

KATEDRA FIZYKI
Instytut Fizyki
Laboratorium Fizyki Gr 3

POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK
POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU
WIEDZY FIZYCZNEJ

PTF

TOM XX

ZESZYT 6

1969

ZARZĄD

Przewodniczący
Prof. dr WOJCIECH RUBINOWICZ
czł. rzecz. PAN

Wiceprzewodniczący
Prof. dr ALEKSANDER JABŁOŃSKI
czł. rzecz. PAN

Sekretarz
Doc. dr HALINA CHEĆCIŃSKA

Skarbnik
Doc. dr KAZIMIERZ ROSIŃSKI

Członkowie Zarządu
Prof. dr JULIAN AULEYTNER
Dr MIROSŁAWA JASTRZĘBSKA
Prof. dr KAROLINA LEIBLER
Dr JAN PETYKIEWICZ
Prof. dr JAN WEYSENHOFF

PRZEWODNICZĄCY ODDZIAŁÓW TOWARZYSTWA

Doc. dr EMANUEL TREMBACZOWSKI (*Białystok*)
Dr CZESŁAW BOJARSKI (*Gdańsk*)
Prof. dr WŁODZIMIERZ MOŚCICKI (*Gliwice*)
Prof. dr ANDRZEJ HRYNKIEWICZ (*Kraków*)
Doc. dr MIECZYŚLAW SUBOTOWICZ (*Lublin*)
Doc. dr MARIAN KRYSZEWSKI (*Łódź*)
Dr ADAM MYŚLICKI (*Opole*)
Doc. dr ANTONI ŚLIWIŃSKI (*Poznań*)
Doc. dr WIKTOR NOWAK (*Szczecin*)
Doc. dr STANISŁAW PRUSKI (*Toruń*)
Doc. dr EDMUND IGRAS (*Warszawa*)
Doc. dr MIRON GAJ (*Wrocław*)

P O L S K I E T O W A R Z Y S T W O F I Z Y C Z N E

POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU
WIEDZY FIZYCZNEJ

TOM XX, ZESZYT 6

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
1969

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący — Szczepan Szczeniowski, czł. koresp. PAN (Warszawa),
Członkowie — Władysław Kapuściński (Warszawa), Ludwik Natanson (Warszawa),
Wojciech Rubinowicz, czł. rzecz. PAN (Warszawa), Leonard Sosnowski, czł. koresp. PAN (Warszawa),
Jan Weyssenhoff, czł. rzecz. PAN (Kraków)

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny — Jan Weyssenhoff, czł. rzecz. PAN (Kraków)
Członkowie Redakcji — Andrzej Kisiel (Kraków), Henryk Lizurej (Kraków),
Jerzy Pietruszka (Kraków)

Adres Redakcji: Kraków, Reymonta 4
tel. 363-80, wewn. 442

Maszynopisy prac należy nadsyłać w 2 egzemplarzach pod adresem Redakcji. O przyjęciu do druku decyduje Komitet Redakcyjny.

Państwowe Wydawnictwo Naukowe — Oddział w Krakowie, ul. Smoleńsk 14

Nakład 2204 + 111 egz. Ark. wyd. 6,0. Ark. druk. 5³/₄
Papier druk. sat. kl. III, 70 × 100, 90 g.
Oddano do składania w sierpniu 1969
Podpisano do druku w grudniu 1969
Druk ukończono w grudniu 1969
Zam. 691/69. A-71. Cena zł 15.—

Drukarnia Uniwersytetu Jagiellońskiego, Kraków, Czapskich 4

Tadeusz Skaliński

Instytut Fizyki Doświadczalnej
im. Stefana Pieńkowskiego UW
Warszawa

Stefan Pieńkowski, uczoney i organizator badań *

Stefan Pieńkowski, Scientist and Organizer

Gdy w 1919 roku Stefan Pieńkowski powrócił do Polski, by na wezwanie odradzającego się Uniwersytetu Warszawskiego objąć Katedrę Fizyki Doświadczalnej, musiał rozpoczynać swą działalność dosłownie od zera. Wykłady i ćwiczenia odbywały się w lokalach pożyczonych od Politechniki, a laboratoria badawcze nie istniały w ogóle.

Dzięki energii i talentowi organizacyjnemu Pieńkowskiego gmach przy ulicy Hożej (który w postaci murów części centralnej i zachodniego skrzydła stał niewykończony od 1914 roku) został doprowadzony do stanu używalności i w dniu 30 stycznia 1921 roku po skromnej uroczystości inauguracyjnej rozpoczął swą służbę fizyce polskiej.

Dzięki niezmordowanym staraniom i zabiegom Profesora Zakład bogacił się stopniowo w aparaturę, instalacje i urządzenia pomocnicze. Pracownikom badawczym i studentom Profesor zapewnił obsługę przez zakładowe warsztaty mechaniki precyzyjnej, szklarstwa aparaturowego i elektrotechniki.

Wybitna indywidualność Profesora sprawiła, że zgromadziła się wokół niego grupa młodych, zdolnych uczniów, którzy porwani Jego zapalem, kończąc własne studia i stawiając pod Jego kierunkiem pierwsze kroki w pionierskiej pracy badawczej równocześnie podjęli pracę dydaktyczną.

Ten pierwszy okres działalności Zakładu był zasadniczo decydujący o dalszym jego rozwoju. Należało wówczas podjąć decyzję co do wyboru kierunku badań mających stworzyć nurt twórczej pracy Zakładu. Decyzja taka wymagała szerokiego ogarnięcia stanu rozwoju ówczesnej fizyki i wyboru takiej

* Przemówienie wygłoszone w dniu 20. XI. 1968 na uroczystości odsłonięcia tablicy ku czci Profesora Pieńkowskiego i nadania Instytutowi Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Warszawskiego Jego Imienia, w 15 rocznicę śmierci.

dziedziny, której rozwój rokowałyby wielkie perspektywy badań o dużej doniosłości poznawczej. Niezawodna i po wielokroć przez nas podziwiana intuicja naukowa skierowała uwagę Pieńkowskiego na optykę atomową i molekularną. Wydaje mi się zresztą, że pierwsze Jego zainteresowania tą dziedziną wykryły się nie w Liège, lecz jeszcze w czasie Jego pobytu w Heidelbergu, gdzie przez dwa lata pracował w Instytucie kierowanym przez Lenarda. Powrót do tej dziedziny w latach dwudziestych wydaje się nam obecnie, z perspektywy lat, decyzją jak najsluszniejszą. Rozwijane były w tym czasie teorie i związane z nimi modele kwantowe opisujące budowę atomów i cząsteczek. Stanowiły one w tym czasie najbardziej chyba fascynujący nurt badań fizycznych. Te teorie żądały eksperymentalnej weryfikacji swej słuszności, żądały materiałów dla dalszych uogólnień i szczegółowych opracowań. Pole do pracy w tej dziedzinie było olbrzymie, a decyzja skierowania na nią całej niemal siły naukowej Zakładu przyniosła w efekcie planowej koncentracji wysiłku nie tylko wiele ważkich i interesujących wyników naukowych, lecz przede wszystkim stworzenie pierwszej polskiej szkoły fizyki, która rychło zyskała renomę i uznanie w skali międzynarodowej.

Stosownie do wybranej dziedziny badań wzrastało wszechstronnie wyposażenie Zakładu w przyrządy badawcze. Spektrografy i monochromatory dla różnych zakresów widmowych i o różnych zdolnościach rozdzielczych (aż do olbrzymich, wieloprzyrmatycznych spektrografów Jobina), mikrofotometri Molla — oto elementy o jakie wzbogacał się Zakład w pierwszych latach swego istnienia. Jednakże to nie przyrządy, lecz wielka umiejętność Profesora zebrania wokół siebie młodych, zapałonych i zdolnych współpracowników, Jego dar rozbudzania w nich zainteresowania i wytrwałości w pracy, Jego osobisty przykład całkowitego poświęcenia się sprawom nauki i Zakładu sprawiły, że w osiem lat po inauguracji uczeń i przyjaciel Pieńkowskiego, astrofizyk belgijski profesor Swings, który znał Profesora jeszcze z czasu Jego pobytu w Belgii, pisał: „...już po kilku latach Jego Instytut stał się jednym z najbardziej ożywionych centrów w dziedzinie badań widmowych, a zwłaszcza w dziedzinie fotoluminescencji. Gdy w 1929 roku przyjechałem na dwuletni pobyt do Warszawy, nie mogłem uwierzyć własnym oczom. W młodym Instytucie na Hożej znalazłem wspaniałe laboratoria, gdzie wrzała praca dniem i nocą“.

Uznanie dla osiągnięć Profesora przybrało również formę wysokiej dotacji z Fundacji Rockefellera na zakup aparatury najwyższej klasy, a ze strony władz polskich budowę nowego, przestronnego skrzydła Zakładu, w którym pomieściły się unikalne w owych czasach urządzenia: najwyższej klasy siatka dyfrakcyjna przygotowana przez Wooda na aparaturze Rowlanda, różne interferometry, zmodyfikowany i wysoce ulepszony fluorometr, oto przykłady jedne z wielu.

Trudno jest w krótkim czasie omówić wieloletnią działalność naukową Profesora i kierowanego przezeń Zakładu. Trzeba przy tym podkreślić swoistą jedność osobistej pracy naukowej Pieńkowskiego i Jego uczniów. Był inicja-

torem prac, a w czasie ich wykonywania w nieomal codziennych dyskusjach podsuwał współpracownikom najrozmaitsze idee, prowadził ich doświadczenia, pomagał przy formułowaniu wniosków i przy interpretacji wyników. Gdy jednak przychodził moment publikacji, nie dorzucał swego nazwiska do nazwiska autora pracy, pragnąc w ten sposób dać zachętę młodemu pracownikowi do dalszej pracy.

Z mych osobistych wspomnień z pierwszych lat po drugiej wojnie światowej wiem, jak ograniczenie w wyposażeniu sprawia, że prace badawcze są prowadzone na te tematy, na które pozwala posiadana aktualnie aparatura. Dlatego też w publikacjach, jakie ukazały się do 1925 roku, są reprezentowane różne kierunki badań. Własne prace Profesora dotyczą zrazu pomiaru ruchliwości jonów gazowych, adsorpcji roztworów niezjonizowanych i rozkładu potencjału przy wyładowaniu iskrowym. Prócz tego w Zakładzie prowadzone są prace nad rozpylaniem katodowym stopów. Stopniowo jednak wzrasta i potężnieje nurt badań spektroskopowych. Zagadnienie mechanizmu kaskadowego powrotu atomów wzbudzonych do wysokich stanów energetycznych i czasy świecenia związanych z tymi przejściami promieniowań jest tematem szeregu prac zainaugurowanych wynikami badań nad świeceniem opóźnionym w parach rtęci. Wkrótce po tym przychodzi seria prac, których celem jest zbadanie i interpretacja widm rtęci i kadmu przy różnego typu wzbudzeniach (optycznym, wzbudzeniu przez zderzenia z elektronami kombinowanym ze wzbudzeniem optycznym, wyładowaniem bezelektrodowym). Pojawiają się pierwsze prace o fluorescencji par kadmu. Odkrycie występowania pasm w widmie atomowych par rtęci skłania do podjęcia poszukiwań nośników odpowiedzialnych za emisję tych pasm. Następnie podobne badania zostały rozszerzone na pasma kadmu.

W następnej kolejności zostają zaatakowane promieniowaniem wzbudzającym rezonans optyczny pary tlenowców (telluru, seleniu i siarki). Uzyskane widma zostają zinterpretowane, przy tym analizę ułatwia bardzo bogaty materiał doświadczalny uzyskany przez wzbudzanie rezonansu w różnych dziedzinach widma oraz równoległe z badaniami fluorescencji badania widm absorpcyjnych. Tu nieocenione usługi zaczyna oddawać wielka siatka dyfrakcyjna i urządzenia interferometryczne. Pozwoliły one ostatecznie rozwikłać strukturę złożonych pasm i zinterpretować ich przyporządkowanie.

Dalszym rozszerzeniem tych badań były studia nad wygaszaniem fluorescencji rezonansowej (Se_2 , Te_2 i J_2) przez gazy obce oraz przez silne pola magnetyczne (wielki elektromagnes Zakładu pozwalał na osiągnięcie pól o natężeniu ok. 50 kOe przy szczelinie powietrznej 1 cm). Równoległe z tym badania zmian absorpcji tych par w analogicznych warunkach pozwoliły na powiązanie efektu wygaszania ze zjawiskami predysocjacyjnymi wymuszonymi przez zaburzające oddziaływania. Dalsze potwierdzenie tej hipotezy uzyskano przez interferometryczne badania kształtu linii rotacyjnych rozszerzonych w konsekwencji predysocjacyjnego skrócenia czasu życia cząsteczki w stanie wzbudzonym. Rozwinięta w owym czasie przez Rubinowicza teoria natury tzw. linii wzbrow-

dziedziny, której rozwój rokowałyby wielkie perspektywy badań o dużej doniosłości poznawczej. Niezawodna i po wielokroć przez nas podziwiana intuicja naukowa skierowała uwagę Pieńkowskiego na optykę atomową i molekularną. Wydaje mi się zresztą, że pierwsze Jego zainteresowania tą dziedziną wykrystalizowały się nie w Liège, lecz jeszcze w czasie Jego pobytu w Heidelbergu, gdzie przez dwa lata pracował w Instytucie kierowanym przez Lenarda. Powrót do tej dziedziny w latach dwudziestych wydaje się nam obecnie, z perspektywy lat, decyzją jak najszluszniejszą. Rozwijane były w tym czasie teorie i związane z nimi modele kwantowe opisujące budowę atomów i cząsteczek. Stanowiły one w tym czasie najbardziej chyba fascynujący nurt badań fizycznych. Te teorie żądały eksperymentalnej weryfikacji swej słuszności, żądały materiałów dla dalszych uogólnień i szczegółowych opracowań. Pole do pracy w tej dziedzinie było olbrzymie, a decyzja skierowania na nią całej niemal siły naukowej Zakładu przyniosła w efekcie planowej koncentracji wysiłku nie tylko wiele ważkich i interesujących wyników naukowych, lecz przede wszystkim stworzenie pierwszej polskiej szkoły fizyki, która rychło zyskała renomę i uznanie w skali międzynarodowej.

Stosownie do wybranej dziedziny badań wzrastało wszechstronnie wyposażenie Zakładu w przyrządy badawcze. Spektrografy i monochromatory dla różnych zakresów widmowych i o różnych zdolnościach rozdzielczych (aż do olbrzymich, wielopryzmatycznych spektrografów Jobina), mikrofotometri Molla — oto elementy o jakie wzbogacał się Zakład w pierwszych latach swego istnienia. Jednakże to nie przyrządy, lecz wielka umiejętność Profesora zebrania wokół siebie młodych, zapalonych i zdolnych współpracowników, Jego dar rozbudzania w nich zainteresowania i wytrwałości w pracy, Jego osobisty przykład całkowitego poświęcenia się sprawom nauki i Zakładu sprawiły, że w osiem lat po inauguracji uczeń i przyjaciel Pieńkowskiego, astrofizyk belgijski profesor Swings, który znał Profesora jeszcze z czasu Jego pobytu w Belgii, pisał: „...już po kilku latach Jego Instytut stał się jednym z najbardziej ożywionych centrów w dziedzinie badań widmowych, a zwłaszcza w dziedzinie fotoluminescencji. Gdy w 1929 roku przyjechałem na dwuletni pobyt do Warszawy, nie mogłem uwierzyć własnym oczom. W młodym Instytucie na Hożej znalazłem wspaniałe laboratoria, gdzie wrzała praca dniem i nocą“.

Uznanie dla osiągnięć Profesora przybrało również formę wysokiej dotacji z Fundacji Rockefellera na zakup aparatury najwyższej klasy, a ze strony władz polskich budowę nowego, przestronnego skrzydła Zakładu, w którym pomieściły się unikalne w owych czasach urządzenia: najwyższej klasy siatka dyfrakcyjna przygotowana przez Wooda na aparaturze Rowlanda, różne interferometry, zmodyfikowany i wysoce ulepszony fluorometr, oto przykłady jedne z wielu.

Trudno jest w krótkim czasie omówić wieloletnią działalność naukową Profesora i kierowanego przezeń Zakładu. Trzeba przy tym podkreślić swoistą jedność osobistej pracy naukowej Pieńkowskiego i Jego uczniów. Był inicja-

torem prac, a w czasie ich wykonywania w nieomal codziennych dyskusjach podsuwał współpracownikom najrozmaitsze idee, prowadził ich doświadczenia, pomagał przy formułowaniu wniosków i przy interpretacji wyników. Gdy jednak przychodził moment publikacji, nie dorzucał swego nazwiska do nazwiska autora pracy, pragnąc w ten sposób dać zachętę młodemu pracownikowi do dalszej pracy.

Z mych osobistych wspomnień z pierwszych lat po drugiej wojnie światowej wiem, jak ograniczenie w wyposażeniu sprawia, że prace badawcze są prowadzone na te tematy, na które pozwala posiadana aktualnie aparatura. Dlatego też w publikacjach, jakie ukazały się do 1925 roku, są reprezentowane różne kierunki badań. Własne prace Profesora dotyczą zrazu pomiaru ruchliwości jonów gazowych, adsorpcji roztworów niezjonizowanych i rozkładu potencjału przy wyładowaniu iskrowym. Prócz tego w Zakładzie prowadzone są prace nad rozpylaniem katodowym stopów. Stopniowo jednak wzrasta i potężnieje nurt badań spektroskopowych. Zagadnienie mechanizmu kaskadowego powrotu atomów wzbudzonych do wysokich stanów energetycznych i czasy świecenia związanych z tymi przejściami promieniowań jest tematem szeregu prac zainaugurowanych wynikami badań nad świeceniem opóźnionym w parach rtęci. Wkrótce po tym przychodzi seria prac, których celem jest zbadanie i interpretacja widm rtęci i kadmu przy różnego typu wzbudzeniach (optycznym, wzbudzeniu przez zderzenia z elektronami kombinowanym ze wzbudzeniem optycznym, wyładowaniem bezelektrodowym). Pojawiają się pierwsze prace o fluorescencji par kadmu. Odkrycie występowania pasm w widmie atomowych par rtęci skłania do podjęcia poszukiwań nośników odpowiedzialnych za emisję tych pasm. Następnie podobne badania zostały rozszerzone na pasma kadmu.

W następnej kolejności zostają zaatakowane promieniowaniem wzbudzającym rezonans optyczny pary tlenowców (telluru, selenu i siarki). Uzyskane widma zostają zinterpretowane, przy tym analizę ułatwia bardzo bogaty materiał doświadczalny uzyskany przez wzbudzanie rezonansu w różnych dziedzinach widma oraz równoległe z badaniami fluorescencji badania widm absorpcyjnych. Tu nieocenione usługi zaczyna oddawać wielka siatka dyfrakcyjna i urządzenia interferometryczne. Pozwoliły one ostatecznie rozwikłać strukturę złożonych pasm i zinterpretować ich przyporządkowanie.

Dalszym rozszerzeniem tych badań były studia nad wygaszaniem fluorescencji rezonansowej (Se_2 , Te_2 i J_2) przez gazy obce oraz przez silne pola magnetyczne (wielki elektromagnes Zakładu pozwalał na osiągnięcie pól o natężeniu ok. 50 kOe przy szczelinie powietrznej 1 cm). Równoległe z tym badania zmian absorpcji tych par w analogicznych warunkach pozwoliły na powiązanie efektu wygaszania ze zjawiskami predysocjacyjnymi wymuszonymi przez zaburzające oddziaływania. Dalsze potwierdzenie tej hipotezy uzyskano przez interferometryczne badania kształtu linii rotacyjnych rozszerzonych w konsekwencji predysocjacyjnego skrócenia czasu życia cząsteczki w stanie wzbudzonym. Rozwinięta w owym czasie przez Rubinowicza teoria natury tzw. linii wbro-

nionych dała asumpt do podjęcia na krótko przed wojną prac nad zjawiskiem Zeemana w tych liniach.

W ostatnim wreszcie okresie przed wojną wykonano badania absorpcji i fluorescencji metali o niskich prężnościach par i o bardziej złożonej budowie powłoki elektronowej walencyjnej jak ind, bizmut i ołów.

Przeczuwając doniosłą rolę, jaką w przyszłości odegrają badania spektroskopowe w dalekim nadfiolecie inicjuje Pieńkowski pierwsze prace w tej dziedzinie już w 1932 r. Próby doświadczenia napotykały ogromne trudności techniczne i prace postępowały bardzo powoli naprzód, zostały jednak uwiecznione powodzeniem i pierwsza publikacja o pasmach absorpcji dwutlenku siarki w schumanowskim nadfiolecie ukazała się niedługo przed wybuchem wojny.

Nie mniej szeroko jak badania fluorescencji par i gazów prowadzone były prace nad fotoluminescencją barwników i innych związków organicznych (głównie węglowodorów aromatycznych i ich pochodnych) w roztworach ciekłych i stałych. Podstawowym zadaniem tych badań było wyjaśnienie mechanizmu luminescencji, tj. procesu, który dziś opisujemy terminami: absorpcja kwantu promieniowania, okres przebywania cząsteczki w stanie wzbudzonej, w którym następuje ewentualne przetworzenie energii wzbudzenia i wreszcie reemisja. Badaniami wobec tego objęto: zależność między widmem fluorescencji a widmem promieniowania wzbudzającego, wpływ różnych czynników fizycznych (temperatura, oddziaływanie centrum luminescencji z cząsteczkami rozpuszczalnika i ewentualnie z innymi cząsteczkami luminezującymi). Badano różne charakterystyki promieniowania fluorescencji: polaryzację, czas świecenia, jego zależność od warunków w jakich znajduje się centrum fluoryzujące. W trakcie tych badań zostają wypracowane nowe metody pomiarowe, z których wymienię tylko: wyznaczanie współczynnika absorpcji światła w środowisku fluoryzującym, metodę wyznaczania wydajności fluorescencji i poważne ulepszenie fluorometru.

Po przeszło trzydziestu latach od tamtych badań nabierają one obecnie nowych rumieńców życia. Nowe prace, jakie pojawiły się przed kilku miesiącami na temat emisji wymuszonej przez promieniowanie lasera rubinowego z roztworów klasycznych barwników organicznych jak fluoresceina i rodamina, korzystają szeroko z doświadczeń uzyskanych w Zakładzie w tamtych latach.

W 1928 roku nadeszły do Zakładu pierwsze wiadomości o odkryciu zjawiska rozproszenia światła przez ciecze; przy rozproszeniu następuje zmiana długości fali. Zjawisko to obecnie nosi nazwę rozproszenia ramanowskiego. Przyjęto je na Hożej z dużą dozą niedowierzania podejrzewając efekty aparaturowe. Zmontowano pospiesznie aparaturę do takich badań i uzyskano odtworzenie efektu, sprawdzono jego istnienie. Od razu rozpoczęto badania. Pierwsze z nich dotyczyły widm ramanowskich izomerów, na ich podstawie podjęto próbę przyporządkowania zaobserwowanych linii różnym typom drgań wewnątrzcząsteczkowych. W okresie późniejszym w badaniach tego typu starano się oprzeć tę analizę na teorii Placzka stosując już niemal z reguły wzbudzenie

światłem spolaryzowanym. Badania ramanowskie przeprowadzano również dla monokryształów i badano wpływ temperatury na widmo ramanowskie.

Na czoło badań ramanowskich wysuwa się jednak praca o polaryzacji linii ramanowskich przy wzbudzaniu ich światłem spolaryzowanym liniowo. Zapoczątkowała ona rozwój metody o niezwyklej dla dalszych badań doniosłości. Również pionierskimi i znacznie wyprzedzającymi rozwój teorii zjawiska rozpraszania światła były badania rozszerzenia linii rozproszonej bez zmiany długości fali (tzw. linii rayleighowskiej).

Dopiero kilka lat później wyniki badań kształtu tej linii uzyskane dla CS_2 przy pomocy urządzenia o ogromnej zdolności rozdzielczej mogły być zakończone właściwą interpretacją.

Już w okresie powojennym zainicjowane zostały badania w dziedzinie spektrofotometrii w podczerwieni zakrojone na bardzo szeroką skalę.

Stosunkowo wcześniej rozpoczęto w Zakładzie Fizyki Doświadczalnej badania strukturalne przy pomocy promieni Roentgena. W tej dziedzinie badań tematyka nie jest tak zwarta jak w badaniach z zakresu spektroskopii, zawsze jednak dotyczy problemów o dużym znaczeniu ogólnym. Dla wyjaśnienia natury utajonego obrazu fotograficznego przeprowadzono badania porównawcze struktury emulsji fotograficznej naświetlonej i nienaświetlonej. Inne atakowane zagadnienia, to struktura krystaliczna cienkich warstw metali otrzymanych drogą rozpylania katodowego, zagadnienie odstępstw rzeczywistych struktur krystalicznych od doskonałości (jak to powiedzielibyśmy ogólnie dziś — zagadnienie defektów sieci) i wpływu na nie zewnętrznych czynników jak temperatura, przyłożone naprężenia mechaniczne. Rentgenowskie badania struktur krystalicznych tworów uwłóknionych (krystalicity celulozy w drewnie), struktura żywic, są to również tematy, którym poświęcono kilka publikacji. Wreszcie w początku lat trzydziestych zostają podjęte prace z zakresu spektroskopii rentgenowskiej badaniami struktury subtelnej krawędzi pochłaniania K . W latach powojennych, gdy badania rentgenowskie ruszyły stosunkowo wcześniej, szereg podjętych wówczas badań stanowi kontynuację i nawiązanie do przedwojennych (badanie struktury drewna i defektów w kryształach). Podjęto jako nowe badanie struktur węgla i kauczuku metodą niskokątowego rozpraszania promieni X .

Jest rzeczą oczywistą, że rozwój fizyki jądrowej, jaki zaznaczył się szczególnie w latach trzydziestych, nie mógł pozostać bez echa na Hożej. Zmontowana zostaje więc przez Sołtana (przy współpracy Jurkiewicza i Cichockiego) pierwsza aparatura przyspieszająca deuterony i wykorzystująca je celem otrzymania szybkich neutronów (przez bombardowanie targetu z ${}^7\text{Li}$). Badano reakcje wywołane przez zderzenia tych neutronów z różnymi jądrami (miedź, srebro, glin, siarka, fosfor). Niestety, wybuch wojny przerwał te prace niemal w zarodku, lecz odbudowa i rozbudowa tych działów została podjęta po wojnie ze stosunkowo dużym nakładem środków.

Profesor Pieńkowski zdawał sobie sprawę z konieczności współpracy między fizyką i techniką. Wiemy, jak trudne jest to zagadnienie i wiemy, że jeszcze

obecnie jesteśmy dalecy od jego pełnego rozwiązania. Jednakże już w latach trzydziestych podjął Pieńkowski współpracę z Polskim Komitetem Oświeceniowym i w ramach tej współpracy Zakład rozpoczął prace pomiarowe nad fotoogniwami, badaniami płytek fotometrycznych itp. Ta gotowość do współpracy z przemysłem i pomocy w trudnych zagadnieniach zaznaczyła się po wojnie, gdy pierwsze urządzenia spektrofotometryczne do podczerwieni znalazły między innymi zastosowanie w kontroli produkcji szkieł ochronnych dla spawaczy i barwnych szkieł sygnałowych dla kolei.

Gdy przerzucą się karty pozólkłych już tomów czasopism, w których publikowane były prace Zakładu, widać, że we wszystkim co się działo w owym czasie w świecie w optyce atomowej i molekularnej zaznaczał się silny i twórczy udział Profesora i kierowanego przezeń Zakładu. Ten udział pozostał w postaci trwałego wkładu do gmachu wiedzy. Jednak ograniczenie się tylko do takiego stwierdzenia jest o wiele za skromne. W dziejach fizyki polskiej okres 1919—1953 będzie na zawsze związany z Jego nazwiskiem. Ze szkoły Stefana Pieńkowskiego wyszło wielu obecnych profesorów wyższych uczelni. Jego wpływ zaważył na wszystkich sprawach związanych z rozwojem nauki polskiej. Wszyscy liczyli się z Jego światłym zdaniem, jako ze zdaniem niekwestionowanego autorytetu.

Zakład na Hożej miał jeszcze jedną cechę, o której nasze uczucia dla Profesora nie pozwalają nam zapomnieć. Dla nas, którzyśmy w tym Zakładzie spędzili długie lata pracując pod kierunkiem profesora Pieńkowskiego, Hoża jest symbolem szkoły — nieraz trudnej i twardej — ale wielkiej, bezkompromisowej szkoły charakteru, szkoły kultu dla uczciwości i prawdy, którą zdobywać można tylko w trudzie i wytrwałej pracy jak widzieliśmy to zawsze na osobistym przykładzie Profesora. Zachowujemy ten przykład w naszej pamięci i w sercu i chcemy realizować nadal Jego wskazania, które zawrzeć można w trzech prostych słowach: Prawda — Nauka — Praca.

Adam Sobiczewski

Zakład Teorii Jądra Atomowego
Instytutu Badań Jądrowych
Warszawa

Potencjał jednocząstkowy dla jąder zdeformowanych

Single-particle Potential for Deformed Nuclei

1. Wstęp

Osiągnięcia modelu powłokowego dla jąder sferycznych wykazały, że efekt oddziaływania wszystkich nukleonów jądra na jeden z nich można w dobrym przybliżeniu zastąpić uśrednionym potencjałem. Za pomocą takiego jednocząstkowego potencjału okazało się możliwe opisać wiele własności jąder, szczególnie w ich stanie podstawowym oraz w stanach o niskiej energii wzbudzenia. Niektóre z tych własności, jak spin i parzystość, opisują się bardzo dobrze, inne zaś, zależące silniej od struktury funkcji falowej, jak momenty magnetyczne czy prawdopodobieństwa przejść, opisują się gorzej. Dla dobrego opisu tych ostatnich własności z reguły należy uwzględnić oddziaływania szczałkowe, tj. tę część oddziaływań pomiędzy nukleonami, która nie została włączona do potencjału jednocząstkowego.

Wobec krótkiego zasięgu oddziaływania jądrowego kształt potencjału jednocząstkowego (rozumiejąc pod tym także jego zależność radialną) powinien pokrywać się z kształtem jądra, tj. z kształtem rozkładu jego gęstości.

Dla jąder sferycznych potencjałem, który stosunkowo dobrze odpowiada temu warunkowi, jest potencjał Woodsa-Saxona. Zastosowanie jego do analizy rozpraszania nukleonów na jądrach (1954 r.), a następnie także do analizy stanów związanych jądra (1956 r.) dało dobre wyniki.

Uogólnienia potencjału jednocząstkowego na przypadek jąder zdeformowanych dokonał Nilsson [1] w roku 1955.

Celem niniejszego wykładu jest omówienie tego potencjału w jego wersji oryginalnej z 1955 r. oraz w wersji nieco zmodyfikowanej [2] z roku 1966.

Omówienie wprowadzonego w ostatnich latach potencjału typu Woodsa-Saxona dla jąder zdeformowanych oraz jego relacji z potencjałem Nilssona jest przedmiotem wykładu dra Grabowskiego.

2. Kształt jąder zdeformowanych

Wobec wspomnianego warunku, że kształt potencjału jednocząstkowego powinien pokrywać się z kształtem jądra, interesujące jest jaki kształt jąder zdeformowanych sugerują dane doświadczalne.

Według dotychczasowych danych, jądra zdeformowane w stanie równowagi możemy uważać za osiowo symetryczne oraz za symetryczne względem płaszczyzny prostopadłej do osi symetrii i przechodzącej przez środek masy jądra.

Powierzchnię stałej gęstości takiego jądra można zapisać

$$R(\vartheta) = R_0[1 + \beta_2 Y_{20}(\vartheta) + \beta_4 Y_{40}(\vartheta) + \beta_6 Y_{60}(\vartheta) + \dots], \quad (1)$$

gdzie ϑ jest kątem mierzonym od osi symetrii jądra.

Do niedawna wyznaczano doświadczalnie jedynie parametr deformacji kwadrupolowej β_2 , dającej główne efekty. Doświadczenia wzbudzeń Coulombowskich dają dla najsilniej zdeformowanych jąder obszaru ziem rzadkich wartość $\beta_2 \approx 0,35$.

Przeprowadzone zupełnie ostatnio oszacowania parametru deformacji heksadekapolowej β_6 dla jąder ziem rzadkich [3] dały $-0,06 \lesssim \beta_4 \lesssim 0,06$, a więc wartości kilkakrotnie razy mniejsze od wartości β_2 . Oszacowania parametru β_6 przeprowadzone w tej samej pracy wypadają z kolei kilkakrotnie razy mniejsze od oszacowań parametru β_4 . Oba te doświadczalne oszacowania opierają się na wynikach pomiaru różniczkowych przekrojów czynnych w nieelastycznym rozpraszaniu cząstek α na jądrach.

Wyniki te pokazują, że deformacja kwadrupolowa jest główną składową deformacji jąder i usprawiedliwiają jednocześnie fakt, że do niedawna ograniczono się tylko do tej składowej. Tutaj my także ograniczymy się do deformacji kwadrupolowej. Deformacja heksadekapolowa została włączona do potencjału jednocząstkowego w pracy [2] i efekt jej na układ poziomów jednocząstkowych został przedyskutowany w pracy [4].

Przy niezbyt dużych deformacjach, jądro zdeformowane kwadrupolowo jest elipsoidą. Warto zauważyć dla orientacji, że największym deformacjom w obszarze ziem rzadkich $\beta_2 \approx 0,35$ odpowiada (przy osiowej symetrii) stosunek dużej półosi elipsoidy do małej $R_z/R_x \approx 1,4$.

3. Potencjał Nilssona

Potencjał jednocząstkowy dla jądra zdeformowanego został przyjęty przez Nilssona jako potencjał zdeformowanego oscylatora harmonicznego uzupełniony członem spin-orbita $Cl \cdot s$ (który w modelu powłokowym pozwolił w sposób naturalny wyjaśnić liczby magiczne) oraz członem DI^2 . Ten ostatni człon ma za zadanie uczynić potencjał pośrednim pomiędzy potencjałem oscylatora harmonicznego a jamą prostokątną. Dokonuje on tego przez obniżanie (przy $D < 0$) poziomów energetycznych o większym orbitalnym momencie pędu

(a więc odpowiadającym bardziej zewnętrznej konfiguracji przestrzennej) w stosunku do poziomów o orbitalnym momencie pędu mniejszym.

