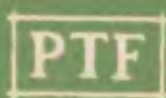


POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK
POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU
WIEDZY FIZYCZNEJ



TOM XVII

ZESZYT 3

1966

RADA REDAKCYJNA

Przewodniczący — Szczepan Szczeniowski, czł. koresp. PAN (Warszawa), *Członkowie* — Władysław Kapuściński (Warszawa), Karol Majewski (Warszawa), Ludwik Natanson (Warszawa), Henryk Niewodniczański, czł. rzecz. PAN (Kraków), Wojciech Rubinowicz, czł. rzecz. PAN (Warszawa), Leonard Sosnowski, czł. koresp. PAN (Warszawa), Jan Weysenhoff, czł. koresp. PAN (Kraków)

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor Naczelny — Jan Weysenhoff, czł. koresp. PAN (Kraków)
Członkowie Redakcji — Jan Babecki (Kraków), Antoni Bajorek (Kraków),
Andrzej Kisiel (Kraków)

Adres Redakcji: Kraków, Reymonta 4
tel. 363-80, wewn. 442

Maszynopisy prac należy nadsyłać w 2 egzemplarzach pod adresem Redakcji. O przyjęciu do druku decyduje Komitet Redakcyjny.

P O L S K I E T O W A R Z Y S T W O F I Z Y C Z N E

POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU
WIEDZY FIZYCZNEJ

TOM XVII, ZESZYT 3

KATEDRA FIZYKI POŚWIĘCZONEJ
Uniwersytetu M. Curie-Skłodowskiej
BIBLIOTEKA
Lublin, ul. Nowotki Nr 8.

P A Ń S T W O W E W Y D A W N I C T W O N A U K O W E
1966

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE
Oddział Kraków, ul. Smoleńsk 14

Nakład 1982 + 148 egz.	Rękopis dostarczono 28. II. 1966 r.
Ark. wyd. 7,75 ark. druk. 7,0.	Podpisano do druku 11. VI. 1966 r.
Pap. druk. sat. 80 g. kl. III. 70×100	Druk ukończono w czerwcu 1966 r.
Zamówienie 177/66	Cena zł 15.— T-10

DRUKARNIA UNIWERSYTETU JAGIELLOŃSKIEGO, KRAKÓW, CZAPSKICH 4



Leopold Jurkiewicz

Jerzy Michał Massalski

Instytut Techniki Jądrowej
Akademii Górniczo-Hutniczej w Krakowie

Leopold Jurkiewicz (1906—1966)

Dnia 30 marca bieżącego roku odszedł od nas na zawsze profesor Akademii Górniczo-Hutniczej i Instytutu Badań Jądrowych, dr Leopold Jurkiewicz, dyrektor Instytutu Techniki Jądrowej AGH.

Leopold Jurkiewicz urodził się dnia 10 lipca 1906 roku w Kocku, gdzie ukończył 7-klasową szkołę podstawową. Do gimnazjum uczęszczał w Siedlcach zarabiając równocześnie na utrzymanie. Przez pewien czas pracował jako nauczyciel, zdobywając środki na dalszą naukę. W roku 1935 ukończył Wydział Matematyczno-Fizyczny Uniwersytetu Warszawskiego. Po ukończeniu studiów Leopold Jurkiewicz pracował przez kilka lat w Zakładzie Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Warszawskiego. W okresie okupacji brał udział w tajnym nauczaniu, zaś tuż po wojnie rozpoczął pracę w Zakładzie Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Jagiellońskiego w Krakowie. Od 1 października 1945 r. aż do zgonu losy Jego związały się ściśle z Katedrą Fizyki II Akademii Górniczo-Hutniczej, gdzie zajmował kolejne stanowiska, począwszy od starszego asystenta aż do profesora włącznie. Tutaj pod kierunkiem Profesora Mięśowicza wykonał pracę doktorską pod tytułem „Widmo składowej elektronowej promieniowania kosmicznego“. Stopień doktora filozofii uzyskał w roku 1951. W roku 1954 został mianowany profesorem za dorobek naukowy w pracach nad wielkimi pękami promieniowania kosmicznego. Z dniem 1 stycznia 1962 roku objął stanowisko dyrektora Instytutu Techniki Jądrowej AGH.

Praca naukowa w Katedrze Fizyki II AGH jest poświęcona fizyce jądrowej wysokich energii i praktycznym zastosowaniom fizyki jądrowej. Okres powojenny rozpoczęto od stworzenia bazy aparaturowej przez opracowanie własnej konstrukcji liczników Geigera-Müllera wykonanych całkowicie z metalu, oraz przez opracowanie podstawowych układów elektronicznych. Powyższe rozwiązania techniczne pozwoliły na podjęcie prac z dziedziny promieniowania kosmicznego. Profesor L. Jurkiewicz brał czynny udział w tych przygotowaniach, a następnie w pomiarach promieniowania kosmicznego w kopalni soli w Wieliczce, oraz w pracach dotyczących wielkich pęków atmosferycznych promieniowania kosmicznego. Za prace w Wieliczce otrzymał w roku 1952 Państwową Nagrodę Zespołową III stopnia. Zarówno prace konstruktorskie,

jak i stwierdzenie dużych różnic w natężeniu promieniowania gamma w różnych miejscach kopalni w Wieliczce, przyczyniły się do podjęcia prac nad karotazem gamma dla poszukiwań złóż ropy naftowej. Prace te zapoczątkowały metody geofizyki jądrowej w Polsce, przynosząc uznanie w postaci Państwowej Nagrody Zespołowej II stopnia dla jej wykonawców z Katedry Fizyki II AGH oraz Instytutu Naftowego (rok 1958).

Dalszą kontynuacją prac z geofizyki jądrowej było opracowanie metody radiometrycznej poszukiwań soli potasowych i analizy ilościowej na potas, bezpośrednio w otworach wiertniczych w kopalni soli w Kłodawie. Prace te były prowadzone przez zespół, w którym uczestniczył i osobiście brał udział Profesor L. Jurkiewicz.

W okresie nasilenia próbných eksplozji jądrowych Profesor Jurkiewicz zainicjował i zorganizował ciągłe pomiary skażeń atmosfery i opadów deszczowych. Pomiary te są wykonywane do chwili obecnej.

Prace te zaabsorbowały całkowicie Profesora Jurkiewicza tak, że zrywa on z tematyką promieniowania kosmicznego i poświęca bez reszty swój czas problematyce zastosowań fizyki jądrowej do celów przemysłowych.

W tym czasie krystalizuje się myśl o zorganizowaniu Instytutu Techniki Jądrowej i tej pracy Profesor Jurkiewicz wspólnie z Profesorem Mięśowiczem poświęcał sporo czasu. W ramach tego Instytutu są prowadzone dalsze prace z zastosowań fizyki jądrowej.

Profesor Jurkiewicz kierował i współdziałał w opracowaniu metod radiometrycznych pomiarów wilgotności i gęstości gruntów sypkich. Pod Jego kierownictwem opracowano metodę szybkiej analizy rud cynkowo-olowiowych na zawartość ołowiu, cynku i żelaza oraz materiałów przemysłowych na zawartość kadmu. Prace te mogą być wykorzystane dla właściwego ustawienia i kierowania procesami technologicznymi przy produkcji powyższych metali.

Pod kierunkiem Profesora Jurkiewicza prowadzone były w Instytucie Techniki Jądrowej badania kontroli radiometrycznej procesów podszadania wyrobisk kopalnianych piaskiem transportowanym wodą. Rozwiązaniem tego problemu, którym ITJ dalej się zajmuje, jest zainteresowane kopalnictwo węglowe w Polsce.

Jako dyrektor Instytutu Techniki Jądrowej, Profesor Jurkiewicz był inicjatorem prac badawczych prowadzonych przez Instytut z zakresu hydrogeologii.

Brał czynny udział w kształceniu wysoko kwalifikowanej kadry specjalistów w dziedzinie praktycznych zastosowań metod fizyki jądrowej. Był promotorem sześciu ukończonych przewodów doktorskich. Pięć kierowanych przez Niego prac doktorskich jest w stadium końcowym.

Równocześnie Profesor Jurkiewicz prowadził wykłady specjalistyczne z radiometrii dla studentów specjalizacji Geofizyki Wydziału Geologiczno-Poszukiwawczego oraz wykłady z fizyki reaktorowej dla specjalizacji Jądrowej Fizyki Technicznej Wydziału Elektrotechniki oraz dla Studium Techniki Izotopów Promieniotwórczych.

Odszedł człowiek, który od pierwszych dni powojennych był, obok Profesora Mięśowicza, współtwórcą ośrodka fizyki jądrowej przy Akademii Górniczo-Hutniczej, biorąc czynny udział w wielu sprawach tego ośrodka. O tym, że tych spraw było i jest dużo może świadczyć chociażby fakt wzrostu ilości pracowników Ośrodka od kilku, w pierwszych latach tuż po wojnie, do około 170 obecnie. Roczna liczba publikacji tego ośrodka osiąga liczbę około 100.

Trudno ocenić działalność człowieka w kilka dni po jego zgonie, gdy jeszcze trudno uświadomić sobie, że już Go nie ma wśród nas.

W zmarłym żegnamy serdecznego przyjaciela, profesora, kochanego zarówno przez rzeszę studentów, jak i zespół pracowników, którymi kierował. Był to człowiek życzliwy i przyjazny, który każdemu starał się pomóc i każdego zrozumieć. Przy pogodnym usposobieniu i pełnym prostoty zachowaniu cechowała Go głęboka powaga, godność i spokój, którymi promieniował na otoczenie. Był nie tylko wielkiej wiedzy naukowcem, ale równocześnie nauczycielem, który wychowywał przykładem swojego życia.

Profesor Leopold Jurkiewicz zostawił po sobie poważny dorobek naukowy swojego pracowitego życia w postaci około 50 publikacji naukowych. Połowa z nich jest poświęcona zagadnieniom fizyki jądrowej stosowanej. Swoim dorobkiem naukowym i swoim bogatym doświadczeniem dzielił się zawsze z młodszymi kolegami. Zgromadził wokół siebie kilka grup pracowników naukowych, których dalsza praca jest gwarancją, że wkład do nauki wniesiony przez Profesora Jurkiewicza wyda owoce.

Abstract: On the 30-th of March, 1966 died Dr Leopold Jurkiewicz, Professor of Physics in the Academy of Mining and Metallurgy and in the Institute for Nuclear Research, Director of the Institute of Nuclear Techniques. The paper deals with the scientific activity of Professor Jurkiewicz.

Wykaz publikacji profesora Leopolda Jurkiewicza

Oryginalne prace naukowe

- [1] S. Pieńkowski, L. Jurkiewicz, *Résine dans bois étudiés aux rayons X*, Acta Phys. Polon. (1934).
- [2] M. Mięśowicz, L. Jurkiewicz, *A Counter Apparatus for the Measurements of Cosmic Rays*, Acta Phys. Polon., 9, 54 (1947).
- [3] M. Mięśowicz, L. Jurkiewicz, J. Massalski, *On some Low Ionizing Radiation Observed by Measurements of Cosmic Radiation at Great Depths*, Phys. Rev., 77, 380 (1950).
- [4] M. Mięśowicz, L. Jurkiewicz, J. Massalski, *On Some Photon Radiation Observed by Measurements of Cosmic Radiation at Great Depths*, Acta Phys. Polon., 10, 69 (1950).
- [5] M. Mięśowicz, L. Jurkiewicz, A. Mikucki, *Aparatura do profilowania gamma w odwiertach naftowych z rejestracją ciągłą*, Prace Głównego Instytutu Naftowego, 4, 3 (1951).
- [6] J. Hubicki, L. Jurkiewicz, Z. Wierzbicka, *Pomiary promieniowania gamma i beta próbek wiertniczych*, Prace Głównego Instytutu Naftowego, 4, 11 (1951).
- [7] L. Jurkiewicz, M. Mięśowicz, A. Mikucki, *A Geiger-Müller Counter Apparatus for Gamma-Ray Well Logging*, Acta Geophys. Polon., 1, 187 (1953).
- [8] L. Jurkiewicz, *On the influence of Low Energy (2—7 MeV) Photons on the Absorption Curve of Extensive Air Showers in Lead*, Biuletyn PAN Cl. III, 2, 329 (1954).

- [9] M. Mięśowicz, L. Jurkiewicz, J. Massalski, *Some Notes on Low Energy Gamma Radiation at Great Depths*, Biuletyn PAN Cl. III, 3, 373 (1955).
- [10] M. Mięśowicz, L. Jurkiewicz, J. M. Massalski, *Remarks on Low Energy Gamma Radiation at Great Depths*, Nuovo Cimento, 2, 152 (1955).
- [11] K. Przewłocki, Z. Buja, L. Jurkiewicz, J. Poborski, *An Attempt of a Radioactive Characteristic of the Zechstein Salt Series in Kujawy*, Acta Geophys. Polon., 4, 5 (1956).
- [12] J. Babecki, L. Jurkiewicz, J. M. Massalski, M. Mięśowicz, *The Transition and Absorption Curve of the Electron-Photon Component of Extensive Air Showers in Lead Between 0 and 25 cm*, Acta Phys. Polon., 16, 119 (1957).
- [13] J. Babecki, L. Jurkiewicz, J. M. Massalski, M. Mięśowicz, *The Ratio of the Number of Photons to the Number of Electrons in Extensive Air Showers of Cosmic Radiation*, Biuletyn PAN Cl. III. 4, 817 (1956).
- [14] M. Kubiczek, L. Jurkiewicz, K. Przewłocki, *Zastosowanie liczników Geigera-Müllera do oznaczania radioaktywności wód mineralnych*, Balneologia Polska, 7, 126 (1957).
- [15] K. Przewłocki, J. Krzuk, L. Jurkiewicz, T. Owsiak, *Aparatura do profilowania naturalnego promieniowania beta i gamma w poziomych odwiertach dla poszukiwań soli potasowych*, Acta Geophys. Polon., 5, 283 (1957).
- [16] K. Przewłocki, J. Krzuk, L. Jurkiewicz, T. Owsiak, *Pierwsze wyniki profilowania radioaktywnego w poziomych odwiertach przy poszukiwaniach soli potasowych w kopalni soli w Kłodawie*, Przegląd Geologiczny, 5, 469 (1957).
- [17] L. Jurkiewicz, M. Massalska, *Fallout Measurements in Cracow*, Nukleonika, 3, 74 (1958).
- [18] J. Czubek, B. Dziunikowski, L. Jurkiewicz, J. Krzuk i inni, *Radioactive Well-Logging in Horizontal Bore-Holes for Prospecting for Potassium Salts*, Nukleonika, 3, 112 (1958).
- [19] L. Jurkiewicz, M. Massalska, *Fallout Measurements in Cracow*, Sprawozdania II Konf. Genewskiej Pokojowego Wykorzystania Energii Jądrowej — P/1958.
- [20] J. Czubek, B. Dziunikowski, L. Jurkiewicz, J. Krzuk i inni, *Radioactive Well-Logging in Horizontal Bore-Holes for Prospecting for Potassium Salts*, Sprawozdania II Konf. Genewskiej Pokojowego Wyk. Energii Jądrowej — P/1951.
- [21] T. Florkowski, L. Górski, L. Jurkiewicz, *Analiza za pomocą spektrometru gamma skażeń powietrza atmosferycznego w Krakowie produktem rozszczepienia z wybuchów jądrowych*, Nukleonika, 5, 629 (1960).
- [22] J. Czubek, B. Dziunikowski, L. Jurkiewicz, J. Krzuk, J. Niewodniczański, K. Przewłocki, Z. Werner, A. Zuber, *Kompleksowe profilowanie radiometryczne kierunkowych odwiertów kopalnianych za solami potasowymi*, Acta Geophys. Polon., Sprawozdania z Konf. Zast. Izotopów w Technice, Rogów, 8, 73 (1960).
Application of Nuclear Physics Methods to Potassium Salts Prospecting, Proc. of the Conf. on the Application of Radioisotopes in Phys., Copenhagen, Vol. I, s. 123 (1960).
- [23] L. Jurkiewicz, M. Massalska, *Radioactive Air Pollution in Cracow Resulting from Nuclear Explosions*, Acta Geophys. Polon., 8, 61 (1960).
- [24] M. Borowczyk, B. Rossiński, J. Czubek, L. Jurkiewicz, J. Krzuk, A. Zuber, *Aparatura do pomiaru wilgotności gruntów sypkich metodą neutronową*, Konf. Zast. Izotopów w Technice, Rogów, 1960 — R — 45 (1960).
- [25] M. Borowczyk, J. Czubek, B. Dziunikowski, L. Jurkiewicz, J. Krzuk, J. Niewodniczański, B. Rossiński, A. Zuber, *Określanie wilgotności i ciężaru objętościowego gruntów sypkich in situ metodami radiometrycznymi*, Archiwum Inż. Łądowej, 7, 193 (1961).
- [26] B. Dziunikowski, T. Florkowski, L. Jurkiewicz, B. Turkowa, *Determination of Lead Content in Ore Samples by Means of the Method of Absorption of gamma or X-Rays*, Nukleonika, 6, 938 (1962).
- [27] jw. w języku polskim, Post. Tech. Jądr. (1962).

