w danej chwili jest w sprzedaży. Każda pracownia powinna posiadać stały budżet, którym kierownictwo gospodarować będzie w sposób planowy, celowy i oszczędny. Przez kilka pierwszych lat budżet ten musiałby być dość poważny.

Jak już zaznaczono, w pracowni fizycznej II w niektórych przypadkach studenci powinni postąpić się maszynami cyfrowymi. Będzie to możliwe, jeżeli przedmiot „programowanie i metody numeryczne“ zostanie przeniesiony z semestru 7 na semestr 4 w miejsce przedmiotu „statystyczne metody opracowania pomiarów“. Zmiana taka jest formalnie możliwa, bowiem do opanowania przedmiotu wystarcza wiedza matematyczna zdobyta na pierwszych dwóch latach studiów.

Tak więc dalszy postęp w dziedzinie szkolenia laboratoryjnego uwarunkowany jest od następujących zmian w planie studiów:

1. przeniesienia z semestru 4 na semestr 1 przedmiotu „statystyczne metody opracowania pomiarów“ w wymiarze 60 godzin (30 godzin wykładu i 30 godzin ćwiczeń) oraz egzaminu z tego przedmiotu, który zdawałoby się po semestrze 1 lub po semestrze 2; nieznacznie zwiększyć się wtedy obciążenie semestru 1, lecz nastąpi istotne odciążenie studentów w semestrach 2 i 3;

¹ Próbę nowego opracowania podręcznika do pracowni fizycznej, stanowi będący obecnie w druku podręcznik *Pracownia fizyczna*, który ukaże się w roku 1973 [7].

Wyjątki obowiązującego obecnie planu studiów fizyki według wersji I

Lp.	Nazwa przedmiotu	Egzamin po semestrze	Godziny zajęć			Rozkład godzin zajęć															
						Rok I				Rok II				Rok III				Rok IV ^a			
			Razem	Wykłady	Ćwicz.	1		2		3		4		5		6		7		8	
						W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C
9	Pracownia fizyczna I	2,3 zal.	90		90					3											
14	Statystyczne metody opracowania pomiarów	4	60	30	30						2	2									
16	Pracownia fizyczna II	5,6 zal.	240		240									8		8					
22	Programowanie i metody numeryczne	7	60	30	30												2	2			
26	Pracownia specjalistyczna	7,8 zal.	180		180													6	6		
Ogółem godzin						9	13	11	16	13	16	10	15	12	16	14	16	7	12	5	11
						22		27		29		25		28		30		19		16	
Egzaminów						2		3		3		3		4		4		2		2	
Zaliczeń								3		2		3		2		2		2		4	

^a Rok IV sekcji fizyki doświadczalnej.

Tablica II

Wyjątki obowiązującego obecnie planu studiów fizyki wersji I po wprowadzeniu proponowanych zmian

Lp.	Nazwa przedmiotu	Egzamin po semestrze	Godziny zajęć			Rozkład godzin zajęć															
						Rok I				Rok II				Rok III				Rok IV			
			Razem	Wykład.	Ćwiczeń	1		2		3		4		5		6		7		8	
						W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C
9	Pracownia fizyczna I	2,3 zał.	120		120				4		4										
14	Statystyczne metody opracowania pomiarów	1	60	30	30	2	2														
19	Pracownia fizyczna II	5,6 zał.	240		240								8		8						
22	Programowanie i metody numeryczne	4	60	30	30					2	2										
26	Pracownia specjalistyczna	7,8 zał.	150		150												5		5		
Ogółem godzin						11	15	11	17	13	17	10	15	12	16	14	16	5	9	5	10
						26		28		30		25		28		30		14		15	
Egzaminów						3		3		3		3		4		4		1		2	
Zaliczeń								3		2		3		2		2		2		4	

Tablica III

Wyjątki obowiązującego obecnie planu studiów fizyki wersji I po wprowadzeniu proponowanych zmian