Po dodaniu energii kinetycznej pełny hamiltonian Nilssona ma postać

$$H = H_0 + Cl \cdot s + Dl^2, \quad (2)$$

gdzie

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta' + \frac{M}{2} (\omega_x^2 x'^2 + \omega_y^2 y'^2 + \omega_z^2 z'^2).$$

Zmienne x' , y' , z' oznaczają współrzędne nukleonów w układzie związanym z jądrem, a M jest masą nukleonu.

Na oscylatorową część potencjału nakłada się warunek zachowania objętości przy jego deformowaniu

$$\omega_x \omega_y \omega_z = \omega_0^3 = \text{const.} \quad (3)$$

Ma on odzwierciedlać fakt małej ściśliwości materii jądrowej. Naturalnie obecność członów $l \cdot s$ i l^2 warunek ten zaburza.

Zgodnie z punktem 2 dyskutującym kształt jąder zdeformowanych, będziemy zakładali osiową symetrię potencjału. Potencjał bez symetrii osiowej został przedyskutowany w pracy [5].

Wobec warunku (3) kształt potencjału osiowo symetrycznego opisywany jest jednym parametrem. Przedyskutujemy dwa przypadki parametryzacji potencjału związane z dwoma różnymi przybliżeniami, jakie robi się przy diagonalizacji hamiltonianu (2).

3.1. Parametryzacja δ

Wprowadzając parametr deformacji δ równościami

$$\begin{aligned} \omega_x^2 &= \omega_y^2 = \omega_0^2 \left(1 + \frac{2}{3} \delta\right) \\ \omega_z^2 &= \omega_0^2 \left(1 - \frac{4}{3} \delta\right) \end{aligned} \quad (4)$$

dostajemy z warunku (3)

$$\omega_0(\delta) = \omega_0 \left(1 - \frac{4}{3} \delta^2 - \frac{16}{27} \delta^3\right)^{-1/6}. \quad (5)$$

Tak wprowadzony parametr δ związany jest z parametrem deformacji β , wprowadzonym przez Bohra [6], w pierwszym przybliżeniu równością $\delta \approx 0,95\beta$.

Dokonując transformacji do zmiennych bezwymiarowych

$$x = x' \sqrt{\frac{M\omega_0}{\hbar}}, \quad y = y' \sqrt{\frac{M\omega_0}{\hbar}}, \quad z = z' \sqrt{\frac{M\omega_0}{\hbar}} \quad (6)$$

dostajemy

$$H_0 = \overset{\circ}{H}_0 + H_\delta, \quad (7)$$

gdzie

$${}^0H_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0(\delta) [-\Delta + r^2]$$

odpowiada części sferycznej potencjału, a

$$H_\delta = -\frac{1}{3} \delta \hbar \omega_0(\delta) r^2 \sqrt{\frac{16\pi}{5}} Y_{20}$$

poprawce pochodzącej od deformacji.

Po oznaczeniu

$$\kappa = -\frac{1}{2} \frac{C}{\hbar \omega_0}, \quad \mu = \frac{2D}{C}$$

cały hamiltonian (2) zapisuje się

$$H = {}^0H_0 + H_\delta + \kappa \hbar \omega_0 [-2\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \mu l^2]. \quad (8)$$

Jako układ zupełny funkcji (reprezentację), w którym będziemy diagonalizować hamiltonian (8), wybieramy układ funkcji własnych hamiltonianu sferycznego oscylatora harmonicznego 0H_0 , tzn. funkcji spełniających

$${}^0H_0 |Nl\Lambda\Sigma\rangle = \left(N + \frac{3}{2}\right) \hbar \omega_0(\delta) |Nl\Lambda\Sigma\rangle, \quad (9)$$

gdzie N jest główną liczbą kwantową numerującą powłoki, \mathbf{l} — orbitalnym momentem pędu nukleonu, Λ — jego rzutem na oś symetrii jądra, a Σ — rzutem spinu nukleonu na tę oś.

W reprezentacji tej poszczególne człony hamiltonianu (8) mają proste elementy macierzowe:

$$\langle N'l' \Lambda' \Sigma' | l^2 | Nl\Lambda\Sigma \rangle = \delta_{N'N} \delta_{l'l} \delta_{\Lambda'\Lambda} \delta_{\Sigma'\Sigma} l(l+1), \quad (10a)$$

$$\langle N'l' \Lambda' \Sigma' | \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} | Nl\Lambda\Sigma \rangle = \delta_{N'N} \delta_{l'l} \langle l \Lambda' \Sigma' | \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} | l \Lambda \Sigma \rangle, \quad (10b)$$

przy czym w (10b) różne od zera są tylko elementy

$$\langle l, \Lambda \pm 1, \mp | \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} | l, \Lambda, \pm \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{(l \mp \Lambda)(l \pm \Lambda + 1)}$$

$$\langle l, \Lambda, \pm | \mathbf{l} \cdot \mathbf{s} | l, \Lambda, \pm \rangle = \pm \frac{1}{2} \Lambda,$$

a zatem zachowana jest liczba kwantowa $\Omega = \Lambda + \Sigma$ odpowiadająca rzutowi pełnego spinu nukleonu na oś symetrii jądra. Przez + i — oznaczaliśmy tu przypadki $\Sigma = +1/2$ i $\Sigma = -1/2$.

Wreszcie

$$\langle N'l' \Lambda' \Sigma' | r^2 Y_{20} | Nl\Lambda\Sigma \rangle = \delta_{\Lambda'\Lambda} \delta_{\Sigma'\Sigma} \langle N'l' | r^2 | Nl \rangle \langle l' \Lambda' | Y_{20} | l \Lambda \rangle, \quad (10c)$$

gdzie elementy macierzowe operatora Y_{20} wyrażają się przez współczynniki Clebscha-Gordana

$$\langle l' \Lambda' | Y_{20} | l \Lambda \rangle = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \sqrt{\frac{2l+1}{2l'+1}} (l2 \Lambda 0 | l' \Lambda) (l2 0 0 | l' 0),$$

zaś elementy macierzowe operatora r^2 są różne od zera tylko dla $N' = N, N \pm 2$ i $l' = l, l \pm 2$.

Cały zatem hamiltonian (8) zachowuje jedynie rzut momentu pędu nukleonu na oś symetrii jądra $\Omega = \Lambda + \Sigma$. W szczególności sprzężanie się różnych powłok N poprzez operator r^2 nie pozwala na dokładną diagonalizację hamiltonianu.

Przybliżeniem, jakie zrobił Nilsson przy diagonalizacji, było pominięcie elementów $\langle N \pm 2, l' | r^2 | N, l \rangle$. W tym przybliżeniu N staje się dobrą liczbą kwantową dla hamiltonianu (8) i diagonalizacja pełnej, uprzednio nieskończonej macierzy sprowadza się do oddzielnego diagonalizowania klatek o zadanych liczbach N i Ω . Przy zadanym N największy wymiar takiej klatki występuje przy $\Omega = 1/2$ i wynosi $N+1$.

Energie własne w omówionym przybliżeniu są

$$e^{N\Omega a} = \left(N + \frac{3}{2} \right) \hbar \omega_0 + \kappa \hbar \omega_0 r_a^{N\Omega}, \quad (11)$$

a funkcje własne

$$|N\Omega a\rangle = \sum_l \{ a_{l, \Omega-1/2}^{N\Omega a} |N, l, \Omega-1/2, +\rangle + a_{l, \Omega+1/2}^{N\Omega a} |N, l, \Omega+1/2, -\rangle \}, \quad (12)$$

gdzie $l = N, N-2, N-4, \dots, \Lambda$ lub $\Lambda+1$ zależnie od tego czy N i Λ są tej samej parzystości, czy przeciwnej. W (11) i (12) a oznacza wszystkie liczby kwantowe poza N i Ω .

W pracy [1] zostały wyliczone i stabularyzowane, dla kilku wartości deformacji, zarówno wielkości $r_a^{N\Omega}$, jak i współczynniki rozkładu funkcji falowych $a_{l\Lambda}^{N\Omega a}$ ($\Lambda = \Omega \pm \frac{1}{2}$) w bazie funkcji własnych oscylatora sferycznego. Parametry κ i μ potencjału zostały dobrane tak, by przede wszystkim możliwie dobrze reprodukować doświadczalną sekwencję poziomów jednocząstkowych przy $\delta = 0$, podaną i przedyskutowaną z punktu widzenia modelu powłokowego w pracy [7]. Okazało się, że wymaga to używania różnych wartości parametru μ dla różnych powłok.

3.2. Parametryzacja ε

Dokonyjmy w hamiltonianie (2) transformacji zmiennych trochę innej niż (6), a mianowicie

$$\xi = x' \sqrt{\frac{M\omega_x}{\hbar}}, \quad \eta = y' \sqrt{\frac{M\omega_y}{\hbar}}, \quad \zeta = z' \sqrt{\frac{M\omega_z}{\hbar}} \quad (6a)$$

oraz wprowadźmy trochę inny od δ parametr deformacji ε poprzez równości

$$\begin{aligned} \omega_x = \omega_y = \omega_0(\varepsilon) \left(1 + \frac{1}{3} \varepsilon \right) \\ \omega_z = \omega_0(\varepsilon) \left(1 - \frac{2}{3} \varepsilon \right). \end{aligned} \quad (4a)$$

Z warunku zachowania objętości (3) dostajemy

$$\omega_0(\varepsilon) = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{3} \varepsilon^2 - \frac{2}{27} \varepsilon^3\right)^{-1/3}. \quad (5a)$$

Część oscylatorowa potencjału (2) zapisze się wtedy

$$H_0 = \overset{0}{H}_0 + H_\varepsilon, \quad (7a)$$

gdzie

$$\overset{0}{H}_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega_0(\varepsilon) [-\Delta + \varrho^2]$$

odpowiada części sferycznej potencjału, a

$$H_\varepsilon = \frac{1}{6} \varepsilon \hbar \omega_0(\varepsilon) \left[\left(-\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \xi^2 \right) + \left(-\frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \eta^2 \right) - 2 \left(-\frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} + \zeta^2 \right) \right]$$

— poprawce pochodzącej od deformacji. W (7a) Δ_ξ oznacza laplasjan zapisany w zmiennych ξ , η i ζ , a $\varrho^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$.

Cały hamiltonian (2) przybiera postać

$$H = H_0 + C \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{s} + D \mathbf{l}_i^2 + H_{\text{pert}}, \quad (2a)$$

gdzie

$$H_{\text{pert}} = C(\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \mathbf{l}_i \cdot \mathbf{s}) + D(\mathbf{l}^2 - \mathbf{l}_i^2),$$

a \mathbf{l}_i oznacza operator orbitalnego momentu pędu zapisany w przetransformowanych („transformed“ — stąd oznaczenie) nowych zmiennych ξ , η , ζ .

Z (7a) widać, że przy parametryzacji ε do członu hamiltonianu pochodzącego od deformacji H_ε wchodzi część energii kinetycznej, a nie tylko energia potencjalna, jak to miało miejsce w reprezentacji δ . Okazuje się to korzystne, gdyż w reprezentacji funkcji własnych $|N_i \mathbf{l}_i A_i \Sigma\rangle$ oscylatora sferycznego $\overset{0}{H}_0$ z (7a)

$$\overset{0}{H}_0 |N_i \mathbf{l}_i A_i \Sigma\rangle = \hbar \omega_0(\varepsilon) \left(N_i + \frac{3}{2} \right) |N_i \mathbf{l}_i A_i \Sigma\rangle, \quad (9a)$$

człon H_ε ma elementy macierzowe

$$\begin{aligned} \langle N'_i \mathbf{l}'_i A'_i \Sigma' | H_\varepsilon | N_i \mathbf{l}_i A_i \Sigma \rangle = \\ = -\delta_{N'_i N_i} \frac{1}{3} \varepsilon \hbar \omega_0(\varepsilon) \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \langle N'_i \mathbf{l}'_i A'_i \Sigma' | \varrho^2 Y_{20} | N_i \mathbf{l}_i A_i \Sigma \rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

Zatem elementy macierzowe niediagonalne w liczbie N_i są równe zeru, a diagonalne w N_i są identyczne z odpowiednimi elementami operatora H_0 przy parametryzacji δ . Jest bezpośrednio widoczne także, że elementy macierzowe operatorów $\overset{0}{H}_0$, $\mathbf{l}_i \cdot \mathbf{s}$ i \mathbf{l}_i^2 przy parametryzacji ε są równe odpowiednim elementom macierzowym operatorów $\overset{0}{H}_0$, $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ i \mathbf{l}^2 przy parametryzacji δ .

Oznacza to, że jeśli pominąć człon H_{pert} w hamiltonianie (2a), to wszystkie wyniki otrzymane przy parametryzacji δ z pominięciem elementów operatora H_δ niediagonalnych w N można wykorzystać przy parametryzacji ε zamieniając w tych wynikach jedynie δ na ε i $\omega_0(\delta)$ na $\omega_0(\varepsilon)$.

Z dokładnością do wyrazów kwadratowych relacja pomiędzy parametrami ε i δ jest

$$\varepsilon = \delta + \frac{1}{6}\delta^2. \quad (14)$$

Pozostaje jedynie kwestia, które z przybliżeń jest lepsze. Czy przybliżenie pomijania elementów operatora H_δ niediagonalnych w N , robione przy parametryzacji δ , czy też przybliżenie zaniebywania H_{pert} przy parametryzacji ε .

Okazuje się, że H_{pert} (w pierwszym rzędzie ε) ma różne od zera tylko elementy niediagonalne w N , łączące powłoki N i $N \pm 2$ (tj. tylko takie elementy, jakie były opuszczane dla H_δ), ale że są one o rząd mniejsze od odpowiednich elementów operatora H_δ . Z tego względu wydaje się, że parametryzacja ε jest lepsza i ona głównie jest obecnie stosowana.

Wiele szczegółów dotyczących parametryzacji ε przedyskutowanych zostało w Dodatku A pracy [1], gdzie po raz pierwszy została ona wprowadzona.

4. Przypadek dużych deformacji

W dalszych rozważaniach będziemy używali wyłącznie parametryzacji ε . Będziemy mogli zatem pomijać wskaźnik „t” przy odpowiednich liczbach kwantowych, odróżniający tę parametryzację od parametryzacji δ .

Weźmy potencjał samego trójosiowego oscylatora harmonicznego H_0 . Energie własne jego są

$$e_0 = \hbar\omega_x(n_x + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_y(n_y + \frac{1}{2}) + \hbar\omega_z(n_z + \frac{1}{2}),$$

gdzie n_x , n_y , n_z są liczbami kwantowymi odpowiadającymi współrzędnym ξ , η , ζ (6a) wzdłuż osi Ox , Oy , Oz .

Przy parametryzacji ε (i osiowej symetrii) daje to

$$e_0^{Nn_z} = \hbar\omega_0(\varepsilon) \left[\left(N + \frac{3}{2} \right) - \varepsilon \frac{3n_z - N}{3} \right], \quad (15)$$

gdzie $N = n_x + n_y + n_z$.

Układ funkcji własnych $|n_x\rangle|n_y\rangle|n_z\rangle|\Sigma\rangle$ może być zastąpiony układem funkcji

$$|Nn_z A\Sigma\rangle, \quad (16)$$

gdzie $n_z = 0, 1, 2, \dots, N$, a $A = \pm n_\perp, \pm(n_\perp - 2), \dots, \pm 1$ lub 0 zależnie od parzystości n_\perp . Oznaczaliśmy tu $n_\perp = N - n_z$.

Powstaje pytanie jak silnie wartości własne (15) i funkcje własne (16) czystego oscylatora H_0 modyfikowane są przez człony $\mathbf{l} \cdot \mathbf{s}$ i \mathbf{l}^2 pełnego hamiltonianu Nilssona

$$H = H_0 + \kappa \hbar \omega_0 [-2\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \mu \mathbf{l}^2]. \quad (8a)$$

Okazuje się, że wpływ tych członów maleje ze wzrostem deformacji i już przy $\varepsilon \approx 0,3$, tj. przy deformacjach jakie występują u jąder aktynowców i ziem rzadkich, pokrywanie się funkcji własnych czystego oscylatora harmonicznego H_0 z odpowiednimi funkcjami własnymi pełnego hamiltonianu Nilssona (8a) wynosi z reguły więcej niż 70%.

Stanowi to podstawę dla następujących trzech faktów:

1. Liczby n_z i Λ są dla jąder zdeformowanych w przybliżeniu dobrymi liczbami kwantowymi. Można zatem z ich pomocą (oraz za pomocą liczb N i Ω) ustalić reguły wyboru dla przejść jednocząstkowych. Reguły takie podane przez Alagę [8] dla przejść elektromagnetycznych i przejść β były następnie i są nadal szeroko stosowane do interpretacji wyników doświadczalnych (patrz np. [9]).

2. Czasami jako dogodną reprezentację dla funkcji Nilssonowskich używa się funkcji oscylatora zdeformowanego $|Nn_z \Lambda \Sigma\rangle$ (patrz [10]), a nie sferycznego $|N\Lambda \Sigma\rangle$, tzn. stosuje się rozkład

$$|N\Omega \alpha\rangle = \sum_{n_z, \Lambda} a_{n_z, \Lambda}^{N\Omega \alpha} |Nn_z \Lambda \Sigma\rangle, \quad (17)$$

przy $\Lambda = \Omega \pm 1/2$.

Dostaje się wtedy, że dla dużych deformacji jeden współczynnik jest znacznie większy od pozostałych. Daje to jeden ze sposobów przypisania każdemu poziomowi Nilssonowskiemu liczb kwantowych N , n_z , Λ i Σ .

3. Najczęściej oznacza się stany Nilssonowskie liczbami kwantowymi $Nn_z \Lambda \Sigma$ (np. 431 \uparrow , gdzie strzałka w górę oznacza $\Sigma = +1/2$) lub równoważnie $\Omega \pi [Nn_z \Lambda]$ (np. 3/2 + [431]), gdzie

$$\pi = \begin{cases} + & \text{dla } N \text{ parzystych} \\ - & \text{dla } N \text{ nieparzystych.} \end{cases}$$

Ponieważ liczby n_z , Λ i Σ są dobrymi liczbami kwantowymi tylko w granicy dużych deformacji, liczby te i całe oznaczenie nazywają się asymptotycznymi.

5. Nowa wersja potencjału Nilssona

Widzieliśmy powyżej, że przy dopasowywaniu poziomów Nilssona do doświadczenia należało brać wartości parametru μ różne dla różnych powłok. Okazało się przy tym, że dla niektórych poziomów nie wystarcza tego i należy je jeszcze dodatkowo przesunąć (patrz np. [9]). Gustafson, Lamm, Nilsson i Nilsson [2] pokazali, że można tych kłopotów uniknąć modyfikując nieco

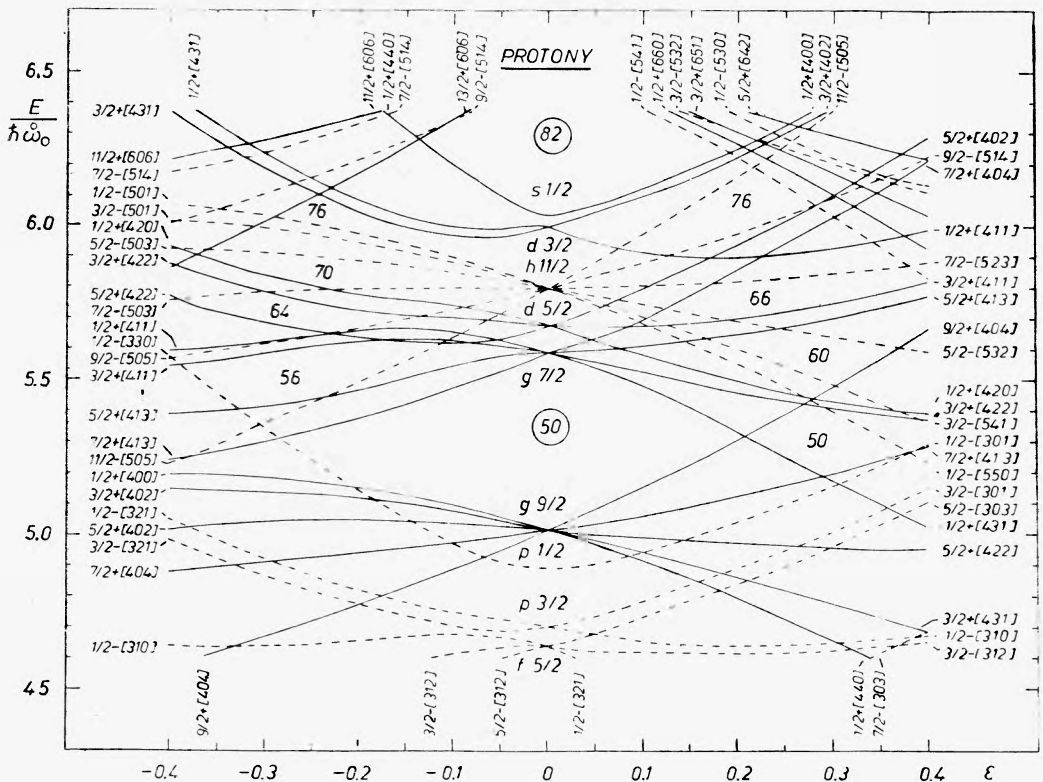
potencjał jednocząstkowy (2). Wystarczy mianowicie człon l^2 zastąpić członem $(l^2 - \langle l^2 \rangle_N)$, by móc odtworzyć doświadczalną sekwencję poziomów jednocząstkowych z pomocą jednej wartości κ i μ dla wszystkich powłok i bez potrzeby dodatkowych przesunięć poziomów. Oprócz zmniejszenia liczby swobodnych parametrów ma to także to znaczenie, że funkcje falowe dowolnych dwu różnych stanów są teraz do siebie ortogonalne.

Nowa wersja potencjału Nilssona ma więc postać

$$H = H_0 + \kappa \hbar \omega_0 [-2\mathbf{l} \cdot \mathbf{s} - \mu(l^2 - \langle l^2 \rangle_N)]. \quad (8n)$$

Dodany człon $\langle l^2 \rangle_N = \frac{1}{2}N(N+3)$ jest średnią wartością operatora l^2 na wszystkich stanach powłoki N . Ma on za zadanie utrzymać stałą odległość pomiędzy „środkami ciężkości“ poszczególnych powłok i równą odległości takiej, jaka jest w przypadku czystego oscylatora harmonicznego, tj. $\hbar \omega_0$. Obecność samego tylko członu l^2 powoduje (przy $\mu > 0$) zmniejszenie tej odległości i to tym silniejsze, im wyższa powłoka N .

Rys. 1 podaje przykład poziomów jednocząstkowych odpowiadających nowej wersji potencjału Nilssona, wyliczonych w szerokim zakresie deformacji $-0,4 \leq \varepsilon \leq 0,4$, a zaczerpnięty tu z pracy [11].



Rys. 1. Układ poziomów jednocząstkowych dla protonów z obszaru $50 < Z < 82$, wyliczony z nową wersją potencjału Nilssona (z członem $\langle l^2 \rangle_N$) przy parametrach $\kappa = 0,0637$ i $\mu = 0,60$
Postępy Fizyki, Tom XX, Zeszyt 6

Dla obliczeń energii i funkcji własnych Nilssona istnieją obecnie gotowe procedury. Procedura sporządzona w języku Algol na maszynę cyfrową GIER podana jest w pracy [12]; daje ona możliwość obliczeń zarówno ze starą wersją potencjału Nilssona jak i z nową, a także możliwość włączenia do tego potencjału deformacji heksadekapolewej.

6. Parametry potencjału Nilssona

Jak widać z (8n) w hamiltonianie Nilssona mamy dwa swobodne parametry: κ i μ . Traktujemy je jako czysto fenomenologiczne dobierając je tak, by reprodukowały doświadczalną kolejność poziomów jednocząstkowych. W wyniku takiego doboru dla dwu znanych doświadczalnie obszarów jąder zdeformowanych: ziem rzadkich ($50 < Z < 82$, $82 < N < 126$) oraz aktynowców ($Z > 82$, $N > 126$) otrzymano w pracy [2]

$$\left. \begin{array}{l} \kappa_p = 0,0637, \quad \mu_p = 0,60 \\ \kappa_n = 0,0637, \quad \mu_n = 0,42 \end{array} \right\} \text{ ziemie rzadkie}$$

$$\left. \begin{array}{l} \kappa_p = 0,0577, \quad \mu_p = 0,65 \\ \kappa_n = 0,0635, \quad \mu_n = 0,325 \end{array} \right\} \text{ aktynowce, (18)}$$

gdzie wskaźniki p i n odnoszą się odpowiednio do protonów i neutronów.

Ta czysta empiryczność parametrów κ i μ , brak wiedzy o ich zależności od Z i N , jest wadą potencjału Nilssona. Każda ekstrapolacja tych parametrów na obszary nie zbadane dotychczas doświadczalnie jest kłopotliwa i mało wiarygodna.

Energię oscylatora harmonicznego $\hbar\omega_0^0$ występującą w hamiltonianie (8n) wyznaczamy z warunku odtwarzania doświadczalnego średniego kwadratu promienia $\langle r^2 \rangle \approx \frac{3}{5}(1,2 A^{1/3} \text{ fm})^2$. Przy założeniu $Z = N = A/2$ daje to

$$\hbar\omega_0^0 \approx 41 A^{-1/3} \text{ MeV. (19)}$$

Uogólnienie na przypadek $N \neq Z$, przy żądaniu

$$\langle r_n^2 \rangle = \langle r_p^2 \rangle, \quad (20)$$

daje zależność $\hbar\omega_0^0$ od nadmiaru neutronów $\alpha = (N - Z)/A$

$$\hbar\omega_0^0(\alpha) = \hbar\omega_0^0(0) \left[1 \pm \frac{1}{3} \alpha \right], \quad (21)$$

gdzie $+$ i $-$ odnoszą się odpowiednio do neutronów i protonów.

Warto zwrócić uwagę, że warunek (20) nie jest dobrze ugruntowany. Wiele danych wydaje się wskazywać, że średni kwadrat promienia rozkładu neutronów jest większy niż protonów [13].

Abstract: The Nilsson single-particle potential for deformed nuclei both in its original (1955) and in the latest (1966) versions, is discussed.

Literatura

- [1] S. G. Nilsson, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **29**, No. 16 (1955).
- [2] C. Gustafson, I. L. Lamm, B. Nilsson, S. G. Nilsson, *Proc. of the Int. Symp.*, Lysekil 1966, Almqvist and Wiksell, Stockholm 1967, str. 613; *Ark. Fys.*, **36**, 613 (1967).
- [3] D. L. Hendrie, N. K. Glendenning, B. G. Harvey, O. N. Jarvis, H. H. Duham, J. Saudinos, J. Mahoney, *Phys. Letters*, **26B**, 127 (1968).
- [4] S. G. Nilsson, *Lectures „Nucleonic structure of equilibrium and fission deformations“*, Int. School of Physics, Varenna 1967.
- [5] T. D. Newton, *CRT-886, AECL No. 953* (1960); *Can. J. Phys.*, **38**, 700 (1960).
- [6] A. Bohr, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **26**, No. 14 (1952).
- [7] P. F. A. Klinkenberg, *Rev. Mod. Phys.*, **24**, 63 (1952).
- [8] G. Alaga, *Phys. Rev.*, **100**, 432 (1955); *Nuclear Phys.*, **4**, 625 (1957).
- [9] B. R. Mottelson, S. G. Nilsson, *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, **1**, No. 8 (1959).
- [10] A. J. Rassey, *Phys. Rev.*, **109**, 949 (1958).
- [11] D. A. Arseniew, A. Sobiczewski, W. G. Sołowjew, *Nuclear Phys.*, **A126**, 15 (1969).
- [12] M. Zielińska-Pfabé, W. Grochulski, *Raport IBJ No. 854/VII/PL*, Warszawa 1967.
- [13] G. W. Greenless, G. J. Pyle, Y. C. Tang, *Phys. Rev. Letters*, **17**, 33 (1966); E. H. S. Burhop, *Nuclear Phys.*, **B1**, 438 (1967).

Jan Olszewski

Instytut Fizyki UJ
Kraków

Grupy dynamiczne i nieskończone multiplety w teorii hadronów. Część I. Model oparty na konforemnej grupie $O(4,2)$

Dynamic Groups and Infinite Multiplets in Hadron Theory

Wstęp

W ciągu ostatnich kilkunastu lat odkryto olbrzymią ilość nowych faktów w dziedzinie fizyki cząstek elementarnych. Odkrycia te doprowadziły, zwłaszcza w dziedzinie cząstek silnie oddziałujących, hadronów, do bardzo poważnych trudności w zakresie teorii tych zjawisk. Chociaż jedyna dotychczasowa teoria cząstek elementarnych, kwantowa teoria pól, od dawna już borykała się z wieloma podstawowymi trudnościami, to w ostatnim okresie trudności te, mimo pewnych osiągnięć tzw. aksjomatycznej teorii pól, wzrosły tak znacznie, że można nabrać przekonania o nieadekwatności dotychczas stosowanych metod teoretycznych, przynajmniej w zakresie cząstek silnie oddziałujących. Przekonanie to zdają się sugerować następujące fakty:

1. Olbrzymią większość odkrytych do dziś hadronów stanowią cząstki nietrwałe, których średni czas życia waha się od kilkunastu minut (dla swobodnego neutronu) poprzez czasy rzędu 10^{-8} — 10^{-10} sek dla cząstek „meta-trwałych“, tzn. rozpadających się wyłącznie poprzez oddziaływania słabe (hiperony Λ , Σ i Ξ , mezony π i K , cząstka Ω^-), aż do „rezonansów“ barionowych i mezonowych, rozpadających się poprzez oddziaływania silne, z czasem rzędu 10^{-22} sek. Fakty te wyraźnie wskazują na to, że leżący u podstawy teorii pól obraz cząstki jako tworzywa elementarnego, stabilnego, o ściśle określonej masie (energii), jest niezmiernie odległy od rzeczywistych własności hadronów, które raczej wykazują podobieństwo do stanów wzbudzonych pewnej złożonej struktury o określonej (na razie zupełnie nieznannej) „wewnętrznej dynamice“, której zewnętrznymi (mierzalnymi) przejawami są takie wielkości (parametry), jak: masa („energia wzbudzenia“), spin, parzystość, ładunek, moment magnetyczny (anomalny), a również np. różne postaci form-faktorów, względnie „funkcji wierzchołkowych“, odzwierciedlające zachowanie się tej struktury wobec od-

działań zewnętrznych. Wszystkie te wielkości wymagają wytłumaczenia, tzn. teorii pozwalającej przewidzieć ich możliwe (dyskretne) wartości, względnie wyprowadzić odpowiednie funkcyjne zależności, podczas gdy w konwencjonalnej, lokalnej teorii pól większość tych wielkości przyjmuje się w charakterze zadanych parametrów, bez jakiegokolwiek ich objaśnienia.

2. Obok wyżej wspomnianych wielkości hadrony charakteryzują się szeregiem dalszych, jak: liczba barionowa B , izospin I (i jego rzut I_3), hyperładunek Y (względnie dziwność $S = -B + Y$), z którymi wiążą się ściśle określone prawa zachowania, a więc których obiektywny charakter nie ulega już dziś wątpliwości. W dotychczasowej, konwencjonalnej teorii pól, pierwszą grupę parametrów wiąże się z własnościami „czasoprzestrzennymi“ cząstki, podczas gdy drugą — z bliżej nieokreślonymi „wewnętrznymi stopniami swobody“, przy czym w teorii tej podział ów jest niezwykle ostry, gdyż pierwsza grupa parametrów odgrywa w niej rolę bardzo istotną (wiąże się bowiem z reprezentacjami grupy Poincarè'go), zaś druga grupa bywa zwykle po prostu ignorowana.

Taki podział własności hadronów jest całkowicie nieuzasadniony, gdyż między obu grupami wielkości istnieją związki, wyrażające się np. wzorem Gell-Manna-Nishijimy: $q = I_3 + Y/2$, lub zależnością masy cząstki od jej „wewnętrznych“ parametrów (wzory masowe, np. Gell-Manna-Okubo i inne). Wprawdzie zależności te uzyskane zostały dotychczas jedynie na drodze empirycznej lub półempirycznej, jednak sytuacja w dziedzinie hadronów coraz bardziej przypomina sytuację w dziedzinie spektroskopii atomowej lub jądrowej, gdzie „poziomy energetyczne“ (dla hadronów — masy cząstek) pewnego układu złożonego dają się obliczyć na podstawie pewnego dynamicznego modelu tego układu i sparametryzować pewnym zbiorem liczb kwantowych, wynikających z grupy symetrii (ściślej lub przybliżonej) tego układu i jego wewnętrznych oddziaływań.

3. W przeciwieństwie do całkowitej bezsilności i nieefektywności konwencjonalnej (a również i aksjomatycznej) teorii pól w dziedzinie hadronów oraz procesów wysokoenergetycznych, duże sukcesy w ostatnich latach odnoszą różnego typu teorie modelowe (zob. przegląd tych teorii w artykułach [1]—[5]). Można by je podzielić, z grubsza biorąc, na trzy grupy:

A. Fenomenologiczne teorie macierzy S (lub amplitud reakcji, przeważnie dwuciałowych). Dostarczają one szeregu związków między amplitudami (a przez to i przekrojami czynnymi, szerokościami rozpadów, polaryzacjami itp.) różnych reakcji między hadronami, włączając niekiedy również oddziaływania elektromagnetyczne lub słabe i oparte są na założeniach odnośnie do analitycznych i asymptotycznych własności amplitud oraz na unitarności macierzy S . Wśród tych teorii największą rolę odgrywa ostatnio model biegunów Regge'go, oraz założenia „superzbieżności“ prowadzące do szeregu „reguł sum“, opartych o relacje dyspersyjne.

B. Teorie oparte na pewnych modelach „struktury“ hadronów, względnie modelach oddziaływań („prądów“). W pierwszej grupie największe sukcesy

zdobył model kwarków, zaś w drugiej — tzw. algebra prądów, wraz z szeregiem dodatkowych hipotez, jak np. hipoteza PCAC (częściowego zachowania prądu osiowo-wektorowego). Obie wspomniane teorie bazują na tzw. *symetrii* $SU(3)$, pojętej jako przybliżona symetria „wewnętrznych“ stopni swobody i „wewnętrznych“ oddziaływań. Aczkolwiek teorie tej grupy wprowadzają szereg nowych elementów uwzględniających specyfikę złożonej struktury hadronów, to jednak w wielu punktach posługują się one również pojęciami i metodami teorii konwencjonalnej. I tak w różnych wariantach modelu kwarków traktuje się kwarki jako istotnie „elementarne“ cząstki, w sensie konwencjonalnej teorii pól, a więc cząstki, które posiadając większość „normalnych“ cech, takich jak: własności czasoprzestrzenne, masa, spin, parzystość itp. powinny by istnieć jako realne cząstki swobodne (o ładunku ułamkowym), choć dotychczas nie zostały wykryte mimo usilnych poszukiwań w ciągu ostatnich lat. Algebra prądów posługuje się natomiast szeregiem pojęć i metod konwencjonalnej teorii pól, m. in. pojęciem gęstości prądu jako funkcji współrzędnych i czasu, formułą redukcyjną wyprowadzoną z teorii pól itp.