- [28] L. Jurkiewicz, Z. Zakrocki, M. Mirek, *Skażenia promieniotwórcze w Krakowie w 1960 r. Dane pomiarowe. Skażenia promien. w Polsce w 1960 r.* Wyd. Pełnomocnika Rządu d/s Wykorzystania Energii Jądrowej (1963).
- [29] B. Buliński, L. Jurkiewicz, St. Pelczarski, A. Zuber, *Automatyka kontroli wilgotności przy sporządzaniu mas formierskich*, Mat. Konf. Naukowej „Automatyzacja Odlewnictwa“, Kraków, 104 (1963).
- [30] M. Borowczyk, L. Jurkiewicz, A. Zuber, *New Radioisotope Experiences in Determining the Parameters of Groundwater Flow. The State of Hydrogeological Traces Research in Poland*, Nukleonika, 9, 681 (1964).
- [31] L. Jurkiewicz, R. Szyndler, R. Emmerich, *Zastosowanie ^{14}C do badań zużycia nutrycy do prasowania na zimno*, Nukleonika 10, 258 (1965).
- [32] L. Jurkiewicz, K. Korbel, K. Przewłocki, K. Umiastowski, *Radiometric Determination of the Special Concentration of Inhomogeneous Fluid in Pipe-Lines*, Symposium IAEA on Radioisotope Instruments in Industry and Geophysics, Warsaw, 18—22 October 1965, SM-68/49.

Prace referatowe, przeglądowe i krótkie komunikaty aparaturowe

- [33] J. Hubicki, L. Jurkiewicz, Z. Wierzbička, *Pomiary promieniowania gamma i beta próbek wiertniczych*, Prace Głównego Instytutu Naftowego, 4, 11 (1951).
- [34] L. Jurkiewicz, *Wielkie pęki powietrzne promieni kosmicznych*, Postępy Fizyki, 6, 287 (1955).
- [35] L. Jurkiewicz, *Techniczne zastosowanie promieniotwórczości*, Wszechświat, 10—11, 277 (1955).
- [36] L. Jurkiewicz, *Biologiczne działanie skażeń promieniotwórczych z wybuchów jądrowych*, Haematologica Cracoviensis, 2, 117 (1958).
- [37] L. Jurkiewicz, *Zastosowania izotopów promieniotwórczych w przemyśle hutniczym*, Hutnik, 25, 242 (1958).
- [38] L. Jurkiewicz, *Skażenia radioaktywne atmosfery przez produkty eksplozji jądrowych*, Nukleonika (1957).
- [39] L. Jurkiewicz, *Niektóre zastosowania izotopów promieniotwórczych w badaniach mechanicznych i hutniczo-metalurgicznych*, Nukleonika, 4, 347 (1959).
- [40] L. Jurkiewicz, *Efekty fizyczne charakteryzujące opady radioaktywne dalekiego zasięgu*, Biuletyn Pełnomocnika Rządu d/s Energii Jądrowej, 3, 522 (1959).
- [41] L. Jurkiewicz, *Skażenia radioaktywne atmosfery ziemskiej przez produkty eksplozji jądrowych*, Nukleonika, 2, 657 (1960).
- [42] L. Jurkiewicz, *The Problem of Sr-90 and Cs-137 Contamination from the Debris of Nuclear Explosions*, Bericht über einen Erfahrungsaustausch zu Techn.-Phys. Fragen des Strahlensyst., Berlin 1960, 19—24 Sept. 1960.
- [43] L. Jurkiewicz, *Metody fizyki jądrowej w zastosowaniu do niektórych badań w zakresie inżynierii*, Archiwum Hydrotechniki 7, 69 (1960).
- [44] L. Jurkiewicz, *Zastosowanie izotopów promieniotwórczych i metod fizyki jądrowej w hutnictwie*, Mat. z Konf. Nauk.-Techn. na temat: Automatyki, Elektroniki i Izotopów Promieniotwórczych w Hutnictwie, s. 24, Warszawa, 1961.
- [45] L. Jurkiewicz, *Zastosowanie izotopów promieniotwórczych w warunkach technicznych*, Energia Jądrowa w Polsce w 1955—1960, PWN, 1963.
- [46] L. Jurkiewicz, *Zagadnienia geofizyki jądrowej w pracach Katedry Fizyki II AGH, Instytutu Techniki Jądrowej AGH, Krak. Oddz. Zakładu VI IBJ*, Postępy Fizyki, 14, 649 (1963).
- [47] L. Jurkiewicz, K. Korbel, J. Lasa, *Radioizotopowy przyrząd do pomiaru chwilowej*

gęstości i stosunku objętościowego mieszaniny podszkowej, *Pomiary—Automatyka—Kontrola* 10, 441 (1964).

- [48] L. Jurkiewicz, *Rozwiązywanie problemów geologiczno-inżynierskich i hydrogeologicznych metodami izotopowymi*, *Kwartalnik Geologiczny* 8, 854 (1964).
- [49] L. Jurkiewicz, *Niektóre zastosowania fizyki jądrowej w praktyce przemysłowej. Radioizotopy w przemyśle*, t. I. Dodatek do *Post. Techniki Jądrowej*, Ser. Izotopy i Promienowanie Nr 30 (215), s. 66—80, 1965.
- [50] L. Jurkiewicz, *Neuere Entwicklung Kerngeophysik*, *Freiberger Forschungshefte C* 174, 223 (1965).
- [51] L. Jurkiewicz, *Dva prípady použitia metód jadrovej fyziky v priemysle*, *Sbornik Vedeckých prác vysokej školy technickej v Košiciach*, Zv. II, 7, 1962.
- [52] L. Jurkiewicz, K. Korbel, K. Przewłocki, *Zastosowania radioizotopów w badaniach przepływu hydromieszanin*, *Archiwum Górnictwa*, T. X, nr 1, s. 91—106, 1965.
- [53] L. Jurkiewicz, J. A. Czubek, *Well Logging Methods based on the Use of Isotopes Sources of Nuclear Radiation*, *Posiedzenie specjalistów MAEA*, Kraków, październik 1965.
- [54] L. Jurkiewicz, *Radiometryczeskie metody bystrych analizow elementnowo sostawa dla primienienija w promyszlennosti*, *Symposium Grupy V Sekcji RWPG w Krakowie*, luty 1966.
- [55] L. Jurkiewicz, Z. Zakrocki, *Zanieczyszczenia powietrza w Krakowie pyłami promieniotwórczymi i przemysłowymi* (w druku).

Cerowski Zenon
Sikora Bogdan

Katedra Fizyki B Politechniki Śląskiej w Gliwicach
 Instytut Metalurgii Żelaza w Gliwicach

Badania kształtu fali ultradźwiękowej w cieczy metodami optycznymi

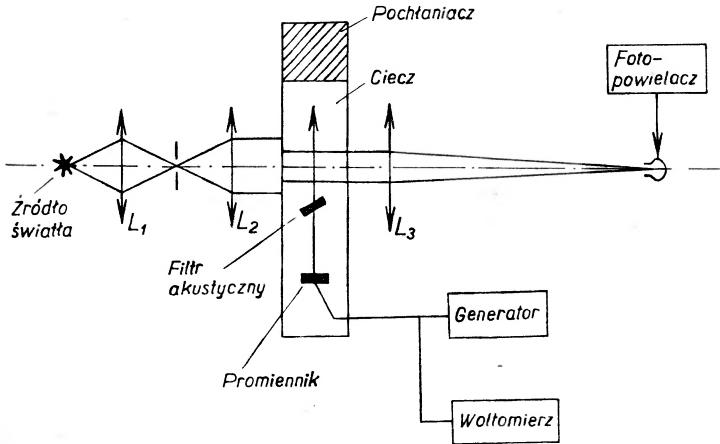
Metody badania pola ultradźwiękowego w cieczach przez dyfrakcję światła na strukturach ultradźwiękowych pozostają w dalszym ciągu aktualne. Metody te mają tę przewagę nad innymi, że nie zaburzają pola ultradźwiękowego. Nadają się dla szerokiego zakresu częstości, czego nie można powiedzieć o odbiornikach rezonansowych (jak na przykład kwarc), lub mikrofonach. Pozwalają wyznaczyć wartości bezwzględne natężeń dla składowych harmonicznych fali ultradźwiękowej. Wadą ich jest to, że mogą być stosowane tylko do cieczy przezroczystych i dla częstości od 500 kHz do 5 MHz. Poza wyznaczeniem prędkości, współczynnika pochłaniania i natężenia fali ultradźwiękowej metodami optycznymi można także wyznaczyć jej kształt.

Omówieniu stanu badań nad zjawiskiem ugięcia światła na strukturze ultradźwiękowej wytworzonej w cieczy, poświęcony jest artykuł M. Kwieka [1]. Z prac wyjaśniających to zjawisko największe uznanie zyskały prace Ramana i Nagendra-Natha [2].

I. Ugięcie światła na siatce fazowej

Raman i Nagendra-Nath traktują strukturę wytworzoną przez falę ultradźwiękową jako siatkę fazową, to znaczy taki twór, który nie powoduje odchylenia promieni świetlnych, powoduje natomiast przesunięcie fazowe. Przesunięcie to jest wynikiem różnych prędkości światła w ośrodku różnie zgęszczonym przez falę ultradźwiękową. Niech amplituda zmian współczynnika załamania powstałych wskutek zgęszczeń i rozrzedzeń wynosi Δn . Wówczas przesunięcie fazy światła w płaszczyźnie wyjściowej wynosi

$$A = \frac{2\pi\Delta n l}{\lambda}, \quad (1)$$



Rys. 1. Schemat zestawu aparatury do ugięcia światła na fali ultradźwiękowej

gdzie λ jest długością fali światła w cieczy, l — drogą światła w polu ultradźwiękowym. Rozkład przestrzenno-czasowy przesunięcia fazy światła w płaszczyźnie wyjściowej jest

$$a(x, t) = \frac{2\pi\Delta nl}{\lambda} \sin 2\pi \left(Nt - \frac{x}{\Lambda} \right) \quad (2)$$

N jest częstością dźwięku, Λ — długością fali dźwiękowej. Dla przebiegu fali świetlnej w cieczy mamy:

$$E = C \exp \left\{ i \left[2\pi \left(vt - \frac{z}{\lambda} \right) + \frac{2\pi\Delta nl}{\lambda} \sin 2\pi \left(Nt - \frac{x}{\Lambda} \right) \right] \right\} \quad (3)$$

v jest częstością światła.

Korzystając ze wzoru:

$$\exp(-v \sin \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(v) \exp(-in\theta) \quad (4)$$

wyrażenie (3) można napisać w postaci:

$$E = C \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k \left(\frac{2\pi\Delta nl}{\lambda} \right) \exp \left\{ -i \left[2\pi(v + kN)t - \frac{2\pi}{\Lambda} \left(z + k \frac{\lambda}{\Lambda} x \right) \right] \right\}. \quad (5)$$

Wyrażenie to przedstawia układ fal płaskich, których amplitudy są dane przez funkcje Bessela. Kierunek propagacji tych fal leży w płaszczyźnie xz ; kąt, jaki tworzy ten kierunek z osią z wyznaczyć można ze związku:

$$\operatorname{tg} \alpha_k = \frac{k\lambda}{\Lambda} \approx \sin \alpha_k \quad k = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \quad (6)$$

Zauważyć należy, że rozumowanie powyższe słuszne jest dla wiązki ultradźwiękowej o małej szerokości l , oraz dla fali dźwiękowej sinusoidalnej. Rozkład

nateżenia światła w prążkach dyfrakcyjnych dla fali sinusoidalnej jest symetryczny względem prążka zerowego. Inaczej rzecz się ma dla fali dowolnego kształtu. Falę taką można przedstawić odpowiadającym jej szeregiem Fouriera, wówczas w wykładniku wyrażenia (3) zamiast funkcji sinus będzie szereg trygonometryczny. Rozkład nateżeń w prążkach dyfrakcyjnych powstałych przez ugięcie światła na zgęszczeniach (fali ultradźwiękowej wyprostowanej) liczyli Śliwiński i Talar [3]. Autorzy otrzymali również symetryczny rozkład nateżeń w prążkach dyfrakcyjnych. Niesymetrię w rozkładzie nateżenia światła w prążkach dyfrakcyjnych obserwuje się w przypadku nieprostokątłości padania wiązki światła w stosunku do wiązki ultradźwiękowej. Niesymetrię obrazu dyfrakcyjnego stwierdzono również dla fal ultradźwiękowych o dużej amplitudzie [4].

II. Przybliżone odtworzenie kształtu fali metodą Szutiłowa

Michajłow i Szutiłow stwierdzili, że rozkład nateżenia światła w prążkach dyfrakcyjnych jest niesymetryczny w przypadku fali ultradźwiękowej zniekształconej. Szutiłow zakładając fazową modulację światła przechodzącego przez strukturę o zmiennym współczynniku załamania, wytworzoną przejściem fali ultradźwiękowej otrzymał związki pozwalające odtworzyć kształt zdeformowanej fali. Pominięcie modulacji amplitudowej dopuszczalne jest wtedy, gdy spełniona jest zależność:

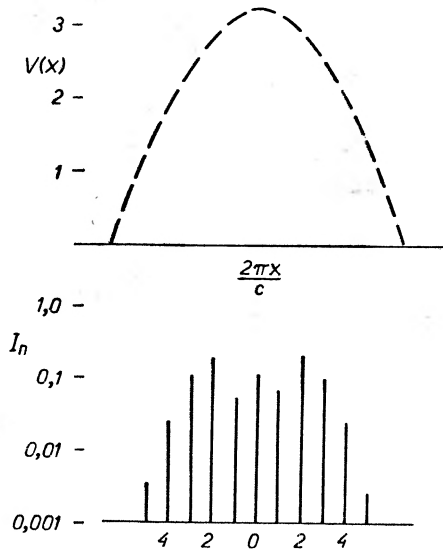
$$l \leq \frac{b}{2} \sqrt{\frac{n_0}{\Delta n}} \quad (7)$$

b oznacza tu rzut stromego odcinka fali na kierunek jej rozchodzenia się, n_0 — średnią wartość współczynnika załamania, Δn — amplitudę współczynnika załamania. W pracach swoich Michajłow i Szutiłow zajmują się deformacją fali o dużej amplitudzie w polu dalekim. Autorzy zakładają, że kształt początkowo sinusoidalnej fali zniekształconej w procesie propagacji można przybliżyć falą piłowatą. Doszli oni do wniosku, że funkcja modulująca falę świetlną powtarza kształt fali ultradźwiękowej (obraz zmian współczynnika załamania). Jeżeli współczynnik załamania zmienia się jak na rys. 3a, to front fali świetlnej po wyjściu ze struktury o zmiennym współczynniku załamania ma postać jak na rys. 3b. Rozkład nateżenia światła w płaszczyźnie ogniskowej obiektywu dany jest dla tego przypadku na rys. 3c. Na numery prążków, na które przypada maksimum nateżenia światła otrzymujemy:

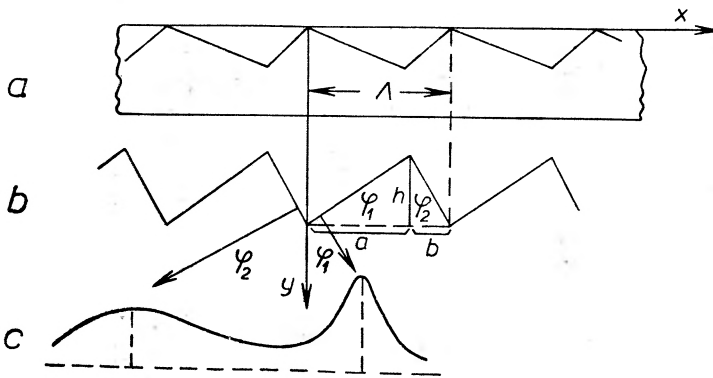
$$m_1 = \frac{2\Delta n l}{\lambda} \cdot \frac{A}{a} \approx \frac{A}{\lambda} \varphi_1, \quad (8a)$$

ponieważ $\frac{2\Delta n l}{a} = \operatorname{tg} \varphi_1 \approx \sin \varphi_1 = \frac{m_1 \lambda}{A}$.