Lp.	Nazwa przedmiotu	Egzamin po semestrze	Godziny zajęć			Rozkład godzin zajęć															
						Rok I				Rok II				Rok III				Rok IV			
			Razem	Wykład.	Ćwiczeń	1		2		3		4		5		6		7		8	
						W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C	W	C
9	Pracownia fizyczna I	2,3 zal.	120		120				4		4										
14	Statystyczne metody opracowania pomiarów	1	60	30	30	2	2														
19	Pracownia fizyczna II	5,6 zal.	210		210								7		7						
22	Programowanie i metody numeryczne	4	60	30	30					2	2										
26	Pracownia fizyczna III	7,8 zal.	180		180												6		6		
Ogółem godzin						11	15	11	17	13	17	10	15	12	15	14	15	5	10	5	11
						26		28		30		25		27		29		15		16	
Egzaminów						3		3		3		3		4		4		1		2	
Zaliczeń								3		2		3		2		2		2		4	

2. zwiększenia liczby godzin przeznaczonych na pracownię fizyczną I z 90 do 120 kosztem pracowni fizycznej II względnie pracowni specjalistycznej;

3. przeniesienia z semestru 7 na semestr 4 wykładu i ćwiczeń z „programowania i metod numerycznych“ oraz egzaminu z tego przedmiotu.

Postulowane zmiany w planie studiów nieznacznie tylko wpłyną na tygodniowe obciążenia godzinowe i rozkład egzaminów. Dwie wersje proponowanych zmian zebrano w załączonych tablicach I-III.

Poza zmianami w planie studiów powinno nastąpić zmniejszenie liczebności grup ćwiczeniowych w pracowni fizycznej I z 12-15 osób do 8-10 osób.

Serdecznie dziękuję dyrekcji Instytutu Fizyki, a więc Panu Profesorowi dr habil. S. Kielichowi oraz docentowi dr habil. J. Pietrzakowi za gorące poparcie sprawy modernizacji pracowni fizycznych.

Literatura

- [1] Plan studiów (wersja I) dla kierunku studiów: fizyka, rok 1971.
- [2] Plan studiów (wersja II) dla kierunku studiów: fizyka, rok 1971.
- [3] *Programy ramowe i plany studiów. Fizyka, geofizyka i astronomia*, PWN, Warszawa 1966.
- [4] H. Szydłowski, *Postępy Fizyki*, 22, 275 (1970).
- [5] *Program nauczania liceum ogólnokształcącego. Fizyka i astronomia*, PZWS, Warszawa 1966.
- [6] *Program nauczania liceum ogólnokształcącego. Matematyka*, PZWS, Warszawa 1966.
- [7] H. Szydłowski, *Pracownia fizyczna*, PWN, Warszawa 1973 (w druku).

W pracy „Nowe doświadczenia dla pracowni fizycznej I. Fale elektromagnetyczne (*Postępy Fizyki*, 22, 543/1971) przez przeoczenie nie podano źródła, z którego zaczerpnięto pomysł badania struktury fali elektromagnetycznej. Źródłem tym jest podręcznik: A. Piekary, *Elektryczność i budowa materii*, PWN, Warszawa 1955. Obszerne opracowanie fal elektromagnetycznych i mikrofal znajdzie czytelnik w nowym wydaniu podręcznika A. H. Piekary, *Elektryczność i magnetyzm*, PWN, Warszawa 1970.

Szczepan Szczeniowski: **Fizyka doświadczalna. Cz. I. Mechanika i akustyka**, PWN, Warszawa 1972, s. 704

Nareszcie ukazał się oczekiwany od dawna I tom *Fizyki doświadczalnej* Profesora Szczeniowskiego. Czytelnik polski ma znowu dostępny cały, nowoczesny kurs fizyki, na który czekać musiał od zdezaktualizowania się słynnych *Zasad Fizyki* A. Witkowskiego. Podobnie jak inne tomy, tom I swą objętością i wachlarzem poruszanych zagadnień wykracza poza ramy typowych kursów fizyki eksperymentalnej. Tematy „Zasada pracy wirtualnej“, „Napięcia w ciele stałym“, „Odkształcenia w ciele stałym“ oraz rozdział „Zasady całkowe i zasady zachowania mechaniki“ w doskonały sposób (bez nadmiaru aparatu matematycznego) wprowadzono już na terenie fizyki doświadczalnej. Jest to niewątpliwym novum i zasługą Autora. Także inne zagadnienia w znamienny dla Profesora Szczeniowskiego sposób potraktowano szeroko i wyczerpująco. Na szczególną uwagę zasługuje forma przedstawienia materiału. W prostocie i precyzji obserwujemy dzieło niemalże doskonale, choć w ewentualnym następnym wydaniu Autor na pewno będzie starał się jeszcze poczynić jakieś zmiany. Z tą myślą pozwalam sobie zwrócić uwagę na pewne drobne kwestie, kontrowersyjne przynajmniej w przekonaniu niżej podpisanego.