C. Teorie usiłujące przedstawić zarówno „wewnętrzną strukturę“ hadronów, jak i ich „zewnętrzne“ oddziaływania w języku algebraicznym względnie grupowo-teoretycznym.

Teorie te są przedmiotem niniejszego artykułu. Wspólną ich cechą jest posługiwanie się niezwartymi grupami, względnie niezwartymi algebrami Lie'go, oraz ich nieskończenie-wymiarowymi, unitarnymi reprezentacjami, przy czym przestrzeń takiej reprezentacji identyfikuje się z przestrzenią Hilberta stanów złożonego układu kwantowego, realizującego się (w różnych swoich stanach) w postaci nieskończonej rodziny (nieskończonego multipletu) hadronów¹.

Śród różnych wariantów tych teorii omówimy dwa, dość wyraźnie różniące się od siebie. Pierwszy z nich jest wzorowany na algebraiczno-grupowej teorii nierelatywistycznego atomu wodoru, opartej na konforemnej grupie $O(4,2)$ i został sformułowany w latach 1967—68 w szeregu prac [6]—[12] Baruta i jego współpracowników. Nosi on charakter fenomenologiczny i poza wspomnianą analogią z teorią atomu wodoru, oraz argumentami prostoty,

¹ Takie niezwarne grupy (względnie ich algebry Lie'go) zostały nazwane grupami dynamicznymi. Nazwa ta ma odzwierciedlać ich (wspomnianą wyżej) własność dostarczania nieskończonych multipletów, odpowiadających stanom pewnego (złożonego) układu kwantowego, którego wewnętrzna dynamika, determinująca te stany, jest przy pomocy grupy dynamicznej w pewien sposób (być może, częściowo) opisana. Dynamiczny charakter tych grup przejawia się wszechstronnie, jeśli dostarczają one również pełnego zbioru obserwabl (poprzez ich algebrę Lie'go) realizujących się, w ramach określonej reprezentacji, w postaci zbioru (nieskończonych) macierzy, w szczególności, jeśli wśród tych obserwabl znajdują się prądy określające zewnętrzne oddziaływania układu kwantowego. W takim właśnie szerszym sensie grupa $O(4,2)$ jest dynamiczną grupą nierelatywistycznego atomu wodoru i w takim sensie Barut i wsp. próbują ją wykorzystać do relatywistycznego opisu hadronów (zob. § 2).

brak mu głębszego uzasadnienia. Mimo to zasługuje na uwagę ze względu na szereg wyników dość dobrze zgadzających się z doświadczeniem, oraz ze względu na konsekwentne unikanie konwencjonalnych metod teorii pól i obrazu czasoprzestrzennego. Dlatego został dość dokładnie opisany w niniejszej, pierwszej, części artykułu.

Drugi wariant, wiążący się głównie z nazwiskami C. Fronsdala i Y. Nambu (zob. np. prace [13]—[16]), próbuje wykorzystać do sformułowania zarówno wewnętrznej, jak i zewnętrznej dynamiki złożonego układu kwantowego (rodziny hadronów) metodę relatywistycznych równań falowych i kwantowej teorii pól, przy czym niekonwencjonalność jego metod polega na tym, że odpowiednie funkcje falowe (względnie pola) należą do unitarnych, nieskończenie-wymiarowych reprezentacji grup niezwartych. Wariant ten zapoczątkowany został przez próby relatywistycznego uogólnienia symetrii SU(3) i SU(6) i opierał się na pół-prostym iloczynie P . SL(6, C) grupy Poincarégo przez grupę SL(6, C) (zob. np. [13], [14]). Obecnie uwaga została skoncentrowana na prostszych przypadkach, w których jako grupa niezwarła występuje znów konforemna grupa $O(4,2)$ (zob. np. [15], [16]).

Prace należące do drugiego wariantu będą przedmiotem drugiej części niniejszego artykułu.

§ 1. Konforemna grupa $O(4,2)$ jako dynamiczna grupa atomu wodoru

1.1. Grupa $O(4)$ jako grupa symetrii potencjału kulombowskiego

Już w latach 1930 odkryto (zob. [17]—[19]), że potencjał kulombowski, $\frac{1}{r}$, obok oczywistej symetrii obrotowej (grupa $O(3)$ symetrii) posiada symetrię dodatkową, powodującą, że nierelatywistyczny atom wodoru wykazuje „przypadkową” degenerację swoich związanych stanów energetycznych przejawiającą się w tym, że energie tych stanów zależą jedynie od głównej liczby kwantowej n , a nie zależą od liczb kwantowych l , m , przy czym dla danego n , $l = 0, 1, \dots, n-1$, $m = 0, \pm 1, \dots, \pm l$. Stopień tej degeneracji wynosi $\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2$ (nie uwzględniając spinu elektronu). Okazało się, że grupą symetrii tego potencjału jest grupa $O(4)$, zawierająca $O(3)$ jako podgrupę. Pokażemy to w dużym skrócie.

Hamiltonian atomu wodoru, w jednostkach $m_{el} = \hbar = e = 1$ ma postać

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{P}^2 - \frac{1}{r}, \quad (1.1)$$

gdzie $\mathbf{P}(p_x, p_y, p_z)$ jest operatorem pędu elektronu względem jądra (protonu), o którym zakładamy, że jest nieskończenie ciężkie i znajduje się w spoczynku w p. 0.

Wprowadźmy, obok znanego operatora krętu

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \quad (1.2)$$

(operatorowy) wektor Lenza²:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\sqrt{-2H}} \left[\frac{1}{2} (\mathbf{L} \times \mathbf{p} - \mathbf{p} \times \mathbf{L}) + \frac{\mathbf{r}}{r} \right]. \quad (1.3)$$

Można teraz pokazać, że:

1) zachodzą relacje przestawiania

$$[L_i, M_j] = ie_{ijk} M_k \quad (1.4')$$

$$[M_i, M_j] = ie_{ijk} L_k \quad (1.4'')$$

a więc operatory:

$$\mathbf{I} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} + \mathbf{M}) \quad (1.5')$$

$$\mathbf{K} = \frac{1}{2} (\mathbf{L} - \mathbf{M}) \quad (1.5'')$$

spełniają relacje przestawiania

$$[I_k, I_l] = ie_{klm} I_m \quad (1.6')$$

$$[K_k, K_l] = ie_{klm} K_m \quad (1.6'')$$

$$[I_k, K_l] = 0, \quad \text{dla dowolnych } k, l = 1, 2, 3 \quad (1.6''')$$

i tworzą parę wzajemnie przemiennych „operatorów krętowych“, generując więc algebrę Lie’go iloczynu prostego $0(3) \times 0(3)$, który, jak dobrze wiadomo, jest lokalnie izomorficzny z grupą $0(4)$ (tzn. algebra Lie’go grupy $0(4)$ jest półprosta i rozpada się na prostą sumę dwóch prostych algebr $0(3)$).

2) Operator Hamiltona (1.1) da się przedstawić w postaci:

$$H = -\frac{1}{2} (\mathbf{L}^2 + \mathbf{M}^2 + 1)^{-1} = -\frac{1}{4} (\mathbf{I}^2 + \mathbf{K}^2 + \frac{1}{2})^{-1}. \quad (1.7)$$

Jeśli więc, jako bazę reprezentacji grupy $0(4)$ przyjąć zbiór wspólnych wektorów własnych $|i_3 k_3\rangle$ operatorów $\mathbf{I}^2, I_3; \mathbf{K}^2, K_3$, to w bazie tej operator H będzie diagonalny, a jego wartości własne wyrażą się poprzez liczby kwantowe (i, k) w postaci:

$$E_{i,k} = -\frac{1}{4} \left[i(i+1) + k(k+1) + \frac{1}{2} \right]^{-1} = -\frac{1}{4 \left[(i + \frac{1}{2})^2 + (k + \frac{1}{2})^2 \right]}. \quad (1.8)$$

Nieredukowalne reprezentacje grupy $0(4)$ są określone przez wartości własne dwóch operatorów Casimira (zob. np. [20])

$$C_1 = \frac{1}{2} (\mathbf{L}^2 + \mathbf{M}^2) = \mathbf{I}^2 + \mathbf{K}^2 \quad (1.9')$$

$$C_2 = \mathbf{L} \cdot \mathbf{M} = \mathbf{I}^2 - \mathbf{K}^2. \quad (1.9'')$$

² Definicja (1.3) ma sens, gdy operator \mathbf{M} działa na stany związane o określonej (ujemnej) energii $E < 0$. Wtedy w miejsce operatora H podstawiamy jego wartość własną E w danym stanie.

Ale z postaci (1.3) wektora Lenza wynika, że $L \cdot M = 0$, zatem stany atomu wodoru będą opisywane przez reprezentacje grupy $0(4)$, dla których $C_2 = 0$, czyli $I^2 = K^2$ ($i = k$), a więc $C_1 = 2I^2$ i wartości własne operatora C_1 są równe $2i(i+1)$. Oznaczając tę reprezentację przez $D(i, i) \equiv D(i)$ otrzymujemy wartość energii w dowolnym stanie reprezentacji $D(i)$ równą:

$$E_i = -\frac{1}{8(i+\frac{1}{2})^2} = -\frac{1}{2n^2} \equiv E_n, \quad (1.10)$$

gdzie

$$n = 2i + 1 \quad (1.11)$$

jest główną liczbą kwantową. Wzór (1.10) pokrywa się ze znanym wzorem Rydberga-Bohra. Ponieważ reprezentacji $D(n)$ odpowiada $i = k = \frac{1}{2}(n-1)$, więc wymiar jej wynosi

$$\dim D(n) = (2i+1)(2k+1) = (2i+1)^2 = n^2 \quad (1.12)$$

co pokrywa się ze stopniem degeneracji energii, zaś ze związku

$$L = I + K$$

wynika, że kręt orbitalny L powstaje ze złożenia (równych) „krętów“ $i = k$, co w reprezentacji $D(n)$ daje zakres wartości

$$l = 0, 1, 2, \dots, 2i = n-1,$$

jak w atomie wodoru. Liczba n^2 stanów $|nlm\rangle$ o energii $E_n = -\frac{1}{2n^2}$ jest równa liczbie wektorów bazowych $|i i_3 k_3\rangle$ ($i = k = \frac{1}{2}(n-1)$, $i_3, k_3 = -i, -i+1, \dots, +i$) reprezentacji nieredukowalnej $D(i, i) \equiv D(n)$ grupy $0(4)$, a związek między tymi dwiema bazami otrzymuje się łatwo z prawa składania krętów $i = k$:

$$|nlm\rangle = \sum_{i_3+k_3=m} (i i_3 i k_3 | lm) |i i_3 k_3\rangle. \quad (1.13)$$

Baza $|i i_3 k_3\rangle$ reprezentacji $D(n)$ jest identyczna z bazą $|n, n_1, n_2\rangle$, która w reprezentacji położeniowej odpowiada funkcjom falowym atomu wodoru we współrzędnych parabolicznych ($\xi = r+z$, $\eta = r-z$, φ)

$$\begin{aligned} |nn_1n_2\rangle &\equiv |n_1n_2m\rangle \equiv \Psi_{n_1n_2m}(\xi\eta\varphi) = \\ &= N_{n_1n_2m} e^{im\varphi} \exp\left(-\frac{\xi\eta}{2n}\right) \left(\frac{\xi\eta}{n^2}\right)^{m/2} L_{n_1+m}^m(\xi/n) L_{n_2+m}^m(\eta/n), \end{aligned} \quad (1.14)$$

gdzie:

$$n = n_1 + n_2 + m + 1, \quad m \geq 0. \quad (1.14')$$

Związki między liczbami kwantowymi (i_3, k_3) i (n_1, n_2, m) są następujące:

$$2i+1 = n = n_1 + n_2 + m + 1 \quad (1.15')$$

$$i_3 + k_3 = \langle L_3 \rangle = m \quad (1.15'')$$

$$i_3 - k_3 = \langle M_3 \rangle = n_1 - n_2. \quad (1.15''')$$

Obie bazy $|n_1, n_2, m\rangle$ oraz $|i_3, k_3\rangle$ odpowiadają więc postaci $0(3) \otimes 0(3)$ grupy (ściślej, algebry Lie'go) $0(4)$.

1.2. Algebry Lie'go grup $0(4,1)$ i $0(4,2)$ jako algebry generujące pełne widmo stanów związanych atomu wodoru

W p. 1.1 wykazaliśmy, że podprzestrzeń $H_{E_n} \equiv H_n$ przestrzeni Hilberta stanów związanych atomu wodoru, należących do energii $E_n = -1/2n^2$, jest identyczna z przestrzenią nieredukowalnej reprezentacji $D(i, i) \equiv D(n)$ ($n = 2i+1$) grupy $0(4)$, o wymiarze n^2 . Różnym wartościom $E_n < 0$ widma energetycznego wodoru odpowiadają różne reprezentacje $D(n)$, $n = 1, 2, \dots$ Wykażemy teraz (p. np. [8], [21]), że zbiór wszystkich stanów związanych atomu wodoru napina przestrzeń jednej, unitarnej (nieskończenie-wymiarowej), nieredukowalnej reprezentacji (UNR) algebry Lie'go niezwartej, pseudoortogonalnej grupy $0(4,1)$, przy czym ta reprezentacja jest jednocześnie UNR większej algebry Lie'go konforemnej grupy $0(4,2)$. Konstrukcję tej reprezentacji przeprowadzimy w kilku krokach:

1. Na zbiorze stanów $|n_1, n_2, m\rangle$ określamy macierzową reprezentację operatorów N_1^- i N_2^- określając ich jedyne niezerowe elementy macierzowe:

$$\langle n_1 - 1, n_2, m | N_1^- | n_1, n_2, m \rangle = -[n_1(n_1 + m)]^{1/2} \quad (1.16')$$

$$\langle n_1, n_2 - 1, m | N_2^- | n_1, n_2, m \rangle = +[n_2(n_2 + m)]^{1/2}. \quad (1.16'')$$

Operatory $N_{1,2}^-$ obniżają o 1 wartości liczb kwantowych n_1 i n_2 , odpowiednio, nie zmieniając wartości pozostałych liczb kwantowych.

2. Określamy operatory N_1^+ , N_2^+ jako hermitowsko sprzężone z $N_{1,2}^-$:

$$N_{1,2}^+ \stackrel{\text{def}}{=} (N_{1,2}^-)^*. \quad (1.17)$$

Będą one odpowiednio podnosić wartości n_1 i n_2 o 1.

3. Konstruujemy ich liniowe kombinacje:

$$B^\pm \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}(N_1^\pm + N_2^\pm) \quad (1.18')$$

$$A_3^\pm \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{2}(N_1^\pm - N_2^\pm). \quad (1.18'')$$

Łatwo sprawdzić, że operatory B^\pm są skalarami wobec algebry $0(3)$ generowanej przez operatory krętu orbitalnego L_i (tzn. $[L_i, B^\pm] = 0$ i dla $i = 1, 2, 3$), zaś operatory A_3^\pm transformują się jak trzecie składowe 3-wymiarowego wektora wobec $0(3)$.

4. Konstruujemy teraz operatory $A_{1,2}^{\pm}$ będące uzupełnieniami A_3^{\pm} do 3-wektorów wobec $0(3)$, posługując się albo twierdzeniem Eckarta-Wignera, albo definiując je poprzez:

$$A_k^{\pm} \stackrel{\text{def}}{=} -i[L_{3k}, A_3^{\pm}], \quad k = 1, 2, \quad \text{gdzie} \quad L_{31} = L_2, \quad L_{32} = -L_1. \quad (1.19)$$

5. Wprowadzając teraz oznaczenia:

$$\begin{aligned} L_{jk} &= e_{jki} L_i, \quad i, j, k = 1, 2, 3; & L_{i5} &= A_i^+ + A_i^-, \quad i = 1, 2, 3 \\ L_{i4} &= M_i, \quad i = 1, 2, 3; & L_{45} &= -i(B^+ - B^-), \end{aligned} \quad (1.20)$$

gdzie L_i, M_i są znanymi już nam operatorami algebry $0(4)$ (p. 1.1), otrzymujemy 10 antysymetrycznych operatorów $L_{ab} = -L_{ba}$, $a, b = 1, \dots, 5$ spełniających relacje przemienności:

$$\begin{aligned} [L_{ab}, L_{cd}] &= 0 \quad \text{dla} \quad c, d \neq a, b, \\ [L_{ab}, L_{bc}] &= ig_{bb} L_{ca}, \quad g_{bb} = \begin{cases} -1 & \text{dla} \quad b = 5 \\ +1 & \text{dla} \quad b = 1, \dots, 4, \end{cases} \end{aligned} \quad (1.21)$$

charakterystyczne dla generatorów algebry Lie'go grupy $0(4,1)$.

Zbiór wszystkich stanów $|n_1 n_2 m\rangle$, $n_1, n_2 = 0, 1, 2, \dots, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ jest bazą nieredukowalnej reprezentacji tej algebry, co widać stąd, że operatory N_1, N_2 (a więc i generatory algebry L_{i5}, L_{45}) mogą (stosowane wielokrotnie) dowolnie podnosić i obniżać nieujemne wartości n_1 i n_2 , a to samo z liczbą kwantową m mogą czynić operatory krętowe L^{\pm} . Natomiast podzbiór „zwartych“ generatorów L_i, M_i maksymalnej zwartej podalgebry $0(4) \subset 0(4,1)$ pozostawia, jak widzieliśmy w p. 1.1, niezmienniczą podprzestrzeń napiętą na wektorach $|n_1 n_2 m\rangle$ o określonej wartości liczby kwantowej $n = n_1 + n_2 + m + 1$ będącą przestrzenią skończenie-wymiarowej reprezentacji $D(n)$ tej zwartej podalgebry. Ze względu na tę podalgebrę przestrzeń Hilberta stanów $|n_1 n_2 m\rangle$ jest prostą sumą $\sum_{n=1}^{\infty} \oplus H(n)$ przestrzeni Hilberta reprezentacji $D(n)$.

Tak określona nieskończenie-wymiarowa reprezentacja algebry $0(4,1)$ jest jej „maksymalnie zdegenerowaną“ reprezentacją, zwaną „reprezentacją drabinkową“ (czasem też „reprezentacją trójkątną“). Jest to reprezentacja unitarna, gdyż wszystkie generatory L_{ab} są hermitowskie (jako macierze). Istotnie, z (1.17) i (1.18) wynika

$$B^+ \equiv (B^-)^*, \quad A_3^+ \equiv (A_3^-)^*, \quad (1.22')$$

a z (1.19) również

$$A_k^+ \equiv (A_k^-)^*, \quad k = 1, 2, \quad (1.22'')$$

zatem na podstawie definicji (1.20) mamy:

$$\begin{aligned} L_{i5}^* &= (A_i^+ + A_i^-)^* = A_i^- + A_i^+ = L_{i5}, \quad i = 1, 2, 3, \\ L_{45}^* &= [-i(B^+ - B^-)]^* = i(B^- - B^+) = L_{45}. \end{aligned} \quad (1.23)$$

Hermitowskość L_i, M_i wynika wprost z definicji (1.2) i (1.3).

6. Łatwo teraz pokazać, że zbiór stanów $|n_1 n_2 m\rangle$ jest również bazą UNR większej algebry. Jeśli bowiem określimy nowe operatory

$$L_{i6} = i(A_i^+ - A_i^-), \quad i = 1, 2, 3, \quad (1.24')$$

$$L_{46} = B^+ + B^-, \quad (1.24'')$$

$$L_{56} = N, \quad (1.24''')$$

gdzie N jest „operatorem głównej liczby kwantowej“ określonym przez

$$L_{56}|n_1 n_2 m\rangle = n|n_1 n_2 m\rangle = (n_1 + n_2 + m + 1)|n_1 n_2 m\rangle, \quad (1.25)$$

to, jak łatwo sprawdzić, zachodzą następujące własności:

1°. zbiór 15 operatorów $L_{\alpha\beta} = -L_{\beta\alpha}$, $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 5, 6$ spełnia relacje przemienności:

$$\begin{aligned} [L_{\alpha\beta}, L_{\gamma\delta}] &= 0, \quad \text{dla} \quad \gamma, \delta \neq \alpha, \beta, \\ [L_{\alpha\beta}, L_{\beta\gamma}] &= ig_{\beta\beta} L_{\gamma\alpha}, \quad \text{gdzie} \quad g_{\beta\beta} = \begin{cases} -1 & \text{dla} \quad \beta = 5, 6 \\ +1 & \text{dla} \quad \beta = 1, \dots, 4, \end{cases} \end{aligned} \quad (1.26)$$

charakterystyczne dla algebry Lie'go grupy $0(4,2)$,

2°. wobec powiększonej algebry generowanej przez $L_{\alpha\beta}$ reprezentacja nasza pozostaje nieredukowalna i na zbiorze stanów $|n_1 n_2 m\rangle$ każdy z 15 operatorów $L_{\alpha\beta}$ ma określone elementy macierzowe. I choć w tym przypadku maksymalną zwartą podalgebrą jest prosta suma $0(4) \oplus 0(2)$, gdzie $0(2)$ jest generowana przez jeden operator $L_{56} = N$, to jednak reprezentacja ta pozostaje prostą sumą $\sum_{n=1}^{\infty} \oplus D(n)$ reprezentacji algebry $0(4)$, gdyż każdej reprezentacji $D(n)$ odpowiada dokładnie jedna wartość własna n operatora $L_{56} = N$.

Tak więc zarówno algebra Lie'go grupy $0(4,1)$, jak i grupy $0(4,2)$ pozostaje „algebrą generującą widmo“ stanów związanych atomu wodoru.

Na zakończenie podamy jeszcze jedną realizację algebry $0(4,2)$, która odegra w dalszym ciągu ważną rolę. Realizacja ta wykorzystuje znane własności bozonowych operatorów kreacji i annihilacji i opiera się na znanym izomorfizmie algebr Lie'go grupy $0(4,2)$ i grupy $SU(2,2)$ unimodularnych pseudounitarnych transformacji (zob. np. [22]).

Wprowadzając mianowicie zbiór czterech operatorów kreacji a_i^*, b_i^* , $i = 1, 2$, oraz odpowiednie cztery operatory annihilacji spełniające znane bozonowe relacje przestawiania, możemy każdy stan $|n_1 n_2 m\rangle$ przedstawić jako wynik działania pewnego jednomianu utworzonego z operatorów kreacji na stan $|000\rangle \equiv |0\rangle$ odpowiadający stanowi podstawowemu $1s$ atomu wodoru, który będziemy nazywali „próżnią“, przy czym z definicji zakładamy:

$$a_i|0\rangle = b_i|0\rangle = 0, \quad i = 1, 2. \quad (1.27)$$

Wtedy ortonormalny zbiór stanów $|n_1 n_2 m\rangle$ będzie miał postać:

$$\begin{aligned} |n_1 n_2 m\rangle &= \\ &= [n_1!(n_2 + m)!n_2!(n_1 + m)!]^{-1/2} a_1^{*n_2+m} a_2^{*n_1} b_1^{*n_1+m} b_2^{*n_2}|0\rangle, \quad \text{dla} \quad m \geq 0. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Wynik działania dowolnego operatora kreacji i annihilacji na dowolny stan tego zbioru (a więc i jego elementy macierzowe) otrzymujemy natychmiast z definicji (1.28) oraz relacji przestawiania operatorów kreacji i annihilacji (rachunek jest standardowy i dobrze znany np. z teorii oscylatora harmonicznego).

Konstruując teraz z operatorów kreacji i annihilacji określone biliniowe wyrażenia otrzymujemy, jak łatwo sprawdzić, generatory $L_{\alpha\beta}$ algebry $0(4,2)$ o następującej postaci:

$$\begin{aligned} L_i &= \frac{1}{2}(a^* \sigma_i a + b^* \sigma_i b) \\ M_i &= -\frac{1}{2}(a^* \sigma_i a - b^* \sigma_i b) \\ L_{45} &= -\frac{1}{2}(a^* \sigma_i C b^* - a C \sigma_i b) \\ L_{45} &= \frac{1}{2i}(a^* C b^* - a C b) \\ L_{36} &= \frac{1}{2i}(a^* \sigma_i C b^* + a C \sigma_i b) \\ L_{46} &= \frac{1}{2}(a^* C b^* + a C b) \\ L_{56} &= N = \frac{1}{2}(a^* a + b^* b + 2), \end{aligned} \quad (1.29)$$

gdzie σ_i , $i = 1, 2, 3$ są macierzami Pauliego, zaś

$$C = i\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.29')$$

Prawe strony wyrażień (1.29) są podane w skrótowym zapisie, np.

$$a^* \sigma_3 C b^* \equiv (a_1^* a_2^*) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1^* \\ b_2^* \end{pmatrix} = a_1^* b_2^* + a_2^* b_1^*.$$

W szczególności np.

$$L_{56} = N = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^2 (a_i^* a_i + b_i^* b_i) + 2 \right].$$

W stanach (1.28) operatory $a_i^* a_i$, $b_i^* b_i$, $i = 1, 2$ są diagonalne i mają wartości własne równe odpowiednim „liczbowom obsadzeń“, a więc jest

$$\langle n_1 n_2 m | N | n_1 n_2 m \rangle = \frac{1}{2} [(n_2 + m) + n_1 + (n_1 + m) + n_2 + 2] = n.$$

Operator N jest zatem diagonalny, podobnie diagonalnymi są w naszej bazie operatory $L_{12} = L_3$, oraz $L_{34} = M_3$, o wartościach własnych m względnie $n_1 - n_2$.

1.3. Operatory dipolowych przejść elektromagnetycznych i prądów konwekcyjnych w atomie wodoru

Naszkieowany powyżej grupowo-teoretyczny (wzgl. algebraiczny) schemat opisu stanów związanych atomu wodoru dostarcza jedynie pewnego „obrazu geometrycznego“ przestrzeni Hilberta tych stanów, niezależnego od realizacji

w postaci funkcji współrzędnych, i może być wzorem opisu stanów wewnętrznych izolowanego układu złożonego, z jego wewnętrzną dynamiką (określoną, w tym przypadku, przez kulombowskie pole protonu). Okazuje się jednak, że schemat ten może dać jeszcze nieco więcej, a mianowicie dynamikę zewnętrznych oddziaływań tego układu (atomu wodoru) z polem elektromagnetycznym, w przybliżeniu nierelatywistycznym, dipolowym.

Pokażemy mianowicie (zob. [8], poz. 2), że elementy macierzowe operatora dipolowego $d_i = x_i$ (w jednostkach $e = 1$) między stanami związanymi (określające prawdopodobieństwa dipolowych przejść elektromagnetycznych w atomie wodoru) mogą być również opisane w języku algebry Lie'go $0(4,2)$ jako elementy macierzowe generatorów tej algebry między odpowiednio zmieszanymi stanami.

Pierwszym krokiem na tej drodze jest wyrażenie składowych $d_i = x_i$ poprzez „operator dylatacji“ D_a określony przez

$$D_a f(x) \stackrel{\text{df}}{=} f(ax). \quad (1.30)$$

Wychodząc od reprezentacji położeniowej we współrzędnych parabolicznych (1.14) i stosując wzory rekurencyjne dla wielomianów Laguerre'a otrzymamy, po pewnych przeróbkach, następującą postać np. operatora wartości bezwzględnej $|\mathbf{d}| = r$

$$r = D \frac{n}{n-1} B^+ \frac{(N+1)^2}{N} + N + D \frac{n}{n+1} B^- \frac{(N-1)^2}{N}. \quad (1.31)$$

Ponieważ elementy macierzowe operatorów N , B^\pm są znane, pozostaje obliczyć elementy macierzowe operatora dylatacji. Dokonamy tego w „bazie krętowej“ $|nlm\rangle$. Określając rodzinę funkcji

$$\Psi_{nlm}^\tau(r\theta\varphi) = N_{nl}^\tau S_{nl}(r/\tau) Y_{lm}(\theta\varphi), \quad (1.32)$$

gdzie

$$S_{nl}(x) = e^{-x} x^{l+1} F(-n_r, 2l+2; 2x), \quad (1.32')$$

przy czym $F(a, b; x)$ oznaczają konfluentne (zwyrodniałe) funkcje hipergeometryczne, zaś $n_r = n - l - 1$ „radialną“ liczbę kwantową, widzimy że fizyczne funkcje falowe są „przekrojami“ tej „wiązki“ dla $\tau = n$. Określając na radialnych częściach tych funkcji

$$R_{nl}^\tau(r) = N_{nl}^\tau S_{nl}(r/\tau) \quad (1.32'')$$

ich „iloczynny skalarne“ w postaci całek

$$\bar{d}_{n'l'n'r}^{\tau'} \stackrel{\text{df}}{=} \int_0^\infty r^2 dr R_{n'l'}^{\tau'}(r) R_{nl}^\tau(r) \quad (1.33)$$

możemy funkcję $\Psi_{n'l'm'}(ar) \stackrel{\text{df}}{=} D_a \Psi_{nlm}$ rozwinąć w szereg

$$D_a \Psi_{n'l'm'}(r) = a^{-3/2} \sum_n \bar{d}_{n'l'n'r}^a \Psi_{nlm}(r), \quad (1.34)$$

co pozwala wyrazić elementy macierzowe operatora dylatacji D_a w bazie $|nlm\rangle$ poprzez „iloczyn skalarny“ (1.33). Te ostatnie zostały obliczone przez Gordona [23] i wyrażają się poprzez pewne standardowe funkcje

$$V_{nn'}^{l+1}(\vartheta) \stackrel{\text{def}}{=} \Theta_{nn'} (\cosh \vartheta/2)^{-(n+n')} (\sinh \vartheta/2)^{n-n'} \times \\ \times F(-n'_r, -n' - l, 1 + n - n'; -\sinh^2 \vartheta/2), \quad (1.35)$$

gdzie

$$\Theta_{nn'} = \frac{1}{(n-n')!} \left[\frac{n_r!(n+l)!}{n_r!(n'+l)!} \right]^{1/2}, \quad \text{dla } n \geq n', \quad (1.35')$$

zaś $F(a, b, c; x)$ są funkcjami hipergeometrycznymi.

Ostatecznie na elementy macierzowe operatorów dylatacji występujących w (1.31) otrzymujemy

$$\langle n'lm | D_{\frac{n \pm 1}{n}} | n \pm 1lm \rangle \frac{(n \pm 1)^2}{n} = \mp \frac{1}{\sinh \vartheta_{n'n}} V_{n \pm 1n'}^{l+1}(\vartheta_{n'n}), \quad (1.36)$$

gdzie

$$\sinh \frac{\vartheta_{n'n}}{2} = \frac{n-n'}{2\sqrt{nn'}}. \quad (1.36')$$

Decydującym okazuje się teraz związek funkcji $V_{nn'}^{l+1}(\vartheta)$ z reprezentacjami skończonych transformacji niezwartej grupy $0(2,1)$ wykazany po raz pierwszy przez Bargmanna [24]. Algebrę Lie'go tej grupy, którą będziemy nazywali „grupą przejść“, generują operatory $\{L_{45}, L_{46}, L_{56} = N\}$. Ponieważ wszystkie te operatory są przemiennie z generatorami L_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$, algebry obrotów (krętowej) $0(3)$, zatem generatory „grupy przejść“ nie działają na liczby kwantowe (l, m) , a jedynie na główną liczbę kwantową n . O ile same te generatory mogą powodować przejścia jedynie z $\Delta n = \pm 1$, to skończone transformacje „grupy przejść“ mają elementy macierzowe różne od zera dla dowolnych Δn . Bergman wykazał, że funkcje $V_{n'n}^{l+1}(\vartheta)$ są równe elementom macierzowym operatora skończonego obrotu hiperbolicznego $e^{-i\vartheta L_{45}}$ o hiperboliczny kąt ϑ

$$\langle n'lm | e^{-i\vartheta L_{45}} | nlm \rangle = V_{n'n}^{l+1}(\vartheta). \quad (1.37)$$

Posługując się tym wynikiem oraz formułami (1.31), (1.36) i (1.37) otrzymujemy już łatwo elementy macierzowe składowych $d_i = x_i$

$$\langle n'l'm' | x_i | nlm \rangle = \frac{i}{\omega_{n'n} n' n} \langle n'l'm' | e^{-i\vartheta_{n'n} L_{45}} L_{i6} | nlm \rangle + \langle n'l'm' | L_{i4} | nlm \rangle, \quad (1.38)$$

gdzie

$$\omega_{n'n} = -\frac{1}{2n^2} + \frac{1}{2n'^2} \quad (1.38')$$

są znanymi częstościami Rydberga-Bohra, zaś

$$\text{tgh } \vartheta_{n'n}/2 = \frac{n-n'}{n+n'}, \quad (1.39)$$

tzn.

$$\vartheta_{n'n} = \ln \frac{n}{n'} = \vartheta_n - \vartheta_{n'}, \quad \vartheta_n = \ln n. \quad (1.39')$$

Jeszcze prostszy rezultat otrzymamy obliczając elementy macierzowe składowych operatora pędu $p_i = v_i = [H, x_i]$, gdzie H jest operatorem Hamiltona atomu wodoru. Ponieważ operator H da się, na zbiorze stanów $|nlm\rangle$, wyrazić poprzez operator N : $H = (-2N^2)^{-1}$, a operatory L_{i4} są przemicenne z $N = L_{56}$, zatem drugiego składnika z (1.38) możemy teraz nie brać pod uwagę i otrzymujemy ostatecznie

$$\langle n'l'm' | p_i | nlm \rangle = \frac{1}{n'n} \langle n'l'm' | e^{-i\vartheta_n L_{45}} L_{i6} | nlm \rangle \equiv \langle \bar{n}'l'm' | L_{i6} | \bar{n}lm \rangle, \quad (1.40)$$

gdzie nowe stany

$$|\bar{n}lm\rangle \stackrel{\text{df}}{=} \frac{1}{n} e^{-i\vartheta_n L_{45}} |nlm\rangle, \quad \vartheta_n = \ln n, \quad (1.41)$$

są „zmieszany mi“ (przez skończoną transformację $e^{-i\vartheta_n L_{45}}$ grupy $0(2,1)$) stanami³ „fizycznymi“ $|nlm\rangle$.