Podobnie $m_2 = -\frac{A}{\lambda} \varphi_2$. (8b)



Rys. 2. Symetryczny obraz dyfrakcyjny i odpowiadająca mu fala sinusoidalna



Rys. 3. Konstrukcja kształtu fali na podstawie widma

φ_1 oznacza tu kąt, pod którym obserwuje się promień dyfrakcyjny o numerze m_1 , φ_2 — kąt, pod którym obserwuje się promień m_2 .

Dla granicznego przypadku, kiedy $\varphi_2 = \frac{\pi}{2}$ otrzymujemy:

$$m_1 = m = \frac{2\Delta l}{\lambda}; \quad \text{a} \quad \text{tg} \varphi_1 \approx \varphi_1 = \frac{2\Delta n l}{\Lambda} = \frac{h}{\Lambda}. \quad (8c)$$

Tak więc znając położenie maksimum w widmie dyfrakcyjnym można wyznaczyć kąt nachylenia płaskich odcinków fali ultradźwiękowej. Można więc zbudować przybliżony kształt fali w postaci trójkąta, którego elementy φ_1 , φ_2 , oraz $h = 2\Delta n l$ dadzą się wyznaczyć doświadczalnie. Wielkość h można wyzna-

czyć, jeżeli znane jest absolutne natężenie dźwięku P . Ze wzoru Lorentza-Lorenza otrzymujemy:

$$\Delta n = \mu \Delta p \frac{(n_0^2 - 1)(n_0^2 + 2)}{8n_0} \quad (9)$$

Zmiany ciśnienia Δp można wyliczyć z zależności

$$P = \frac{1}{2} \frac{(\Delta p)^2}{\rho c} \quad (10)$$

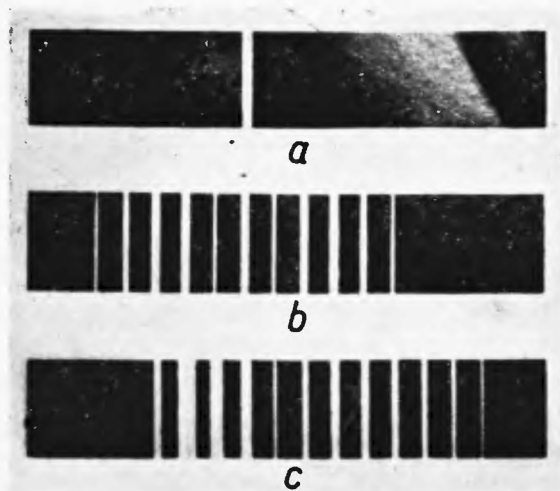
μ oznacza współczynnik ściśliwości adiabatycznej; ρ — gęstość ośrodka; c — prędkość dźwięku. Michajłow i Szutiłow podali także metodę pomiaru natężenia wiązki ultradźwiękowej z rozkładu światła w obrazie dyfrakcyjnym.

III. Badanie składu widmowego zniekształconej fali ultradźwiękowej

Inna metoda badania kształtu fali polega na wyznaczaniu zawartości harmonicznych. Na drodze fali ultradźwiękowej umieszcza się płytkę. Przez płytkę przechodzi fala harmoniczna, dla której spełniona jest zależność:

$$(2k-1) \frac{\lambda_k}{2} = d \quad (11)$$

d oznacza grubość płytki, k — liczbę całkowitą, λ_k — długość fali harmonicznej. Na rysunku 4 pokazano obraz dyfrakcyjny dla fali ultradźwiękowej harmonicznej (rys. 4b) i dla fali zniekształconej (rys. 4c).



Rys. 4. Rozkład światła w ognisku obiektywu L_3 . a) nie ma dźwięku, b) fala sinusoidalna, c) fala zniekształcona

Nateżenie harmonicznej można wyznaczyć korzystając z zależności między nateżeniem światła w n -tym prążku dyfrakcyjnym I_n i tak zwanym parametrem Ramana Natha $A = \frac{2\pi\Delta nl}{\lambda}$

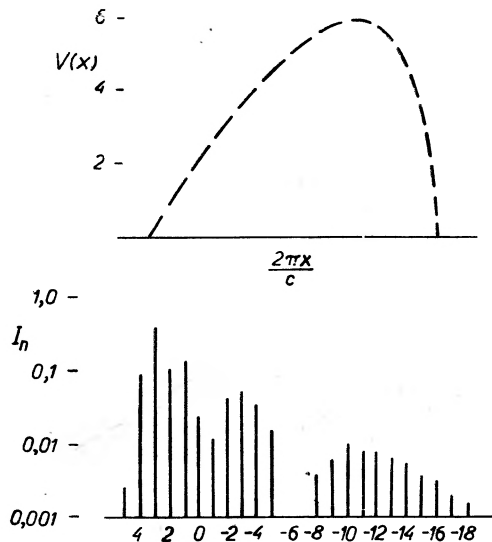
$$I_n = J_n^2(A)$$

J_n jest funkcją Bessela n -tego rzędu.

IV. Wyznaczanie składu widmowego metodą Zankela Hiedemana

Zankel i Hiedeman [5] zwrócili uwagę na możliwość odtworzenia kształtu fali o dużej amplitudzie zniekształconej w procesie propagacji ze znajomości względnych nateżeń w prążkach dyfrakcyjnych. Amplitudę światła po wyjściu z siatki ultradźwiękowej można przedstawić w postaci:

$$E = U(x, t) \exp[iV(x, t)] \exp\left[i2\pi\left(\nu t - \frac{z}{\lambda}\right)\right] \quad (12)$$



Rys. 5. Asymetryczny obraz dyfrakcyjny i odpowiadająca mu fala niesinusoidalna

Ostatnia funkcja wykładnicza opisuje płaską monochromatyczną falę świetlną, $U(x, t)$ jest amplitudą, a $V(x, t)$ fazą funkcji modulującej. Funkcja ta dla przypadku periodycznej siatki modulującej może być przedstawiona przez szereg Fouriera

$$U(x, t) \exp[iV(x, t)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_n \exp\left[i2\pi n \left(Nt - \frac{x}{\Lambda}\right)\right] \quad (13)$$

Dla przypadku wyłącznie fazowej modulacji $U(x, t) = 1$.

Korzystając z teorii Ramana Natha można powiązać współczynniki Φ_n z natężeniem światła w n -tym prążku dyfrakcyjnym I_n

$$I_n = |\Phi_n|^2. \quad (14)$$

Jeżeli zauważyć, że nie ma przesunięcia fazowego między funkcją modulującą światło a funkcją rozkładu ciśnienia akustycznego, to można obie funkcje $V(x, t)$ i $p(x, t)$ napisać w podobnej postaci

$$p(x, t) = \sum_j a_j p \sin j 2\pi \left(Nt - \frac{x}{\lambda} \right) \quad (15)$$

i

$$V(x, t) = \sum_j a_j A \sin j 2\pi \left(Nt - \frac{x}{\lambda} \right)$$

a_j przedstawia tu stosunek j -tej harmonicznej do podstawowych wielkości p i A . Korzystając ze wzoru (4) oraz (15) Zankel i Hiedeman otrzymali na Φ_n

$$\Phi_n = \sum_{k_2, k_3, \dots = -\infty}^{\infty} J_{n-2k_2}(A) J_{k_2}(a_2 A) J_{k_3}(a_3 A) \dots \quad (16)$$

Ostatnie równanie pozwala wyliczyć wartości a_j A , a więc znaleźć współczynniki szeregu (15).

V. Metoda B. D. Cooka

Kształt funkcji modulującej można znaleźć w inny prosty sposób [6]. Funkcję $e^{iV(x,t)}$ można rozwinąć w szereg:

$$e^{iV(x,t)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_k e^{i2\pi k \left(Nt - \frac{x}{c} \right)} \quad (17)$$

Wartości Φ_k są rzeczywiste. Szereg (17) można rozdzielić na część rzeczywistą i urojoną:

$$\cos[V(x, t)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_k \cos 2\pi k \left(Nt - \frac{x}{c} \right) \quad (17a)$$

$$\sin[V(x, t)] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \Phi_k \sin 2\pi k \left(Nt - \frac{x}{c} \right) \quad (17b)$$

Wartości Φ_k mogą być wyznaczone doświadczalnie, można więc znaleźć funkcję $V(x, t)$ wskazującą kształt fali.

Wszystkie opisane wyżej metody zakładają wyłącznie fazową modulację światła przez siatkę ultradźwiękową, a więc słuszne są dla wąskich wiązek

ultradźwiękowych. Ostatnio pojawia się szereg prac rozpatrujących ugięcie światła na strukturach ultradźwiękowych dowolnej szerokości i dowolnego kształtu [7]. Rachunki te nie są jednak zbyt przejrzyste dla celów określenia kształtu fali.

A Study of Ultrasonic Waveform in Liquid by the Optical Method

Abstract: This paper describes a method of determination by waveforms when diffraction patterns of light passing through a distorted ultrasonic wave are known. The Milhailov-Shutilov method, the acoustical filter method, a method based on prediction of intensities of the individual orders (Zankel-Hiedemann), and the method by B. D. Cook are presented.

Literatura

- [1] M. Kwiek, *Postępy Fizyki* 5, 25—41 (1954).
- [2] C. V. Raman, N. S. Nagendra-Hath, *Proc. Indian Acad. Sci., A*, 2, 416 (1935); 2, 413 (1935); 3, 75 (1936); 3, 119 (1936); 3, 495 (1936).
- [3] A. S. Śliwiński, S. Talar *Zeszyty Naukowe UAM w Poznaniu, Akustyka*, 3, 88—112 (1963).
- [4] L. G. Mikhailov, V. A. Shutilov, *Akust. ZN.* 3, 203 (1957); 4, 174 (1958); 5, 77 (1959); 6, 340 (1960).
- [5] L. Zankel, E. A. Hiedemann, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 30, 329 (1958); 31, 44 (1959).
- [6] B. D. Cook, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 32, 336—337 (1960).
IEEE Transaction on Sonic and Ultrasonic SU-11, 2, 90—94 (1964).
- [7] O. Nomoto, K. Negishi, *Acustica*, 15, 223 (1965); W. R. Klein, B. D. Cook, W. G. Mayer, *Acustica*, 15, 67 (1965).

W. Garczyński, N. Sznajder

Instytut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytetu Wrocławskiego
Wrocław

O klasach Borchersa pól lokalnych

1. Wstęp

Można spotkać się niejednokrotnie z twierdzeniem, że jedynym wartościowym wynikiem aksjomatycznej teorii pola jest fakt, że ona nie istnieje. Reszta zaś wyników jest bądź trywialna z fizycznego punktu widzenia, bądź też, praktycznie bezużyteczna z powodu zbyt gęstej „matematycznej woalki“ szczerlnie przesłaniającej ich fizyczną treść.

W niniejszym artykule nie chcielibyśmy polemizować z wyrażonym tutaj poglądem, lecz z uwagi na to, że zamierzamy przedstawić Czytelnikowi kilka najładniejszych, naszym zdaniem, i pożytecznych wyników aksjomatycznej teorii pola, jasnych pod względem matematycznym i bogatych w nietrywialną, fizyczną treść, przeto czujemy się zobowiązani do nakreślenia we wstępie ogólnej problematyki tej teorii oraz jej obecnych kłopotów, które przy niezbyt przychylniej interpretacji mogą prowadzić do ukazanych wyżej nieporozumień.

Istnienie aksjomatycznej kwantowej teorii pola rozumiane jest przez nas jako istnienie kierunku badań, legitymującego się poważnymi osiągnięciami, którego aktualnym przedmiotem jest lokalna kwantowa teoria pola, zapisana w formie szeregu postulatów uogólniających, jak nam się wydaje, nasze najgłębsze doświadczenia z zakresu mikroświata. W tym ujęciu aksjomatyczna teoria pola nosi cechy raczej metateorii niż teorii rozumianej jako konstrukcja matematyczna izomorficzna dla pewnej grupy zjawisk fizycznych tego samego rzędu jakości. Skupia się ona obecnie na zagadnieniach logicznej struktury lokalnej teorii pola, nie rezygnując przy tym z rozwijania jej. Właśnie dzięki tej dwutorowości problematyki zapewnia sobie aksjomatyczna teoria pola autonomiczny byt niezależnie od dalszego losu kwantowej teorii pola opartej na postulatach Wightmana-Gardinga [1, 2], które mogą okazać się zbyt ciasne dla opisu oddziaływających pól. W takim przypadku należałoby zrewidować pewne aksjomaty, wśród których najbardziej „podejrzany“ jest założenie o lokalności, pretendujące do roli reprezentanta ogólnego żądania kauzalności teorii. Oczywiście jest, że ewentualna zmiana postulatów mogłaby

jedynie wzbogacić przedmiot badań aksjomatycznej teorii, a nie doprowadzić do jej logicznej śmierci.

Zagadnienie istnienia fizycznie ciekawego modelu lokalnej teorii pola, spełniającego postulaty Wightmana-Gardinga, jest obecnie najbardziej palące. Zagadnienie to jest istotną częścią centralnego problemu teorii — problemu wyznaczenia macierzy rozprożeń S i zbadania jej struktury. Wszystkie dotychczasowe próby znalezienia nietrywialnego modelu lokalnej teorii nie powiodły się. Zaproponowano szereg prostych modeli [3—11] teorii spełniających tylko pewne spośród wymienionych niżej postulatów, lecz w tych przypadkach, gdy spełnione były postulaty lokalności i relatywistycznej niezmienniczości, otrzymano macierz S równą jedności.

Jedynym znanym dotychczas lokalnym polem spełniającym wszystkie postulaty jest swobodne pole oraz jego proste uogólnienie — pole Greenberga [12]. Kwestia istnienia oddziaływującego lokalnego pola, spełniającego postulaty Wightmana-Gardinga jest, jak dotąd, całkowicie otwarta.

Przedstawione kłopoty aksjomatycznej teorii pola oraz świadomość tego, że każdy istotny wynik w tej teorii okupiony jest dużym wysiłkiem połączonym z zastosowaniem często najnowszych zdobyczy współczesnej matematyki, może prowadzić do sceptycyzmu odnośnie do dalszych losów tego kierunku, wyrazem czego jest przytoczony na wstępie hiperboliczny pogląd. Taka sceptyczna ocena jest jednak zdecydowanie jednostronna gdyż, po pierwsze, zapomina się tutaj, że ewentualny dowód nieistnienia fizycznie ciekawych rozwiązań postulatów lokalnej teorii pola byłby, sam w sobie, dużym osiągnięciem. Analiza jego mogłaby wskazać wierny szlak dla dalszych poszukiwań. Po drugie, ocena taka nie uwzględnia innych płodnych kierunków teorii pola, których wyniki wybiegają swym zasięgiem poza lokalną teorię. Mamy tutaj na myśli badania logicznych relacji między postulatami, ich niezależności i kompletności, dowodzenie ogólnych twierdzeń w rodzaju twierdzenia o związku między spinem i statystyką [13, 14], lub twierdzenia TCP [15], a przede wszystkim badania dotyczące problemu macierzy S , z którym łączy się problem pól fizycznie ekwiwalentnych, będący głównym przedmiotem niniejszego artykułu.