I tak np. w zdaniu „Jeżeli przyspieszenie jednostajne ma wartość ujemną...“ (s. 34, w. 8d) wyraz „jednostajne“ można opuścić, natomiast dodać przymiotnik „zewnętrznych“ na końcu zdania „... moment rozędu bryły jest równy momentowi wypadkowemu działających na nią sił“ (s. 307, w. 11d). W zdaniu „W miarę obiegu punktu Q po kole punkt P przebiega średnicę AB ruchem wahadłowym“ (s. 220, w. 10g) wskazane byłoby opuścić ostatni wyraz. Bowiem dopiero na s. 224-5 napisano, że wahadło matematyczne wykonuje ruch harmoniczny prosty. Podobnie, aby pozostać w zgodzie z tradycją, należałoby opuścić słowo „harmoniczne“ w zdaniu „Odwrotnie, dowolne drganie harmoniczne periodyczne rozłożyć można na drgania harmoniczne proste“ (s. 231, w. 11-13g). Zdanie „Obie te wartości są ujemne“ (s. 242, w. 7g) należałoby umieścić w takim miejscu (może po zdaniu „Oznacza to, że drgania tłumione są w tym przypadku aperiodyczne;“), aby mniej zaawansowany czytelnik nie miał wątpliwości, że rzeczywista wartość r_1 i r_2 „czyni“ drgania aperiodycznymi, zaś ich wartość ujemna — gasnącymi. Zdanie „Zasady dynamiki... obowiązują nie tylko na Ziemi, ale i wszędzie we Wszechświecie“ (s. 66, w. 5-4d) może spowodować nieporozumienie u początkującego czytelnika, szczególnie, gdy się je zestawi ze zdaniem na s. 67 (w. 18-20g). Kąt φ na s. 229 (w. 6g) oraz na rysunku VIII. 9 wynosi 45° . Rysunek XV. 38 (s. 563) jest mało przekonujący. Ustęp zawarty na s. 384 (w. 8-16g) wskazane byłoby przenieść na s. 386 jako wstęp do rozważań zaczynających się słowami: „Aby ogólnie rozpatrzeć układ naprężeń w ciele stałym...“ (w. 4g). Należałoby wprowadzić jeden symbol na oznaczenie przyspieszenia kąowego γ (s. 49 i 310) czy β (s. 48) oraz konsekwentnie oznaczać energię potencjalną np. przez U , a potencjał przez V (s. 77 i 169). Fragment mówiący o niezależności brzmienia dźwięku od wartości początkowych stałych fazowych poszczególnych alikwotów (s. 646) w świetle nowszych badań jest nieprawdziwy.

Niestety, w książce jest dość duża ilość błędów drukarskich. Oto wykaz szeregu z nich nie objętych erratą:

Str.	Wiersz		Jest	Powinno być
	od dołu	od góry		
35		1	(6.3)	(6.2)
48		4	(8.19)	(8.20)
51		7	(9.5)	(9.7)
63		2	(12.19)	(12.18)
68		19	(14.2)	(15.2)
166		2	(34.14)	(34.15)
	2		r	R
167		4	r	R
	wzory (34.19)-(34.22)		r	R
	wzór (35.2)		m	m_1
169	wzór (35.19)		r	r_0
171	6		U	V
244	16, 13		ω	ω_0
278	wzór (51.3)		$dW_K = F_K \cdot (\omega \times r_K)$	$dW_K = F_K \cdot (\omega \times r_K) dt$
305		13	(55.11)	(12.3)
309		6	(55.31)	(55.34)
310	7		(55.9)	(55.11)
312		8	(55.21)	(55.20)
		12	ω :	chyba $\omega \times r$:
315		14	(56.31)	(56.32)
366	15		(67.24)	(67.22)
386	rys. VII. 7		σ_{yz} ($\parallel OZ$)	σ_{yz}
		11	$\cos(n, y)$	$\cos(n, x)$
		11	$\cos(n, x)$	$\cos(n, y)$
	5		(71.2)	(71.4)
387	14		(71.3)	(71.5)
	4		(71.3)	(71.5)
388		10	(71.11)	(71.13)
	wzór (71.21)		σ_{yy}	σ_{xy}
			σ_{zz}	σ_{zz}
543	wzór (98.12)		u_t	u_t

Ponadto we wzorach (51.5), (51.11) i (51.12) na s. 279 brak znaku iloczynu skalarnego.