Wyniki (1.38)—(1.41) prowadzą do interesujących wniosków:

1°. algebra $0(4,2)$ zawiera całą algebrę obserwabli na przestrzeni Hilberta stanów związanych atomu wodoru, gdyż elementy macierzowe zarówno operatorów x_i , jak i p_i dadzą się wyrazić poprzez elementy macierzowe generatorów tej algebry. Z tego względu algebra ta zasługuje na nazwę „dynamicznej algebry“ atomu wodoru,

2°. zewnętrzne oddziaływania elektromagnetyczne dipolowe atomu wodoru całkowicie opisane są przez algebrę $0(4,2)$, w szczególności elementy macierzowe operatorów p_i , które można zinterpretować jako operatory „konwekcyjnych prądów elektromagnetycznych“, są określone przez elementy macierzowe „algebraicznych prądów“ $\Gamma_i = L_{i6}$ będących generatorami algebry $0(4,2)$ (ale nie $0(4,1)$!) między odpowiednio zmieszany mi stanami fizycznymi $|\bar{n}lm\rangle$, określonymi⁴ przez (1.41). Jak stąd wynika, zarówno wewnętrzna

³ Mieszanie to zapewnia możliwość przejść kwantowych z dowolnym Δn , podczas gdy same generatory L_{i6} spełniają regułę wyboru $\Delta n = \pm 1$.

⁴ Stany $|\bar{n}lm\rangle$, określone przez (1.41), można by też nazwać stanami „obróconymi“ przy pomocy hiperbolicznych obrotów $\exp(-i\vartheta_n L_{45})$, działających na stany $|nlm\rangle$. Ponieważ jednak obrót ten odbywa się w „niefizycznej“ płaszczyźnie (45) 6-wymiarowej przestrzeni, na której działa pseudoortogonalna grupa $0(4,2)$, oraz ponieważ kąty tych „obrotów“ ϑ_n zależą od wyjściowego stanu $|nlm\rangle$, wydaje się bardziej odpowiednie użycie terminu „stany zmieszane“. Są one bowiem w istocie (nieskończonymi) liniowymi kombinacjami stanów $|n'lm\rangle$, co widać z rozwinięcia

$$|\bar{n}lm\rangle \equiv \frac{1}{n} \exp(-i\vartheta_n L_{45}) |nlm\rangle = \frac{1}{n} \sum_{n'=-1}^{\infty} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-i\vartheta_n)^k}{k!} \langle n'lm | L_{45}^k | nlm \rangle \right\} |n'lm\rangle.$$

W oryginalnych pracach Barut i współautorzy używają terminu „tilted states“.

struktura nierelatywistycznego atomu wodoru, jak i jego zewnętrzne oddziaływania elektromagnetyczne (w przybliżeniu dipolowym, względnie przy ograniczeniu się do „prądów konwekcyjnych“) mogą być opisane czysto algebraicznie, bez jakiegokolwiek uciekania się do opisu czasoprzestrzennego (reprezentacji położeniowej) i bez wnikania w szczegóły struktury atomu złożonego z protonu i elektronu z ich kulombowskim oddziaływaniem. Wynik ten stanowi godny uwagi wzór do naśladowania w teorii „cząstek elementarnych“, w szczególności ciężkich rezonansów, które niewątpliwie posiadają pewien rodzaj struktury wewnętrznej (jak świadczą o tym choćby ich „wewnętrzne“ liczby kwantowe oraz niestabilność), ale której charakter jest na razie całkowicie nieznanym i prawdopodobnie całkowicie odmiennym od czasoprzestrzennego charakteru struktury atomów czy nawet jąder atomowych.

§ 2. Relatywistyczny model hadronów oparty na dynamicznej grupie konforemnej $O(4,2)$

Opierając się na naszkicowanym w § 1 algebraicznym sformułowaniu atomu wodoru jako na wzorcowym modelu układu złożonego, Barut i jego współpracownicy, w szeregu prac (zob. [9]—[12] oraz [26]—[30]), skonstruowali analogiczny, relatywistyczny, model hadronów, traktowanych jako „cząstki złożone“ i oddziałujących zewnętrznie poprzez pewne „prądy“. Postać tych „prądów“ opisuje się czysto fenomenologicznie, dokonując najprostszych założeń o charakterze algebraicznym.

W paragrafie tym naszkicujemy kolejno: podstawowe założenia modelu, założenia odnośnie do postaci reprezentacji fermionowej dla barionów i bozonowej dla mezonów i wynikające z tych reprezentacji „widmo stanów“, wzory masowe, oraz zastosowania modelu do obliczania formfaktorów elektromagnetycznych, momentów magnetycznych, oraz rozpadów elektromagnetycznych i silnych.

2.1. Podstawowe założenia modelu

Założenia te można by streścić w następujących punktach:

1. Stany spoczynkowe hadronów są określone przez wektory bazowe pewnych (najprostszych) UNR konforemnej grupy $O(4,2)$, względnie jej grupy nakrywającej $SU(2,2)$. Reprezentacje te określają własności czasoprzestrzenne (spiny i parzystości) cząstek przyporządkowanych poszczególnym wektorom bazowym.

2. Inne „wewnętrzne“ stopnie swobody i odpowiednie liczby kwantowe, jak: izospin I i hyperładunek Y są potraktowane w układzie spoczynkowym cząstki jako niezależne od spinu i parzystości, co oznacza, że „dynamiczną grupą stanów spoczynkowych“ jest np. prosty iloczyn $O(4,2) \otimes SU(3)$ (lub $O(4,2) \otimes SU(2)_I \otimes U(1)_Y$ lub tp.).

Jeśli przez a oznaczymy zbiór liczb kwantowych numerujących stany UNR grupy $0(4,2)$, zaś przez a zbiór liczb kwantowych numerujących stany reprezentacji $SU(3)$, to zbiorowi stanów $|\alpha; a\rangle$ odpowiada pewna rodzina hadronów.

3. Odpowiednie stany „w ruchu” otrzymujemy przez zastosowanie ⁵ „lorentzowskiego boost'u”:

$$|\alpha; a; p\rangle = \exp(i\hat{\xi} \cdot \mathbf{B})|\alpha; a\rangle, \quad (2.1)$$

gdzie

$$\operatorname{tgh} \xi = p/E = v, \quad \xi = \sqrt{\xi^2}, \quad p = \sqrt{\mathbf{p}^2}, \quad E = M \quad (2.1')$$

(w jednostkach $c = 1$), zaś operatory

$$B_i = L_{i5}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

są generatorami „czystych transformacji Lorentza” („boost'ów”) i należą do algebry $0(4,2)$ (p. § 1). Odwrotnie, czteropęd p_μ cząstki o masie M w stanie (2.1) ma składowe

$$p_\mu(M \cosh \xi, \hat{\xi} M \sinh \xi), \quad (2.3)$$

gdzie $\hat{\xi}$ jest wektorem jednostkowym w kierunku 3-pędu \mathbf{p} . Zakładamy zwykle, że „boost” \mathbf{B} jest skalarą $SU(3)$.

4. Wzorując się na modelu atomu wodoru (pp. 1.3 i 1.4) zakładamy, że oddziaływanie elektromagnetyczne w pewnym sensie „miesza” stany $|\alpha; a\rangle$, co oznacza, że jeśli określimy „stany zmieszane”

$$|\bar{\alpha}; \bar{a}\rangle \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N_{\alpha,a}} \exp(i\Theta_{\alpha,a} T)|\alpha; a\rangle, \quad (2.4)$$

gdzie $\Theta_{\alpha,a}$ jest „kątem mieszania”, T — pewnym operatorem z podstawowej algebry, zaś $N_{\alpha,a}$ — stałą normalizacyjną, oraz dokonamy „boost'u” tych stanów jak w (2.1):

$$|\bar{\alpha}; \bar{a}; p\rangle = \exp(i\hat{\xi} \cdot \mathbf{B})|\bar{\alpha}; \bar{a}\rangle = \frac{1}{N_{\alpha,a}} \exp(i\hat{\xi} \cdot \mathbf{B}) \exp(i\Theta_{\alpha,a} T)|\alpha; a\rangle, \quad (2.5)$$

⁵ Termin ten oznacza tzw. „czystą transformację Lorentza” (bez obrotów przestrzennych) prowadzącą od układu spoczynkowego cząstki (o masie spoczynkowej różnej od zera) do układu, w którym pęd cząstki jest równy \mathbf{p} . Transformacja ta, dokonana na jednocząstkowych stanach spoczynkowych, będących stanami nieredukowalnej reprezentacji tzw. „małej grupy”, np. stanami o określonym spinie, ma postać określoną przez (2.1)—(2.2).

Np. dla cząstek o spinie $1/2$, których stany spoczynkowe opisane są 4-spinorami Diraca Ψ_α , $\alpha = 1, \dots, 4$, funkcje falowe (spinorowe), określone, jak w (2.1), przez

$$\Psi(p) = \exp(-i\hat{\xi} \cdot \mathbf{B}) \Psi,$$

gdzie

$$B_k = i\gamma^0 \cdot \gamma^k, \quad k = 1, 2, 3.$$

spełniają jednocząstkowe, swobodne, równania Diraca

$$(\gamma^\mu p_\mu - m) \Psi(p) = 0.$$

to elementy macierzowe przejść pod wpływem zewnętrznych oddziaływań elektromagnetycznych (formfaktory elektromagnetyczne, wzgl. elektromagnetyczne „funkcje wierzchołkowe“) będą miały ogólną postać

$$F_\mu(q) = \langle \bar{a}' ; \bar{a}' ; p' | j_\mu | \bar{a} ; \bar{a} ; p \rangle, \quad q = p' - p, \quad (2.6)$$

przy czym „prądy elektromagnetyczne“ j_μ będą mogły być skonstruowane z algebry Lie'go $0(4,2)$, oraz ewentualnie z pędowych operatorów

$$P_\mu = (p' + p)_\mu, \quad q_\mu = (p' - p)_\mu. \quad (2.7)$$

Podobnych założeń można dokonać odnośnie do innych rodzajów „prądów“: skalarnych, wektorowych, tensorowych, itd. opisujących oddziaływania silne lub słabe.

5. Na stanach $|\bar{a} ; \bar{a} ; p\rangle$ określona jest redukowalna reprezentacja grupy Poincaré'go i mogą one odpowiadać cząstkom o różnych masach (różnym wartościom własnym operatora $p_\mu p^\mu$). Rzutowanie na stany o określonych masach (i spinach) mogłoby być dokonane przez żądanie spełnienia przez te stany równań typu Majorany (zob. [25] oraz [15], [16]). Ze względu na pewne kłopoty z fizyczną interpretacją tych równań (zob. cz. II niniejszego artykułu) w pracach Baruta i współpracowników przyjmuje się inny sposób otrzymywania „wzorów masowych“, żądając spełnienia następujących warunków:

a) wartości średnie operatora j_0 w „zmieszanych“ stanach winny być równe fizycznym wartościom ładunku odpowiednich cząstek:

$$\langle \bar{a} ; \bar{a} | j_0 | \bar{a} ; \bar{a} \rangle = q_{a,a} = q_a \quad (\text{niezależnie od } a), \quad (2.8)$$

ponieważ wartości ładunku poszczególnych hadronów są określone przez liczby kwantowe (I_3, Y) algebry $SU(3)$ i winny być jednakowe dla wszystkich stanów „wieży“ złożonej z wektorów bazowych UNR algebry $0(4,2)$, przy ustalonych⁶ wartościach liczb kwantowych (I, I_3, Y) algebry $SU(3)$;

b) prąd elektromagnetyczny j_μ ma być zachowany, co oznacza spełnienie równości:

$$(p' - p)_\mu \langle \bar{a}' ; \bar{a}' ; p' | j^\mu | \bar{a} ; \bar{a} ; p \rangle = 0, \quad (2.9)$$

dla wszystkich elementów macierzowych prądu j_μ .

W p. 2.3 pokażemy, że warunki a i b mogą być spełnione jednocześnie i będą służyć do równoczesnego wyznaczenia zależności mas M i kątów mieszania Θ od liczb kwantowych (α, a) określających poszczególne stany (cząstki), jak również do określania stałych normalizacyjnych $N_{a,a}$ w (2.5). Można by więc powiedzieć, że w naszym modelu zarówno „wzory masowe“, jak i sposób

⁶ Całkowite pominięcie „wewnętrznych“ liczb kwantowych $SU(3)$ i ograniczenie się wyłącznie do algebry $0(4,2)$ oznacza właśnie ograniczenie się do rodzin hadronów opisywanych przez poszczególne takie „wieże“. Różne rodziny, opisywane przez różne „wieże“, muszą wtedy być traktowane całkowicie niezależnie. Włączenie zależności od $SU(3)$ umożliwia uwzględnianie związków pomiędzy „wieżami $0(4,2)$ “ wynikających np. z symetrii $SU(3)$ lub tp.

mieszania stanów $0(4,2)$ wynikają z założonej postaci algebraicznej prądu elektromagnetycznego j_μ .

Do tych ogólnych założeń dochodzą w omawianym modelu zwykle dalsze, szczegółowe założenia, przede wszystkim odnośnie: a) postaci prądów, b) własności transformacyjnych operatorów „mieszania“ T i „boost'u“ B , w szczególności ze względu na algebrę $SU(3)$, c) przyjętych UNR algebry stanów spoczynkowych $0(4,2) \otimes SU(3)$ oraz przyporządkowania konkretnych hadronów poszczególnym stanom (wektorom bazowym) tej (tych) reprezentacji.

Rozpoczniemy właśnie od tej ostatniej kwestii.

2.2. Konstrukcja podstawowych reprezentacji bozonowych i fermionowych

W przypadku bozonów używa się wyłącznie reprezentacji określonej w § 1, p. 1.2. Konstruujemy najpierw stany $|n_1 n_2 m\rangle$

$$|n_1 n_2 m\rangle = [n_1!(n_2 + |m|)!n_2!(n_1 + |m|)!]^{-1/2} \times \begin{cases} a_1^{*n_2+m} a_2^{*n_1} b_1^{*n_1+m} b_2^{*n_2} |0\rangle & \text{dla } m \geq 0 \\ a_1^{*n_2} a_2^{*n_1-m} b_1^{*n_1} b_2^{*n_2-m} |0\rangle & \text{dla } m \leq 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

będące wektorami bazy określonej przez podgrupę $0(4) \sim 0(3) \otimes 0(3)$. „Fizyczne“ stany $|nlm\rangle$ o określonym kręcie (spinie) l i jego rzucie m otrzymujemy przez złożenie 2 „krętów“ $I = K$ ($i = k = \frac{1}{2}(n-1)$) według wzoru (1.13). Stany te posiadają parzystość „zewnątrzną“ $(-1)^l$. Jeśli jednak stanowi podstawowemu $|0\rangle$ („próżni“) przypiszemy również pewną „parzystość wewnętrzną“ π , to otrzymamy parzystość stanu $|nlm\rangle$

$$P_l = (-1)^l \cdot \pi. \quad (2.11)$$

I tak np. „wieża“ stanów rozpoczynających się od mezonów pseudoskalarnych 0^- będzie zawierała stany:

$$0^- (n=1), \quad (0^-, 1^+) (n=2), \quad (0^-, 1^+, 2^-) (n=3), \quad \dots$$

Aby uwzględnić również mezony wektorowe 1^- , oraz ewentualnie rezonanse 2^+ , musimy wprowadzić drugą wieżę — „sprzężoną“ (z przeciwnymi parzystościami) zawierającą stany:

$$0^+ (n=1), \quad (0^+, 1^-) (n=2), \quad (0^+, 1^-, 2^+) (n=3), \quad \dots$$

Wadą jest tu występowanie skalarnych mezonów 0^+ (nie obserwowanych) już w stanie podstawowym. Lepszą metodą byłoby założenie, że stanem podstawowym $|0\rangle$ jest stan 1^- . Wtedy wyższe stany otrzymujemy jako jego „orbitalne wzbudzenia“:

$$1^- (n=1, l=0), \quad 1^- (n=2, l=0), \quad (0^+, 1^+, 2^+) (n=2, l=1), \quad \dots$$

Jednak takie założenie wprowadza komplikacje rachunkowe i nie było stosowane.

Ostatnio wzmiankowana metoda została jednak zastosowana do otrzymywania fermionowych reprezentacji z uwzględnieniem parzystości. Określając stany $|nj^{\pm}m\rangle$ o postaci

$$|nj^{\pm}m\rangle = (-1)^m (2j+1)^{1/2} \sum_r \begin{pmatrix} 1/2 & j-1/2 & j \\ r & m-r & -m \end{pmatrix} [a_r^* \pm (-1)^{j-1/2} i b_r^*] \times |nj-1/2, m-r\rangle$$

(gdzie $r = \pm 1/2$) oznaczającej złożenie reprezentacji bozonowej ze stanem o spinie $1/2$ i parzystości (\pm) , otrzymujemy podwojenie wszystkich stanów:

$$j^p = \pm 1/2, \pm 3/2, \dots, \pm (n-1/2), \quad \text{dla każdego } n = 1, 2, \dots \quad (2.13')$$

Transformacja π parzystości określona jest tu przez

$$\pi: a \rightarrow b, \quad b \rightarrow -a,$$

przy założeniu dodatkowym: $\pi|0\rangle = i|0\rangle$.

Inna metoda konstrukcji polega na przyjęciu stanów $a_r^*|0\rangle$, jako podstawowych dla reprezentacji bozonowej i odpowiada dokładnie układowi stanów atomu wodoru z uwzględnieniem spinu elektronu, a więc:

$$j^p = 1/2^+ (n=1, l=0), \quad 1/2^+ (n=2, l=0), \\ (1/2^-, 3/2^-) (n=2, l=1), \quad \dots \quad (2.13'')$$

W tej reprezentacji stany z $j = n-1/2$ mają jednoznacznie określoną parzystość, pozostałe są podwojone.

Schematy wyżej określonych reprezentacji są pokazane na rys. 1. Próby przyporządkowania obserwowanych rezonansów tym stanom omówimy w następnym punkcie po dyskusji „wzorów masowych“.

2.3. Wzory masowe i kąty mieszania

Przyjmijmy teraz następujące założenia szczegółowe:

1°. operatory mieszania T i „boost'u“ B są niezależne od „wewnętrznych“ stopni swobody (skalary wobec $SU(3)$) i mają postać

$$T = L_{45}, \quad B_i = L_{i5}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (2.14)$$

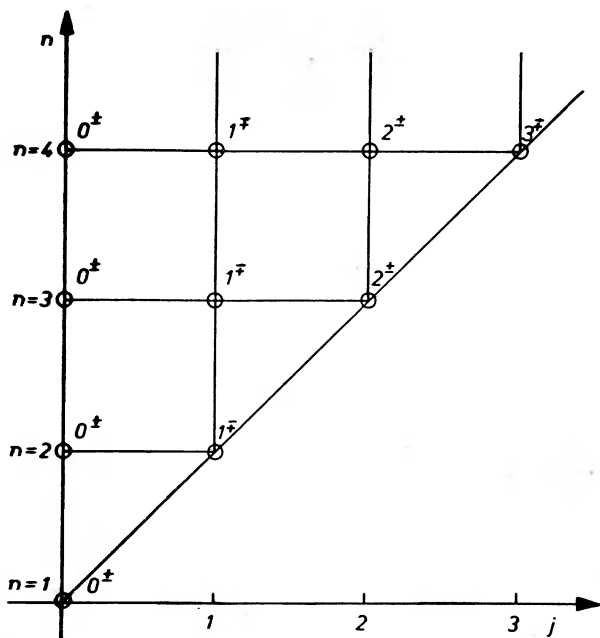
W tym przypadku możemy pominąć chwilowo zależność stanów od liczb kwantowych a i przyjąć ich następującą postać

$$|\bar{n}j^pm; p\rangle = \frac{1}{N_n} \exp(i\xi \cdot B) \exp(i\theta_n L_{45}) |nj^pm\rangle, \quad (2.15)$$

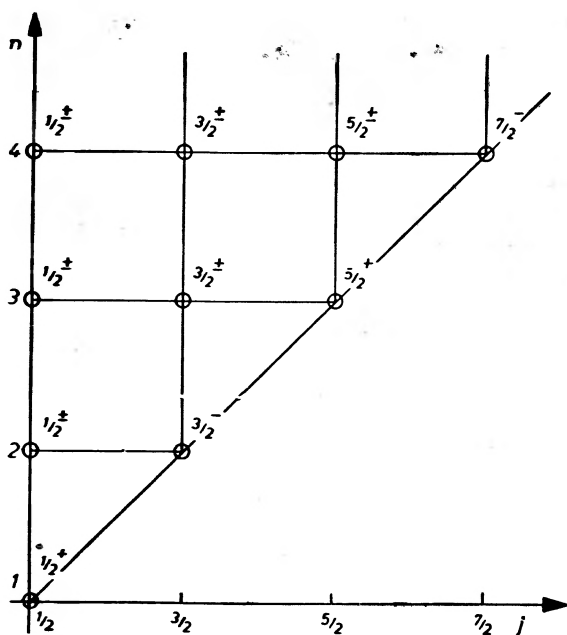
którą w skrócie będziemy chwilowo zapisywać $|\bar{n}, p\rangle$;

2°. przyjmijmy następującą postać „prądu elektromagnetycznego“

$$j_\mu = a\Gamma_\mu + bP_\mu + cP_\mu L_{46}, \quad a, b, c \text{ — stałe}, \quad (2.16)$$



Rys. 1a. Reprezentacja bozonowa z podwójną parzystością



Rys. 1b. Reprezentacja fermionowa „wodoropodobna“

gdzie

$$\Gamma_\mu(L_{56}, L_{46}) \quad (2.16')$$

jest „prądem algebraicznym“, zaś pozostałe składniki mają charakter „prądu konwekcyjnego“. Operator L_{46} jest skalarem Lorentza (jedynym w algebrze $O(4,2)$!), zaś P_μ jest operatorem całkowitego pędu (2.7).

Stosując teraz założenia 5a i 5b z p. 2.1 otrzymujemy

$$\langle \bar{n} | j_0 | \bar{n} \rangle = q = \text{const.}, \quad \text{dla dow. } n = 1, 2, \dots \quad (2.17a)$$

$$(p' - p)_\mu \langle \bar{n}', p' | j^\mu | \bar{n}, p \rangle = 0. \quad (2.17b)$$

Jeśli teraz wybierzemy taki układ Lorentza (który w dalszym ciągu będzie stale używany), w którym

$$p'_\mu = (M_{n'} \ 0 \ 0 \ 0), \quad p_\mu = (M_n \cosh \xi, \ 0 \ 0 \ M_n \sinh \xi) \quad (2.18)$$

(tzn. jeden stan odpowiada cząstce w spoczynku, zaś drugi — cząstce poruszającej się w kierunku osi z), to warunek sprowadzi się do

$$M_{n'} \langle \bar{n}' | j_0 \exp(i\xi L_{35}) | \bar{n} \rangle - \langle \bar{n}' | p_\mu j^\mu \exp(i\xi L_{35}) | \bar{n} \rangle = 0, \quad (2.17'b)$$

a ponieważ iloczyn skalarny $p_\mu j^\mu$ przetransformowany do układu spoczynkowego przyjmuje wartość $M_n j_0$, więc

$$\exp(-i\xi L_{35}) p_\mu j^\mu \exp(i\xi L_{35}) = M_n j_0$$

i równanie (2.17'b) sprowadza się do

$$M_{n'} \langle \bar{n}' | j_0 \exp(i\xi L_{35}) | \bar{n} \rangle = M_n \langle \bar{n}' | \exp(i\xi L_{35}) j_0 | \bar{n} \rangle. \quad (2.17''b)$$

Podstawiając teraz postać (2.16) prądu oraz postać (2.5) stanów zmieszanych operatorem $T = L_{45}$ i stosując łatwe do uzasadnienia na podstawie (1.26) wzory na „obrócone“ operatory L_{56} i L_{46}

$$\exp(-i\theta L_{45}) L_{56} \exp(i\theta L_{45}) = \cosh \theta L_{56} + \sinh \theta L_{46} \quad (2.19)$$

$$\exp(-i\theta L_{45}) L_{46} \exp(i\theta L_{45}) = \cosh \theta L_{46} + \sinh \theta L_{56}, \quad (2.19')$$

sprowadzimy równanie (2.17a) i (2.17''b) do postaci

$$\frac{1}{N_n^2} (an \cosh \theta_n + 2bM_n + 2cM_n n \sinh \theta_n) = q, \quad (2.20a)$$

oraz

$$n'(aM_{n'} \cosh \theta_{n'} + cM_{n'}^2 \sinh \theta_{n'}) - n(aM_n \cosh \theta_n + cM_n^2 \sinh \theta_n) + \Delta = b(M_n^2 - M_{n'}^2), \quad (2.20b)$$

gdzie

$$\Delta = [\langle n' | T_{n'n} | n \rangle]^{-1} \{ (aM_{n'} \sinh \theta_{n'} + cM_{n'}^2 \cosh \theta_{n'}) \langle n' | L_{46} T_{n'n} | n \rangle + (aM_n \sinh \theta_n + cM_n^2 \cosh \theta_n) \langle n' | T_{n'n} L_{46} | n \rangle \}, \quad (2.20')$$

zaś

$$T_{n'n} = \exp(-i\theta_{n'} L_{45}) \exp(i\xi L_{35}) \exp(i\theta_n L_{45}). \quad (2.20'')$$

Równanie (2.20b) winno mieć rozwiązania dla dowolnej pary (n, n') , co narzuca określone warunki na zależność kątów θ_n i mas M_n od liczby kwantowej n . Zobaczmy teraz, że można obie te zależności tak dobrać, aby zapewnić spełnienie pary równań (2.20a, b), dla dowolnych (n, n') . Zauważmy najpierw, że z przemienności L_{46} i L_{35} wynikają tożsamościowo równości

$$\langle \bar{n}' | [L_{46}, \exp(i\xi L_{35})] | \bar{n} \rangle \equiv 0,$$

skąd

$$\langle n' | \exp(-i\theta_{n'} L_{45}) L_{46} \exp(i\theta_n L_{45}) T_{n'n} | n \rangle \equiv \langle n' | T_{n'n} \exp(-i\theta_n L_{45}) L_{46} \times \\ \times \exp(i\theta_n L_{45}) | n \rangle,$$

co po wykorzystaniu (2.19) daje tożsamość

$$[\langle n' | T_{n'n} | n \rangle]^{-1} (\cosh \theta_{n'} \langle n' | L_{46} T_{n'n} | n \rangle + \\ - \cosh \theta_n \langle n' | T_{n'n} L_{46} | n \rangle) \equiv - (n' \sinh \theta_{n'} - n \sinh \theta_n). \quad (2.21)$$

Jeśli więc zażądamy, aby dla dowolnego n zachodziła równość

$$a M_n \sinh \theta_n + c M_n^2 \cosh \theta_n = \beta \cosh \theta_n, \quad \beta = \text{const. (niezal. od } n), \quad (2.22)$$

to przy użyciu tożsamości (2.21) wyrażenie (2.20') uprości się do postaci

$$\Delta = -\beta (n' \sinh \theta_{n'} - n \sinh \theta_n) \quad (2.23)$$

i równanie (2.20b) przybierze postać

$$b M_n^2 + n' [a M_n \cosh \theta_{n'} + (c M_n^2 - \beta) \sinh \theta_{n'}] = b M_n^2 + n [a M_n \cosh \theta_n + \\ + (c M_n^2 - \beta) \sinh \theta_n].$$

Ponieważ zaś z (2.22) wynika: $c M_n^2 - \beta = -a M_n \tanh \theta_n$, więc

$$a M_n \cosh \theta_n + (c M_n^2 - \beta) \sinh \theta_n = a M_n (\cosh \theta_n)^{-1},$$

skąd widać ostatecznie, że równanie (2.20b) będzie spełnione dla dowolnej pary (n, n') , jeżeli

$$b M_n^2 + n a M_n (\cosh \theta_n)^{-1} = \gamma = \text{const. (niezal. od } n). \quad (2.24)$$

Otrzymaliśmy zatem układ dwu równań

$$a M_n \tanh \theta_n + c M_n^2 = \beta \quad (2.22')$$

$$n a M_n (\cosh \theta_n)^{-1} + b M_n^2 = \gamma, \quad (2.24)$$

gdzie β i γ są stałymi, niezależnymi od n . Z układu tego wynika natychmiast związek kąta mieszania θ_n i masy M_n

$$\sinh \theta_n = n \frac{\beta - c M_n^2}{\gamma - b M_n^2}, \quad (2.25)$$

zaś wyrażając w (2.22) $\tanh \theta_n$ poprzez $\sinh \theta_n$ (a więc i poprzez M_n^2) dochodzimy do równania kwadratowego na M_n^2 oraz „wzoru masowego“

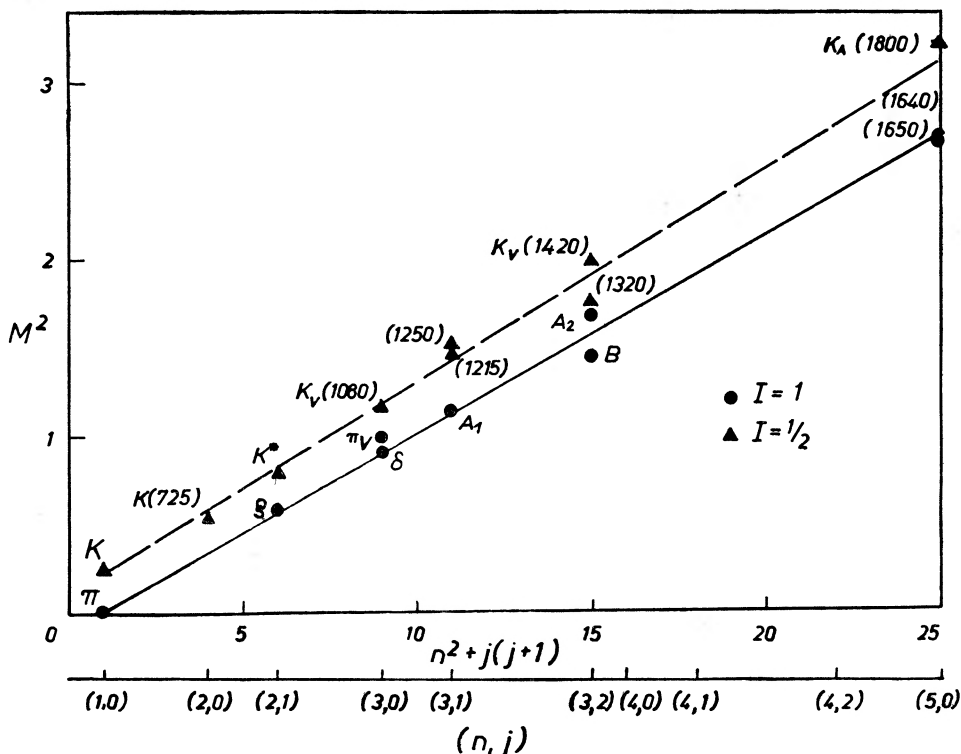
$$M_n^2 = [2(c^2 + b^2/n^2)]^{-1} \{a^2 + 2\beta c + 2\gamma b/n^2 + \\ + [(a^2 + 2\beta c + 2\gamma b/n^2)^2 - 4(\beta^2 + \gamma^2/n^2)(c^2 + b^2/n^2)]^{1/2}\}. \quad (2.26)$$

Ten dość złożony wzór stosowany jest jednak zwykle w przybliżeniu. Dla bozonów stosowane jest najczęściej przybliżenie $\beta \cong \gamma \cong 0$, oraz c małe, tzn. $c/b \ll 1$, $c/a \ll 1$. Wtedy otrzymujemy przybliżone wzory

$$\sinh \theta_n \cong n(c/b) \text{ (małe)}, \quad (2.25')$$

oraz

$$M_n^2 \cong \frac{n^2 a^2}{n^2 c^2 + b^2} = \left(\frac{na}{b}\right)^2 \frac{1}{1 + n^2(c/b)^2}, \quad \text{czyli: } M_n \cong n \frac{a}{b} + R_n, \quad (2.26')$$



Rys. 2. Przyporządkowanie liczb (n, j) dla mezonów o $I=1$ oraz $I=1/2$

a więc (z dokładnością do poprawki R_n , małej dla niezbyt wielkich n) wzór liniowy. Wzór (2.26') wykazuje również dla $n \rightarrow \infty$ nasycenie

$$M_\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} M_n = \frac{a}{c} \gg 1, \quad (2.27)$$

o dużej wartości granicznej masy. Wzór (2.26') był też stosowany z uwzględnieniem poprawki na zależność masy od spinu, otrzymanej przez zastąpienie $n^2 \rightarrow n^2 + j(j+1)$ (zob. np. [7]), co daje

$$M_{n,j}^2 = \frac{[n^2 + j(j+1)](a/b)^2}{1 + [n^2 + j(j+1)](c/b)^2}. \quad (2.28)$$

Wzory (2.26') i (2.28) były dopasowywane głównie do mas mezonów, dla których kąt mieszania wydaje się rzeczywiście mały. Wyniki porównania z doświadczeniem pokazane są na rys. 2. Podstawiając przybliżoną wartość (2.25') i (2.26')

w równanie (2.20a) otrzymujemy, w przypadku $q \neq 0$, wartość stałej normalizacyjnej ⁷

$$N_n \cong [na/q]^{1/2}. \quad (2.29)$$

2.4. Formfaktory elektromagnetyczne i momenty magnetyczne

Obliczanie elektromagnetycznych formfaktorów (lub funkcji wierzchołkowych) sprowadza się w opisywanej przez nas metodzie do obliczania elementów macierzowych „prądów“ między stanami początkowym i końcowym, o których zakładamy, że należą do tej samej UNR grupy $0(4,2)$ (patrz założenie 4 z p. 2.1). Wychodzimy więc z następującej wektorowej funkcji przekazu pędu

$$F_\mu(q) = \langle \bar{a}' ; a' ; p' | j_\mu | \bar{a} ; a ; p \rangle, \quad q = p' - p$$

(p. (2.6)), gdzie j_μ jest wektorowym „prądem“, którego postać zakłada się zwykle, jak w p. 2.3 przez wzór (2.16). Pomijając chwilowo „wewnętrzne“ liczby kwantowe a , oraz zakładając postaci „boost'u“ i „mieszania“ jak w p. 2.3, otrzymujemy

$$F_\mu(q) = \langle n' j' m' | \exp(-i\theta_n L_{45}) j_\mu \exp(i\xi \cdot \mathbf{B}) \exp(i\theta_n L_{45}) | n j m \rangle. \quad (2.31)$$

Pokażemy teraz na dwóch najprostszych przykładach metodę obliczania formfaktorów.

a) Elektromagnetyczny formfaktor pionu [26]