W ostatnich latach osiągnięto znaczny postęp na drodze „konstruktywistycznego“ podejścia do problemu macierzy S w teorii Wightmana. Mianowicie, Ruelle [16], kierując się ideami i heurystycznymi wynikami Haaga [17], podał ogólny schemat teorii rozpraszania w ramach aksjomatycznej teorii pola. Wykazał on istnienie silnych granic przy $t \rightarrow \pm \infty$ dla pewnej rodziny stanów ψ_t opisujących asymptotycznie swobodne cząstki (reprezentowane przez H^{in} , H^{out} odpowiednio):

$$s - \lim_{t \rightarrow \mp \infty} \psi_t = \psi_{\text{in,out}}$$

Unitarny operator rozpraszania S można określić na podprzestrzeniach asymptotycznych przy dodatkowym istotnym założeniu o zupełności stanów asymptotycznych:

$$H^{\text{in}} = H = H^{\text{out}} \quad (1.1)$$

Mamy wtedy:

$$SS^+ = S^+S = 1, \quad [U(a, A), S] = 0, \quad \theta S \theta = S^+, \quad (1.2)$$

gdzie θ jest *TCP* operatorem określonym niżej.

Następnym ważnym wynikiem w aksjomatycznej teorii pola jest ustanowienie przez Heppa [18] związku pomiędzy teorią rozpraszania Haaga-Ruelle'a a znaną teorią *LSZ* macierzy S [19]. Jak wiadomo, teoria ta oparta jest na założeniu o słabej zbieżności pola podstawowego $A(x)$ do pól asymptotycznych swobodnych $A^{\text{in,out}}(x)$, gdy czas t dąży do $\pm\infty$ odpowiednio (warunek asymptotyczny). Zaslugą Heppa jest udowodnienie tej słabej zbieżności na pewnym podzbiore stanów w H [20].

Można by pójść znacznie dalej w wyliczaniu rozmaitych osiągnięć aksjomatycznej teorii pola, lecz mijałoby się to z celem niniejszego artykułu. Zainteresowanemu Czytelnikowi można tutaj polecić pierwsze monograficzne opracowania tych zagadnień [21], [22], [23], a także skrypt Łopuszańskiego [24], w którym w sposób prosty i elegancki wyłożone są podstawy aksjomatycznej teorii pola.

Jest rzeczą interesującą, że bez konkretnej znajomości macierzy S można postawić poprawnie cały szereg problemów dotyczących jej własności. Wśród nich ważnym i ciekawym zagadnieniem jest klasyfikacja teorii pól posiadających tę samą przestrzeń Hilberta H z tą samą reprezentacją $U(a, A)$ grupy Poincarego i różniących się operatorem rozpraszania S . Jest to zagadnienie uporządkowania pól w tak zwane S -ekwiwalentne klasy.

Pierwszym poważnym krokiem w kierunku zrozumienia struktury S -ekwiwalentnych klas jest wynik Borchersa [25] (omawiany szczegółowo w rozdziale drugim), który można wypowiedzieć tak: dwie teorie pola w tej samej przestrzeni Hilberta H , z tą samą reprezentacją $U(a, A)$ grupy Poincarego, będące wzajemnie lokalne — są S -ekwiwalentne. Teorie pól $A_1(x)$ i $A_2(x)$ nazywamy wzajemnie lokalnymi, jeśli ma miejsce relacja:

$$[A_1(x), A_2(y)] = 0, \quad \text{gdy } x-y \text{ przestrzenne.} \quad (1.3)$$

Borchers pokazał swego rodzaju własność tranzytywności pojęcia wzajemnej lokalności pól. Okazało się, że jeśli jakieś dwie lokalne teorie $A(x)$, $B(x)$ są lokalne względem trzeciej lokalnej teorii $C(x)$ i ta ostatnia posiada dodatkowo własność nieredukowalności, to teorie A i B są względem siebie lokalne. Zatem własność wzajemnej lokalności przechodzi na inne pole za pośrednictwem pola nieredukowalnego.

Zbiór wszystkich pól lokalnych w danej przestrzeni Hilberta H , transformujących się według tej samej reprezentacji $U(a, A)$ grupy Poincarego i lokalnych względem nieredukowalnego pola $A(x)$ tworzy klasę Borchersa pola $A(x)$.

Wszystkie elementy klasy Borchersa są wzajemnie lokalne, lecz nie wszystkie są nieredukowalne. Wszystkie elementy klasy Borchersa są fizycznie ekwiwalentne w tym sensie, że prowadzą do tej samej macierzy S . Fakt ten rzuca

ciekawe światło na fizyczną treść samej koncepcji pola, dając z jednej strony większą swobodę w praktycznym operowaniu nią (do każdego konkretnego przypadku można dobrać pole najwygodniejsze), a z drugiej strony ogranicza możliwość wyboru nietrywialnego modelu teorii pola. Aby taki model uzyskać, należy mieć pewność, że jest się poza obrębem klasy Borchersa swobodnego pola, która niedawno została całkowicie wyznaczona [26], [27], [28].

Niniejszy artykuł poświęcony jest „funkcyjnemu ujęciu“ klas Borchersa pól lokalnych. Niezbędne wiadomości z teorii funkcji Wightmana zebrane są w części pierwszej rozdziału drugiego. Dalej następuje wykład podstawowego technicznego narzędzia — twierdzenia *TCP* w ujęciu Josta. W części trzeciej omawiane są główne twierdzenia o tranzytywności własności lokalności i tzw. słabej lokalności oraz zdefiniowana jest klasa Borchersa danego pola. Pokazana jest przy pewnych warunkach stałość macierzy S na klasie Borchersa.

2.1. Elementarne własności funkcji Wightmana

Zanim przystąpimy do sformułowania twierdzenia *TCP*, przypomnijmy pewne własności funkcji Wightmana, gdyż głównie o nich będzie dalej mowa.

Funkcją Wightmana $W_n(x_0, x_1, \dots, x_n)$ nazywamy średnią wartość próżniową z iloczynu operatorów pola:

$$W_n(x_0, x_1, \dots, x_n) = (\psi_0, A_0(x_0)A_1(x_1)\dots A_n(x_n)\psi_0). \quad (2.1)$$

Podstawowe własności tych funkcji wynikają z postulatów teorii pola.

1. Warunek niezmienniczości relatywistycznej sprawia, że jeśli wszystkie argumenty funkcji Wightmana poddać jednakowej transformacji (a, A) niejednorodnej właściwej grupy Lorentza, to funkcja $W_n(x_0, x_1, \dots, x_n)$ pozostanie niezmienniona:

$$W_n(Ax_0 + a, Ax_1 + a, \dots, Ax_n + a) = W_n(x_0, x_1, \dots, x_n). \quad (2.2)$$

W szczególności, z niezmienniczości względem podgrupy translacji wynika, że funkcja $W_n(x_0, \dots, x_n)$ zależy w istocie nie od $n+1$ argumentów, ale od n niezależnych różnic:

$$\xi_1 = x_0 - x_1, \quad \xi_2 = x_1 - x_2, \quad \dots, \quad \xi_n = x_{n-1} - x_n, \quad (2.3)$$

$$W_n(x_0, x_1, \dots, x_n) = F_n(\xi_1, \dots, \xi_n).$$

Funkcja F_n jest niezmiennicza względem właściwych transformacji Lorentza.

2. Warunek lokalnej komutatywności dla funkcji Wightmana zapisuje się symbolicznie w sposób następujący:

$$W_n(x_0, \dots, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) = W_n(x_0, \dots, x_{i+1}, x_i, \dots, x_n) \quad (2.4)$$

dla $x_i - x_{i+1}$ przestrzennopodobnych ($x_i \sim x_{i+1}$).

3. Warunek spektralny nakłada następujące ograniczenie na transformatę Fouriera funkcji F_n :

$$\tilde{F}_n(p_1, \dots, p_n) \neq 0$$

tylko dla

$$p_1 \in \underline{V}^+, \dots, p_n \in \underline{V}^+; \quad V^+ \text{ — stożek przyszości,}$$

gdzie:

$$(2.5) \quad \tilde{F}_n(p_1, \dots, p_n) = (2\pi)^{-2n} \int \dots \int \exp \left[i \sum_{j=1}^n p_j \xi_j \right] \cdot F_n(\xi_1, \dots, \xi_n) d^4 \xi_1 \dots d^4 \xi_n$$

Ważną konsekwencją postulatu spektralnego jest to, że funkcja $F_n(\xi_1, \dots, \xi_n)$ jest wartością graniczną funkcji analitycznej $F_n(\xi_1, \dots, \xi_n)$. Obszarem analityczności funkcji $F_n(\xi_1, \dots, \xi_n)$ jest tuba przyszości, oznaczana symbolem T_n . Punkt (ξ_1, \dots, ξ_n) należy do T_n , jeśli spełnia następujące warunki:

$$(2.6) \quad \xi_j = \xi_j - \eta_j, \quad \xi_j \in R^4 \text{ — dowolne, } \eta_j \in V^+; \quad (j = 1, \dots, n).$$

Korzystając z powyższych własności funkcji Wightmana i z twierdzenia Bargmana-Hall-Wightmana otrzymujemy, że funkcje $F_n(\xi_1, \dots, \xi_n)$ są analityczne w większym obszarze, w rozszerzonej tubie, oznaczonej symbolem T_n . Tuba rozszerzona T_n nazywa się zbiór zespolonych wektorów (ξ_1, \dots, ξ_n) , który może być otrzymany z punktów tuby przyszości przy pomocy zespolonej transformacji Lorentza z wyznacznikiem $+1$, $[V^+(O)]$. $F_n(\xi_1, \dots, \xi_n)$ są niezmiennicze względem transformacji $V^+(O)$. Pierwotny obszar analityczności funkcji $F_n(\xi_1, \dots, \xi_n)$ (tuba przyszości) nie zawiera w sobie żadnego punktu rzeczywistego (z definicji). Natomiast rozszerzona tuba zawsze posiada punkty rzeczywiste, w których funkcje Wightmana są analityczne. W przypadku funkcji jednej zmiennej ($n = 1$), rzeczywistymi punktami rozszerzonej tuby są wszystkie przyszości podobne wektory ξ . Na przykład wektor

$$\xi = (0, 1, 0, 0) \in T_n,$$

gdyz

$$\xi = V \cdot (i, 0, 0, 0),$$

gdzie

$$V = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in V^+(O).$$

Ogólne kryterium na to, kiedy punkt rzeczywisty (ξ_1, \dots, ξ_n) leży w rozszerzonej tubie, zostało podane przez Josta [29] w następującym twierdzeniu: Warunkiem koniecznym i dostatecznym na to, aby rzeczywisty punkt (ξ_1, \dots, ξ_n) leżał w T_n jest, aby dla dowolnie wybranych liczb niujemnych λ_j , nie równych jednocześnie zero wektor

$$\varrho = \lambda_1 \xi_1 + \dots + \lambda_n \xi_n$$

(2.7)

był wektorem przestrzemnopodobnym.

Rzeczywiste punkty rozszerzonej tuby nazywane są punktami Josta.

Jeśli będziemy dalej badać analityczne własności funkcji Wightmana $F_n(\xi_1, \dots, \xi_n)$, to zobaczymy, że warunek lokalnej komutatywności operatorów pola doprowadza do dalszego rozszerzenia obszaru analityczności tych funkcji. Rzeczywiście, niech wszystkie różnice $(x_j - x_{j'})$ będą przestrzennopodobne, wówczas:

$$F_n(\xi_1, \dots, \xi_n) = W_n(x_0, \dots, x_n) = W_n(x_{\nu_0}, \dots, x_{\nu_n}), \quad (2.8)$$

gdzie ν_0, \dots, ν_n — dowolne ustawienie liczb $0, 1, \dots, n$. W szczególności równość powyższa zachodzi dla wszystkich punktów Josta, które jak stwierdziliśmy wcześniej, są punktami analityczności funkcji F_n . Uwzględniając, że zbiór punktów Josta jest obszarem otwartym w $4n$ -wymiarowej rzeczywistej przestrzeni zmiennych ξ_1, \dots, ξ_n , dostajemy, że równość powyższa może być przedłużona na cały obszar analityczności funkcji F_n , a to prowadzi do rozszerzenia tego obszaru od rozszerzonej tuby T_n' do permutowanej rozszerzonej tuby T_n'' . Wśród wszystkich permutacji wektorów (x_0, x_1, \dots, x_n) jedna i tylko jedna nietrywialna permutacja nie doprowadza do zwiększenia obszaru regularności T_n' . Jest nią permutacja

$$(x_0, x_1, \dots, x_n) \rightarrow (x_n, x_{n-1}, \dots, x_0). \quad (2.9)$$

Jeśli we wszystkich punktach Josta (i dla ich najbliższego otoczenia) zachodzi:

$$W_n(x_0, x_1, \dots, x_n) = W_n(x_n, x_{n-1}, \dots, x_0), \quad (2.10)$$

to będziemy mówić, że spełniony jest warunek słabej lokalnej komutatywności. Jeśli w funkcji Wightmana występuje jedno tylko pole, to mówimy o tym polu, że jest słabo lokalne. Jeśli natomiast w W_n występuje więcej pól i zachodzi powyższa równość, to mówimy, że te wszystkie pola są względem siebie słabo lokalne. Jest oczywiste, że równość powyższa jest automatycznie spełniona, gdy zachodzi warunek lokalności. Jednakże warunek słabej lokalności jest warunkiem znacznie mniej ograniczającym. O ile słabszy jest ten warunek, niech świadczy fakt, że można zbudować wiele przykładów nietrywialnej teorii pola spełniających wszystkie aksjomaty, za wyjątkiem aksjomatu lokalności, zastąpionego warunkiem słabej lokalności, podczas gdy nie udało się skonstruować takiego przykładu dla lokalnej komutatywności. Znaczenie pojęcia słabej lokalnej komutatywności uwidacznia się w twierdzeniu *TCP* — do którego właśnie przystępujemy.

2.2. Twierdzenie *TCP*

Twierdzenie *TCP* mówi, że dla lokalnego pola, spełniającego warunek spektralny i niezmienniczego względem niejednorodnej właściwej grupy Lorentza, istnieje antyunitarny operator $\theta = TCP$, dla którego zachodzi związek:

$$\theta A(x) \theta^{-1} = A^+(-x), \quad (2.11)$$

gdzie C oznacza sprzężenie ładunkowe, P — odbicie przestrzeni, T — odbicie czasu. Operator T — jako antyunitarny sprawia, że θ jest antyunitarny (operatory C i P są unitarne). Operatorem antyunitarnym nazywamy operator V spełniający następujące warunki:

1. $V\alpha|\psi\rangle = \bar{\alpha}V|\psi\rangle$, α — liczba
2. $V(|\psi\rangle + |\varphi\rangle) = V|\psi\rangle + V|\varphi\rangle$,
3. $\langle V\psi|V\varphi\rangle = \langle\varphi|\psi\rangle = \overline{\langle\psi|\varphi\rangle}$

(2.12)

TCP — niezmienniczość zapisana w terminach funkcji Wightmana oznacza równość następującą:

$$W_n(x_0, \dots, x_n) = W_n(-x_n, \dots, -x_0) \quad (2.13)$$

dla wszystkich (x_0, \dots, x_n) lub w terminach funkcji F_n :

$$F_n(\xi_1, \dots, \xi_n) = F_n(-\xi_n, \dots, -\xi_1) \quad (2.14)$$

dla wszystkich ξ .