Mając na uwadze stosunkowo duży nakład dzieła (15 000 egz.), może wskazane byłoby przy edycji któregoś z dalszych tomów załączenie pełnej erraty tomu I. Uczyniłoby to o wiele przyjemniejszą lekturę tak doskonałej książki.

Henryk Piersa

POSTĘPY FIZYKI
(dwumiesięcznik)

Warunki prenumeraty czasopisma

Prenumeratę na kraj przyjmują urzędy pocztowe, listonosze oraz Oddziały i Delegatura „Ruch“.

Można również dokonywać wpłat na konto PKO nr 4-6-77, Przedsiębiorstwo Upowszechnienia Prasy i Książki „Ruch“ w Krakowie, Al. Pokoju 5.

Prenumeraty przyjmowane są do 15 dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty.

Cena prenumeraty: półrocznie zł 45.—

rocznie zł 90.—

Prenumeratę na zagranicę, która jest o 40% droższa, przyjmuje Biuro Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch“, Warszawa, ul. Wronia 23, tel. 20-46-88, konto PKO nr 1-6-100024.

Egzemplarze numerów zdezaktualizowanych można nabywać w Przedsiębiorstwie Upowszechnienia Prasy i Książki „Ruch“ w Krakowie, Al. Pokoju 5, konto PKO nr 4-6-777.

Bieżące numery można nabywać lub zamówić w księgarniach „Domu Książki“ oraz w Ośrodku Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych Polskiej Akademii Nauk — Wzorcownia Wydawnictw Naukowych PAN — Ossolineum — PWN, Warszawa, Pałac Kultury i Nauki (wysoki parter).

Tylko prenumerata zapewnia regularne otrzymywanie czasopisma

TREŚĆ

Wspomnienia o Profesorze Janie Weyssenhoffie (M. Mięrowicz, L. Natanson, J. Rayski)	457
B. Średniawa — Jan Weyssenhoff (1889—1972)	461
M. Suffczyński — Stulecie urodzin Mariana Smoluchowskiego	469
J. Kociński — Współczesne badania zjawisk krytycznych a klasyczne prace Mariana Smoluchowskiego	475
J. Stankowski, M. Maćkowiak — Badanie oddziaływań parowych Cu-Cu w kryształach dielektrycznych metodą EPR	515
S. Szpikowski — Zastosowania teorii grup w spektroskopii jądrowej	541
J. Jastrzębski — Spontanicznie rozszczepiające się izomery	561
ZAGADNIENIA DYDAKTYKI FIZYKI W SZKOŁACH WYŻSZYCH	
H. Szydłowski — Propozycja nowego modelu pracowni fizycznej I	583
RECENZJE	
S. Szczeniowski — Fizyka doświadczalna. Cz. I. Mechanika i akustyka (H. Piersa)	593

CONTENTS

Professor Jan Weyssenhoff <i>In Memoriam</i> (M. Mięrowicz, L. Natanson, J. Rayski)	457
B. Średniawa — Jan Weyssenhoff (1889—1972)	461
M. Suffczyński — Centenary of the Marian Smoluchowski Birth	469
J. Kociński — Contemporary Investigations of Critical Phenomena and the Classical Papers of Marian Smoluchowski	475
J. Stankowski, M. Maćkowiak — EPR Study of Pair-Interaction of Cu ²⁺ -Cu ²⁺ Ions in Dielectric Crystals	515
S. Szpikowski — Group Theory Applications to Nuclear Spectroscopy	541
J. Jastrzębski — Spontaneously Fissioning Isomers	561
PROBLEMS OF TEACHING PHYSICS IN ACADEMIC SCHOOLS	
H. Szydłowski — Propositions for a New Organization of Physics Laboratory I	583
REVIEW OF BOOKS	