Ponieważ pion jest podstawowym stanem $|0\rangle$ reprezentacji bozonowej rozpoczynającej się od $j^p = 0^-$ (zob. 2.2), więc funkcja wierzchołkowa (2.31) przyjmuje postać

$$F_\mu(\xi) = \langle 0 | \exp(-i\theta L_{45}) j_\mu \exp(-i\xi L_{35}) \exp(i\theta L_{45}) | 0 \rangle, \quad (2.32)$$

przy czym przyjęliśmy taki układ odniesienia (zob. rys. 3), w którym końcowy pion jest w spoczynku, zaś początkowy porusza się w kierunku osi z . Podstawiając postać (2.16) prądu j_μ obliczamy elektryczny formfaktor określony przez składową j_0

$$F_0(\xi) = \langle 0 | \exp(-i\theta L_{45}) (a_1 L_{56} + a_2 P_0 + a_3 P_0 L_{46}) \exp(-i\xi L_{35}) \exp(i\theta L_{45}) | 0 \rangle. \quad (2.33)$$

Podstawiając tu $P_0 = (p' + p)_0$ widać, że p'_0 daje czynnik m_π , zaś p_0 — czynnik $m_\pi \cosh \xi$ (zob. rys. 3), zatem P_0 daje czynnik

$$m_\pi(1 + \cosh \xi) = 2m_\pi \cosh^2 \xi / 2.$$

⁷ Przypadek $q = 0$ daje na ogół sprzeczność między równaniami (2.20a) i (2.25), (2.26), chyba że wyróżnik równania kwadratowego znika. W szczególnym przypadku $\beta = \gamma (\neq 0)$ oraz $b = c$ znikanie wyróżnika prowadzi do następującej relacji: $\sinh \theta_n = n$, $M_n^2 = (a^2/4b^2)(1 + 1/n^2)^{-1}$, co dla dużych n odtwarza sytuację atomu wodoru:

$$M_n^2 \cong (a/2b)(1 - 1/2n^2) = M_0 \left(1 - \frac{1}{2n^2} \right). \quad (2.30)$$

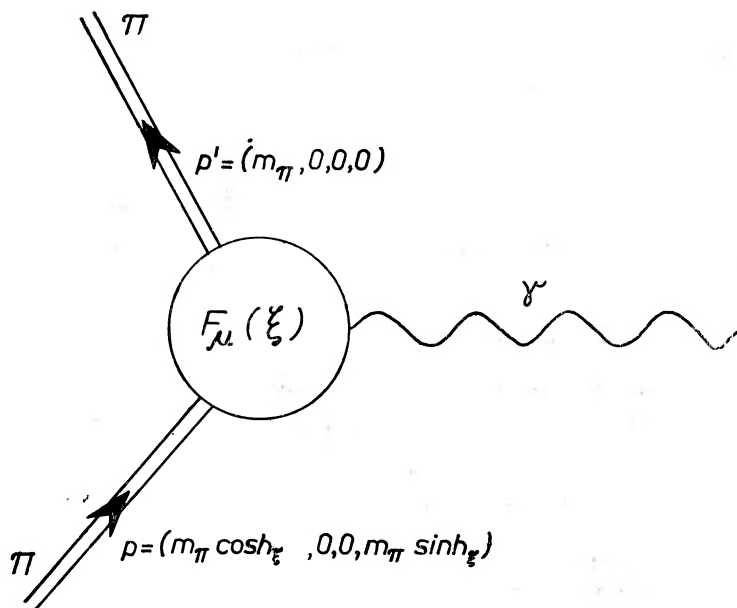
Stosując teraz do operatorów L_{56} i L_{46} obroty jak w (2.19) i pamiętając, że $L_{56}|0\rangle = N|0\rangle = |0\rangle$ (gdyż w stanie $|0\rangle$ jest $n = 1$), otrzymujemy łatwo następującą postać $F_0(\xi)$

$$F_0(\xi) = (\alpha_1 \cosh \theta + 2\alpha_2 m_\pi \cosh^2 \xi/2 + 2\alpha_3 m_\pi \cosh^2 \xi/2 \sinh \theta) \times \\ \times \langle 0|G(\xi)|0\rangle + (\alpha_1 \sinh \theta + 2\alpha_3 m_\pi \cosh^2 \xi/2 \cosh \theta) \times \langle 0|L_{46}G(\xi)|0\rangle, \quad (2.34)$$

gdzie

$$G(\xi) = \exp(-i\theta L_{45}) \exp(-i\xi L_{35}) \exp(i\theta L_{45}). \quad (2.35)$$

Aby obliczyć elementy macierzowe $\langle 0|G(\xi)|0\rangle$ i $\langle 0|L_{46}G(\xi)|0\rangle$ wprowadzamy „kąty Eulera“ (α, β, γ) odpowiadające skończonym obrotom niezwanej grupy $0(2,1)$ generowanej przez operatory $\{L_{34}; L_{35}, L_{45}\}$, z których pierwszy jest



Rys. 3. Przyjęty układ odniesienia dla obliczenia formfaktora elektromagnetycznego pionu

„zwarty“ i diagonalny w bazie $|n_1 n_2 m\rangle$, zaś pozostałe dwa są „niezwarte“, a więc odpowiednie kąty obrotu są hiperboliczne. W analogii do skończonych obrotów zwartej grupy $0(3)$ przedstawiamy obrót $G(\xi)$ w postaci

$$G(\xi) = \exp(-i\alpha L_{34}) \exp(-i\beta L_{45}) \exp(-i\gamma L_{34}) \equiv G(\alpha, \beta, \gamma). \quad (2.35')$$

Aby znaleźć związek między kątami Eulera (α, β, γ) a parametrami (θ, ξ) , wystarczy posłużyć się dowolną (niekoniecznie unitarną) reprezentacją niezwanej algebry Lie'go $0(2,1)$, czyli dowolną reprezentacją operatorów L_{ab} , $a, b = 3, 4, 5$, w postaci macierzy spełniających relacje przemienności

$$[L_{ab}, L_{bc}] = ig_{bb} L_{ca}, \quad g_{bb} = \begin{cases} -1 & \text{dla } b = 5 \\ +1 & \text{dla } b = 3, 4. \end{cases} \quad (2.36)$$

Łatwo sprawdzić, że relacje (2,36) będą spełnione przez następujące macierze

$$L_{34} = \frac{1}{2} \sigma_3, \quad L_{45} = \frac{i}{2} \sigma_2, \quad L_{35} = \frac{i}{2} \sigma_1, \quad (2.37)$$

gdzie $\sigma_{1,2,3}$ są macierzami Pauliego.

Korzystając teraz ze znanych własności macierzy Pauliego rozwijamy w szereg funkcje wykładnicze w (2.35) i (2.35') otrzymując np.

$$\exp(-i\theta L_{45}) = \exp\left(\frac{\theta}{2} \sigma_2\right) = \cosh \frac{\theta}{2} \cdot 1 + \sinh \frac{\theta}{2} \sigma_2, \quad \text{itp.}$$

Podstawiając te rozwinięcia w *obu* postaciach (2.35) i (2.35'), wykonując mnożenia i przyrównując kolejno współczynniki przy (liniowo niezależnych) macierzach $1, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, otrzymamy układ czterech równań

$$\begin{aligned} \cos \frac{\alpha + \gamma}{2} \cosh \beta/2 &= \cosh \xi/2 \\ \sin \frac{\alpha - \gamma}{2} \sinh \beta/2 &= -\cosh \theta \sinh \xi/2 \\ \cos \frac{\alpha - \gamma}{2} \sinh \beta/2 &= 0 \\ \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \cosh \beta/2 &= \sinh \theta \sinh \xi/2, \end{aligned} \quad (2.38)$$

posiadający rozwiązanie

$$\gamma = \alpha \pm \pi \quad (2.39')$$

$$\sinh \beta/2 = \pm \cosh \theta \sinh \xi/2 \quad (2.39'')$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = -\sinh \theta \operatorname{tgh} \xi/2. \quad (2.39''')$$

Ponieważ operator L_{34} jest diagonalny i ma wartość własną równą zeru w stanie $|0\rangle$, zatem

$$\langle 0|G(\xi)|0\rangle = \langle 0|\exp(-i\beta L_{45})|0\rangle.$$

Posługując się wreszcie postacią Bargmanna (1.35) i (1.37) elementów macierzy skończonych obrotów $0(2,1)$, otrzymujemy

$$\langle 0|G(\xi)|0\rangle = \cosh^{-2} \beta/2 = (1 + \cosh^2 \theta \sinh^2 \xi/2)^{-1}. \quad (2.40)$$

Obliczenie wyrażenia

$$\langle 0|L_{46} G(\xi)|0\rangle = \sum_n \langle 0|L_{46}|n\rangle \langle n|G(\xi)|0\rangle$$

wprowadza jedynie nieznaczną komplikację, gdyż operator L_{46} , działając na podstawowy stan $1s$ daje jednoznacznie stan $2s$ (jest on skalarem wobec grupy spinowej $0(3)$), jest więc

$$\langle 0|L_{46} G(\xi)|0\rangle = \langle 1s|L_{46}|2s\rangle \langle 2s|G(\xi)|1s\rangle$$

i obliczenie sprowadza się w zasadzie znów do wyliczenia funkcji Bargmanna (1.35), co daje wynik

$$\langle 0 | L_{46} G(\xi) | 0 \rangle = - \frac{\sinh \beta/2 \cos \alpha}{\cosh^3 \beta/2} = - \frac{\cosh \theta \sinh \theta \sinh^2 \xi/2}{\cosh^4 \beta/2}. \quad (2.41)$$

Podstawiając (2.40) i (2.41) w (2.34), oraz korzystając jeszcze z (2.20a) (dla $n = 1$), co pozwala na wyrażenie np. stałej α_1 poprzez ładunek q , otrzymujemy na $F_0(\xi)$ wyrażenie, w którym człony zawierające stałą α_3 dokładnie się znoszą i pozostaje

$$F_0(\xi) = (q + 2\alpha_2 m_\pi \sinh^2 \xi/2) \cosh^{-2} \beta/2 - (q - 2\alpha_2 m_\pi) \sinh^2 \theta \sinh^2 \xi/2 \cosh^{-4} \beta/2. \quad (2.42)$$

W miejsce parametru ξ określającego pęd (prędkość) początkowego pionu wprowadza się zwykle (lorentzowsko niezmienniczy) przekaz pędu t określony przez $t = (p' - p)^2 = q^2$. Podstawiając wartości pędów p i p' w naszym układzie odniesienia (zob. rys. 3) otrzymamy łatwo następujące związki

$$t = 2m_\pi(m_\pi - E), \quad \cosh \xi = 1 - t/2m_\pi^2, \quad \cosh^2 \xi/2 = 1 - t/4m_\pi^2, \quad (2.43)$$

oraz

$$\cosh^2 \beta/2 = 1 - \cosh^2 \theta (t/4m_\pi^2). \quad (2.44)$$

Wyrażając wreszcie F_0 poprzez skalarny formfaktor $G(t)$ określony przez

$$F_\mu(t) = G(t) \frac{(p' + p)_\mu}{2m_\pi}, \quad (2.45)$$

skąd

$$G(t) = F_0 \frac{2m_\pi}{E + m_\pi} = F_0 (1 - t/4m_\pi^2)^{-1} = F_0 \cosh^{-2} \xi/2 \quad (2.45')$$

otrzymujemy ostatecznie

$$G(t) = \frac{q + 2\alpha_2 m_\pi \cosh^2 \theta (-t/4m_\pi^2)}{[1 - \cosh^2 \theta (t/4m_\pi^2)]^2}, \quad (2.46)$$

przy czym jest $G(0) = q$, jak być powinno. Formfaktor (2.46) wykazuje osobliwość w *anomalnym* położeniu

$$t = 4m_\pi^2 \cosh^{-2} \theta. \quad (2.47)$$

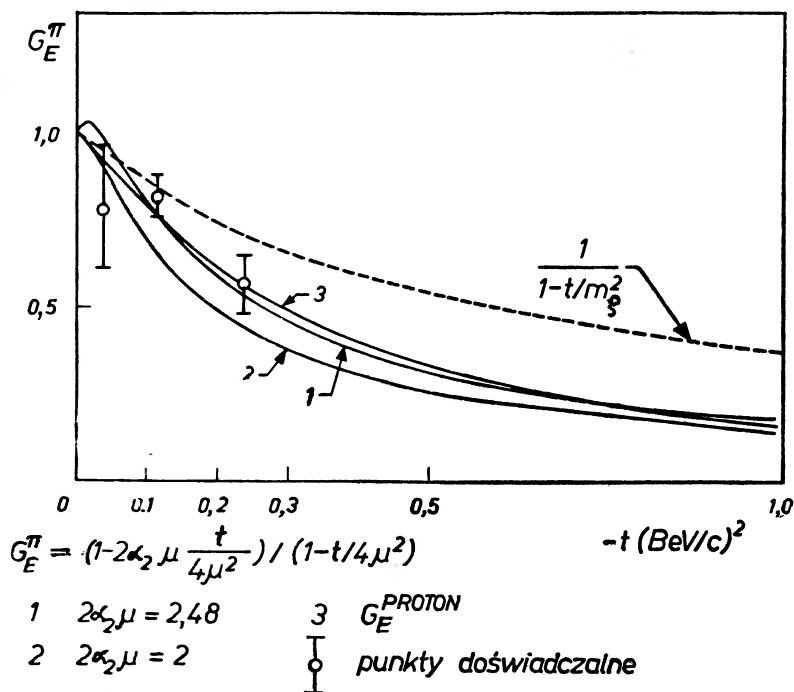
Ponieważ jednak analiza wzoru masowego dla bozonów (p. 2.3 i rys. 2) wskazuje na mały kąt mieszania ($\sinh \theta \cong 0$), więc z dobrym przybliżeniem możemy użyć prostszego wzoru

$$G(t) \cong \frac{q - 2\alpha_2 m_\pi (t/4m_\pi^2)}{(1 - t/4m_\pi^2)^2}, \quad (2.46')$$

w którym osobliwość⁸ występuje w *normalnym* położeniu $t = 4m_\pi^2$.

⁸ Normalne położenie osobliwości, przy $t = 4m_\pi^2$, występuje w najniższym, nietrywialnym rzędzie rachunku zaburzeń (dwupionowy stan pośredni w kanale t). Wystąpienie anomalnego położenia osobliwości formfaktora może oznaczać, w języku teorii zaburzeń, uwzględnienie poprawek wyższych rzędów.

Anomalność położenia osobliwości formfaktorów spowodowana niezerowym kątem mieszania będzie jednak bardzo istotna w przypadku barionów (p. niżej). Porównanie z doświadczeniem oraz z modelem opartym na dominacji mezonu ρ jest pokazane na rys. 4.



Rys. 4. Obliczony formfaktor pionu (krzywa przerywana daje wynik modelu opartego na dominacji mezonu ρ)

b) Izoskalarny formfaktor nukleonu [10]

W tym przypadku dla prostoty założymy najpierw, że „prąd“ jest czysto algebraiczny, tzn.

$$j_\mu = c \Gamma_\mu(L_{56}, L_{i6}), \quad c - \text{stała normalizacyjna.} \quad (2.48)$$

Wtedy funkcja wierzchołkowa przyjmuje postać

$$\begin{aligned}
 F_\mu(\xi) &= c \langle a' | \exp(-i\theta_{a'} L_{45}) \Gamma_\mu \exp(-i\xi L_{35}) \exp(i\theta_a L_{45}) | a \rangle = \\
 &= c \sum_{a''} \langle a' | \Gamma'_\mu | a'' \rangle \langle a'' | G(\xi) | a \rangle, \quad (2.49)
 \end{aligned}$$

gdzie

$$\Gamma'_\mu = \exp(-i\theta_{a'} L_{45}) \Gamma_\mu \exp(i\theta_{a'} L_{45}) \quad (2.50')$$

$$G(\xi) = \exp(-i\theta_a L_{45}) \exp(-i\xi L_{35}) \exp(i\theta_a L_{45}). \quad (2.50'')$$

Ograniczając się do stanu podstawowego reprezentacji fermionowej (nukleonu), zob. p. 2.2, można położyć

$$\theta_{a'} = \theta_a = \theta_{3/2} = \theta.$$

W sposób identyczny, jak poprzednio, sprowadzamy teraz $G(\xi)$ do postaci (2.35') z kątami Eulera (α, β, γ) określonymi przez (2.39). W układzie odniesienia identycznym jak na rys. 3 formfaktory elektryczny i magnetyczny określone są przez składowe F_0 i F_1 funkcji wierzchołkowej

$$F_0 = \cosh \xi/2 G_E, \quad F_1 = \sinh \xi/2 G_M. \quad (2.51)$$

Mamy do obliczenia elementy macierzowe operatorów

$$\Gamma'_0 = \exp(-i\theta L_{45}) L_{56} \exp(i\theta L_{45}) = \cosh \theta L_{56} + \sinh \theta L_{46} \quad (2.52')$$

$$\Gamma'_1 = \exp(-i\theta L_{45}) L_{16} \exp(i\theta L_{45}) = L_{16}. \quad (2.52'')$$

Najprościej można je obliczyć korzystając z postaci (1.29) operatorów L_{56} , L_{46} i L_{16} oraz z postaci (2.13) reprezentacji fermionowej. Oznaczając chwilowo

$$F_{ab} \stackrel{\text{df}}{=} \sum_{n'} \langle {}^{3/2} | L_{ab} | n' \rangle \langle n' | G(\xi) | {}^{3/2} \rangle, \quad (2.53)$$

gdzie $|{}^{3/2}\rangle$ oznacza podstawowy stan reprezentacji⁹ fermionowej ($n = {}^{3/2}$) otrzymujemy po niezbyt trudnych rachunkach, przy użyciu (1.35)

$$F_{56} = \frac{3}{2} \cos \frac{\alpha + \gamma}{2} \cosh^{-3} \beta/2 \quad (2.54')$$

$$F_{46} = -\frac{1}{2} \left(\cos \frac{\alpha - \gamma}{2} + 2 \cos^3 \frac{\alpha + \gamma}{2} \right) \sinh \beta/2 \cosh^{-4} \beta/2 \quad (2.54'')$$

$$F_{16} = -\frac{1}{2} \sin \frac{\alpha - \gamma}{2} \sinh \beta/2 \cosh^{-4} \beta/2, \quad (2.54''')$$

co, po podstawieniu kątów Eulera (2.39) oraz związków (2.43) i (2.44) (z zamianą $m_x \rightarrow M$), prowadzi do ostatecznych formuł

$$\begin{aligned} F_0(\xi) &= c(\cosh \theta F_{56} + \sinh \theta F_{46}) = \\ &= \frac{3}{2} c \cosh \theta \cosh \xi/2 \cosh^{-4} \beta/2 \left(1 + \frac{4}{3} \sinh^2 \theta \sinh^2 \xi/2 \cosh^{-2} \beta/2 \right), \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$G_E(t) = q \left[1 + \frac{\frac{4}{3} \sinh^2 \theta (-t/4M^2)}{1 - \cosh^2 \theta (t/4M^2)} \right] [1 - \cosh^2 \theta (t/4M^2)]^{-2}, \quad (2.56)$$

gdzie

$$q = \frac{3c}{2} \cosh \theta, \quad (2.56')$$

oraz $G_E(0) = q$, jak być powinno. Analogicznie otrzymujemy

$$F_1 = cF_{16} = -\frac{c}{2} \cosh \theta \sinh \xi/2 \cosh^{-4} \beta/2, \quad (2.57)$$

$$G_M(t) = -\frac{c}{2} \cosh \theta \cosh^{-4} \beta/2 = \frac{\mu}{[1 - \cosh^2 \theta (t/4M^2)]^2}, \quad (2.58)$$

⁹ W podstawowym stanie fermionowej reprezentacji (2.13), jak też w stanie $a_r^*|0\rangle$, wartość własna operatora $L_{56} = N$, określonego przez (1.29), wynosi $3/2$. Oznaczamy ją dalej również przez n , choć różni się ona o $1/2$ od wartości n dla odpowiedniej reprezentacji bozonowej (zob. p. 2.2).

gdzie

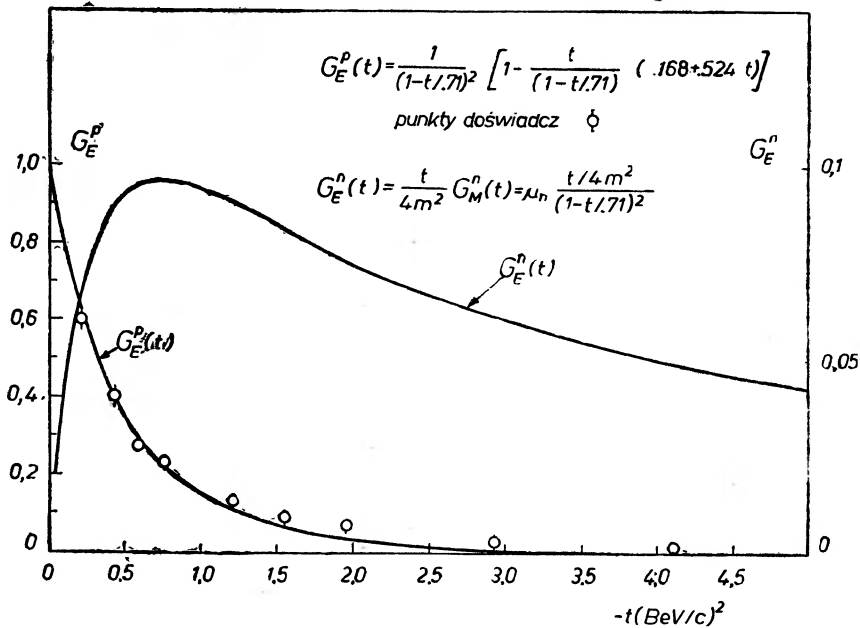
$$\mu = -\frac{c}{2} \cosh \theta = -\frac{1}{3} q. \quad (2.58')$$

Podstawiając $4M^2 \cong 3,5$ otrzymamy zgodność z doświadczalnym położeniem osiowości formfaktora przy $t \cong 0,7$ dla

$$\cosh^2 \theta \cong 5, \quad (2.59)$$

jak również dobrą zgodność z doświadczeniem przebiegu zależności

$$G_M(t) = \mu(1-t/0,7)^{-2}, \quad (2.56'')$$



Rys. 5. Formfaktory elektryczne protonu i neutronu (skala dla $G_E^n(t)$ po prawej stronie oraz dość dobrą zgodność przebiegu $G_E(t)$)

$$G_E(t) \cong q \left(1 + \frac{t/0,7}{1-t/0,7} \right) (1-t/0,7)^{-2} = q(1-t/0,7)^{-3}. \quad (2.58'')$$

Wartość momentu magnetycznego jest zła, nawet co do znaku.

c) Formfaktory elektromagnetyczne barionów przy uwzględnieniu pełnego, liniowego „prądu elektromagnetycznego“

W pracy [11], poz. 2 Barut i współpracownicy zastosowali najogólniejszy, liniowy (w generatorach algebry i w operatorach pędowych) „prąd elektromagnetyczny“ o postaci

$$j_\mu = a_1 \Gamma_\mu + a_2 P_\mu + a P_\mu L_{46} + i a_4 L_{\mu\nu} q^\nu \quad (2.60)$$

do skorelowania i porównania z doświadczeniem następujących wielkości: 1) wzorów masowych, 2) ładunków i momentów magnetycznych, 3) kątów mieszania oraz 4) formfaktorów $G_E(t)$ i $G_M(t)$ barionów. Ponieważ człon $L_{\mu\nu}q^\nu$ jest automatycznie zachowany, zatem nie ma on wpływu na „wzory masowe” i otrzymuje się te same wyniki na θ_n i M_n , co w p. 2.3. Natomiast formfaktory elektryczny i magnetyczny dla podstawowego stanu reprezentacji fermionowej ($n = 3/2, j^p = 1/2^+$) otrzymuje się w postaci

$$G_M(t) = \mu \left(1 - \cosh^2 \theta \frac{t}{4M^2} \right)^{-2}, \quad (2.61)$$

$G_E(t) =$

$$= \left(1 - \cosh^2 \theta \frac{t}{4M^2} \right)^{-2} \left[q + \frac{t}{4M^2} \left(1 - \cosh^2 \theta \frac{t}{4M^2} \right)^{-1} (B_1 + B_2 \cosh^2 \theta \frac{t}{4M^2}) \right], \quad (2.62)$$

gdzie teraz

$$\mu = -\frac{1}{2} \alpha_1 \cosh \theta - M \alpha_4, \quad (2.63)$$

natomiast

$$B_1 = -q - \mu(3 + 4 \sinh^2 \theta) + 4M \alpha_3 \sinh \theta \cosh^2 \theta, \quad (2.64')$$

$$B_2 = q + 3\mu - 4M \alpha_3 \sinh^2 \theta \quad (2.64'')$$

$$q = \frac{3}{2} \alpha_1 \cosh \theta + 2M \alpha_2 + 3M \alpha_3 \sinh \theta. \quad (2.64''')$$

Łatwo widać, że wyniki te przechodzą w (2.56) i (2.58) przy $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0$ (wtedy $q + 3\mu = 0$, p. (2.58')).

Jeśli teraz zastosujemy wyniki otrzymane dla „wież”: protonowej i neutronowej do porównania z doświadczeniem, podstawiając 12 danych doświadczalnych, a mianowicie:

a) masę $M = 0,94$ BeV dla protonu i neutronu,

b) ładunki i momenty magnetyczne protonu ($q = 1, \mu = 2,79$) i neutronu ($q = 0, \mu = -1,91$),

c) położenie osobliwości w magnetycznych formfaktorach dla n i p ,

d) jeden punkt na krzywej $G_E(t)$ dla neutronu i protonu,

e) jeszcze jeden punkt na krzywej widma mas dla obu „wież”,

to otrzymamy następujące wartości stałych:

dla „wieży” protonowej:

$$\alpha_1 = -6,29, \quad \alpha_2 = 7,46, \quad \alpha_3 = 1,43, \quad \alpha_4 = 4,48, \\ \beta = -4,02, \quad \gamma = 2,68, \quad (2.65')$$

dla „wieży” neutronowej:

$$\alpha_1 = 4,42, \quad \alpha_2 = -4,83, \quad \alpha_3 = -1,02, \quad \alpha_4 = -3,20, \\ \beta = 2,81, \quad \gamma = -1,47. \quad (2.65'')$$

Te dane pozwalają na uzyskanie szeregu przewidywań, np.:

1) magnetyczne formfaktory wykazują osobliwości podwójnego bieguna;

2) zachodzą dokładne równości

$$G_M^n(t)/\mu_p = G_M^n(t)/\mu_n, \quad \text{dla wszystkich } t; \quad (2.66)$$

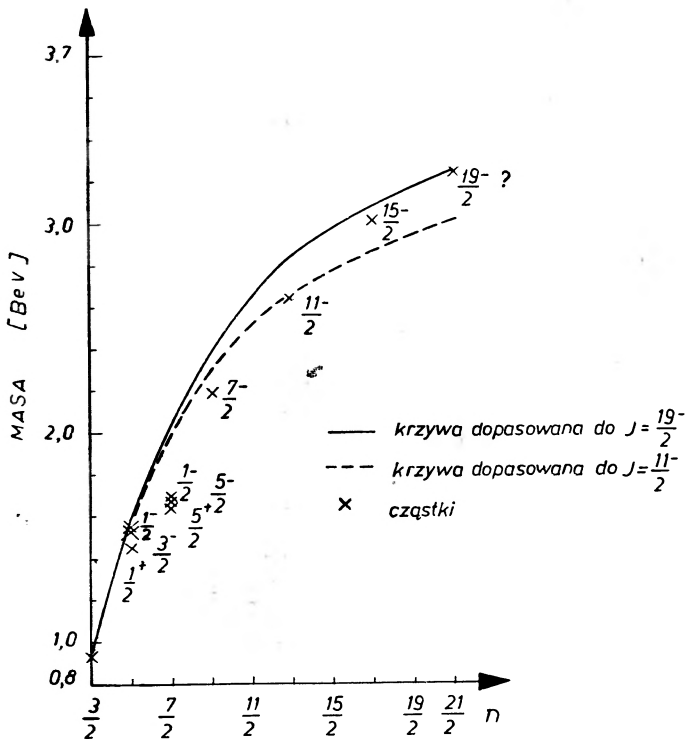
3) przebieg $G_E(t)$ z rys. 5, gdzie wskazane są punkty doświadczalne;

4) związek między $G_E^n(t)$ i $G_M^n(t)$

$$G_E^n(t) = \frac{t}{4M^2} G_M^n(t) = \mu_n \frac{t}{4M^2} (1-t/0,7)^{-2}, \quad (2.67)$$

który wynika z równości $B_1 = -B_2$.

Położenie maksimum dla $G_E^n(t)$ przypada dla $t = -0,7$ (BeV/c)², zaś jego wartość



Rys. 6. Widmo mas dla barionów o $I = 1/2$, $Y = 1$

jest równa

$$(G_E^n)_{\max} \cong 0,096; \quad (2.67')$$

5) stałe (2.65) pozwalają obliczyć formfaktory dowolnych przejść elektromagnetycznych typu

$$N_{A^*} \rightarrow N_{B^*} + \gamma \quad \text{dla stanów } I = 1/2, Y = 1;$$

6) widmo mas porównane z doświadczalnymi wartościami mas dla cząstek wieży barionowej $I = 1/2$, $Y = 1$, pokazane jest na rys. 6 (krzywa nie zawiera zależności od j).

Większość tych przewidywań wykazuje dobrą zgodność z doświadczeniem. Oprócz tego teoria pozwala przewidywać szerokości silnych i elektromagnetycznych rozpadów, czym zajmiemy się w ostatnim punkcie.

2.5. Silne i elektromagnetyczne rozpady barionów i mezonów

Rozpady silne barionów i mezonów były dyskutowane przez Baruta i współpracowników poprzednio w ramach grupy $0(3,1)$ jako grupy dynamicznej (zob. [27]). Okazało się, że grupa ta przy użyciu najprostszej swojej reprezentacji ($\nu = 0$) nie daje poprawnych wyników i trzeba było stosować bardziej złożone (mniej zdegenerowane) reprezentacje (np. $\nu = 3,5$). W następnych pracach [28]—[30] zastosowano grupę $0(4,2)$ wraz z efektem mieszania, co pozwoliło na uzyskanie dość dobrej zgodności z doświadczeniem.

Metodę stosowania grupy $0(4,2)$ do rozpadów zilustrujemy bardzo skrótowo na kilku przykładach:

a) Silne rozpady barionów typu:

$$B_j^* \rightarrow B_{1/2} + P, \quad (2.68)$$

gdzie B_j^* ($j^P = 3/2^+, 7/2^+, \dots$) są rezonansami $I = 3/2$, zaś P — pseudoskalar-nymi mezonami (zob. [28], poz. 2). W tym przypadku włącza się również „wewnętrzne“ liczby kwantowe a grupy $SU(3)$, zakładając spoczynkową symetrię $SU(3)$, co daje określone (tzw. minimalne) łamanie tej symetrii w dowolnych (ruchomych) stanach, spowodowane różnicami w masach cząstek należących do tego samego multipletu $SU(3)$, przy czym na masy te podstawia się wartości doświadczone. W przypadku rozpadów (2.68) jako „prądu“ używa się skalarnego generatora algebry $0(4,2)$: $S = gL_{46}$ (g — stała normalizacyjna), co na amplitudę skalarnej funkcji wierzchołkowej daje

$$A = \langle \bar{n}j^\pm m; a | L_{46} | \bar{n}'j'^\pm m'; a'; p \rangle, \quad (2.69)$$

przy czym zakładamy, że barion początkowy jest w spoczynku, zaś końcowy ma pęd p w kierunku osi z . Faktoryzacja wyrażenia (2.69) daje¹⁰

$$A = \sum_{n''} \langle n j^\pm m | L'_{46} | n'' j''^\pm m'' \rangle f_{n''n'}(\theta_n, \theta_{n'}, \xi), \quad (2.70)$$

gdzie

$$L'_{46} = \exp(-i\theta_n L_{45}) L_{46} \exp(i\theta_n L_{45}) = L_{46} \cosh \theta_n + L_{56} \sinh \theta_n, \quad (2.71)$$

zaś

$$f_{n''n'}(\theta_n, \theta_{n'}, \xi) = \langle n'' j'' m'' | \exp(-i\theta_n L_{45}) \exp(-i\xi L_{85}) \exp(i\theta_{n'} L_{45}) | n' j' m' \rangle, \quad (2.72)$$

co po sprowadzeniu do postaci z kątami Eulera, jak w p. 2.4 daje

$$f_{n''n'} = \langle n'' j'' m'' | \exp(-i\alpha L_{84}) \exp(-i\beta L_{45}) \exp(-i\gamma L_{84}) | n' j' m' \rangle, \quad (2.72')$$

¹⁰ Faktoryzacja (2.70) sprowadza obliczenie wyrażenia (2.69) do czysto algebraicznego zadania obliczenia niezerowych elementów macierzowych operatorów L_{46} i L_{56} (diagonalnego), oraz do obliczenia funkcji (2.72), zależnych od parametru kinematycznego ξ .

przy czym na wyrażenie kątów Eulera poprzez parametry $(\theta_n, \theta_{n'}, \xi)$ otrzymujemy teraz nieco ogólniejsze równania od (2.38), których jednak nie będziemy wypisywać. Podstawiając kąt mieszania w postaci określonej w p. 2.3 (przy $\cosh^2 \theta_n \cong 5$ dla $n = 3/2$) otrzymuje się np. na amplitudę przejścia $3/2^+ \rightarrow 1/2^+$ wyrażenie

$$A(3/2^+ \rightarrow 1/2^+) = -\frac{12}{\sqrt{6}} \sin \alpha \sin \frac{\alpha - \gamma}{2} \sinh \beta / 2 \cosh^{-4} \beta / 2. \quad (2.73)$$

Mając amplitudę oblicza się szerokość rozpadu ze wzoru

$$\Gamma = g^2 (2j_i + 1)^{-1} (p_f / M_i) M_f (CG)^2 |A|^2, \quad (2.74)$$

którego szczegółowe uzasadnienie można znaleźć w pracach [27]—[29], a w którym j_i , M_i oznaczają spin i masę barionu początkowego, p_f , M_f — pęd i masę barionu końcowego, zaś CG oznaczają współczynniki Clebscha-Gordana SU(3) wynikające z założonej symetrii. W tab. I pokazano porównanie otrzymanych wyników z doświadczeniem (podkreślony wynik służy do wyznaczenia jedynego uniwersalnego czynnika g^2 teorii).