Możemy teraz wykazać, że operator $\theta = TCP$ jest w sposób jednoznaczny opisany przez pole $A(x)$, jak też przez $A_{\text{in}}(x)$ i $A_{\text{out}}(x)$ łącznie.

Niech θ' będzie antyunitarnym operatorem mającym własność:

$$\theta' A(x) \theta'^{-1} = A(-x),$$

przy czym $A(x)$ jest zupełnym lokalnym i hermitowskim polem, to dzięki powyższej relacji otrzymujemy:

$$\theta'\theta' = \lambda, \quad |\lambda|^2 = 1, \quad \lambda = \bar{\lambda} \quad (2.15)$$

czyli

$$\theta'\theta' = \pm 1,$$

a jeśli zażąda się, żeby θ' przeprowadzało próżnię w wielokrotność stanu próżniowego i żeby stan próżniowy był niezdegenerowany, to $\theta' = \theta'^{-1}$.

Niech θ_1' i θ_2' będą dwoma antyunitarnymi operatorami spełniającymi związek (2.11). Postępując analogicznie jak wyżej dostajemy:

$$\theta_1'\theta_2' = \alpha, \quad \theta_1'\theta_2' = \bar{\alpha}, \quad |\alpha| = 1. \quad (2.16)$$

Powyższe relacje świadczą już o tym, że operator θ jest z dokładnością co do współczynnika fazowego wyznaczony przez związek (2.11).

$$\theta_1'|\psi\rangle = \theta_1'\theta_2'\theta_2'|\psi\rangle = \alpha\theta_2'|\psi\rangle,$$

gdzie $|\alpha|^2 = 1$ dla dowolnego $|\psi\rangle \in H$.

Współczynnik fazowy wybiera się tak, aby było:

$$\theta|\psi_0\rangle = |\psi_0\rangle. \quad (2.17)$$

Podziałajmy teraz na równanie

$$A_{\text{in}}(x) = A(x) + \int \Delta_{\text{ret}}(x-y) K_y A(y) d^4y \quad (2.18)$$

z obydwu stron operatorem θ_A . Otrzymujemy równanie:

$$\begin{aligned}\theta_A A_{\text{in}}(x) \theta_A &= A(-x) + \int \Delta_{\text{ret}}(x-y) K_y A(-y) d^4y = \\ &= A(-x) + \int \Delta_{\text{adv}}(-y-x) K_y A_y d^4y = A_{\text{out}}(-x),\end{aligned}$$

gdź $\Delta_{\text{ret}}(x-y)$ — rzeczywiste.

Czyli:

$$\theta_A A_{\text{in}}(x) \theta_A = A_{\text{out}}(-x). \quad (2.19)$$

Jak widać z tej równości operator θ_A nie jest operatorem *TCP* dla pola A_{in} , za wyjątkiem trywialnego przypadku gdy

$$A_{\text{in}} = A = A_{\text{out}}. \quad (2.20)$$

Analogicznie do poprzednich rozważań wynika z zupełności pól „in“ względnie „out“, że *TCP*-operator θ_A jest jednoznacznie określony przez pola $A_{\text{in}}(x)$ i $A_{\text{out}}(x)$. Oprócz powyższej własności pole $A_{\text{in}}(x)$ jako lokalne, spełniające warunek spektralny i niezmiennicze względem transformacji Lorentza jest niezmiennicze względem *TCP*-operatora $\theta_{A_{\text{in}}}$, a z zupełności $A_{\text{in}}(x)$ wynika jednoznaczność opisu operatora $\theta_{A_{\text{in}}}$. Wróćmy teraz do twierdzenia *TCP*. Otóż R. Jost, wykorzystując analityczne własności funkcji Wightmana, udowodnił twierdzenie wykazujące równoważność *TCP*-niezmienniczości ze słabą lokalną komutatywnością. Twierdzenie to brzmi:

Warunkiem koniecznym i dostatecznym dla istnienia operatora *TCP* jest słaba lokalność.

Należy podkreślić, że twierdzenie to pozwala uniknąć fundamentalnej trudności aksjomatycznego podejścia teorii pola — problemu istnienia nietrywialnego modelu, czyniącego zadość wszystkim aksjomatom lokalnej teorii, gdyż warunek lokalnej komutatywności zastąpiony został znacznie mniej ograniczającym warunkiem słabej lokalnej przemienności.

2.3. Tranzytywność pojęcia lokalności

Gdybyśmy dalej porównywali ze sobą lokalność i słabą lokalność, to moglibyśmy zauważyć, że obie one charakteryzują się tranzytywnością. Tranzytywność ta rozumiana jest następująco:

Twierdzenie I. Jeśli $A(x)$ jest słabo lokalne i zupełne i zachodzi:

$$\begin{aligned}(\Psi_0, A(x_1) \dots A(x_{i-1}) B(x_i) A(x_{i+1}) \dots A(x_n) \Psi_0) = \\ = (\Psi_0, A(x_n) \dots A(x_{i+1}) B(x_i) A(x_{i-1}) \dots A(x_1) \Psi_0)\end{aligned}$$

dla każdego i i n ($i \leq n$) w rzeczywistych punktach regularności (punkty Josta), to:

- a) $B(x)$ jest polem słabo lokalnym,
- b) $A(x)$ i $B(x)$ są wzajemnie słabo lokalne.

Dowód polega głównie na wykazaniu równości:

$$\langle \varphi | B(z) | \psi \rangle = \langle \theta \psi | \theta B(z) \theta | \varphi \rangle = \langle \theta \psi | B(-z) | \theta \varphi \rangle.$$

A stąd wynika, że

$$\theta B(z) \theta = B(-z), \quad (2.21)$$

co świadczy o istnieniu *TCP*-operatora dla pola B i co więcej świadczy o tym, że ten operator jest identyczny z *TCP*-operatorem dla pola A . A to na mocy twierdzenia *TCP* daje tezę b. Dowód tego twierdzenia pomijamy.

Istotę tranzytywności ukazuje dopiero twierdzenie następane:

Twierdzenie II. Jeśli $A(x)$, $B(x)$, $C(x)$ są słabo lokalne, $A(x)$ zupełne i wzajemnie słabo lokalne z $B(x)$, oraz z $C(x)$, to również $B(x)$ jest wzajemnie słabo lokalne z $C(x)$. Dowód tego twierdzenia jest natychmiastowy. Z założenia o słabej lokalności pól A , B , C wynika, że posiadają one *TCP*-operatory θ_A , θ_B , θ_C . Zgodnie z założeniem o słabej wzajemnej lokalności $A(x)$ i $B(x)$ wynika (patrz twierdzenie Josta), że $\theta_A = \theta_B$, a ze wzajemnej słabej lokalności $A(x)$ i $C(x)$ wynika, że $\theta_A = \theta_C$. Ale poprzednio zostało pokazane, że operator *TCP* jest określony jednoznacznie przez zupełne pole $A(x)$, stąd $\theta_B = \theta_C$, czyli $B(x)$ i $C(x)$ są wzajemnie słabo lokalne.

Twierdzenie III. Jeśli $A(x)$ jest lokalne i zupełne i zachodzi

$$[A(x), B(y)] = 0, \quad (x \sim y),$$

to $B(x)$ jest lokalne.

Twierdzenie to dowodzi się w sposób analogiczny jak twierdzenie następujące:

Twierdzenie IV. Jeśli $A(x)$ jest lokalne i zupełne, pola $B(x)$ i $C(x)$ są lokalne oraz zachodzi:

$$[A(x), B(y)] = 0, \quad [A(x), C(y)] = 0, \quad (x \sim y)$$

to $B(x)$ i $C(x)$ są wzajemnie lokalne

$$[B(x), C(y)] = 0 \quad \text{gdy} \quad x \sim y.$$

Dowody tych twierdzeń są znacznie dłuższe i trudniejsze od poprzednich. Wykorzystuje się w nich w sposób istotny własności analityczności funkcji Wightmana oraz twierdzenie „o ostrzu klina“. Można je znaleźć w pracy Borchersa [25].

2.4. Klasy Borchersa i związek macierzy S z operatorem *TCP*

Jeśli założyć zupełność pól $A_{\text{in}}(x)$ i $A_{\text{out}}(x)$, to można pokazać, że w przestrzeni Hilberta H istnieje unitarny operator S zwany macierzą rozproszeń, który transformuje operatory $A_{\text{in}}(x)$ w operatory $A_{\text{out}}(x)$:

$$A_{\text{out}}(x) = S^+ A_{\text{in}}(x) S. \quad (2.22)$$

Operator S nazwany kauzalnym, jeśli istnieje przynajmniej jedno takie pole lokalne $A(x)$, które w przeszłości przechodzi asymptotycznie w pole $A_{\text{in}}(x)$,

a w przyszłości w pole $A_{\text{out}}(x)$. Takie pole nazywamy interpolującym. Problem istnienia nietrywialnej macierzy S nie jest na razie jeszcze wyjaśniony. My natomiast chcemy się teraz zająć kwestią mnogości interpolujących pól należących do tej samej kauzalnej macierzy S (przy czym zakładamy istnienie tej ostatniej, a więc również istnienie co najmniej jednego lokalnego interpolacyjnego pola). Z tego też względu zajmijmy się następującym twierdzeniem:

Jeśli $A(x)$, $B(x)$ są lokalne (wystarczy nawet słaba lokalność) i $A_{\text{in}}(x) = B_{\text{in}}(x)$, to warunkiem koniecznym i dostatecznym na to, aby oba pola były polami interpolacyjnymi do tej samej macierzy S jest wzajemna słaba lokalność pól $A(x)$ i $B(x)$.

Dowód:

a) dostateczność:

przyjmijmy, że $A(x)$ i $B(x)$ są wzajemnie słabo lokalne, wówczas (zgodnie z twierdzeniem *TCP*) posiadają one wspólny *TCP*-operator θ . Ale

$$\theta A_{\text{in}}(x) \theta = A_{\text{out}}(-x), \quad \theta B_{\text{in}}(x) \theta = B_{\text{out}}(-x).$$

Z tego, że $A_{\text{in}}(x) = B_{\text{in}}(x)$ wynika: $A_{\text{out}}(x) = B_{\text{out}}(x)$ i tym samym wynika równość macierzy S ;

b) konieczność:

$A(x)$ i $B(x)$ są polami interpolującymi do tej samej macierzy S , czyli z równością $A_{\text{in}}(x) = B_{\text{in}}(x)$ zachodzi $A_{\text{out}}(x) = B_{\text{out}}(x)$. Ale $A(x)$ i $B(x)$ są z założenia polami (słabo) lokalnymi, istnieją więc *TCP*-operatory θ_A i θ_B . Lecz operatory A_{in} , B_{in} i A_{out} , B_{out} wyznaczają w sposób jednoznaczny *TCP*-operatory θ_A i θ_B , a skoro są sobie równe, to i $\theta_A = \theta_B$. Czyli pola $A(x)$ i $B(x)$ są wzajemnie słabo lokalne. Do dalszej dyskusji skorzystajmy z relacji wcześniej przez nas wypisanych:

$$\begin{aligned} \theta_A A_{\text{in}}(x) \theta_A &= A_{\text{out}}^{\dagger}(-x), \\ \theta_{A_{\text{in}}} A_{\text{in}}(x) \theta_{A_{\text{in}}} &= A_{\text{in}}^{\dagger}(-x). \end{aligned} \quad (2.23)$$

Przy ich pomocy znajdujemy, że:

$$A_{\text{out}}(x) = S^{-1} A_{\text{in}}(x) S,$$

gdzie

$$S = \theta_A^{-1} \cdot \theta_{A_{\text{in}}}. \quad (2.24)$$

(S jest unitarny, gdyż iloczyn dwóch antyunitarnych operatorów jest unitarny). Na podstawie powyższego związku możemy również przedyskutować, kiedy dwa różne pola $A(x)$ i $B(x)$ należą do tej samej macierzy S .

$$S_A = \theta_A \theta_{A_{\text{in}}}, \quad S_B = \theta_B \theta_{B_{\text{in}}}.$$

Jeśli ma zachodzić $S_A = S_B$, to $\theta_A = \theta_B$ i $\theta_{A_{\text{in}}} = \theta_{B_{\text{in}}}$. Pierwsza równość po- ciąga wzajemną słabą lokalność pól A i B , a druga wzajemną słabą lokalność pól „in”. Uogólniając związek (2.24), można wprowadzić pojęcie względnego operatora S między dwoma lokalnymi polami A i B zgodnie z formułą:

$$S_{AB} = \theta_A^{-1} \theta_B, \quad (2.25)$$

gdzie θ_A i θ_B są *TCP*-operatorami dla pól A i B . Można się łatwo przekonać, że jeśli asymptotyczne pola (np. „out“) w obu teoriach są sobie równe, to względny operator S równa się

$$S_{AB} = S_A \cdot S_B^{-1}, \quad (2.26)$$

gdzie S_A i S_B są to operatory rozproszenia w teorii z polami $A(x)$ i w teorii z polem $B(x)$. Związki (2.25) i (2.26) dają pozytywne kryterium na to, aby operatory rozproszenia w dwóch teoriach pokrywały się. W oparciu o twierdzenie *TCP* i o własności tranzytywności lokalności, Borchers podzielił zbiór pól działających w tej samej przestrzeni Hilberta na klasy równoważności, zwane klasami Borchersa.

Mówimy, że pole A, B, C, \dots transformujące się według tej samej reprezentacji grupy Poincarego tworzą klasę Borchersa pola $A(x)$, jeśli $A(x)$ jest zupełne i lokalne, oraz pola B, C, \dots są lokalne względem A . Z tranzytywności lokalności wynika, że pola B, C, \dots należące do tej samej klasy Borchersa są lokalne względem siebie. A stąd mamy:

- 1) zupełne, lokalne pole może należeć tylko do jednej klasy Borchersa;
- 2) zgodnie z twierdzeniem Josta pola należące do tej samej klasy mają wspólne operatory *TCP*, nie możemy jednak jeszcze twierdzić, że mają tę samą macierz S , gdyż w tym celu, zgodnie ze wzorem (2.24) należałoby wykazać równość operatorów *TCP* wyznaczonych przez pola asymptotyczne. Żeby wyciągnąć dalsze wnioski dotyczące pól z tej samej klasy Borchersa trzeba będzie skorzystać z następującego twierdzenia:

Jeśli $A(x), B(x)$ są lokalne, $A(x)$ jest ponadto zupełne i spełnia warunek $[A(x), B(y)] = 0$ dla $x \sim y$ oraz pola asymptotyczne $A_{in}(x)$ i $B_{in}(x)$ rozwiązują równanie Kleina-Gordona z tą samą masą m , to $B_{in}(x) = \pm A_{in}(x)$.

Dowód tego twierdzenia podany jest w pracy Borchersa [25]. Twierdzenie to łącznie z twierdzeniem IV pozwala nam stwierdzić, że pola tworzące tę samą klasę Borchersa i mające pola asymptotyczne rozwiązujące równanie Kleina-Gordona z tą samą masą, są polami interpolującymi do tej macierzy S .

Łatwo przekonać się, że klasa Borchersa danego pola zawiera nieskończenie wiele elementów. Należą do niej np. pola o postaci

$$A(x) + P(\square_x) K_x A(x),$$

gdzie $P(x)$ jest dowolnym wielomianem rzeczywistym.

3. Zakończenie

W niniejszym przeglądzie zajmowaliśmy się wyłącznie funkcyjnym obrazem pojęcia klasy Borchersa lokalnego pola, lecz równie dobrze można zilustrować je na gruncie algebraicznym w języku algebr von Neumanna. Zagadnieniu

temu, a także zastosowaniom pojęcia klasy Borchersa pragniemy poświęcić oddzielny artykuł.