Tabela I

Rozpady barionów

Rozpad	Γ (teoret.) [MeV]	Γ (dośw.) [MeV]
$\Delta_{3/2} \rightarrow N\pi$	120	120 ± 2
$\Sigma_{3/2} \rightarrow N\pi$	35,82	$33,67 \pm 2,73$
$\Sigma_{3/2} \rightarrow \Sigma\pi$	1,2	$3,33 \pm 1,11$
$\Xi_{3/2} \rightarrow \Xi\pi$	5,25	$7,3 \pm 1,7$
$\Delta_{7/2} \rightarrow N\pi$	76,7	100,0
$\Delta_{7/2} \rightarrow \Sigma K$	1,74	obserwow.
$\Sigma_{7/2} \rightarrow N\bar{K}$	40,9	25,6
$\Sigma_{7/2} \rightarrow \Sigma\pi$	10,1	obserwow.
$\Sigma_{7/2} \rightarrow \Lambda\pi$	32,9	40,0
$\Delta_{11/2} \rightarrow N\pi$	45,0	$\sim 27,5$
$\Delta_{11/2} \rightarrow \Sigma K$	5,23	?
$\Delta_{15/2} \rightarrow N\pi$	13,9	~ 10
$\Delta_{19/2} \rightarrow N\pi$	3,9	~ 3

b) Rozpady mezonów

Na ogół problem rozpadu bozonu jest bardziej skomplikowany od rozpadu barionu, gdyż w stanie końcowym występują zwykle co najmniej dwa bozony (np. w rozpadzie $\rho \rightarrow \pi + \pi$) i trzeba tworzyć relatywistyczne stany dwucząstkowe z określonym całkowitym krętem (i ew. „helicity“), co stwarza wiele dodatkowych kłopotów¹¹.

¹¹ Zwracamy uwagę, że w dotychczasowej teorii operowało się jedynie stanami jednocząstkowymi, dla których problem „boost'u“ jest bardzo prosty.

Ponieważ nie ukazała się dotąd ani jedna praca, która zagadnienie to, w ramach opisywanego przez nas modelu, traktowałaby poprawnie, ograniczymy się do dwóch przykładów rozpadów rezonansów bozonowych, w których dotychczasowa metoda operowania stanami jednocząstkowymi jest wystarczająca (w ramach przybliżeń modelu).

b1) Elektromagnetyczny rozpad rezonansów bozonowych [29]

Rozważamy rozpad typu

$$M^* \rightarrow M + \gamma, \quad (2.75)$$

gdzie M^* jest rezonansem bozonowym (zwykle o spinie ≥ 1), zaś M — mezonem oktetu 0^- , zazwyczaj pionem). W tym przypadku oddziaływanie elektromagnetyczne uwzględniamy znów fenomenologicznie w postaci „prądu“ o postaci (2.16), stosując jednocześnie ewentualne mieszanie przy pomocy operatora $T = L_{45}$, przy czym uważamy, że zarówno kąty mieszania, jak i stałe normalizacyjne są wyznaczone przez widmo mas i ładunek, jak w p. 2.3.

Wybierając nasz standardowy układ odniesienia (zob. rys. 3), otrzymujemy na wektorową amplitudę przejścia postać jak w p. 2.4a

$$V_\mu = \langle \bar{n}jm; i | j_\mu \exp(-i\xi L_{35}) | \bar{n}'j'm'; i' \rangle, \quad (2.76)$$

gdzie liczby kwantowe (i, i') numerują teraz zarówno „wewnętrzne“ liczby kwantowe a , np. grupy $SU(3)$, jak i ewent. „numer wieży“ (gdyż bozony $1^-, 2^+, 3^-, \dots$ muszą należeć do innej wieży, o przeciwnej parzystości, niż mezony końcowe 0^-). Jeśli jednak ograniczymy się do rozpadów

$$1^- \rightarrow 0^- + \gamma, \quad 2^+ \rightarrow 0^- + \gamma, \quad 3^- \rightarrow 0^- + \gamma, \quad \dots, \quad (2.77)$$

to we wszystkich przypadkach mamy tę samą parę „wież“ i zależność V_μ od ich numerów wejdzie jedynie w stały czynnik fazowy, który można połączyć z ogólną stałą sprzężenia (dopasowywaną do doświadczenia).

Zależność od „wewnętrznych“ liczb kwantowych można by uwzględnić zakładając określone własności transformacyjne względem $SU(3)$ (charakter tensorowy) współczynników w wyrażeniu (2.16) na „prąd“. Zapisując ten „prąd“ skrótowo w postaci

$$j_\mu = \sum_{k=1}^3 \alpha_k F_\mu^k,$$

otrzymujemy faktoryzację

$$V_\mu = \sum_{k=1}^3 \langle i | \alpha_k | i' \rangle \langle \bar{n} | F_\mu^k \exp(-i\xi L_{35}) | \bar{n}' \rangle. \quad (2.76')$$

W ogólnym przypadku posługiwanie się wyrażeniem (2.76') jest dość kłopotliwe i zawiera wiele nieznanych czynników. W pracy [29] ograniczono się do następujących, upraszczających, założeń:

a) ograniczamy się do przejść, wywołanych składową $j_+ = j_1 + ij_2$ prądu. Wtedy wystarczy brać pod uwagę jedynie składnik

$$a\Gamma_+ = -\frac{i\alpha}{\sqrt{2}}(L_{16} + iL_{26}),$$

gdź $P_+ = P_1 + iP_2 = 0$ w naszym układzie odniesienia,

b) ograniczamy się do badania zależności od spinu cząstki początkowej przy ustalonych: cząstce końcowej oraz „wewnętrznych“ liczb kwantowych: cząstki początkowej i końcowej (uwzględniając te ostatnie ewentualnie poprzez współczynniki Clebscha-Gordana). W tym przypadku cały czynnik $\langle i|\alpha|i'\rangle$ sprowadza się do stałej i wraz ze stałą sprężenia daje wspólny mnożnik g będący jedynym parametrem teorii.

Podstawiając prąd $j_+ = g\Gamma_+$ w (2.76') otrzymujemy, jak w poprzednich punktach

$$\Gamma_+ = \frac{g}{N_n N_{n'}} \sum_{n''} \langle njm|\Gamma_+|n''j''m''\rangle \langle n''j''m''|G(\xi)|n'j'm'\rangle, \quad (2.76''')$$

gdzie

$$G(\xi) = \exp(-i\theta_n L_{45}) \exp(-i\xi L_{35}) \exp(i\theta_{n'} L_{45}) = G(\alpha, \beta, \gamma), \quad (2.78)$$

przy czym kąty Eulera wyrażamy poprzez $(\theta_n, \theta_{n'}, \xi)$ przy pomocy metody opisanej w poprzednich punktach. Stałe normalizacyjne wyrażamy poprzez ładunki przy pomocy (2.20a), zaś kąty mieszania przy pomocy wzoru (2.25). Przy niskich przekazach pędu można w większości przypadków używać przybliżenia $\theta_n = \theta_{n'} \simeq 0$.

Przy pomocy opisywanej już wielokrotnie metody stosowania funkcji (1.35) Bargmanna otrzymujemy dla przejść (2.77) wyrażenia

$$V_+(1 \rightarrow 0 + \gamma) = g/N_1 N_2 \frac{-i}{\sqrt{2}} \cosh^{-4} \beta/2 \quad (2.79')$$

$$V_+(2 \rightarrow 0 + \gamma) = g/N_1 N_3 \sqrt{2} \sin \alpha \sinh \beta/2 \cosh^{-5} \beta/2 \quad (2.79'')$$

$$V_+(3 \rightarrow 0 + \gamma) = g/N_1 N_4 i \frac{\sqrt{3}}{10} \sin^2 \alpha \sinh^2 \beta/2 \cosh^{-6} \beta/2. \quad (2.79''')$$

Uwzględniając przestrzeń fazową oraz współczynniki Clebscha-Gordana jak w poprzednich przykładach, oraz wyliczając parametr ξ na powłoce masowej produktów rozpadu otrzymujemy wyniki z tab. II (uwzględniono w niej dwa różne „kąty mieszania“ singletu i oktetu SU(3): $\varphi \cong 11^\circ$ i $\varphi \cong 23^\circ$). Porównanie z doświadczeniem jest narazie niemożliwe z powodu braku dokładnych pomiarów (z wyjątkiem rozpadu $\omega \rightarrow \pi^0 \gamma$, który został użyty do normalizacji stałej g).

Elektromagnetyczne rozpady rezonansów bozonowych

Rozpad	Pęd końcowy pf	Kwadrat amplitudy $0(4,2)$	Czynnik SU(3) przy kącie miesz. φ			Γ [μeV] $\varphi \cong 11^\circ$ ($\varphi \cong 23^\circ$)
			$\varphi = 0$	$\varphi \cong 11^\circ$	$\varphi \cong 23^\circ$	
$\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm \gamma$	0,367	0,31	1	1	1	0,221
$\rho^0 \rightarrow \pi^0 \gamma$	0,367	0,29	1	1	1	0,214
$\rho^0 \rightarrow \eta^0 \gamma$	0,182	3,1	3	1,52	0,41	0,31 (0,08)
$\omega^0 \rightarrow \pi^0 \gamma$	0,381	0,18	9	9	9	<u>1,2</u>
$\omega^0 \rightarrow \eta^0 \gamma$	0,199	3,03	1/3	0,17	0,04	0,05 (0,013)
$K^{*0} \rightarrow K^0 \gamma$	0,308	2,42	4	4	4	1,39
$K^{*\pm} \rightarrow K^\pm \gamma$	0,310	2,47	1	1	1	0,36
$\varphi \rightarrow \eta \gamma$	0,362	2,29	8/3	3,3	3,8	1,03 (1,18)
$A_1^\pm \rightarrow \pi^\pm \gamma$	0,647	0,063	1	1	1	0,028
$G^\pm \rightarrow \pi^\pm \gamma$	0,834	0,018	1	1	1	0,006

b2) Rozpady mezonowe $1^+ \rightarrow 1^- + 0^-$ [30]

Inny przypadek, który może być potraktowany analogicznie jak rozpady elektromagnetyczne, stanowi rozpad mezonów osiowo-wektorowych 1^+ . Ogólniej, można tą metodą badać rozpady typu $j^\pm \rightarrow 1^- + 0^-$ obliczając amplitudę przejść $(nj^\pm m) \rightarrow (1 0^- 0)$ pod wpływem wektorowego prądu algebraicznego Γ_μ . Amplituda ta wyrazi się w postaci podobnej do poprzednich

$$A[(nj^\pm m) \rightarrow (1 0^- 0)] = \sum_{n''} \langle nj^\pm m | \Gamma'_\mu | n'' \rangle f_{n''1}(\xi), \quad (2.80)$$

gdzie

$$\Gamma'_\mu = \exp(-i\theta_n L_{45}) \Gamma_\mu \exp(i\theta_n L_{45}) \quad (2.80')$$

$$f_{n''1}(\xi) = \langle n'' j'' 0 | \exp(-i\theta_n L_{45}) \exp(-i\xi L_{35}) \exp(i\theta_1 L_{45}) | 100 \rangle. \quad (2.80'')$$

Poprzednio omówione metody prowadzą wtedy do następujących, przykładowych, wyników:

$$A[(2 1^+ 1) \rightarrow (1 0^- 0)] = -\frac{i}{\sqrt{2}} (\cosh^{-2} \beta/2 - \sinh^2 \beta/2 \cosh^{-4} \beta/2), \quad (2.81')$$

$$A[(2 1^+ 0) \rightarrow (1 0^- 0)] = -\frac{i}{\sqrt{2}} (\cosh^{-2} \beta/2 - \sinh^2 \beta/2 \cosh^{-4} \beta/2 - 2 \cos 2a \sinh^2 \beta/2 \cosh^{-4} \beta/2), \quad (2.81'')$$

z których wyliczamy szerokości rozpadów, jak w poprzednich przykładach. Wyniki zebrano w tab. III. Porównanie z doświadczeniem daje zgodność dość dobrą.

Rozpady (silne) mezonów osiowo-wektorowych

Rozpad	Teoria Γ [Mev]	Doświadcz. Γ [Mev]
1. $A_1 \rightarrow \rho\pi$	130	30—130
2. $K_A \rightarrow K^*\pi$	50,7	} dominujące } sposoby rozpadu
3. $K_A \rightarrow \rho K$	15,3	
4. $K_A \rightarrow \omega K$	5,4	
5. $E \rightarrow \bar{K}^*K + K^*\bar{K}$	34,2	$< 2,1 \pm 1,4$
6. $\pi(1640) \rightarrow \rho\pi$	30,05	$< 40 \pm 8$
7. $K_A(1800) \rightarrow K^*\pi$	14,3	28 ± 10
8. $K_A(1800) \rightarrow \rho K$	3,89	$5,6 \pm 2$
9. $K_A(1800) \rightarrow \omega K$	3,54	8 ± 2

§ 3. Wnioski końcowe

Pozostawiając Czytelnikowi ocenę omówionego wyżej modelu, chcielibyśmy jedynie poczynić następujące uwagi:

1. Omówiony model nie stanowi, oczywiście, teorii. Opierając się na teorii atomu wodoru oraz na argumentach prostoty, stanowi on jedynie próbę wykazania, że metody algebraiczno-grupowe, omijające całkowicie opis czasoprzestrzenny, mogą prowadzić do realistycznego, dość dobrze zgadzającego się z doświadczeniem opisu szeregu własności hadronów i to nie tylko w zakresie ich klasyfikacji i geometrycznego obrazu „przestrzeni stanów“, ale i w zakresie dynamiki (formfaktory, szerokości rozpadów).

2. Ze względu na to, że oddziaływanie elektromagnetyczne stanowi we wzorcowej teorii atomu wodoru jedyny typ oddziaływań, wydaje się, że w omówionym modelu rola tych oddziaływań jest wyolbrzymiona. Założona postać prądu elektromagnetycznego służy bowiem jednocześnie zarówno do wyznaczenia widma mas oraz kątów mieszania, jak i do wyliczenia formfaktorów elektromagnetycznych oraz szerokości elektromagnetycznych rozpadów. Ponieważ obserwowane masy cząstek i rezonansów zależą ewidentnie od „wewnętrznych“ liczb kwantowych (oraz od spinu), wydaje się niezbędne rozszerzenie dynamicznej grupy z trywialnego iloczynu $0(4,2) \otimes SU(3)$ na nietrywialne powiązanie tych dwu grup, oraz przyjęcie na „prądy“ ogólniejszych postaci, posiadających określone własności transformacyjne nie tylko ze względu na grupę Lorentza, ale i np. na grupę $SU(3)$ (operatory o takich własnościach można znaleźć np. w ramach algebry Lie'go grupy $U(6,6)$). Być może konieczne jest również zrezygnowanie z postulatu „liniowości“ prądu. Oczywiście, w tak poszerzonej teorii stopień dowolności staje się o wiele większy i należałoby poszukać głębszych argumentów teoretycznych.

3. Omówiony model operuje wyłącznie stanami jednocząstkowymi, dla których problem „boost'u“ jest trywialny. Z tego powodu zakres możliwych do wyliczenia charakterystyk dynamicznych jest w tym modelu bardzo ograniczony. M. in. niemożliwa jest oczywiście pełna teoria macierzy S , nawet przy ograniczeniu do reakcji dwucząstkowych. Należałoby się zastanowić nad możliwością poprawnego konstruowania relatywistycznych stanów wielo-, a przynajmniej dwucząstkowych i to zarówno na powłoce masy, jak i poza nią (w zakresie widma ciągłego).

Być może, zagadnienia te muszą być powiązane z metodami, o których będzie mowa w części drugiej tego artykułu.

Abstract. The relativistic model of hadrons, proposed by A. O. Barut and his collaborators and based upon the $O(4,2)$ conformal group is described in some detail.

In the first chapter, the group-algebraic theory of the non-relativistic H-atom, including its electromagnetic interaction (in the dipole approximation) is presented, while in the second one the fundamental assumptions and some results of Barut's model are briefly summarized. Some critical remarks and comments are given in the conclusion.

Literatura

- [1] L. van Hove, *Postępy Fizyki*, **18**, 377, 477 (1967).
- [2] G. F. Chew, *Postępy Fizyki*, **16**, 647, 657 (1965).
- [3] A. Salam, *Postępy Fizyki*, **17**, 151, 167 (1966).
- [4] L. M. Brown, *Postępy Fizyki*, **17**, 471 (1966).
- [5] S. Pokorski, *Postępy Fizyki*, **17**, 609 (1966).
- [6] A. O. Barut, *Phys. Rev.*, **135**, B 839 (1964).
- [7] A. O. Barut, A. Böhm, *Phys. Rev.*, **139**, B 1107 (1965).
- [8] A. O. Barut, H. Kleinert, *Phys. Rev.*, **156**, 1541; **157**, 1180 (1967); **160**, 1149 (1967).
- [9] A. O. Barut, *Phys. Rev.*, **156**, 1538 (1967).
A. O. Barut, H. Kleinert, *Phys. Rev.*, **156**, 1546 (1967); **161**, 1464 (1967).
- [10] H. Kleinert, *Phys. Rev.*, **163**, 1807 (1967).
- [11] A. O. Barut, D. Corrigan, H. Kleinert, *Phys. Rev.* **167**, 1527 (1968); *Phys. Rev. Letters*, **20**, 167 (1968).
- [12] A. O. Barut, *Lectures in Theoretical Physics*, Vol. XB, Gordon and Breach, N. Y. 1968.
- [13] P. Budini, C. Fronsdal, *Phys. Rev. Letters*, **14**, 968 (1965).
- [14] C. Fronsdal, *High Energy Physics and Elementary Particles*, I.A.E.A., Vienna 1965.
- [15] C. Fronsdal, *Phys. Rev.*, **156**, 1653, 1665 (1967).
- [16] Y. Nambu, *Phys. Rev.*, **160**, 1171 (1967); *Proceedings of the 1967 International Conference on Particles and Fields* (Intersci. Publ.).
- [17] W. Pauli, *Z. Phys.*, **36**, 336 (1926).
- [18] V. Fock, *Z. Phys.*, **98**, 145 (1935).
- [19] V. Bargmann, *Z. Phys.*, **99**, 576 (1936).
- [20] A. Kotański, *Postępy Fizyki*, **17**, 485 (1966).
- [21] J. Olszewski, *Acta Phys. Polon.*, **30**, 105 (1966).

- [22] G. Racah, *Group Theory and Spectroscopy*, Princeton 1951.
- [23] W. Gordon, *Ann. Phys.*, **2**, 1031 (1929).
- [24] V. Bargmann, *Ann. Math.*, **48**, 568 (1947).
- [25] E. Majorana, *Nuovo Cimento*, **9**, 335 (1932).
- [26] A. O. Barut, *Nuclear Phys.*, **B4**, 455 (1968).
- [27] A. O. Barut, H. Kleinert, *Phys. Rev. Letters*, **18**, 754, 1027 (1967).
- [28] A. O. Barut, K. C. Tripathy, *Phys. Rev. Letters*, **19**, 918, 1081 (1967).
- [29] A. O. Barut, K. C. Tripathy, *Radiative Decay of Boson Resonances*, Univ. of Colorado preprint, April 1968.
- [30] K. C. Tripathy, *Mass Spectrum and Strong Decays of Mesons in $O(4,2)$ Theory*, preprint NYO-3399-145, Syracuse Univ., 1968.

Anna Pajczkowska

Instytut Fizyki PAN
Warszawa

Wzrost kryształów metodą hydrotermiczną

Hydrothermal Method of Crystal Growth

Rozwój badań fizyki ciała stałego oraz zastosowanie wyników tych badań w przemyśle są ściśle związane ze wzrostem zapotrzebowania na kryształy różnorodnych substancji chemicznych o ściśle sprecyzowanych własnościach. Szczególnie szerokie zastosowania w technice znalazły kryształy materiałów półprzewodnikowych. Własności wielu substancji półprzewodnikowych są poznawane na materiale polikrystalicznym. Jest to spowodowane niedostatecznym rozwojem techniki otrzymywania kryształów, pozwalających na otrzymanie dostatecznie dużych monokryształów tych substancji, co z kolei wiąże się bezpośrednio z zagadnieniem wzrostu kryształów. W wielu przypadkach własności półprzewodnikowe materiału polikrystalicznego mają specjalne znaczenie technologiczne, jak np. własności półprzewodnikowe selenu lub własności wielu luminoforów jak siarczki cynkowy i inne. Jednak nawet w tych przypadkach własności agregatów polikrystalicznych nie mogą być całkowicie wyjaśnione dopóty, dopóki nie porówna się ich z własnościami monokryształów o prawie doskonałej strukturze krystalicznej. Na bazie zapotrzebowania na kryształy półprzewodnikowe rozwinęła się szeroka dziedzina wiedzy zajmująca się „wzrostem kryształów“ oraz metodami otrzymywania monokryształów różnych substancji. O rozwoju tej problematyki może świadczyć pojawienie się w ostatnich latach w literaturze światowej dwu czasopism, a mianowicie „Journal of Crystal Growth“ i „Materials Research Bulletin“, jak również odbywające się raz na dwa lata międzynarodowe konferencje poświęcone problemom wzrostu kryształów. Pierwsza ze wspomnianych konferencji odbyła się w Stanach Zjednoczonych w 1966 roku, a druga w Anglii w 1968 roku.

Obecnie nauka i przemysł rozporządzają dużą ilością różnorodnych kryształów o wysokiej jakości tak z punktu widzenia struktury krystalograficznej, jak i ściśle kontrolowanej czystości. Jednakowoż istnieje bardzo poważna ilość materiałów, których otrzymywane kryształy są niezadowolającej jakości

lub nie otrzymano ich jeszcze w postaci monokryształów. Przyczyną trudności otrzymania tych substancji w postaci monokryształów o określonych własnościach jest odpowiednio dobrana metoda wzrostu kryształów, względnie specyficzne własności fizyko-chemiczne danej substancji. Wyboru metody krystalizacji dokonuje się na podstawie znajomości warunków technologicznych metody i własności fizyko-chemicznych substancji poddawanej procesowi krystalizacji. Metody otrzymywania kryształów można podzielić na trzy zasadnicze grupy: a) wzrost z substancji stopionej, b) wzrost z roztworu i c) wzrost z fazy gazowej. W niniejszym artykule zostanie omówiona najmniej znana i mało stosowana, w szczególności do otrzymywania kryształów półprzewodnikowych, metoda wzrostu kryształów z roztworów pod wysokim ciśnieniem zwana potocznie metodą hydrotermiczną. Jest ona zaliczana do grupy b), to znaczy wzrostu z roztworów, pomimo że, jak zobaczymy w dalszej części artykułu, można by równie dobrze w pewnych warunkach zaliczyć ją i do grupy c), to jest do wzrostu z fazy gazowej. W metodzie hydrotermicznej ośrodkiem, w którym zachodzi krystalizacja, może być ciecz lub gaz zależnie od dwóch parametrów: ciśnienia i temperatury. W każdym z tych przypadków mówi się o ośrodku jako o rozpuszczalniku. Tak więc zasadniczą rolę w metodzie hydrotermicznej odgrywa ciśnienie, temperatura i rodzaj rozpuszczalnika. Istnieje wiele substancji chemicznych nierozpuszczalnych w temperaturze pokojowej i w ciśnieniu normalnym w takich rozpuszczalnikach jak woda, kwasy, zasady itp., które pod wysokim ciśnieniem i w wysokiej temperaturze ulegają rozpuszczaniu. W metodzie hydrotermicznej wyróżniamy dwie fazy: jedna to substancja krystalizująca, występująca w fazie stałej, rozpuszczająca się pod wpływem wysokiego ciśnienia i wysokiej temperatury w odpowiednio dobranym rozpuszczalniku, stanowiącym drugą fazę układu o ciekłym lub gazowym stanie skupienia. Stosowane rozpuszczalniki w metodzie hydrotermicznej charakteryzują się małą wartością gęstości i lepkości, niską temperaturą krytyczną oraz dużą lotnością. Do tej grupy rozpuszczalników zaliczamy: roztwory wodne rozcieńczonych i stężonych kwasów, zasad i soli oraz z grupy rozpuszczalników organicznych dwusiarczek węgla. Charakter stosowanych rozpuszczalników w metodzie hydrotermicznej wyróżnia ją spośród innych znanych metod wzrostu kryształów z roztworów. I tak dla porównania można wymienić takie rozpuszczalniki jak ind, cynę lub ołów stosowane do otrzymania kryształów związków półprzewodnikowych typu $A^{III} B^V$ i $A^{II} B^{VI}$ metodą wędrującej strefy, czy stopiony krzem, z którego otrzymano węglik krzemu. Inną grupę stanowią stopione sole jak tlenek ołowiawy, fluorek ołowiawy, trójtlenek boru, fluorek potasu, z których krystalizuje się tlenki. Określenie „hydrotermiczny“ wzrost kryształów jest stosowane przez geochemików i geofizyków do opisu zjawisk zachodzących w przyrodzie pod wysokim ciśnieniem i w wysokiej temperaturze w obecności roztworów wodnych, którym towarzyszy wzrost kryształów. Termin ten w zastosowaniu do metody otrzymywania syntetycznych kryształów jest nieściśły, gdyż kryształy syntetyczne otrzymuje się nie tylko z roztworów wodnych. Roy i White [1] wprowadzają zamiast hydrotermiczny wzrost kry-

ształów termin: metoda wzrostu kryształów pod wysokim ciśnieniem — *High Pressure Solution* (HPS), przeprowadzając jednocześnie porównanie z metodą wzrostu kryształów (z topnika) — *High Temperature Solution (Flux)* — (HTS). Metody te różnią się rodzajem stosowanego rozpuszczalnika jak również tym, że w metodzie HPS najistotniejszą rolę odgrywa ciśnienie, podczas gdy w metodzie HTS temperatura.

Metoda HPS otrzymywania monokryształów została najszczegółowiej rozpracowana dla kwarcu SiO_2 [2, 3]. Prace nad otrzymaniem monokryształów kwarcu zostały zapoczątkowane w czasie II wojny światowej w Niemczech. Zainteresowanie kwarcem wynikało z własności piezoelektrycznych i optycznych. Metodą HPS uzyskuje się dzisiaj kryształy o dowolnych rozmiarach i o z góry założonych własnościach. Pomimo skuteczności tej metody w przypadku kwarcu, jest ona mało stosowana do otrzymywania kryształów innych związków. Jedynie w kilku ośrodkach na świecie prowadzi się badania w tej dziedzinie, w Polsce tematyka ta została podjęta w ostatnich latach w Instytucie Tele-Radiotechnicznym oraz w Instytucie Fizyki PAN w Warszawie.

W porównaniu z innymi dotychczas znanymi metodami wzrostu kryształów można stwierdzić, że metoda HPS jest odmienna od dotychczas stosowanych, a określając stopień jej trudności można ją porównać z metodą HTS (z topnika) względnie z metodą transportu chemicznego [4] z drugiej strony. Metoda HPS pozwala otrzymywać kryształy pierwiastków lub związków przy niskich temperaturach, a więc można ją stosować do wzrostu kryształów substancji:

- 1) charakteryzujących się zbyt wysokim ciśnieniem par, co nie pozwala bądź bardzo utrudnia kontrolowany wzrost z fazy ciekłej (ZnS),
- 2) które nie są stabilne w punkcie topnienia (α — kwarc),
- 3) które w innych metodach krystalizacji ulegają rozkładowi bądź przemianom fazowym (HgS , ZnO).

Omawiając zalety tej metody należy wymienić możliwość uzyskania:

- 1) kryształów pozbawionych naprężeń,
- 2) kryształów prawie jednorodnie domieszkowanych. (Istnieją wprawdzie trudności przy otrzymaniu kryształów granatu czy rubinu. Zasadniczą trudność sprawia wprowadzenie odpowiedniej ilości domieszki chromu do kryształu tlenku glinu oraz uzyskanie równomiernego jej rozłożenia w objętości kryształu. Prace w tej dziedzinie są w toku i autorzy mają nadzieję uzyskania pozytywnych rezultatów.)
- 3) kryształów o mniejszej ilości dyslokacji w porównaniu z innymi metodami, a mianowicie 10^4 dysl./ cm^2 w metodzie HPS, 10^5 w metodzie HTS i 10^6 z fazy ciekłej [1],

- 4) kryształów o wysokiej czystości przy zachowaniu tych samych wymagań co do czystości materiałów wyjściowych, jak w innych metodach.

Metoda HPS jest opracowana dla wielu tlenków związków binarnych, tlenków związków złożonych (minerały), kilku związków typu $\text{A}^{\text{II}}\text{B}^{\text{VI}}$, niektórych pierwiastków metalicznych i innych. Dane technologiczne otrzymanych kryształów przedstawiono w tablicy I, w której nie uwzględniono tlenków

Zestawienie kryształów otrzymanych metodą HPS

Związek	Roztwór	Temp. kryst. °C	Temp. rozp. °C	Ciśn. w atm. lub % wypełn.	Rozmiary kryszt.	Literatura
Al ₂ O ₃	K ₂ CO ₃ , KHCO ₃	530—600		50-70%	duże	[25]
Szafir	NaOH,	405	435	80%	0,25 mm/dzień	[26, 27, 28, 29]
Rubin	Na ₂ CO ₃					
TiO ₂	9m H ₂ SO ₄	600—700	ΔT = 80—100	3500—4100	duże	[15]
TiO ₂	KF, NaF, NH ₄ F	585	600	60%	2 mm	[16]
BeO	4m KOH	500	530		1,3 g	[14]
ZnO	6m KOH	353	339		10 mm	[13]
PbO	1N LiOH	250	450	60%	8 × 8 × 0,5	[19]
Se	CS ₂	175		20	10 × 0,5	[17]
Se	NH ₃	160—196		1000	8 mm	[30]
Te	10m HJ + J ₂	200	420	~ 2000	2 × 2 × 2	[22]
CdS	9m HBr	430	450	~ 2500	4 × 4 × 8	[22]
CdTe	20m NaOH	350	390	85%	drobne	[21]
CdSe	20m NaOH	350	390	85%	drobne	[21]
ZnSe	5m NaOH			78%	drobne	[21]
ZnSe	12m HCl	430	450	~ 2500	3 × 3 × 1	[22]
ZnTe	1m NaOH	350	390	72%	drobne	[21]
HgS	alkal.				rozkłada się	[21]
HgS	2m HCl	320	330	~ 2000	4 × 4 × 0,4	[22]
Hg ₃ S ₂ Cl ₂	12m HCl	400	450	~ 2500	4 × 4 × 4	[22]
PbS	12m HCl	430	450	~ 2500	5 × 5 × 5	[22]
Sb ₂ S ₃	9m HBr	440	455	~ 2500	15 mm	[22]
PbS i ZnS	NH ₄ Cl	400	407	75%	nie otrzym. roztw. stałych, otrzymano ZnS i PbS	
HgO	NaCl	450	500		1—3 mm ZnS	[24]
Cu, Ag, Pt, Co, Ni, Sb, Te, As, W, Ta, Ge, Au	5% NaOH	200—300	100—200	50—200	1—3 mm	[23]
	kwasy	480	500	55—65%	1—4 mm	[11, 20]

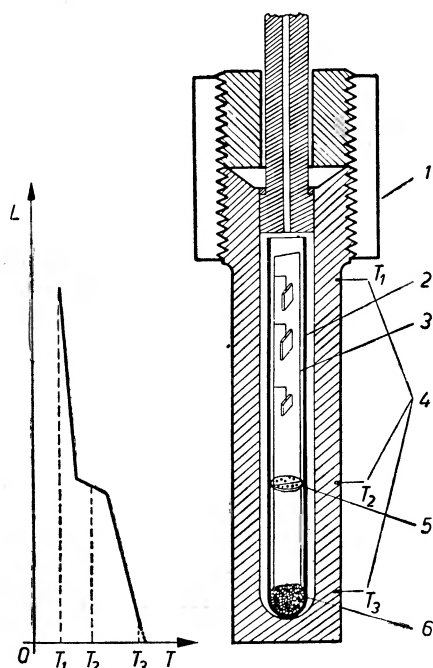
związków złożonych, starano się natomiast zebrać dane dotyczące materiałów interesujących z punktu widzenia fizyki i elektroniki.

Przy omawianiu metody HPS wzrostu kryształów położony będzie większy nacisk na stronę techniczną i wyniki eksperymentalne niż na stronę teoretyczną,

pomimo bowiem postępu w tej dziedzinie wiedzy, jaki obserwujemy zwłaszcza w ostatnich latach, teoria wzrostu kryształów z roztworów pod wysokim ciśnieniem jest jeszcze w stadium początkowym. Ostatnie lata przyniosły dopiero rozwój teorii opisującej procesy towarzyszące wzrostowi kryształów z roztworów w wysokiej temperaturze. Dotychczas teoretycznie najlepiej została opracowana metoda HPS dla wzrostu kryształów kwarcu.

Aparatura

Na rysunku 1 przedstawiono ogólny schemat autoklawu stosowanego w metodzie HPS. Autoklawy różnią się między sobą w zależności od ciśnienia i temperatury wymaganych przy danych procesach krystalizacji gatunkiem



Rys. 1. Ogólny schemat autoklawu stosowanego w metodzie HPS. 1 — stalowy autoklaw, 2 — łożka, 3 — ramka z zarodkami, 4 — termopary, 5 — perforowana przegroda, 6 — naważka-wsąd

stali oraz rozmiarami. Przy stosowaniu wyższych ciśnień i temperatur zmniejsza się odpowiednio wymiary wewnętrzne i zewnętrzne autoklawu. Zazwyczaj stosuje się zawory zamykające typu Bridgmana. Najbardziej rozpowszechnione są autoklawy (zwane kwarcowymi) skonstruowane specjalnie do otrzymywania kryształów kwarcu [5] i pracujące w zakresie ciśnień od 1000 do 2000 atm. i do temperatury 500°C. Autoklawy tego typu stosuje się często w przemyśle,

wtedy objętości ich komór wewnętrznych sięgają kilku litrów, a waga otrzymywanych kryształów dochodzi nieraz do kilku kilogramów. Przy krystalizacji niektórych materiałów te warunki technologiczne są niewystarczające. W najnowszej literaturze spotyka się wzmianki o opracowaniu autoklawów na coraz to wyższe ciśnienia i temperatury (900°C i 4000 atm. [1] oraz 1000 atm. [7] lub 1250°C [8]). Istnieje oczywiście granica podwyższania ciśnienia i temperatury uzależniona od wytrzymałości materiałów konstrukcyjnych i tak Luth i Tuttle [7] oraz Williams [8] wspominają o trudnym do uniknięcia problemie „przeciekania“ autoklawu czyli przenikania gazu przez jego ścianki. Autoklawy takie nie nadają się do wielodobowych procesów, które są charakterystyczne dla metody HPS.

Aby uniknąć wpływu korozji na materiał autoklawu stosuje się różne materiały i rozwiązania konstrukcyjne łożek reakcyjnych, umieszczonych w jego wnętrzu [2, 3, 9, 10] (rys. 1) — platynowe, srebrne, tytanowe, kwarcowe odporne na odpowiednie substancje chemiczne (tabl. II).

Tablica II

Zestawienie materiałów stosowanych na łożki reakcyjne [10] do 3000 atm.

Materiał	T °C	Roztwory	Uwagi
Tytan	550	chlorki, zasady, siarczany, siarczki	w roztw. NaOH > 25% i w roztw. NH ₄ Cl > 10% (przy 400°C) koroduje
Armko (Fe)	450	zasady	stopniowo utlenia się z tworzeniem magnetytu
Srebro	600	zasady	z czasem rekrystalizuje i staje się kruchy, częściowo rozpuszcza się [18]
Platyna	700	zasady, chlorki, siarczany	w chlorkach z domieszką jonów siarki czernieje; w zasadach częściowo rozpuszcza się [18]
Teflon	300	chlorki, zasady	słabe przewodn. cieplne
Tantal	500	chlorki	w roztw. NH ₄ Cl > 8% koroduje
Pyreks	300	chlorki	
Miedź	450	zasady	korozja maleje w obecności jonów fluoru i zw. organicznych
Grafit	450	siarczki	najodpowiedniejszy pirolityczny
Nikiel	500	zasady	
Kwarc	500 [4]	chlorki, stęż. kwasy	
Stal (niskowęglowa)	500	zasady	w innych roztw. i temp. należy stosować łożki reakcyjne

Widoczna na rys. 1 przegroda perforowana wykonana jest z materiału łożki, zapobiega ona nadmiernej cyrkulacji roztworu, co pozwala na uzyskanie odpowiedniego gradientu temperatury między dolną i górną częścią autoklawu. Ażeby przeciwdziałać spontanicznemu tworzeniu się zarodków, umieszcza się w przestrzeni reakcyjnej (rys. 1) ramkę wykonaną z materiału łożki z odpowiednio zorientowanymi krystalograficznie zarodkami. W przypadku wzrostu kryształów na zarodkach autoklaw umieszcza się w pozycji pionowej, natomiast przy wzroście spontanicznym (bez zarodków) autoklaw odchyłony jest od pionu o 15° [11].

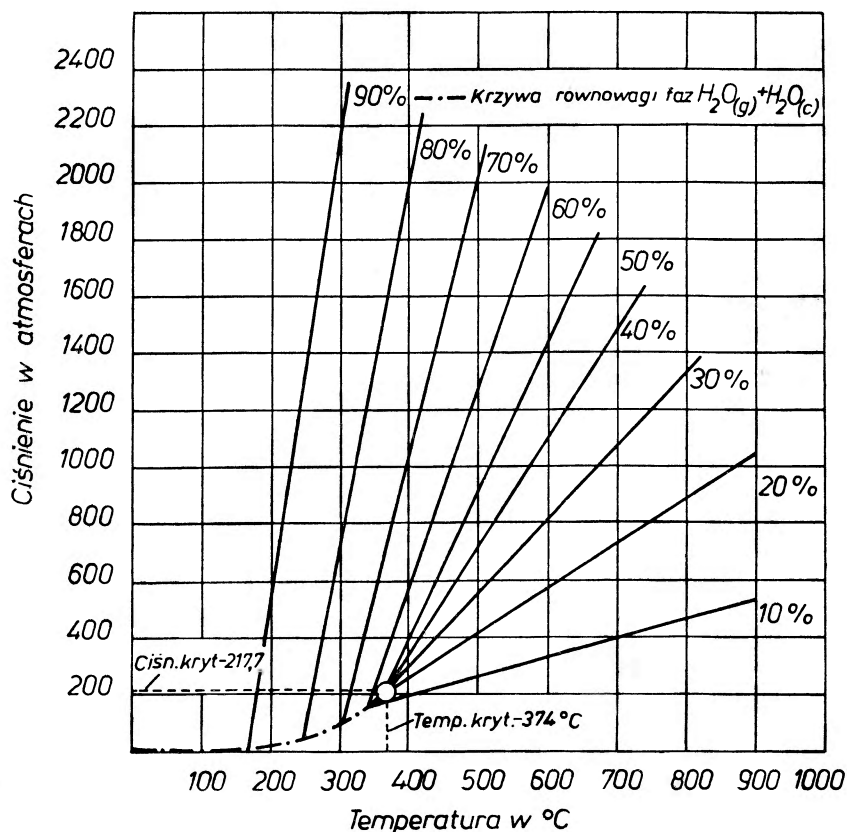
Układ grzejny i pomiar temperatury

Układ grzejny projektuje się tak, aby uzyskać między dolną częścią autoklawu (strefą rozpuszczania) a górną częścią (strefą wzrostu) gradient temperatury od kilku do kilkudziesięciu stopni. Ogrzewanie może być zewnętrzne lub wewnętrzne. Bardzo ważnym zagadnieniem jest stabilizacja temperatury. Temperatura wewnątrz autoklawu powinna być utrzymywana z dokładnością do $\pm 1^\circ$. Należy podkreślić, że zmiany temperatury wiążą się ściśle ze zmianą szybkości cyrkulacji roztworu oraz ze zmianą ciśnienia.

Pomiar ciśnienia

Wzrost kryształów metodą HPS zachodzi zazwyczaj powyżej temperatury krytycznej roztworu, a więc w fazie gazowej. Do pomiaru ciśnienia wewnątrz autoklawu stosuje się manometry. Pomiar ciśnienia jest szczególnie ważny dla roztworów niewodnych, gdzie nie są znane zależności $P-V-T$. W metodzie HPS, w której mamy do czynienia z gradientem temperatury, problem ciśnienia nie został dokładnie zbadany. Wiadomo jednak, że w takim układzie nie może istnieć gradient ciśnienia, a zatem średnia temperatura i gęstość rozpuszczalnika wypełniającego układ określają ciśnienie.

Krzywe $P-V-T$ dla wody zostały przebadane przez wielu autorów. Za najdokładniejsze zostały uznane dane z pracy Kennedy [12] prowadzonej w szerokim zakresie temperatur (1000°C) i ciśnień (2500 atm.). Na rysunku 2 przedstawiono zależności $P-V$ dla wody przy stałej objętości i różnych wypełnieniach. Widać, że przebieg krzywych $P-T$ dla stałych wypełnień powyżej krzywej równowagi dwu faz (H_2O gaz i H_2O ciecz) ma charakter liniowy, a zatem w pewnym zakresie ciśnień i temperatur możemy je ekstrapolować. Analogiczne krzywe $P-V-T$ dla rozpuszczalników wodnych stosowanych w metodzie HPS, jak: roztwór zasad, kwasów, chlorków, siareczków nie są jeszcze znane. Laudise i Sullivan zaobserwowali, że ciśnienie dla tych rozpuszczalników jest niższe od ciśnienia wody.



Rys. 2. Krzywe P - T dla wody przy stałej objętości (wg Kennedy)

Wzrost kryształów

Aby uzyskać kryształy o optymalnych własnościach metodą HTS (z topnikiem) w metodzie HPS orientacja i jakość powierzchni zarodka mają poważny wpływ na szybkość i doskonałość wzrostu kryształów metodą HPS. Osobny z kolei problem stanowi właściwe dobranie rozkładu temperatur w układzie, a więc temperatury krystalizacji T_1 i różnicy temperatur ΔT między temperaturą strefy rozpuszczania T_3 a temperaturą krystalizacji T_1 (patrz rys. 1). Wymaga to dokładnych badań, szczególnie gdy nie są znane diagramy fazowe badanych układów. Trudności i problemy towarzyszące otrzymywaniu kryształów metodą HPS zostały szczegółowo przedstawione w pracach opisujących otrzymywanie kryształów rubinu ($Al_2O_3 + Cr_2O_3$) oraz ZnO, BeO.

Laudise, Kolb, Caporaso [13] otrzymywali kryształy ZnO centymetrowych rozmiarów, stosując jako rozpuszczalnik 6m KOH przy różnicy temperatur $\Delta T = 15^\circ$ oraz przy orientacji zarodków $\{0001\}$, z których usuwano przez specjalne trawienie warstwę uszkodzonej powierzchni grubości 0,05—

0,07 mm. Rozpuszczalnik doprowadzano ostrożnie do nasycenia tak, aby nie tworzyły się dodatkowe zarodki, a zarodek właściwy nie uległ rozpuszczeniu. Zaobserwowano, że dodatek jonu Litu Li^+ chroni przed tworzeniem się skaz i pęknięć kryształu podczas wzrostu.

W podobny sposób otrzymywał Hill i Harker [14] kryształy BeO . Jako rozpuszczalnik stosowali 4m KOH z dodatkiem 0,06m LiOH . Jon Li^+ był stosowany również dla poprawienia jakości kryształu. Wyjaśnili jednocześnie rolę, jaką jony Li^+ odgrywają w procesie wzrostu kryształu. W większości przypadków za złą jakość kryształu i powstawanie defektów strukturalnych odpowiadają wbudowujące się w sieć kryształu jony krzemu Si^{4+} . I tak dwa jony jednododatniego litu 2Li^+ z jednym jonem czterododatniego krzemu Si^{4+} kompensują w sieci krystalicznej BeO trzy jony dwudodatniego berylu 3Be^{2+} . Koncentracja domieszki litu jest na tyle mała, że nie wpływa ujemnie na własności fizyczne otrzymywanych kryształów, natomiast zapobiega tworzeniu defektów w postaci pęknięć i skaz.

Harvill i Roy [15] otrzymali kryształy TiO_2 , których rozmiary były ograniczone jedynie rozmiarami kłódki reakcyjnej. Sukces ten autorzy zawdzięczają zastosowaniu ciśnień rzędu 4000 atm. i temperatury 600—700°C, przy różnicy temperatur $\Delta T = 100^\circ\text{C}$. Jako rozpuszczalnik zastosowano 9m H_2SO_4 . Należy podkreślić, że użycie stężonego kwasu siarkowego jako rozpuszczalnika było pierwszą próbą wyjścia poza obręb typowych rozpuszczalników stosowanych w metodzie hydrotermicznej. Rau i Rabenau [8] rozszerzyli liczbę stosowanych rozpuszczalników o takie kwasy jak HCl , HJ , HBr (tablica I).

Oprócz wszystkich ujemnych stron metody HPS wynikających z trudności technologicznych, jak na przykład w przypadku rubinu uzyskanie kryształów o jednorodnym rozkładzie domieszek w objętości kryształu, posiada ona niewątpliwe zalety. Należy stwierdzić, że kryształy otrzymane niniejszą metodą w porównaniu z otrzymanymi na drodze innych metod są doskonalsze tak z punktu widzenia struktury krystalicznej, jak i własności fizycznych.

Istnieje poważna grupa związków, których syntezę i wzrost kryształów można uzyskać jedynie metodą HPS, na przykład związki niestabilne w innych warunkach technologicznych. Do tej grupy związków można zaliczyć $\alpha\text{-HgS}$, który charakteryzuje się niskotemperaturowym punktem przemiany fazowej = 344°C.

W ostatnich latach metoda wzrostu kryształów pod podwyższonym ciśnieniem wzbudza coraz większe zainteresowanie technologów, gdyż daje możliwość otrzymywania związków mało znanych w postaci krystalicznej, jak i kryształów o doskonalszych własnościach fizycznych w porównaniu z kryształami otrzymywanymi innymi metodami technologicznymi. Rozwój tej metody może wpłynąć na dalszy postęp w dziedzinie badań podstawowych, jak i na zastosowanie wyników tych badań w przemyśle.

Abstract: A short review of the high pressure solution (hydrothermal) method for crystal growth.

Literatura

- [1] R. Roy, W. B. White, *J. Crystal Growth*, **3**, 33 (1968).
- [2] R. A. Laudise, J. W. Nielsen, *Solid State Physics*, Academic Press, New York 1961, vol. 12, str. 149.
- [3] A. A. Ballman, R. A. Laudise, *The Art and Science of Growing Crystals*, Wiley, New York 1963, str. 231.
- [4] H. Schäfer, *Chemische Transportreaktionen*, Verlag Chemie, Weinheim 1962.
- [5] R. Roy, O. F. Tuttle, *Physics and Chemistry of the Earth*, Pergamon, Oxford 1956, vol. 1, str. 138.
- [6] A. A. Sztenberg, *Hydrotermalnyj syntez kristallow*, Nauka, Moskwa 1968, str. 203.
- [7] W. C. Luth, O. F. Tuttle, *Amer. Mineralogist*, **48**, 1401 (1963).
- [8] D. W. Williams, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, **182**, 166 (1967—1968).
- [9] H. Rau, A. Rabenau, *Mater. Res. Bull.*, **2**, 609 (1967).
- [10] B. N. Litwin, D. A. Tulec, *Hydrotermalnyj syntez kristallow*, Nauka, Moskwa 1968, str. 193.
- [11] H. Rau, A. Rabenau, *J. Crystal Growth*, **3**, 417 (1968).
- [12] G. C. Kennedy, *Amer. J. Sci.*, **248**, 540 (1950).
- [13] R. A. Laudise, E. B. Kolb, A. J. Caporaso, *J. Amer. Ceram. Soc.*, **47**, 9 (1964).
- [14] V. G. Hill, R. I. Harker, *J. Electrochem. Soc.*, **115**, 294 (1968).
- [15] M. L. Harvill, R. Roy, *J. Phys. Chem. Solids*, Suppl. No 1, 1967, str. 563.
- [16] W. A. Kuznecow, *J. Crystal Growth*, **3**, 405 (1968).
- [17] J. W. Moody, R. C. Himes, *Mater. Res. Bull.*, **2**, 103 (1967).
- [18] H. Lux, E. Renauer, E. Betz, *Z. Anorg. Allgem. Chem.*, **310**, 4 (1961).
- [19] C. J. M. Rooymans, W. F. Th. Langenhoff, *J. Crystal Growth*, **3**, 411 (1968).
- [20] A. Rabenau, H. Rau, *Naturwissenschaften*, **55**, 336 (1968).
- [21] E. D. Kolb, A. J. Caporaso, R. A. Laudise, *J. Crystal Growth*, **3**, 422 (1968).
- [22] H. Rau, A. Rabenau, *Solid State Commun.*, **5**, 331 (1967).
- [23] I. P. Kuzmina, B. N. Litwin, *Rost kristallow*, **4**, 160 (1964).
- [24] I. P. Kuzmina, *Geologia rudnych mestorozdeni*, **1**, 61 (1961).
- [25] W. A. Kuznecow, *Kristallografia*, **12**, 702 (1967).
- [26] A. A. Ballman, A. J. Caporaso, R. A. Laudise, Patent niem. nr 1089741 (1959).
- [27] R. A. Laudise, A. A. Ballman, *J. Am. Soc.*, **80**, 2655 (1958).
- [28] R. A. Laudise, A. A. Ballman, *J. Phys. Chem.*, **64**, 688 (1960).
- [29] R. A. Laudise, A. A. Ballman, *J. Phys. Chem.*, **65**, 1396 (1961).
- [30] J. F. Balascio, W. B. White, R. Roy, *Materials Res. Bull.*, **2**, 913 (1967).

E. T. Whittaker, G. N. Watson: Kurs analizy współczesnej. Tłumaczyli z IV wydania angielskiego z 1935 r.: Cz. I. W. Kosiński, stron 291, PWN, Warszawa 1967; Cz. II. M. Tabin, stron 414, PWN, Warszawa 1968

Należy wyrazić zadowolenie z wydania tłumaczenia polskiego tej potrzebnej książki. Klasyczne dzieło Whittakera i Watsona *A Course of Modern Analysis* przedstawiało w chwili ukazania się oraz w latach dwudziestych i trzydziestych naszego stulecia współczesny dla owego okresu stan analizy matematycznej. Dzisiaj wobec rozwoju podstawowych działów matematyki pewne ujęcia zagadnień przedstawione w książce Whittakera i Watsona są już nieco przestarzałe, gdyż dzisiaj formułuje się różne zagadnienia analizy z ogólniejszego punktu widzenia. Również i fizycy posługują się obecnie działami matematyki (jak na przykład teorią funkcji delta i dystrybucji), o których nie ma mowy w klasycznym kursie analizy Whittakera i Watsona. Niemniej jednak książka ta nie straciła na wartości i do dzisiejszego dnia jest bardzo pożyteczna zarówno dla matematyków, jak i fizyków oraz techników.

Pierwsza część książki zawiera przegląd pewnych zaawansowanych działów analizy matematycznej, będących wprowadzeniem do drugiej części książki. W części tej przedstawiona jest teoria szeregów, teoria całki Riemanna, teoria funkcji analitycznych z zastosowaniem do obliczania całek metodą residuów, zagadnienia rozwinięć funkcji w szeregi nieskończone i rozwinięć asymptotycznych. Dwa rozdziały poświęcone są równaniom różniczkowym zwykłym i równaniom całkowym. Część druga jest podręcznikiem i encyklopedią funkcji specjalnych, przede wszystkim funkcji gamma Eulera, funkcji dzeta Riemanna, funkcji hipergeometrycznej, funkcji Legendre'a, Bessela, Mathieu, eliptycznych, funkcji theta, funkcji Lamego i innych. Ta właśnie część jest specjalnie pożyteczna dla fizyków. W całej książce znajduje się ogromna liczba przykładów i zadań.

Przy sposobności omawiania tłumaczenia książki Whittakera i Watsona nasuwa się ogólna uwaga, że chyba byłoby celowe podjąć tłumaczenie niektórych klasycznych dzieł matematyki i fizyki, na przykład *Methoden der mathematischen Physik* Couranta i Hilberta, *Principles of Quantum Mechanics* Diraca, *Relativitätstheorie* Pauliego, *The Mathematical Theory of Relativity* Eddingtona, czy innych, które są na ogół dostępne tylko w bibliotekach uniwersyteckich, a bardzo przydałyby się w bibliotekach zarówno pracowników naukowych, jak i studentów.

Bronisław Średniawa

Gordon M. Barrow: Wstęp do spektroskopii molekularnej. Z języka angielskiego tłumaczyli Andrzej Kisiel oraz Krzysztof Melzacki. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1968, stron 368, cena 55 zł

Wydaje się, że nie istnieje potrzeba podkreślania znaczenia spektroskopii molekularnej. Nie jest już ona dzisiaj jedynie przedmiotem zainteresowań fizyków; stała się podstawową metodą badawczą przede wszystkim w chemii. Trudno sobie wyobrazić pracę chemika czy to organika, czy też nieorganika lub analityka bez stosowania analizy spektralnej opartej

o widma molekularne. Mimo tak wielkiego znaczenia tej metody odczuwany jest poważnie brak podręcznika omawiającego podstawy fizyczne spektroskopii molekularnej, podręcznika pozwalającego wszystkim użytkownikom tej metody na zrozumienie związku między obserwowanym widmem a własnościami cząsteczki absorbującej światło. Szczególnie dotkliwy jest ten brak w literaturze dostępnej w języku polskim. Widma molekularne omawiane są jedynie pobieżnie w podręcznikach akademickich fizyki lub chemii fizycznej, albo w książkach ogólnych poświęconych różnym metodom pomiaru struktury drobin, gdzie stanowią jedynie jeden lub dwa krótkie rozdziały. Lukę tę wypełnia omawiany *Wstęp do spektroskopii molekularnej*. Należy przyklasnąć Państwowemu Wydawnictwu Naukowemu za wydanie tej książki, tym bardziej, że wybór pań na świetnie napisane dzieło.

Książka profesora Gordona M. Barrowa jest podręcznikiem przeznaczonym głównie dla tych, którzy w swych pracach posługują się metodami spektroskopii molekularnej. Nie znaczy to wcale, że specjaliści nie przeczytają tej książki z pożytkiem i przyjemnością. Wydaje się, że najlepiej scharakteryzował swą książkę sam autor pisząc w przedmowie: „Zadaniem tej książki jest zapoznanie czytelnika ze związkiem między zachowaniem się cząsteczki a jej widmem oraz ze sposobem wykorzystania tego związku dla uzyskania danych dotyczących własności cząsteczek. Dzięki lekturze książki czytelnik powinien posiadać znajomość teorii w stopniu umożliwiający mu korzystanie z publikacji oryginalnych i monografii specjalistycznych w dziedzinie spektroskopii molekularnej”.

Wstęp do spektroskopii molekularnej jest przykładem jak należy i powinno się pisać podręczniki omawiające skomplikowane i złożone zjawiska fizyczne. Autor wprowadza czytelnika w „świat“ skomplikowanych ruchów drobin i jej fragmentów systematycznie od najprostszych do najbardziej złożonych. Na początku omówione zostały własności cząsteczek dwuatomowych. Zachodzące w niej ruchy drgające i ruchy rotacyjne całej drobin opisane są najpierw klasycznie, a dopiero potem kwantowo-mechanicznie. Dzięki temu także czytelnik nie obeznany z mechaniką kwantową może śledzić ze zrozumieniem złożone ruchy drobin oraz ich matematyczny opis. Przystępnie napisany wstęp umożliwia korzystanie z recenzowanej książki także tym czytelnikom, którym nie są znane tajniki mechaniki kwantowej i równania Schrödingera. Po omówieniu widm drobin dwuatomowych następuje opis oscylacji i rotacji cząsteczek wieloatomowych. Należy podkreślić, że autor nie stroni od poruszania skomplikowanych problemów takich, jak np. symetria drobin złożonych, posługując się w jej opisie teorią grup. Także w tym przypadku krótkie przedstawienie podstaw teorii grup jest godne podkreślenia. Ostatnie dwa rozdziały zajmują się wpływem ruchów drobin na widma elektronowe, tzn. strukturą oscylacyjną i rotacyjną pasm elektronowych.

Należy podkreślić duże walory dydaktyczne książki profesora Barrowa, jej przystępność i prostotę wykładu. Tłumaczenie polskie nie zawsze potrafiło oddać w pełni „styl“ oryginału. Dotyczy to przede wszystkim rozdziałów tłumaczonych przez jednego z tłumaczy (K. M.). Wprowadzone przez niego uzupełnienia powodują jedynie, że tekst staje się zagmatwany* i znacznie mniej zrozumiały. Wystarczy porównać stronę 41 tłumaczenia polskiego z oryginałem.

Aby zarzuty w stosunku do tłumaczy nie były gołosłowne, przytoczę kilka przykładów. Dyskusję wywoła na pewno stosowanie terminu „wibracja“ do opisu ruchów drgających wewnątrz drobin. Fizycy zawsze nazywają tego typu ruchy „oscylacjami“, a nie wibracjami. Należy również zauważyć, że powszechnie używana jest nazwa „prostokątnej“ studni potencjału, a nie „kwadratowej“ (str. 29 i 30). A już na pewno nie należy wprowadzać takich terminów w języku polskim jak „overtony“ (str. 63) oraz „integralny współczynnik absorpcji“ (str. 91 i dalsze). Do błędów rzeczowych należy zaliczyć błędny rysunek 1, na którym pole magnetyczne powinno być przesunięte względem pola elektrycznego tak, by maksimum jednego przypadało na minimum drugiego. Niezależnie od tych uwag należy zwrócić uwagę na pewne nieporadności językowe tłumaczenia polskiego. Dla przykładu na stronie 15 znajdujemy takie sformułowania: „...płasko spolaryzowane promieniowanie...“ lub „...oscylacja pola elektrycznego... wybiega w kierunku rozprzestrzeniania Z...“, lub na stronie 40: „...cząstka o zwykłej wielkości...“.

Przedstawione przykłady świadczą, że tłumaczenie polskie wykazuje pewne cechy niedopracowania. Nie znaczy to jednak, by miało to istotny wpływ na wartość książki. Należy jeszcze raz podkreślić, że książka profesora Barrowa jest bardzo cenną pozycją wydawniczą i powinna zainteresować wszystkich, którzy stosują spektroskopię molekularną w swojej pracy.

Lucjan Jarczyk

Mansel Davies: **Elektryczne i optyczne własności cząsteczek**. Autoryzowanego przekładu z języka angielskiego dokonał Adolf Kisz. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1968, stron 220, cena 26 zł

Książka profesora Mansela Daviesa wydana została w ramach Małych Monografii PWN. Stanowi ona już drugi tomik cyklu Fizyka, który poświęcony jest metodom fizycznym służącym do wyznaczania struktury drobin. Jeżeli jednak poprzednio wydana książka P. J. Wheatleya *Wyznaczanie struktury drobin* zawierała jedynie dwa krótkie rozdziały poświęcone wpływowi struktury cząsteczki na własności elektryczne i optyczne drobin, to obecnie czytelnik polski otrzymał małą monografię zajmującą się tym zagadnieniem.

Zakres problemów, jakim autor poświęca miejsce w swojej książce najlepiej charakteryzują tytuły poszczególnych rozdziałów: *Współczynnik załamania światła i przenikalność dielektryczna, Momenty dipolowe cząsteczek, Ograniczenia i rozwinięcie prostej (debajowskiej) teorii polaryzacji molowej, Dyspersja dielektryczna a właściwości cząsteczek, Aspekty polaryzowalności cząsteczkowej, Międzycząsteczkowe siły elektryczne*. Z wyliczonych tytułów rozdziałów wynika, że książka profesora Daviesa obejmuje szeroki wachlarz problemów i stanowi, jak na dzieło przeznaczone do studiów wstępnych nad momentami dipolowymi i polaryzowalnością drobinową, dostatecznie obszerną monografię. Trzeba zaznaczyć, że ostatnie dwa rozdziały przekraczają ramy objęte tytułem. Przedstawione są w nich także inne aspekty związane z polaryzowalnością drobin, takie, które mogą rozszerzyć naszą znajomość budowy cząsteczki. Autor omawia między innymi wpływ polaryzowalności drobin na takie zjawiska, jak rozpraszanie światła.

Każdy rozdział kończy wykaz literatury uzupełniającej oraz ćwiczenia rachunkowe. Profesor Davies uzupełnił wydanie polskie kilkoma dodatkowymi paragrafami, w których przedstawia osiągnięcia fizyków i fizykochemików polskich. Przekładu na język polski dokonał dr Adolf Kisz w czasie swojego rocznego pobytu na stażu naukowym w laboratorium profesora Daviesa.

Elektryczne i optyczne własności cząsteczek stanowią cenną pozycję wydawniczą wyróżniającą się dużą rzetelnością i obszernym materiałem, jaki obejmuje mimo swoich małych rozmiarów. Wobec dużego zainteresowania tego typu badaniami w Polsce powinna znaleźć wielu czytelników, w tym także studentów podejmujących studia w dziedzinie elektrycznych i optycznych własności drobin. Dobry przekład przyczyni się zapewne do jej powodzenia. Czytelnik przystępujący do studiowania recenzowanej książki powinien posiadać znajomość przynajmniej podstaw rachunku różniczkowego i całkowego.

Lucjan Jarczyk

Z. Leś: **Wstęp do spektroskopii atomowej**. PWN, Warszawa 1969, wyd. I, str. 470

W kwietniu 1969 r. ukazał się oczekiwany od dłuższego czasu skrypt p. Zofii Leś pt. *Wstęp do spektroskopii atomowej*. Skrypt ten przeznaczony dla studentów uniwersytetów obejmuje zakres materiału wykładany w ciągu jednego semestru drugiego roku studiów fizyki w ramach wykładu pt. *Wstęp do fizyki atomowej i molekularnej*. Zasadniczą trudność, na jaką natrafia wykładowca wstępu do fizyki atomu, stanowi fakt, że studenci drugiego roku fizyki nie znają

jeszcze mechaniki kwantowej. Dlatego też znaczna część tego wykładu musi być poświęcona podstawom teorii kwantów.

Autorka wybrała historyczny sposób wprowadzenia do zagadnień mechaniki kwantowej. Wybór ten jest dobrze uzasadniony, ponieważ mechanika kwantowa narodziła się ze spektroskopii atomowej. Ponadto wydaje się rzeczą słuszną, aby studenci mieli możliwość choć raz w czasie studiów zapoznać się z zasadniczymi faktami i ideami, które doprowadziły do rozwoju nowoczesnej mechaniki falowej w sposób bardziej pogładowy, nie przeciążony zbytnim formalizmem matematycznym.

We wstępie autorka omawia podział spektroskopii atomowej, wprowadza klasyfikację widm i podstawowe jednostki. Rozdział drugi zawiera krótki zarys historii spektroskopii atomowej oraz podstawowe empiryczne prawidłowości znalezione w widmach optycznych liniowych. Rozdział trzeci poświęcony jest starej teorii kwantów. Omówione w nim są obszernie warunki kwantowe Bohra i ich uogólnienie podane przez Sommerfelda, kwantowanie przestrzenne krętu orbitalnego i spinu elektronu, zasada odpowiedniości i model atomu Rutherforda-Bohra. W rozdziale czwartym autorka wprowadza podstawy nowoczesnej mechaniki falowej, funkcje falowe stanów, równanie Schrödingera, pojęcie wartości własnych i operatory odpowiednich wielkości fizycznych. Systematycznie energetycznych poziomów atomów wieloelektronowych poświęcony jest rozdział piąty. Wprowadzone tutaj zostają: model wektorowy, przybliżenie centralnego pola, elementy rachunku zaburzeń, sprzężenie Russela-Saundersa i sprzężenie $j-j$.

Zasada wykluczania Pauliego i budowa układu periodycznego pierwiastków stanowią treść rozdziału szóstego. W rozdziale siódmym autorka podaje obszerny zarys teorii promieniowania. Szczegółowo zostały w tym rozdziale omówione takie pojęcia jak: współczynniki Einsteina, siła linii, natężenie oscylatora. Bardzo przejrzysto i jasno został w tym rozdziale przedstawiony problem emisji promieniowania multipolowego wraz z odpowiednimi regułami wyboru. Warto też podkreślić, że sporo miejsca poświęciła autorka zagadnieniu szerokości linii widmowych. Autorka nie zapomniała również o laserach poświęcając temu najbardziej pasjonującemu działowi współczesnej optyki obszerny ustęp w rozdziale 7.

Rozdziały od 1 do 7 stanowią w pewnym sensie zamkniętą całość obejmującą podstawowe wiadomości z mechaniki kwantowej, budowy atomu i teorii widm atomowych. W dalszych rozdziałach zawarte są bardziej szczegółowe wiadomości z zakresu spektroskopii atomowej. I tak w rozdziale ósmym obok wiadomości o ogólnej strukturze widm atomowych znajdujemy ustęp dotyczący subtelnej struktury w widmie atomu wodoru z uwzględnieniem przesunięcia Lamba-Rutherforda oraz obszerniejsze omówienie zagadnienia linii wzbronionych i promieniowania wymuszonego. Rozdziały dziewiąty i dziesiąty dotyczą efektów wywołanych umieszczeniem atomu w zewnętrznych polach: magnetycznych i elektrycznych. Wpływ jądra na strukturę widm atomowych stanowi treść rozdziału 11. W ostatnim rozdziale 12 znajdujemy krótkie zestawienie ważniejszych wiadomości o widmach rentgenowskich.

Materiał zawarty w skrypcie odpowiada programowi studiów z fizyki zatwierdzonemu przez Ministra Oświaty i Szkolnictwa Wyższego. Skrypt oparty o wieloletnie doświadczenie p. Zofii Leś jako wykładowcy *Wstępu do fizyki atomowej i molekularnej* posiada duże walory dydaktyczne. O potrzebie tego skryptu niech świadczy fakt, że już w kilka tygodni po jego ukazaniu się stał się on przysłowiowym białym krukiem na rynku księgarskim. Tekst napisany jest jasno i przejrzysto. Autorka unika szczęśliwie tak zwanych skrótów myślowych, obszernie objaśniając wszystkie trudniejsze zagadnienia. Poważną też zaletą skryptu jest wyjątkowo mała liczba usterek i błędów technicznych, co zawdzięczać należy bardzo starannej redakcji i sumiennej korekcie.

Z obowiązku recenzenta pragnę wymienić kilka uwag, które nasunęły mi się w czasie czytania skryptu. I tak w rozdziale 5 ust. *Przybliżenie centralnego pola*, autorka używa terminu „niecentralna część oddziaływania elektronów“. Mogłoby to sugerować czytelnikowi, że oddziaływanie elektron-elektron (elektrostatyczne) jest niecentralne. Moim zdaniem należałoby tutaj wyraźniej powiedzieć, że chodzi o tę część oddziaływania elektron-elektron, która nie daje przyczynku do pola centralnego w atomie (może byłby tutaj lepszy termin „oddziały-

wanie resztkowe“). W ustępie dotyczącym sprzężenia Russela-Saundersa i sprzężenia $j-j$ należałoby wyraźniej zaznaczyć, że chodzi tu o różne funkcje falowe systemu nie oddziaływających ze sobą nukleonów, które należą do tej samej wartości własnej krętu całkowitego \hat{J} . Po włączeniu oddziaływania resztkowego elektron-elektron stany te przesuwiają się w skali energii, przy czym następuje rozsuniecie stanów, które w zerowym przybliżeniu miały tę samą energię, a także wystąpi zjawisko mieszania się konfiguracji (rzeczywisty stan nie jest w 100% czystym sprzężeniem Russela-Saundersa lub $j-j$).

Ponadto wydaje mi się, że skoro skrypt ten ma stanowić pomoc do wykładu pt. *Wstęp do fizyki atomowej i molekularnej* powinien koniecznie zostać uzupełniony o rozdział poświęcony teorii widm molekularnych (przynajmniej dla drobin dwuatomowych).

Powyższe uwagi mają charakter dyskusyjny i w niczym nie umniejszają wartości recenzowanego skryptu. Skrypt ten stanowi nie tylko niezbędną pomoc dla studentów, ale również ze względu na duży zakres zawartego w nim materiału, może służyć jako pomoc dla wykładowców innych dziedzin fizyki, a także jako lektura uzupełniająca dla nauczycieli szkół średnich. Skrypt p. Zofii Leś jest niewątpliwie cenną i pożyteczną pozycją wydawniczą na rynku akademickim w roku 1969 i życzyć sobie tylko należy jak najszybszego ukazania się tego skryptu w postaci książkowej.

Andrzej Budzanowski

Redakcja Postępów Fizyki z przykrością zawiadamia, że w ostatniej Kronice zamieszczonej w piątym numerze Postępów Fizyki hasło „Członkowie korespondenci PAN” przez pomyłkę zostało skrócone, za co przepraszamy naszych Czytelników.