W szczególności omówione zostanie ciekawe zjawisko jednoznaczności lokalnych rozwiązań niejednorodnego równania Kleina-Gordona jako rezultat lokalnej ekwiwalentności pól i wynikające stąd kryteria trywialności pewnych modeli teorii pola. Pokazana zostanie na gruncie teorii rozpraszania Haaga-Ruelle'a stałość operatora rozprożeń na klasie Borchersa. Opisana będzie również struktura klasy Borchersa swobodnego pola przy użyciu języka algebraicznego, który wyjątkowo dobrze nadaje się do tego celu.

Borchers classes of the Local Field

Abstract: A general review of the main achievements and modern problems of the axiomatic quantum field theory is given. In particular, the notion of the Borchers class of local fields is discussed.

Some facts from the theory of Wightman functions are cited for the sake of understanding the problem, and a basic technical tool, the *TCP* theorem in Jost presentation, is formulated. Subsequently the fundamental theorems on transivity of locality and the resulting concept of Borchers class are presented.

Applications of the notion of Borchers class and its interpretation in terms of von Neumann algebras of local fields will be considered in a separate paper.

Literatura

- [1] A. S. Wightman, *Phys. Rev.*, **101**, 860 (1956).
- [2] A. S. Wightman, L. Garding, *Fields as Operator-Valued Distributions in Quantum Field Theory* (preprint).
- [3] A. S. Wightman, *Les Problemes mathématiques de la théorie quantique des champs*, Centre National de la Recherche Scientifique, Paris 1959.
- [4] J. Łopuszański, *J. Math. Phys.*, **2**, 743 (1961).
- [5] O. W. Greenberg, *Ann. Phys. (USA)*, **16**, 158 (1961).
- [6] A. L. Licht, J. S. Toll, *Nuovo Cimento*, **21**, 346 (1961).
- [7] O. W. Greenberg, *J. Math. Phys.*, **3**, 31 (1962).
- [8] O. W. Greenberg, and A. L. Licht, *J. Math. Phys.*, **4**, 613 (1963).
- [9] W. Garczyński, *J. Math. Phys.*, **5**, 714 (1964).
- [10] H. Araki, R. Haag, and R. Schroer, *Nuovo Cimento*, **19**, 90 (1961).
- [11] K. Bardakei, E. C. G. Sudarshan, *Nuovo Cimento*, **21**, 722 (1961).
- [12] O. W. Greenberg, patrz [5].
- [13] G. Luders, and B. Zumino, *Phys. Rev.*, **110**, 1450 (1958).
- [14] N. Burgoyne, *Nuovo Cimento*, **8**, 807 (1958).
- [15] R. Jost, *Helv. Phys. Acta*, **30**, 409 (1957).
- [16] D. Ruelle, *Helv. Phys. Acta*, **35**, 147 (1962).
- [17] R. Haag, *Phys. Rev.*, **112**, 669 (1958).
- [18] K. Hepp, *On the Connection between the LSZ and Wightman Quantum Field Theory*, Princeton preprint.
- [19] H. Lehmann, K. Symanzik, W. Zimmermann, *Nuovo Cimento*, **1**, 205 (1955), **6**, 319 (1957),
V. Glaser, H. Lehmann, W. Zimmermann, *Nuovo Cimento*, **6**, 1122 (1957).

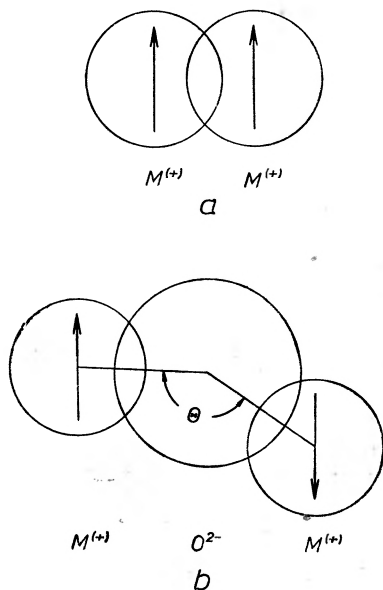
- [20] W. Garczyński, Referat wygłoszony na Letniej Szkole Fizyki Teoretycznej UJ, Zakopane 1965.
- [21] R. Streater, A. S. Wightman, *TCP, Spin and Statistics and All That*, Benjamin, New York 1964.
- [22] R. Jost, *The General Theory of Quantized Fields*, American Mathematical Society Publications, 1963.
- [23] S. S. Schweber, *An Introduction to Relativistic Quantum Field Theory*, New York 1961.
- [24] J. Łopuszański, *Wstęp do Aksjomatycznej Teorii Pola Kwantowego*, Skrypt Uniwersytetu Wrocławskiego, 1964.
- [25] H. J. Borchers, *Nuovo Cimento*, **15**, 784 (1960).
- [26] H. Epstein, *Nuovo Cimento*, **27**, 886 (1963).
- [27] B. Schroer, niepublikowane.
- [28] A. Jaffe, *Entire Functions of the Free Field*, preprint.

*Eugeniusz Klugmann*Katedra Fizyki Wyższej Szkoły Pedagogicznej
Gdańsk**Zależność temperaturowa namagnesowania ferrytów****1. Wstęp**

Ogólną cechą tlenków metali zwanych ferrytami jest zawartość jonu Fe^{3+} jako ich głównego składnika. W ferrytach występuje:

- a) namagnesowanie spontaniczne,
- b) duży na ogół opór właściwy (10^{-2} — 10^{12} Ωcm),
- c) wiązanie antyferromagnetyczne między magnetycznymi jonami kryształu, to jest między spinami elektronowymi jonów metalu charakterystycznego i żelaza,

d) pośrednie oddziaływanie wymienne między spinami jonów magnetycznie aktywnych, które zachodzi za pośrednictwem jonów tlenu (O^{2-}), a ściślej zewnętrznych wydłużonych $2p$ orbit elektronowych tych jonów. Rysunek 1a



Rys. 1. Oddziaływanie wymienne między jonami magnetycznymi: a — bezpośrednie, b — pośrednie

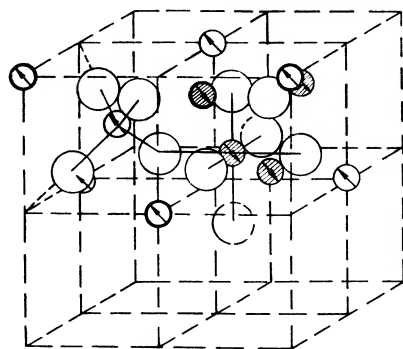
ilustruje przesłanianie się funkcji falowych w metalach, gdzie Heisenbergowskie oddziaływanie wymienne [1] prowadzi do równoległej orientacji nieskompensowanych spinowych momentów magnetycznych sąsiednich atomów. W tlenkach grupy żelaza (za wyjątkiem CrO_2) pośrednie oddziaływanie wymienne typu Kramersa [2, 3] prowadzi zawsze do antyrównoległej orientacji momentów spinowych. Jest ono tym silniejsze, im kąt θ (rys. 1 b) jest bliższy 180° , a zmniejsza się, gdy kąt ten zmierza do 90° .

Właściwości fizyczne konkretnego ferrytu są uwarunkowane jego składem stechiometrycznym oraz procesem technologicznym.

2. Podział ferrytów

Pod wspólną nazwą ferryty występuje liczna grupa związków chemicznych o różnych strukturach i składzie. Ze względu na strukturę można je podzielić na kilka grup:

a) ferrospinele — ferryty o strukturze minerału spinelu (MgAl_2O_4) — $\text{MeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$, gdzie Me — dwuwartościowy jon metalu charakterystycznego, np.: Mn^{++} , Fe^{++} , Co^{++} , Ni^{++} , Cu^{++} , Mg^{++} , Zn^{++} , Cd^{++} ,



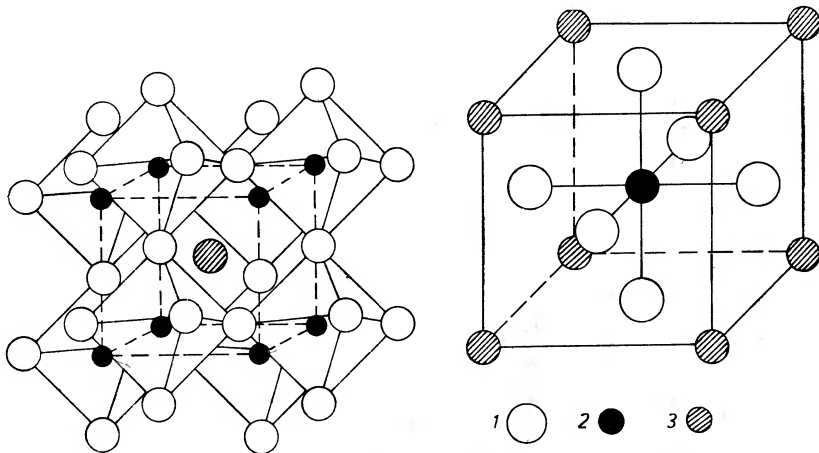
1 ○ 2 ○ 3 ⊗

Rys. 2. Komórka elementarna spinelu: 1 — jony tlenu, 2 — jony A (położenia tetraedryczne), 3 — jony B (położenia oktaedryczne); strzałka ilustruje kierunek momentu spinowego. Na rysunku uwidoczniiono jony jedynie dwóch spośród ośmiu oktantów komórki elementarnej

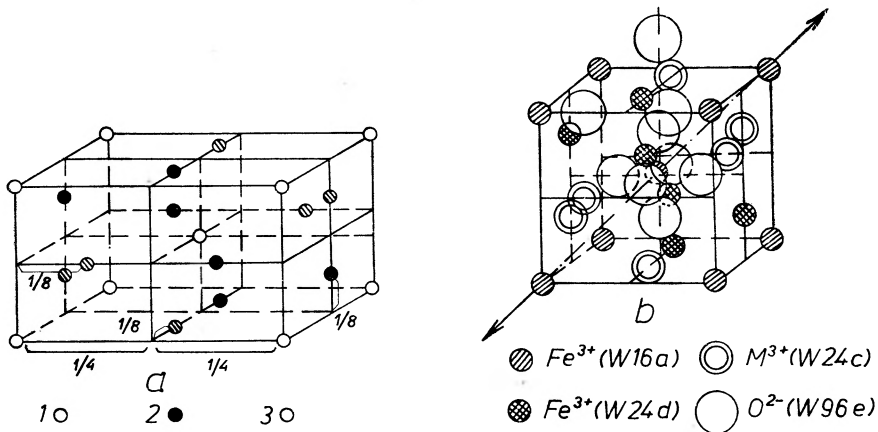
b) tlenki żelaza z siatką krystaliczną typu perowskitu ($\text{Ca} \cdot \text{TiO}_3$) — $\text{Me}_2\text{O}_3 \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$ (Me — pierwiastek ziem rzadkich),

c) ferrogranaty — tlenki żelaza o strukturze granatu ($\text{Ca}_3\text{Al}_2 \cdot 3\text{SiO}_4$) — $3\text{Me}_2\text{O}_3 \cdot 5\text{Fe}_2\text{O}_3$ (Me — pierwiastek ziem rzadkich i itru),

d) heksaferryty — ferryty o heksagonalnej strukturze magnetoplumbitu (formuła chemiczna $\text{Pb}_2\text{Fe}_{15}\text{Mn}_7(\text{Al}, \text{Ti})_2\text{O}_{38}$ lub $\text{Pb}(\text{Fe}, \text{Mn}, \text{Al}, \text{Ti})_{12}\text{O}_{19}$) — $\text{MeO} \cdot 6\text{Fe}_2\text{O}_3$, np. $\text{PbFe}_{12}\text{O}_{19}$ [4]. Do tej grupy należą związki o nazwie ferroxplana (ferryty układu $\text{BaO} - \text{Fe}_2\text{O}_3 - \text{MeO}$), które są złożone z komórek typu spinelu i komórek typu magnetoplumbitu. Posiadają one budowę $\text{Ba} \cdot \text{Me}_2\text{Fe}_{16}\text{O}_{27}$



Rys. 3. Komórka elementarna perowskitu: 1 — jony tlenu, 2 — jony tytanu, 3 — jony wapnia

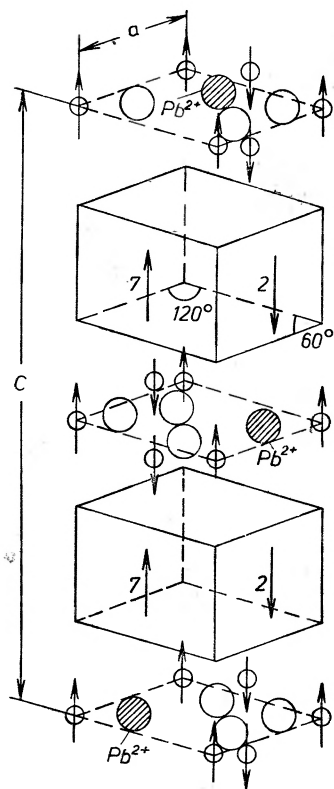


Rys. 4. Krysztal o strukturze granatu: *a* — rozkład jonów metali wewnątrz części komórki elementarnej, składającej się z ośmiu symetrycznych bloków dodatnich i ujemnych: 1 — położenia 16*a*, 2 — położenia 24*d*, 3 — położenia 24*c*. *b* — rozkład jonów w bloku dodatnim (*a*)

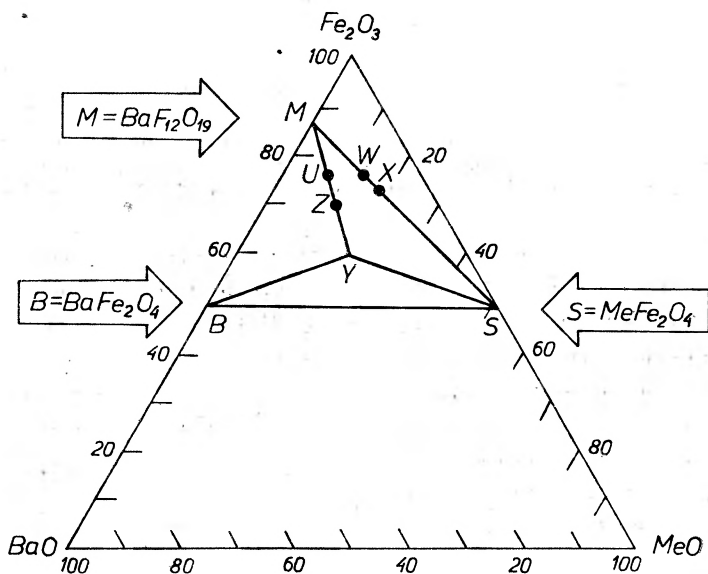
(*W*), $\text{Be}_2\text{Me}_2\text{Fe}_{12}\text{O}_{22}(\text{Y})$, $\text{Ba}_3\text{Me}_2\text{Fe}_{24}\text{O}_{41}(\text{Z})$. Są to ferryty trójskładnikowe, których skład może być przedstawiony na wykresie trójkątnym (rys. 6), przy czym w wierzchołku trójkąta mamy Fe_2O_3 , BaO i $-\text{MeO}$, gdzie *Me* oznacza dwuwartościowy jon Mn, Fe, Co, Ni, Cu, Zn lub Mg. Na bokach trójkąta znajdujemy ferryty o składzie ferroxduru ($\text{BaFe}_{12}\text{O}_{19}$) i ferroxcuby (MeFe_2O_4). W laboratorium Philipsa znaleziono również związki oznaczone symbolem *X* i *U* o bardziej złożonej budowie,

e) ferryty o strukturze tetragonalnej minerału hausmanitu (Mn_3O_4)— MeFe_2O_4 , np. CuFe_2O_4 (struktura hausmanitu lub spinelu w zależności od temperatury spiekania [4]),

f) ferryty o strukturze ortorombowej — $\text{B}_2\text{O}_3 \cdot 4\text{MeO} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$, gdzie na miejscu metalu charakterystycznego może wystąpić: Fe^{++} , Co^{++} , Ni^{++} , Cu^{++} ,



Rys. 5. Uproszczony schemat komórki elementarnej magnetoplumbitu zawierającej dwie drobiny (pozycji jonów wewnątrz bloków spinelowych nie uwidoczniiono). Kółka zakreślone przedstawiają jony ołowiu, kółka większe niezakreślone — jony tlenu, kółka małe — jony żelaza. Strzałki wskazują kierunek momentów spinowych jonów żelaza. Liczby określają sumaryczne momenty jonów żelaza w każdym bloku

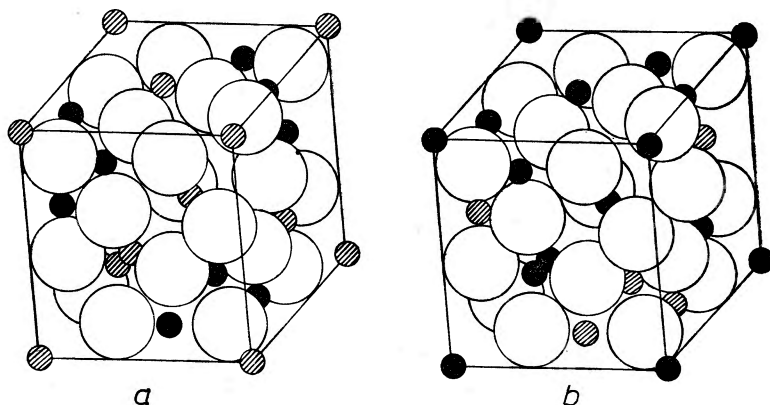
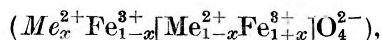


Rys. 6. Skład ferroplumbitu: S — ferryt o strukturze kubicznej typu spinelu, M — ferryt typu magnetoplumbitu, B — nierferromagnetyk, posiada strukturę tetragonalną

g) ferryty litu — $\text{Li}_2\text{O} \cdot \text{Fe}_2\text{O}_3$ (struktura kubiczna lub tetragonalna, w zależności od temperatury spiekania) oraz $\text{Li}_2\text{O} \cdot 5\text{Fe}_2\text{O}_3$ (struktura zbliżona do spinelu).