Hasło to powinno brzmieć:

Członkowie korespondenci PAN

Rada Państwa na posiedzeniu w dniu 18 czerwca 1969 r. zatwierdziła dokonany przez Zgromadzenie Ogólne Polskiej Akademii Nauk wybór nowych członków korespondentów PAN. Z dziedziny fizyki zostali wybrani: profesor zwyczajny, przewodniczący Rady Naukowej Instytutu Fizyki Jądrowej w Krakowie — Jerzy Gierula; profesor zwyczajny Uniwersytetu Jagiellońskiego, dyrektor Instytutu Fizyki Jądrowej w Krakowie — Andrzej Hryniewicz; profesor zwyczajny Uniwersytetu Warszawskiego, kierownik Zakładu Teorii Jądra Atomowego Instytutu Badań Jądrowych — Wojciech Królikowski; profesor nadzwyczajny Uniwersytetu Warszawskiego, zastępca dyrektora do spraw naukowych i organizacyjnych Instytutu Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Warszawskiego — Andrzej Trautman.

60 rocznica urodzin M. M. Bogolubowa

21 sierpnia 1969 r. fizyk teoretyk, akademik M. M. Bogolubow skończył 60 lat.

Kiedy prof. Bogolubow zaczął zajmować się fizyką teoretyczną, miał za sobą bogate doświadczenie jako matematyk. Jego prace matematyczne dotyczyły szeregu zagadnień z różnych dziedzin matematyki. W 1932 r. prof. Bogolubow wspólnie z aka-

demikiem Kryłowem rozpoczął prace nad teorią drgań nieliniowych. Opracował metodę całkowania asymptotycznego równań nieliniowych opisujących procesy drgań (mechanika nieliniowa). W późniejszych pracach M. M. Bogolubow podał ścisłe uzasadnienie metod asymptotycznych mechaniki nieliniowej. Oprócz tego wydał szereg prac z mechaniki nieliniowej dotyczących abstrakcyjnej teorii układów dynamicznych. Rozpracowanie w nieliniowej mechanice metody teorii zaburzeń okazały się bardzo efektywne w mechanice statystycznej. W szeregu prac M. M. Bogolubow zajmował się badaniem widma wzbudzeń elementarnych układów kwantowych. Do niego należy stworzenie kolejnych metod w mikroskopowej teorii nadciężkości i nadprzewodnictwa. M. M. Bogolubowowi udało się policzyć widmo wzbudzeń elementarnych nieidealnego, zdegenerowanego gazu Bosego i pokazać, że taki gaz powinien mieć własności nadciężkości. Tym samym został stworzony model teoretyczny dla nadpłynności helu II, którego widmo miało formę, jaką przewidział Bogolubow. Pokazał on, że nadprzewodnictwo można rozpatrywać jako nadciężkość gazu elektronowego w metalu. Dla badania widma wzbudzeń elementarnych w kryształach ferromagnetyków i antyferromagnetyków, Bogolubow stworzył nową odmianę metody drugiego kwantowania, która wychodzi z kwasiklasycznego opisu stanu podstawowego układu metodą Hartree-Focka. Kolejne rozpracowywanie aparatu drugiego kwantowania w fizyce statystycznej doprowadziło Bogolubowa do kwantowej teorii pola i nierelatywistycznych problemów wielu ciał. Na początku lat pięćdziesią-

tych w nowym sformułowaniu kwantowej teorii pola, za podstawę teorii przyjął macierz rozpraszania S wprowadzoną przez Heisenberga. Jego prace dały podwaliny pod aksjomatyczną kwantową teorię pola. W ostatnich latach Bogolubow zajmował się relatywistyczną dynamiką i modelami symetrii cząstek elementarnych.

Prof. Bogolubow wychował całe pokolenie radzieckich matematyków i fizyków teoretyków, dużo czasu poświęcił też organizacji nauki. Prof. M. M. Bogolubow jest również członkiem Akademii Nauk Bułgarii, NRD, Polski, USA, oraz doktorem *honoris causa* uniwersytetów w Berlinie (NRD) i Chicago. Obecnie jest sekretarzem oddziału matematyki AN ZSRR i dyrektorem Zjednoczonego Instytutu Badań Jądrowych w Dubnej.

Zmarł profesor C. F. Powell

9 sierpnia 1969 r. zmarł profesor fizyki w Bristolu, C. F. Powell. Wiele prac w dziedzinie fizyki mezonów wykonano za pomocą metody emulsji jądrowych, rozwiniętej przez Powella i jego współpracowników na Uniwersytecie w Bristolu. Badania cząstek elementarnych i ich oddziaływań doprowadziły C. F. Powella w latach 1946—1947 do odkrycia mezonu Π , dawno poszukiwanej cząstki Yukawy. Za to odkrycie otrzymał nagrodę Nobla w 1950 r.

Krystalizacja jako proces kondensacji fotonów

A. De Luca, L. M. Ricciardi i H. Umezawa opisali proces tworzenia się siatki krystalicznej jako kondensację kwazicząstek fononów — kwantów drgań siatki krystalicznej.

Idealny gaz bozonowy składa się z jednokowych nie oddziaływających cząstek o spinie całkowitym. W każdym stanie tego układu liczba cząstek jest dowolna, przewidziana rozkładem Bosego-Einsteina. Rozkład stanów jest ciągły i w nieskończenie małym przedziale energii tego układu znajduje się nieskończenie mała ilość cząstek. Jednak przy ochłodzeniu takiego układu

poniżej krytycznej temperatury w stanie z liczbą falową $q = 0$ zbiera się skończona liczba cząstek. Jest to swoisty rodzaj kondensacji układu w przestrzeni pędów zwany kondensacją Bosego-Einsteina.

De Luca i współautorzy pokazali, że powstanie kondensatu fononów jest ściśle związane ze sformowaniem się siatki krystalicznej z atomów tworzących ten układ. Wynika z tego, że proces krystalizacji może być opisany w terminach kondensacji Bose-Einsteina. Powyżej temperatury przejścia, gdzie brak kondensatu, uporządkowana siatka nie istnieje, chociaż kolektywne drgania siatki nie znikają (np. obserwuje się fonony w cieczech); poniżej, skończona liczba fononów z $q = 0$ kondensuje się i wytwarza warunki dla powstania siatki krystalicznej złożonej z rzeczywistych cząstek.

Fotoelektrony z pasma przewodnictwa

Ostatnie badania wykazują, że pomiary polaryzacji spinów fotoelektronów mogą dać pożyteczne informacje o stanach elektronowych w metalach. R. E. De Wames i L. A. Vredevoe pokazali, że w gadolinie, ferromagnetyku najbardziej nadającym się do badań fotoelektrycznych, orientacja momentów magnetycznych emitowanych elektronów związana jest, poprzez oddziaływanie elektron-magnon, z polaryzacją elektronów w pasmie przewodnictwa. Przy dużych energiach wyraz $1/E^2$ w nieelastycznym przekroju czynnym zabezpiecza małe rozpraszanie, tak że staje się możliwy bezpośredni pomiar polaryzacji elektronów przewodnictwa poprzez fotoelektrony.

Proces emisji fotoelektronu można podzielić na trzy etapy. Elektron przewodnictwa jest wzbudzany przez foton do stanu o wyższej energii, potem wędruje do powierzchni, gdzie może, ale nie musi, zostać wyemitowany. W tym procesie na polaryzację spinów może wpływać oddziaływanie elektron-magnon lub spinowa zależność powierzchniowej bariery potencjału.

U. Fano przewidział, że jonizacja atomów cezu przez kołowo spolaryzowane światło może wytwarzać elektrony o spo-

laryzowanych spinach. Taki efekt wymaga istnienia oddziaływania spin-orbita w ciągłych stanach fotoelektronów przedtem zanim staną się swobodne. M. S. Lubell i W. Raith sprawdzili teorię Fano, mierząc szybkość jonów wytwarzanych w procesie fotojonizacji polaryzowanych atomów cezu. Wykonali pomiary dla różnych energii i otrzymali krzywą polaryzacji, którą można interpretować istnieniem w stanach ciągłych oddziaływania spin-orbita.

Drgania tunelowe w ferroelektrykach

Spontaniczny dipolowy moment elektryczny, który występuje w ferroelektrykach, powoduje cały szereg ciekawych własności. Dielektryczne własności i efekty rozpraszania neutronów na ferroelektrycznych kryształach przyciągają uwagę fizyków od wielu lat. Prof. W. Cochran w swoim artykule przedstawia związki między podatnością dielektryczną zależną od częstości i koherentnym nieelastycznym przekrojem czynnym na rozpraszanie neutronów, pozwalającym wyznaczyć częstości tych fononów, które są bezpośrednio związane z własnościami ferroelektrycznymi. Fonony, kolektywne drgania atomów w siatce krystalicznej, są wspólną cechą wszystkich uporządkowanych struktur.

Wiele ferroelektrycznych kryształów posiada szczególny typ wzbudzeń znanych jako drganie tunelowe. Przykładem takiego kryształu jest KH_2PO_4 , w którym wodór znajduje się w jamie potencjalnej z dwoma minimami. Proton może przeskakiwać, dzięki efektowi tunelowemu, z jednej jamy do drugiej. W efekcie, dzięki oddziaływaniu protonu z otoczeniem, powstaje zespół drgań kolektywnych typu tunelowego klasyfikowanych wektorem falowym. Są to tak zwane drgania tunelowe. Zjawisko to jest podobne do układu ze spinami $1/2$.

Prof. W. Cochran pokazał, że relacje łączące podatność dielektryczną i koherentny przekrój czynny neutronów są takie same dla drgań tunelowych, jak i drgań fononowych. Różnice pojawiają się dopiero przy wielowzbudzeniowych procesach, w których biorą udział tylko drgania fononowe.

Wiadomo, że model Isinga zupełnie dobrze opisuje dynamikę różnych typów ferroelektryków. W. Cochran wykazał, że wyniki otrzymanywane z modelu Isinga mogą być również wyprowadzone jako graniczny przypadek drgań tunelowych.

Nierówność Bogolubowa

Mikroskopowa teoria przejść fazowych jest dopiero w rozwoju. Trudności związane są z brakiem małych parametrów w obszarze przejścia fazowego. Wiadomo jednak, że odpowiedzialne za to zjawisko są graniczne wartości pewnych funkcji (energii układu, funkcji korelacji, funkcji Greena itp.) w granicy $q \rightarrow 0$, gdzie q jest wektorem falowym, względem którego klasyfikuje się stany układu. Wyznaczenie granicznych wartości tych funkcji jest właśnie najtrudniejszym problemem.

Istnieje jednak bardzo prosta metoda, za pomocą której można udowodnić niemożliwość istnienia pewnych struktur. Jest nią metoda nierówności Bogolubowa. Nierówność Bogolubowa wyraża fakt, że iloczyn dwu różnych komutacyjnych funkcji autokorelacji jest większy od kwadratu modułu komutacyjnej funkcji korelacji dwu rozważanych operatorów. Nierówność ta jest spełniona dla dowolnych operatorów opisujących układ statystyczny będący w równowadze.

Za pomocą tej nierówności udowodniono, że w jedno- i dwuwymiarowym izotropowym modelu Heisenberga nie może istnieć uporządkowanie ferromagnetyczne i antyferromagnetyczne. Również w jedno- i dwuwymiarowym układzie nie może istnieć nadeikłość i nadprzewodnictwo.

Ostatnio E. I. Kac pokazał, że w jedno-wymiarowym anizotropowym modelu Heisenberga nie może powstać uporządkowanie magnetyczne, a w dwuwymiarowym anizotropowym układzie nierówność Bogolubowa ogranicza tylko temperaturę przejścia fazowego. J. F. Fernández udowodnił z kolei, że z jąder atomowych i elektronów nie może powstać dwuwymiarowa siatka krystaliczna. Należy oczeki-

wać, że za pomocą tej nierówności uda się udowodnić szereg innych własności lub brak własności układów.

Imitator cieczy

Walton Alan i Woodruff Alan (*Contempor. Phys.*, 10, 59 (1969)) zbudowali kinetyczny „imitator cieczy“. Składa się on z kulek o średnicy 0,95 cm znajdujących się w naczyniu z warstwą oleju. Dzięki krzywiznie menisku oleju między kulkami na małych odległościach powstają siły przyciągania. Naczynie wstrząsa się periodycznie z częstotściami rzędu 5 Hz. Zmiana amplitudy wstrząsania imituje temperaturę. Modelowanie zmiany ciśnienia nie przewidziano, więc diagram fazowy pV nie może być otrzymany. Układ imituje gaz, ciecz i ciało stałe. Fotografując kulki w krótkich odstępach czasu można otrzymać funkcje korelacji, w szczególności radialną funkcję rozkładu $\rho(r)$, tj. prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w odległości r od innej, w której umieszczono początek układu współrzędnych. Można również wyznaczyć zależność „lepkości“ i „dyfuzji“ od temperatury. Niestety „imitator“ modeluje zachowanie się cieczy tylko dwuwymiarowej.

Energia jądrowa w Kosmosie

W związku z szybkim rozwojem badań kosmicznych zapotrzebowanie na źródła energii o mocy od 1 W do 1 kW rośnie coraz bardziej. Chemiczne źródła energii i baterie słoneczne obecnie montowane na satelitach będzie trzeba zastąpić źródłami o większej mocy. Takie możliwości dają źródła wykorzystujące energię jądrową.

W obszarze niedużych mocy (około 100 W) stosuje się małe hermetyczne izotopowe generatory energii. Kilka takich generatorów o mocy 3—25 W już pracuje w Kosmosie. Pierwszy pracuje od 1961 r. do chwili obecnej. Generatory SNAP-3A, 9A, 17, 27 o mocy do 100 W użyto do ogrzewania wysyłanych kabin kosmicznych. We wszystkich tego rodzaju generatorach energia jest wytwarzana przez termoelemiczne izotopowe

przetwornice. W roku 1970 przewiduje się uruchomienie generatora SNAP-8, w którym będzie można uzyskać moc rzędu 100 kW. Źródłami energii w generatorach SNAP-21, 23 są źródła strontowe o mocy 200 W i 1100 W. Generator SNAP-21 jest przeznaczony do badań oceanograficznych i będzie umieszczony na dnie oceanu na głębokości 7 km.

Synchrotron SATURN

W celu podwyższenia natężenia wiązki w protonowym synchrotronie SATURN na 3 GeV, w Saclay zbudowano nowy inżektor-akcelerator liniowy na 20 MeV w miejsce akceleratora Van de Graaffa na 3,6 MeV. Z nowym inżektorem synchrotron będzie miał wiązkę protonów o natężeniu 10^{12} prot./imp. Energia protonów nowego inżektora będzie zmieniać się od 19,7 do 20,3 MeV, co pozwoli uniknąć drgań beta-tronowych. Uruchomienie akceleratora z nowym inżektorem jest planowane na koniec września.

Nowe stopy

Pracownicy firmy Bell-Telephone Company wraz z uczonymi Uniwersytetów w Kalifornii i w Chicago sporządzili nowy stop z niobu, aluminium i germanu, dla którego temperatura przejścia w nadprzewodnik wynosi $20,7^{\circ}\text{K}$. W porównaniu z rokiem ubiegłym podwyższono temperaturę przejścia o $0,7^{\circ}\text{K}$. Bardzo ważną własnością tych stopów jest to, że temperatura przejścia nieznacznie przewyższa temperaturę wrzenia ciekłego wodoru (20°K). Dlatego dla otrzymania temperatury przejścia dla tych stopów można używać ciekły wodór, który jest tańszy od helu. Nowe stopy mają o wiele wyższe krytyczne pola magnetyczne niż dotychczasowe.

Czy rzeczywiście kwarki?

Przemawiając na Międzynarodowej Konferencji Promieniowania Kosmicznego w Budapeszcie, profesor McCusker z Syd-

ney przedstawił wyniki nowego eksperymentu dającego dowody na istnienie cząstek o ułamkowym ładunku. Promienie kosmiczne pochodzące z pierwotnego promieniowania o energii około 10^{15} eV są analizowane przez komory mgłowe. Wykonano 6000 fotografii i otrzymano 60 tys. śladów. Między nimi znaleziono 5 śladów, które dają jonizację $0,48 \pm 0,05$ w odniesieniu do protonu.

Ponieważ jonizacja zmienia się jak kwadrat ładunku, wskazuje to na istnienie cząstek o ładunku $2/3$. Profesor McCusker przypuszcza, że rozkład jonizacji w torach był rozkładem Poissona, lecz nie przedstawił historiogramu cząstek. Zarzucano mu również, że istnieją inne czynniki mające wpływ na istniejącą sytuację, jak „tło“ należące do jonizacji przez cząstki relatywistyczne, możliwość zmian gęstości gazu wypełniającego komorę i istnienie torów spowodowanych ekspansją wstępną, czego nie uwzględniono.

Wymiana naukowców

W roku akademickim 1970/71 amerykańscy naukowcy mogą skorzystać z wymiany wizyt z Europą Wschodnią. Narodowa Akademia Nauk USA zaprasza Amerykanów do odwiedzania ZSRR, Czechosłowacji, Polski, Rumunii i Jugosławii. W porozumieniu z różnymi akademiami naukowymi, Amerykanie mogą je odwiedzać na jeden lub więcej miesięcy dla zapoznania się z kierunkami badań i na 3—12 miesięcy dla przeprowadzania badań naukowych.

Kandydaci muszą być obywatelami USA i posiadać doktorat z zakresu fizyki, matematyki, biologii lub nauk inżynierskich. Wszystkie niezbędne koszty będą pokrywane przez NAS lub akademie obce, włączając wyplatę pobieranego uposażenia z granicą 1500 dolarów miesięcznie i podróż dla rodziny przy pobyście dłuższym niż 5 miesięcy.

II Jesienna Szkoła Fizyki Jądrowej

W dniach od 27 sierpnia do 7 września 1969 r. w Ośrodku Wczasowym IBJ w Jeziorowskich odbyła się II Jesienna Szkoła

poświęcona Fizyce Jądrowej Niskich Energii. Organizatorem Szkoły był Instytut Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i IBJ w Świerku. Zajęcia przedpołudniowe miały formę wykładów, a po południu odbywały się seminaria. W II Jesiennej Szkole wzięło udział 80 pracowników naukowych z 6 ośrodków krajowych. W czasie trwania Szkoły wykłady wygłosili:

Z. Szymański, *Momenty bezwładności jąder atomowych*; A. Sobiczewski, *Jądra super-ciężkie*; J. Grabowski, *Jednocząstkowe poziomy jądro w potencjale Saxona-Woodsa*; A. Marcinkowski, *Jądra w stanach wysokoenergetycznych*; J. Żylicz, *Rozpad β do wysokoenergetycznych stanów jądra*; J. Brzóska, *Reakcje (p, γ) i (n, γ) w badaniach struktury jądra i mechanizm reakcji*; A. Strzałkowski, *Procesy rezonansowe w reakcjach jądrowych*; S. Ćwiok, *Stany „doorway“*; M. Kozłowski, *Reakcje wprost na jądрах zdeformowanych*; J. Dąbrowski, *O energii związanej λ w materii jądrowej*; M. Jaskóła, *Zastosowanie akceleratorów do badania struktury jądra*; B. Kuchowicz, *Od wodoru do pierwiastka $Z = 114$ (nukleosynteza w przyrodzie)*.

Ciekawsze referaty na seminariach wygłosili: G. Bożek, *Spektroskopia jądrowa w reakcjach (p, γ) i (α, γ)* ; Ch. Dioste, *Badania neutronowo-deficytowych jąder Cs*; T. Morek, *Badania jąder Po i At w reakcjach z ciężkimi jonami*; J. Wilczyński, *O produkcji nowych izotopów lekkich pierwiastków (z nadmiarem neutronów) w reakcjach z ciężkimi jonami*; M. Zielińska-Pfabe, *Makroskopowy i mikroskopowy opis oscylacji (typu γ) jąder zdeformowanych*.

Materiały Szkoły będą opublikowane w „Postępkach Fizyki“.

Jesienna Szkoła Magnetyzmu

Tradycyjna Jesienna Szkoła Magnetyzmu, organizowana przez Zakład II Instytutu Badań Jądrowych w Świerku, odbyła się w dniach 17—27 września br. w Kazimierzu w Domu Architekta. Pierwsza tego rodzaju Szkoła na tematy magnetyzmu odbyła się dwa lata temu również w Kazimierzu, druga poświęcona częściowo dyna-

mice siatki krystalicznej, a częściowo magnetyzmowi — w Modlnicy pod Krakowem. Program tegorocznej Szkoły koncentrował się wokół zagadnień magnetyzmu metali i stopów, rozpraszania neutronów na układach magnetycznych, zastosowaniu efektów rezonansowych w badaniach magnetyków, efektach związanych z domieszkami w magnetykach. W pracach Szkoły uczestniczyło około 60 osób. Oto spis wykładów: J. Bara, *Efekt Mössbauera*; R. Ciszewski, *Pomiar funkcji korelacji spinów metodą dyfrakcji neutronów*; A. Dezor, *Efekty nadsubtelne oddziaływania w widmie EPR*; L. Dobrzyński, *Spolaryzowane neutrony w badaniach magnetyków, Rozkład gęstości spinowych w metalach i stopach*; J. Kociński, *Krytyczne rozpraszanie neutronów spolaryzowanych*; R. Łappa, J. Kruszewska, J. Chorąży, *Ferryty*; A. Lehman-Szweykowska, *Przejścia fazowe II. rodzaju w magnetykach*; T. Lulek, *Sprężenia magnetyczne w ziemiach rzadkich*; J. Morkowski, *Teoria fal spinowych w modelu pasmowym*; B. Mrygoń, *Własności elektryczne metali magnetycznych*; J. Stankowski, *Zjawisko EPR, ESR i NMR w ferromagnetykach. Badanie domieszkowych jonów paramagnetycznych*; A. Stasch, *Anomalia przewodnictwa w stopach. Efekt Kondo*; P. Szweykowski, *Algebra operatorów spinu*; K. Wentowska, *Rozpraszanie neutronów spolaryzowanych*; L. Wojtczak, *Teoria formfaktorów magnetycznych i ich eksperymentalne wyznaczenie*; A. Zagórski, *Magnetyczne domieszki w metalach*.

Materiały Szkoły opublikowane zostaną w formie raportu IBJ.

VII Szkoła Letnia NKF UJ

W dniach 1—15 września br. w schronisku PTTK na Hali Gąsienicowej odbyła się VII Szkoła Letnia Naukowego Koła Fizyków, studentów Uniwersytetu Jagiellońskiego. Wzięło w niej udział 34 uczestników, w tym 6 pracowników naukowych uniwersytetu i Instytutu Badań Jądrowych. Organizatorów bardzo cieszy zainteresowanie imprezą ze strony studentów lat niższych, którzy stanowili duży procent uczest-

ników. Program naukowy Szkoły obejmował 12 referatów z wielu gałęzi fizyki współczesnej: teorii względności, dynamiki sieci krystalicznej, fizyki jądrowej wysokich energii, zastosowań zaawansowanych metod geometrycznych oraz fizjologii widzenia barwnego. Poziom prezentowanych referatów był wysoki.

Oprócz dyskusji dotyczących referowanych zagadnień poruszono szereg palących problemów związanych z programem studiów fizyki.

Poza zajęciami naukowymi zrealizowano interesujący program towarzysko-kulturalny. Uczestnicy Szkoły obejrzeli występy zespołów regionalnych biorących udział w festiwalu „Tatrzańska Jesień“.

Dogodne zlokalizowanie VII Szkoły Letniej pozwoliło zapewnić uczestnikom wiele atrakcji turystycznych.

Sport i fizycy

We wrześniu br. odbyły się w Krakowie dwa towarzyskie spotkania fizyków w piłce nożnej. Pracownicy Zakładu Badań Strukturalnych Uniwersytetu Jagiellońskiego wygrali stosunkiem 3:1 z drużyną Pracowni Neutronowej i Laboratorium Badań Magnetyków Instytutu Fizyki Jądrowej w Krakowie. W drugim meczu zwycięzcy zostali pokonani przez amatorów piłki nożnej Zakładu Fizyki Jądrowej Uniwersytetu Jagiellońskiego stosunkiem bramek 6:1.

POLSKIE TOWARZYSTWO FIZYCZNE

XXI Zjazd Fizyków Polskich

W dniach od 8 do 13 września 1969 roku odbył się w Poznaniu XXI Zjazd Fizyków Polskich, któremu przewodniczył prof. dr W. Rubinowicz.

Inauguracyjne przemówienie na pierwszym posiedzeniu Zjazdu poświęconym 50-leciu działalności Polskiego Towarzystwa Fizycznego wygłosił Przewodniczący Za-

ządu Głównego prof. dr W. Rubinowicz. W imieniu Władz Uniwersytetu życzenia dla uczestników Zjazdu przekazała prof. dr Halina Ryffert — dziekan Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii. Życzenia i pisma gratulacyjne dla PTF przekazali przedstawiciele bratnich towarzystw fizycznych: prof. H. Falkenhagen (NRD), doc. I. Zlatiew (Bułgaria) i prof. J. Szabo (Węgry). Prof. J. Szabo wręczył ponadto Zarządowi Głównemu PTF medal pamiątkowy Loranda Eötvöga. Odczytano również liczne telegramy gratulacyjne oraz list Przewodniczącego Komitetu Nauki i Techniki, prof. dr J. Kaczmarka.

Dalszą część posiedzenia wypełniły referaty o charakterze historycznym:

Wspomnienia z działalności w Polskim Towarzystwie Fizycznym, prof. dr A. Jabłoński (Toruń).

Fizyka poznańska we wspomnieniach, doc. dr A. Piławski (Poznań).

Powstanie i rozwój Polskiego Towarzystwa Fizycznego, mgr Z. Mizgier (Warszawa).

Na posiedzeniu tym wręczono także nagrody naukowe i dydaktyczne PTF. Polskie Towarzystwo Fizyczne przyznało medale im. M. Smoluchowskiego prof. dr M. Danyszowi i prof. dr J. Pniewskiemu.

W dniu 8 września odbyło się również Walne Zebranie Polskiego Towarzystwa Fizycznego.

Posiedzenia plenarne poświęcone przedstawieniu najnowszych osiągnięć w wybranych dziedzinach fizyki polskiej i światowej odbywały się w pięknej auli Uniwersytetu Adama Mickiewicza. Zaproszeni przedstawiciele różnych ośrodków fizyki w Polsce wygłosili następujące referaty plenarne:

1. *Wpływ ciśnienia na własności fizyczne półprzewodników*, prof. dr L. Sosnowski, dr M. Grynberg (Warszawa).
2. *Fizyka magnetyków*, prof. dr S. Szczeniowski (Warszawa).
3. *Wybrane zagadnienia akustyki i ultradźwięków*, prof. dr I. Malecki (Warszawa).
4. *Fizyka niskich temperatur*, doc. dr B. Makiej (Wrocław).
5. *Wybrane zagadnienia z fotoluminescencji*, prof. dr A. Jabłoński (Toruń).
6. *Optyka nieliniowa i elektronika kwantowa*, prof. dr A. Piekara (Warszawa) (odczytał prof. dr J. Stankowski).
7. *Spektroskopia atomowa. Pom-*

- powanie optyczne, prof. dr T. Skaliński (Warszawa).
8. *Biofizyka*, doc. dr Danuta Frąckowiak (Poznań).
9. *Kwantowa teoria pól*, prof. dr J. Rayski (Kraków).
10. *Fizyka statystyczna i termodynamika*, prof. dr R. S. Ingarden (Toruń).
11. *Chemia kwantowa*, doc. dr A. Gołębiowski (Kraków).
12. *Dydaktyka fizyki*, prof. dr M. Ha-launbrenner (Kraków).
13. *Dynamika sieci krystalicznej, magnetycznej oraz cieczy*, prof. dr J. Janik (Kraków).
14. *Fizyka polimerów*, prof. dr M. Kryszewski (Łódź).
15. *Spektroskopia radiowa i mikrofalowa*, doc. dr Z. Pająk (Poznań).
16. *Spektroskopia mas i elektromagnetyczna separacja izotopów*, prof. dr W. Żuk (Lublin).
17. *Oddziaływania cząstek elementarnych w zakresie akceleratorowym i kosmicznym*, prof. dr M. Mięśowicz, dr J. Bartke (Kraków).
18. *Spektroskopia jądrowa*, prof. dr A. Hryniewicz (Kraków).
19. *Teoria jądra atomowego*, prof. dr Z. Szymański (Warszawa).

Biorąc pod uwagę gwałtowny wzrost liczby prac naukowych, wykonywanych przez fizyków polskich, zorganizowano 25 posiedzeń dyskusyjnych, którym przewodniczyli zaproszeni specjaliści. Swobodne i ożywione dyskusje umożliwiły zainteresowanym dokonanie wymiany poglądów na temat aktualnego stanu i rozwoju następujących dziedzin:

1. *Fizyka półprzewodników*, przew. prof. dr W. Rosiński (Warszawa).
2. *Luminescencja*, przew. doc. dr A. Kawski (Gdańsk).
3. *Akustyka i ultradźwięki*, przew. doc. dr A. Śliwiński (Poznań).
4. *Rentgenografia i neutronografia*, przew. doc. dr* H. Cofta (Poznań).
5. *Rozpraszanie krytyczne neutronów i światła*, przew. doc. dr J. Kociński (Warszawa).
6. *Wiązania wodorowe*, przew. prof. dr L. Sobczyk (Wrocław).
7. *Optyka nieliniowa i elektronika kwantowa, lasery, holografia*, przew. doc. dr F. Kaczmarek (Poznań).
8. *Fizyka dielektryków stałych*, przew. doc. dr T. Krajewski (Poznań).
9. *Fizyka magnetyków*, przew. doc. dr J. Morkowski (Poznań).
10. *Chemia kwantowa*, przew. doc. dr W. Woźnicki (Toruń).
11. *Spektroskopia jądrowa*, przew. prof. dr J. Dąbrowski (Warszawa).
12. *Teoria ligandów*, przew. doc. dr W. Wojciechowski (Wro-

ciał). 13. *Wielkie peki promieniowania kosmicznego*, przew. dr J. Wadowczyk (Łódź). 14. *Fizyka techniczna*, przew. doc. dr A. Góral (Warszawa). 15. *Emisja polowa, elektronowa i jonowa*, przew. doc. dr B. Sujak (Wrocław). 16. *Reakcje jądrowe*, przew. doc. dr A. Strzałkowski (Kraków). 17. *Dydaktyka fizyki*, przew. prof. dr W. Ścisłowski (Warszawa). 18. *Spektroskopia atomowa i pompowanie optyczne*, przew. doc. dr S. Łęgowski (Toruń). 19. *Fizyka niskich temperatur*, przew. prof. dr M. Suffczyński (Warszawa). 20. *Fizyka dielektryków ciekłych*, przew. prof. dr J. Adamczewski (Gdańsk). 21. *Optyka instrumentalna*, przew. doc. dr M. Gaj (Wrocław). 22. *Optyczna spektroskopia molekularna*, przew. doc. dr M. Frąckowiak (Poznań). 23. *Spektroskopia radiowa i mikrofalowa*, przew. doc. dr J. Hennele (Kraków). 24. *Biofizyka*, przew. doc. dr A. Pilawski (Poznań). 25. *Badanie defektów*, przew. prof. dr J. Auleytner (Warszawa). 26. *Poszukiwania pierwiastków*

supercieżkich, przew. dr M. Dakowski (Warszawa). 27. *Fizyka statyczna i termodynamika*, przew. dr A. Kossakowski (Toruń).

Poza wymienionymi posiedzeniami dyskusyjnymi odbyła się również ogólna dyskusja na temat *Rola i udział fizyki polskiej w rozwoju gospodarki narodowej*, której przewodniczył prof. dr M. Mięśowicz.

W czasie Zjazdu czynna była wystawa historyczna poświęcona 50-leciu działalności PTF oraz wystawa polskiej aparatury naukowo-badawczej. Uczestnicy Zjazdu brali udział w wycieczkach po Poznaniu i okolicy. Ponadto spotkali się na wieczorne towarzyskim zakończonym uroczystym koncertem w auli UAM Chóru Chłopięcego i Męskiego Państwowej Filharmonii w Poznaniu pod dyr. S. Stuligrosza.

W Zjeździe wzięło udział ponad 650 fizyków polskich oraz delegacje z NRD, Węgier i Bułgarii.

Z. Pająk, W. Nawrociak

POSTĘPY FIZYKI

(dwumiesięcznik)

Warunki prenumeraty czasopisma

Prenumeratę na kraj przyjmują urzędy pocztowe, listonosze oraz Oddziały i Delegatura „Ruch“.

Można również dokonywać wpłat na konto PKO nr 4-6-77, Przedsiębiorstwo Upowszechnienia Prasy i Książki „Ruch“ w Krakowie, Al. Pokoju 5.

Prenumeraty przyjmowane są do 15 dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty.

Cena prenumeraty: półrocznie zł 45.—
rocznie zł 90.—

Prenumeratę na zagranicę, która jest o 40% droższa, przyjmuje Biuro Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch“, Warszawa, ul. Wronia 23, tel. 20-46-88, konto PKO nr 1-6-100024.

Exemplarze numerów zdezaktualizowanych można nabywać w Przedsiębiorstwie Upowszechnienia Prasy i Książki „Ruch“ w Krakowie, Al. Pokoju 5, konto PKO nr 4-6-777.

Bieżące numery można nabywać lub zamówić w księgarniach „Domu Książki“ oraz w Ośrodku Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych Polskiej Akademii Nauk — Wzorcownia Wydawnictw Naukowych PAN — Ossolineum — PWN, Warszawa, Pałac Kultury i Nauki (wysoki parter).

Tylko prenumerata zapewnia regularne otrzymywanie czasopisma

TREŚĆ

T. Skaliński — Stefan Pieńkowski, uczoney i organizator badań	643
A. Sobiczewski — Potencjał jednocząstkowy dla jąder zdeformowanych	649
J. Olszewski — Grupy dynamiczne i nieskończone multiplety w teorii hadronów. Cz. I. Model oparty na konforemnej grupie $O(4,2)$	661
A. Pajączkowska — Wzrost kryształów metodą hydrotermalną	701

RECENZJE

E. T. Whittaker, G. N. Watson — Kurs analizy współczesnej (<i>B. Średniawa</i>)	711
G. M. Barrow — Wstęp do spektroskopii molekularnej (<i>L. Jarczyk</i>)	711
M. Davies — Elektryczne i optyczne własności cząsteczek (<i>L. Jarczyk</i>)	713
Z. Leś — Wstęp do spektroskopii atomowej (<i>A. Budzanowski</i>)	713

KRONIKA

CONTENTS

T. Skaliński — Stefan Pieńkowski, Scientist and Organizer	643
A. Sobiczewski — Single-Particle Potential for Deformed Nuclei	649
J. Olszewski — Dynamic Groups and Infinite Multiplets in Hadron Theory	661
A. Pajączkowska — Hydrothermal Method of Crystal Growth	701

REVIEWS OF BOOKS

CHRONICLE