3. Teoria pola molekularnego Weissa dla przypadku ferrimagnetyzmu

W celu objaśnienia własności magnetycznych ferrospineli



Rys. 7. Normalna (a) i odwrócona (b) struktura spinelu. Kółka zakreślone — jony dwuwartościowego metalu, kółka zaczernione — jony trójwartościowego metalu, kółka większe — jony tlenu

które w zależności od rozkładu kationów w położeniach międzywęzłowych siatki mogą posiadać strukturę normalną ($x = 1$) lub odwróconą ($x = 0$) [5], Néel [6] przyjął, że ich siatka krystaliczna składa się z dwóch podsiatek. Idealny antyferromagnetyk (w 0°K) stanowi układ dwóch podsiatek krystalicznych, przy czym momenty magnetyczne jonów jednej są antyrównoległe do momentów magnetycznych jonów drugiej; co do bezwzględnej wielkości momenty te są równe, tak że jako całość kryształ nie wykazuje żadnego makroskopowego momentu magnetycznego (przykład: MnO , MnF_2). Idealny ferrimagnetyk (w 0°K) składa się również z dwóch podsiatek o antyrównoległych momentach magnetycznych jonów, ale momenty te nie są tu równe co do bezwzględnej wartości, tak że jako całość kryształ posiada wypadkowy moment magnetyczny (przykład: Fe_3O_4).

Badając ugięcia neutronów na siatkach krystalicznych ferri- i antyferri-magnetyków (ferrytów) [7] uzyskano informacje o ich magnetycznej budowie, a w szczególności potwierdzono doświadczalnie występowanie podsiatek o przeciwnie ustawionych spinach jonów. Metody doświadczalne, oparte na pomiarach zmian namagnesowania spontanicznego z temperaturą, dają możliwość efektywnego określenia natury ferrimagnetyzmu.

Néel założył, że ferryt posiada w ogólności strukturę mieszaną ($0 < x < 1$), przy czym określony stosunek λ jonów żelaza trójwartościowego tworzy podsiatkę A , zaś pozostała część μ tych jonów tworzy podsiatkę B . Zgodnie z tym założeniem:

$$\lambda + \mu = 1 \quad (1)$$

(dla struktury normalnej $\lambda = 0$, dla odwróconej $\lambda = 0,5$). Omawiane jony posiadają moment magnetyczny $gJ\mu_B$, gdzie μ_B — magneton Bohra, g — czynnik Landego, który dla $L = 0$ i $S = J = 1/2$ wynosi 2. W przypadku $J > 1/2$ istnieje $2J+1$ orientacji tego momentu w polu magnetycznym. Za pomocą funkcji Brillouina:

$$B_J(a) = \frac{2J+1}{2J} \operatorname{cth} \frac{2J+1}{2J} a - \frac{1}{2J} \operatorname{cth} \frac{a}{2J} \quad (2)$$

gdzie: $a = gJ \frac{\mu_B H}{kT}$, można wyrazić wartość średnią momentu magnetycznego w kierunku pola H następująco:

$$M = M_0 B_J \left(\frac{M_0 H}{NkT} \right), \quad (3)$$

gdzie: $M_0 = NgJ\mu_B$ — namagnesowanie nasycenia, N — liczba jonów w jednostce objętości. W oparciu o wyrażenie (3) można znaleźć całkowity moment magnetyczny ferrytu, który składa się z momentów \vec{M}_a i \vec{M}_b podsiatek A i B :

$$\vec{M} = \lambda \vec{M}_a + \mu \vec{M}_b. \quad (4)$$

W celu uwzględnienia oddziaływań między jonami A i B zastosujemy metodę pola molekularnego, przyjmując, że na jony w położeniu A działa pole molekularne H_a reprezentujące oddziaływania AA i AB :

$$H_a = n(\alpha \lambda M_{as} - \mu M_{bs}) \quad (5)$$

odpowiednio na jony B działa pole H_b pochodzące z oddziaływań BB i AB :

$$H_b = n(-\lambda M_{as} + \beta \mu M_{bs}), \quad (6)$$

gdzie n — dodatnia stała, α i β oznaczają odpowiednio stosunek energii oddziaływań wymiennych A_{aa} do A_{ab} i A_{bb} do A_{ab} ¹.

W niezbyt wysokich temperaturach jony A i B tworzą układy wykazujące namagnesowanie spontaniczne:

$$M_{as} = M_0 B_J \left(\frac{M_0 H_a}{NkT} \right), \quad M_{bs} = M_0 B_J \left(\frac{M_0 H_b}{NkT} \right). \quad (7)$$

¹ Cechą charakterystyczną ferrosposineli jest antyrównoległość spinów jonów w położeniach A i B . Z tego względu $A_{ab} < 0$.

Rozwijając funkcję Brillouina w szereg potęgowy i uwzględniając zewnętrzne pole magnetyczne otrzymuje się dla zdolności magnetycznej w obszarze temperatur powyżej punktu Curie tak zwane prawo Néela:

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{c} + \frac{1}{\chi_0} - \frac{\sigma}{T - \theta} \quad (8)$$

gdzie oznaczono: $\frac{1}{\chi_0} = n(2\lambda\mu - \lambda^2a - \mu^2\beta)$

$$\sigma = n^2c\lambda\mu[\lambda(1+a) - \mu(1+\beta)]^2$$

$$\theta = nc\lambda\mu(2+a+\beta) \quad c - \text{stała Curie.}$$

Prawo Néela zostało potwierdzone doświadczalnie dla magnetytu [8], ferrogrenatu itru i niektórych ferrosponeli [9]. Z wyrażeń (4)–(7) otrzymamy wypadkowe namagnesowanie spontaniczne ferrytu:

$$M_s = \lambda M_{as} - \mu M_{bs} = (\lambda\varphi - \mu) B_J(v), \quad (9)$$

gdzie

$$v = \frac{M_0 n}{NkT} (-\lambda M_{as} + \beta\mu M_{bs}), \quad \varphi = \frac{M_{as}}{M_{bs}}.$$

Z tej teorii Néel obliczył różne typy krzywych termomagnetycznych $M_s(T)$. Klasyfikację tych krzywych przeprowadza się ze względu na wartości a i β oraz λ i μ . Rysunek 8 ilustruje krzywe termomagnetyczne dla stosunku $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{3}$.

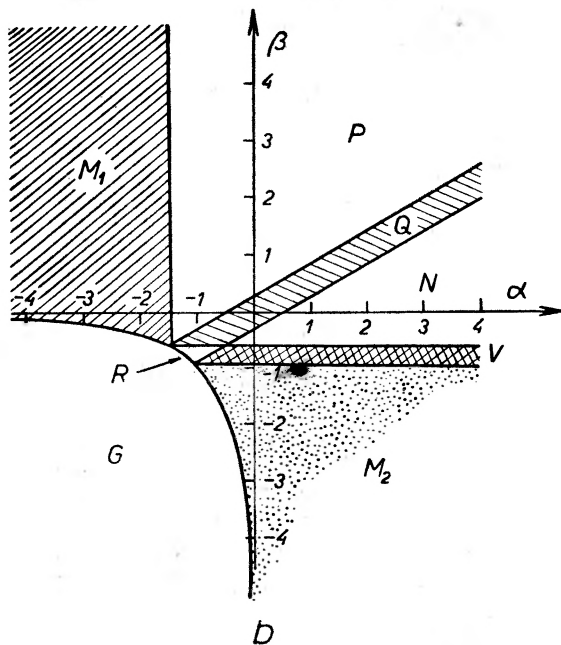
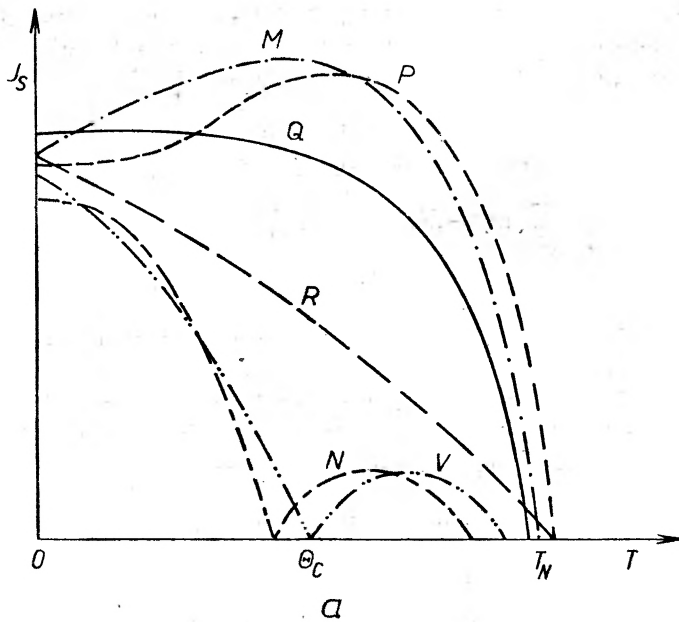
Namagnesowanie ferrytu w pobliżu punktu Curie opisuje wyrażenie analityczne:

$$M_s(T) = FM_0 \sqrt{1 - \frac{T}{\theta}} \left(\lambda \sqrt{\tau} - \frac{\mu}{\sqrt{\tau}} \right) \sqrt{\frac{\lambda\tau + \frac{\mu}{\tau}}{\lambda\tau^2 + \frac{\mu}{\tau^2}}} \quad (10)$$

gdzie:

$$F = \frac{J+1}{3} \sqrt{\frac{30J}{J+1-J^2}}, \quad \tau = \frac{a\lambda - \mu\beta + \sqrt{(\mu\beta - a\lambda)^2 + 4\lambda\mu}}{2\lambda}.$$

W zależności od znaku $\delta = \lambda\sqrt{\tau} - \frac{\mu}{\sqrt{\tau}}$, M_s posiada kierunek namagnesowania pierwszej lub drugiej podsiatki. W przypadku $\delta = 0$, występuje punkt kompensacji θ_c . W temperaturze kompensacji namagnesowania jonów w położeniach A i B są jednakowe, lecz przeciwnego kierunku. Istnienie temperatury kompensacji zostało potwierdzone doświadczalnie dla chromitu żelazowo-litowego ($\text{Li}_{0,5}\text{Fe}_{1,25}\text{Cr}_{1,25}\text{O}_4$) [10] i chromitu żelazowo-niklowego ($\text{NiO} \cdot \text{CrFe}_2\text{O}_3$) [11]. Pauthenet [12] przeprowadził systematyczne badania zależności temperaturowej namagnesowania ferrytów-granatów i stwierdził, że wszystkie one za wyjątkiem granatów Lu, Y, Sm i Eu posiadają punkty kompensacji.



Rys. 8. a) Krzywe termomagnetyczne uwarunkowane ferrimagnetyzmem $T = \theta_c$ — temperatura kompensacji, T_N — temperatura Néela. b) Obszary płaszczyzny (α, β) , w których występują różne typy krzywych termomagnetycznych dla $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{2}{3}$

Rezultaty teorii Néela jakościowo dobrze zgadzają się z doświadczeniem. W celu uzyskania lepszej zgodności ilościowej Néel [13] wprowadził dodatkowo liniową zależność temperaturową pola molekularnego: $n = n_0(1 + \gamma T)$.

Yafet i Kittel [14] uogólnili teorię Néela i pokazali, że w przypadku, kiedy oddziaływania wewnątrz podsiatek są większe w porównaniu z oddziaływaniami między podsiatkami, to podział na dwie podsiatki może być nieuzasadniony. Należy wówczas wprowadzić podział na większą ilość podsiatek krystalicznych. Kaplan [15] wykazał nietrwałość opartej na teorii Yafeta i Kittela konfiguracji momentów magnetycznych podsiatek w temperaturze zera bezwzględnego.

4. Związek całek wymiany z współczynnikami pola molekularnego

Stoner [16] wykazał, że teoria pola molekularnego daje identyczne rezultaty z pierwszym przybliżeniem kwantowo-mechanicznej teorii opartej na modelu wymiennym Heisenberga, jeżeli w wyrażeniu na energię magnetyczną jonów A i B [17]:

$$E_{ab} = -2A_{ab} \hat{S}_A \cdot \hat{S}_B \quad (11)$$

zastąpimy wartości chwilowe operatorów spinu \hat{S}_A i \hat{S}_B przez uśrednione po czasie wektory: $\frac{\vec{M}_{as}}{N_g \mu_B}$, $\frac{\vec{M}_{bs}}{N_g \mu_B}$.

Jeżeli moment magnetyczny jonu A wynosi $g\mu_B \vec{S}_A$, to energia (11) ma taką wartość jakoby ten jon znajdował się w polu efektywnym $U_{ab} \vec{M}_{bs}$:

$$E_{ab} = -g\mu_B \vec{S}_A U_{ab} \cdot \vec{M}_{bs}. \quad (12)$$

Zastępując w wyrażeniu (11) \hat{S}_B przez $\frac{\vec{M}_{bs}}{N_g \mu_B}$ oraz porównując (11) i (12) otrzymamy:

$$U_{ab} = \frac{2A_{ab}}{Ng^2 \mu_B^2}. \quad (13)$$

Analogicznie znajdziemy:

$$U_{aa} = \frac{2A_{aa}}{Ng^2 \mu_B^2}, \quad U_{bb} = \frac{2A_{bb}}{Ng^2 \mu_B^2}. \quad (14)$$

Z energetycznego punktu widzenia wszystko zachodzi tak, jakoby jony A i B znajdowały się pod działaniem pól magnetycznych \vec{H}_a i \vec{H}_b :

$$\vec{H}_a = z_{aa} U_{aa} \vec{M}_{as} - z_{ab} U_{ab} \vec{M}_{bs} \quad (15)$$

$$\vec{H}_b = -z_{ba} U_{ab} \vec{M}_{as} + z_{bb} U_{bb} \vec{M}_{bs}, \quad (16)$$

gdzie z_{aa} i z_{ab} oznaczają odpowiednio liczby sąsiadów typu A i B jonu A , z_{ba} i z_{bb} — liczby sąsiadów typu A i B jonu B .

Porównując wyrażenia (5) i (15) oraz (6) i (16), otrzymamy układ równań dla współczynników pola molekularnego. Kładąc następnie $J = \frac{1}{2}$ (przy tym funkcja Brillouina przechodzi w tangens hiperboliczny) i wprowadzając oznaczenia:

$$M_a = \frac{2M_{as}}{Ng\mu_B}, \quad M_b = \frac{2M_{bs}}{Ng\mu_B} \quad (17)$$

$$\theta_a = \frac{A_{aa}}{2k}, \quad \theta_b = \frac{A_{bb}}{2k}, \quad \theta_{ab} = \frac{A_{ab}}{2k} \quad (18)$$

otrzymamy namagnesowania podsiatek w funkcji temperatury:

$$M_a = \operatorname{tgh} \left[\lambda \frac{\theta_a}{T} M_a + \mu \frac{\theta_{ab}}{T} M_b \right], \quad M_b = \operatorname{tgh} \left[\mu \frac{\theta_b}{T} M_b + \lambda \frac{\theta_{ab}}{T} M_a \right]. \quad (19)$$

5. Metoda Heitlera-Londona

Model Heitlera-Londona dla drobiny wodoru [18] przeniesiony został na przypadek ciała stałego po raz pierwszy przez Hylleraasa [19]. Następnie Landshoff [20, 21] i Löwdin [22] zastosowali tę metodę do kryształów jonowych o strukturze NaCl w celu wyznaczenia ich energii spójności.

Podstawowym problemem teorii jednoelektronowej ciał stałych jest wyznaczenie całkowitej energii ciała za pomocą funkcji jednoelektronowych. Funkcje falowe jonów w położeniach \vec{R}_j siatki krystalicznej: $\chi_i \equiv \chi(\vec{r} - \vec{R}_j)$ nie tworzą układu ortogonalnego funkcji. Możemy jednak zdefiniować funkcję Löwdina φ_i , należącą do układu zortogonalizowanych orbitali atomowych:

$$\varphi_i = \sum_{=1}^M \chi_j (\hat{1} + \hat{S})_{ji}^{-\frac{1}{2}} = \chi_i - \frac{1}{2} \sum_j \chi_j S_{ji} + \frac{3}{8} \sum_j \sum_m \chi_j S_{jm} S_{mi} - \dots, \quad (20)$$

gdzie: $S_{ij} = \int \chi_i^* \chi_j d\tau - \delta_{ij}$ są elementami samosprężonej macierzy przesłaniania \hat{S} , której rząd jest równy liczbie M położen atomowych w kryształ. Całkowitą energię spójności kryształu wyrazić można wówczas za pomocą tych funkcji następująco [23]:

$E_G = E_E$ (elektrostatyczna) + E_X (wymiany) + E_S (przełaniania), gdzie:

$$E_E = I + \sum_j (j|H^{(j')}|j) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j^{(i')} (ij|G|ij), \quad (21)$$

$$E_X = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_j^{(i')} (ij|G|ji), \quad (22)$$

$$E_S = - \sum_i \sum_j^{(i')} S_{ij} \left\{ (j|H^{(i')}|i) + \sum_m^{(i')} (jm|G|im) - (jj|G|ji) \right\} + \\ + \sum_i \sum_j^{(i')} S_{ij} S_{ji} \left\{ (i|H^{(i')}|i) + \sum_m^{(i')} (im|G|im) \right\} - \frac{1}{2} \sum_i \sum_j^{(i')} S_{ij} S_{ji} (ij|G|ij), \quad (23)$$

$$I = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta}^M \frac{Z_\alpha Z_\beta e^2}{r_{\alpha\beta}}, \quad (24)$$

$Z_\alpha e$ — ładunek jonu α

$$(i|H|j) \equiv \int \varphi_i^*(\vec{q}_1) H_1 \varphi_j(\vec{q}_1) d\tau_1,$$

$(ij|G|mn) \equiv \int \varphi_i^*(\vec{q}_1) \varphi_j^*(\vec{q}_2) G_{12} \varphi_m(\vec{q}_1) \varphi_n(\vec{q}_2) d\tau_1 d\tau_2$ — element macierzowy, w którym

$$G_{12} = \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \quad (25)$$

$\sum_j^{(i)}$ — oznacza sumowanie po elektronach należących do jonów różnych od i -tego,

$H^{(i)}$ — oznacza, że Hamiltonian nie zawiera potencjału lokalnego jonu-kadłuba.

Występująca w wyrażeniu (20) funkcja χ_i jest rozwiązaniem równania Focka [23] dla jonu swobodnego. Przyjmując, że elementy S_{ij} macierzy przesłaniania są wielkościami małymi, ograniczyliśmy się do wyrazów drugiego rzędu.

W szczególności dla ferrytu założymy, że uwarunkowana zakazem Pauliego zależność energii od namagnesowania wyraża się tylko poprzez energię wymiany, oraz:

1) w zerowym przybliżeniu jony są odległe na tyle, że można zaniedbać ich wzajemne oddziaływania,

2) w każdym jonie występuje tylko jeden elektron walencyjny w stanie s . Hamiltonian takiego układu cząstek (bez uwzględnienia własności symetrii kryształu) ma postać:

$$\hat{H} = - \sum_{\alpha} \frac{\hbar^2}{2M_{\alpha}} \nabla_{\alpha}^2 - \sum_i \frac{\hbar^2}{2m_i} \nabla_i^2 + \sum_{\alpha < \beta} V_{\alpha\beta} + \sum_{i < j} V_{ij} + \sum_{\alpha, i} V_{\alpha i} \quad (26)$$

gdzie:

$V_{\alpha\beta}$ — energia potencjalna kadłubów jonów α i β ,

V_{ij} — energia oddziaływania i -tego elektronu z j -tym,

$V_{\alpha i}$ — energia potencjalna i -tego elektronu w polu jonu α .

Stosując tu przybliżenie Borna-Oppenheimera [24] można ograniczyć się do hamiltonianu układu elektronów:

$$\hat{H} = - \frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \nabla_i^2 + \sum_{i < j} V_{ij} + \sum_{\alpha, i} V_{\alpha i} \quad (27)$$

Ten układ fermionów opisuje antysymetryczna funkcja falowa:

$$\Psi_h = \Psi_{h_1, \dots, h_r} = A \sum_P \eta_P P \Phi_{h_1, \dots, h_r} \quad (28)$$

gdzie:

$$\Phi_{h_1, \dots, h_r} = \prod_{i=1}^N \varphi_i(\vec{r}_i) \prod_{l=1}^r C_R(\nu_{hl}) \prod_{j=r+1}^N C_L(\nu_{kj}) \quad (29)$$

$C(\nu)$ — funkcja spinowa,

h_1, \dots, h_r — numery jonów posiadających elektron z spinem skierowanym w prawo,

\vec{r}_i — współrzędne przestrzenne i -tego elektronu,

A — czynnik normujący.

$\eta_P = \pm 1$ — w zależności od parzystości transpozycji współrzędnych elektronów. Sumowanie w (28) przeprowadza się po wszystkich P możliwych przedstawieniach współrzędnych par elektronów.

Zakładając, że funkcje Ψ_h są unormowane i opisując za pomocą funkcji stanu s stany wzbudzone, popełnia się dla ferrytu błąd rzędu: $(zS)^{-1}$ (z — liczba koordynacyjna jonu, S — spinowa liczba kwantowa jonu), który np. dla $S = \frac{5}{2}$ i $z = 8$ wynosi 5% [25].

Przy pomocy metody wariacyjnej [26] można wyznaczyć energie stanu podstawowego, otrzymując w pierwszym przybliżeniu:

$$\varepsilon(m) = \varepsilon(h_1, \dots, h_r) = \int \Psi_h^* \hat{H} \Psi_h d\tau \quad (30)$$

$d\tau$ — oznacza całkowanie po zmiennych przestrzennych i sumowanie po zmiennych spinowych układu elektronów. Przyjmując, że całki typu:

$$S_{\alpha\beta} = \int \varphi_\alpha^*(\vec{q}) \varphi_\beta^*(\vec{q}) \varphi_\alpha(\vec{q}') \varphi_\beta(\vec{q}') d\tau d\tau' \quad (31)$$

znikają, otrzymamy dla $P = 1$ element diagonalny operatora \hat{H} w stanie Ψ_h :

$$\varepsilon(m) = NE_0 + Q, \quad (32)$$

gdzie:

NE_0 — suma energii układu niezaburzonego,

Q — energia kulombowska oddziaływania elektronów z jonami siatki.

Dla nieparzystej transpozycji ($\eta_P = -1$) otrzymamy:

$$\varepsilon(m) = NE_0 + Q - \frac{1}{2} \int \varphi_\alpha^*(\vec{q}_i) \varphi_\beta(\vec{q}_j) V_{ij} \varphi_\alpha(\vec{q}_i) \varphi_\beta(\vec{q}_j) d\tau_i d\tau_j \quad (33)$$

gdzie ostatni człon jest całką wymiany. Uwzględniając okoliczność, że V_{ij} zawiera energię oddziaływania między elektronami pierwszej, drugiej podsiatki i między podsiatkami ferrytu, oznaczmy przez:

$A_{q'q}$ — całki wymiany między elektronami atomów pierwszej podsiatki,

$B_{j'j}$ — całki wymiany między elektronami atomów drugiej podsiatki,

D_{qj} — całki wymiany między elektronami atomów należących do różnych podsiatek.

Indeksy h i k oznaczają odpowiednio prawy i lewy spin elektronu. Przy tych oznaczeniach element diagonalny:

$$\varepsilon(m) = NE_0 + Q - \frac{1}{2} \left[\sum_{q \neq q'=1}^{r_a} A_{q'hq_h} + 2 \sum_{q,j=1}^{r_a, r_b} D_{qjnh} + \sum_{j \neq j'=1}^{r_b} B_{j'nj_h} + \right. \\ \left. + \sum_{q \neq q'=1}^{N_a - r_a} A_{q'kq_k} + 2 \sum_{q,j=1}^{N_a - r_a, N_b - r_b} D_{qkj_k} + \sum_{j \neq j'=1}^{N_b - r_b} B_{j'kj_k} \right] \quad (34)$$

przedstawia energię stanu podstawowego ferrimagnetyka [27]. Po uśrednieniu członów zawierających całki wymiany po wszystkich transpozycjach spinów

prawych [28] i opuszczeniu stałych addytywnych NE_0 i Q , otrzymamy energię średnią układu zależną od namagnesowania:

$$\langle \varepsilon(m_a, m_b) \rangle = -\frac{1}{2} \left[\frac{2m_a^2}{N_a} \sum_{q \neq q'=1}^{N_a} A_{q'q} + \frac{4m_a m_b}{N_a N_b} \sum_{q,j=1}^{N_a N_b} D_{qj} + \frac{2m_b^2}{N_b} \sum_{j' \neq j=1}^{N_b} B_{j'j} \right] - 2\mu_B H(m_a + m_b), \quad (35)$$

gdzie:

$$m_a = r_a - \frac{N_a}{2}, \quad m_b = r_b - \frac{N_b}{2}.$$

Ponieważ rozkłady poziomów energetycznych poszczególnych pasm układu dla m_a i m_b nie są znane, zastąpimy za Heisenbergiem m_a i m_b przez ich wartości średnie \bar{m}_a i \bar{m}_b („energetyczne środki ciężkości“). Obliczając energię swobodną:

$$F(M_a, M_b, H) = -kT \ln Z \quad (36)$$

w wysokich temperaturach, gdzie gęstość rozkładu poziomów energetycznych posiada w pobliżu środka ciężkości pasma wyraźne maksimum, przy czym:

$$M_a = \frac{2\bar{m}_a}{N_a}, \quad M_b = \frac{2\bar{m}_b}{N_b}, \quad (37)$$

oznaczają wartości średnie namagnesowania względnego podsiatek,

$$Z = \left(\frac{N_a}{2} + \bar{m}_a \right) \left(\frac{N_b}{2} + \bar{m}_b \right) \exp \left(-\frac{\langle \varepsilon \rangle}{kT} \right) -$$

— suma stanów, oraz korzystając z warunków minimum tej energii:

$$\frac{\partial F}{\partial M_a} = 0, \quad \frac{\partial F}{\partial M_b} = 0 \quad (38)$$

znajdziemy ostatecznie namagnesowania podsiatek:

$$\begin{aligned} M_a &= \operatorname{tgh} \left[\frac{\theta_a}{T} M_a + \left(\frac{N_b}{N_a} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\theta_{ab}}{T} M_b + \frac{\mu_B H}{kT} \right], \\ M_b &= \operatorname{tgh} \left[\left(\frac{N_a}{N_b} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\theta_{ab}}{T} M_a + \frac{\theta_b}{T} M_b + \frac{\mu_B H}{kT} \right], \end{aligned} \quad (39)$$

gdzie:

$$\theta_a = \frac{\sum A_{q'q}}{2kN_a}, \quad \theta_b = \frac{\sum B_{j'j}}{2kN_b}, \quad \theta_{ab} = \frac{\sum D_{qj}}{2k\sqrt{N_a N_b}}$$

oraz wypadkowe namagnesowanie kryształu:

$$\vec{M} = \frac{N_a \vec{M}_a + N_b \vec{M}_b}{N_a + N_b}. \quad (40)$$

W pobliżu temperatury Curie \vec{M}_a i \vec{M}_b są niewielkie, można więc tangens hiperboliczny rozwinąć w szereg potęgowy i ograniczyć się do wyrazów liniowych. Przyjmując $H = 0$, otrzymamy po podstawieniu (39) do (40):

$$M_s(T) = \frac{(N_a N_b)^{1/2} \cdot \theta^{1/2} [N_a^{1/2} (\theta - \theta_b)^{1/2} - N_b^{1/2} (\theta - \theta_a)^{1/2}] (\theta - \theta')^{1/2}}{N_a + N_b \cdot \theta^{1/2} [N_a (\theta - \theta_a)^2 + N_b (\theta - \theta_b)^2]^{1/2}} \cdot \sqrt{3 \left(1 - \frac{T}{\theta}\right)}, \quad (41)$$

gdzie:

$$\theta = \frac{\theta_a - \theta_b}{2} \pm \left[\frac{(\theta_a - \theta_b)^2}{2} \pm \theta_{ab}^2 \right]^{1/2}$$

θ — temperatura Curie (dodatnia wartość pierwiastka),
 θ' — odpowiada drugiej (ujemnej) wartości pierwiastka.

Korzystając z tych rezultatów, przy uwzględnieniu pola magnetycznego otrzymamy z (40) dla zdolności paramagnetycznej w obszarze temperatur powyżej punktu Curie:

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{c} + \frac{1}{\chi_0} - \frac{\sigma}{T - \theta}, \quad (42)$$

gdzie:

$$c = \frac{N_a + N_b}{k} \mu_B^2, \quad \sigma = \frac{\theta_{ab}^2 - \theta_a \theta_b}{c} - \frac{\theta}{\chi_0},$$

$$\theta = \frac{1}{N_a + N_b} [N_a \theta_b + N_b \theta_a + 2(N_a N_b)^{1/2} \theta_{ab}],$$

$$\frac{1}{\chi_0} = \frac{1}{c(N_a + N_b)} [N_a \theta_a + N_b \theta_b + 2(N_a N_b)^{1/2} \theta_{ab}].$$

Dla ferrytu o strukturze trzech podsiatek otrzymuje się wyrażenie [29]:

$$\frac{1}{\chi} = \frac{T}{c} + \frac{1}{\chi_0} - \frac{\sigma}{T - \theta + \tau(T - \theta')^{-1}}. \quad (43)$$

Strukturę trzech podsiatek spotyka się zwykle w ferrytach granatach. Lepszą zgodność teorii z doświadczeniem dla ferrytów o strukturze dwóch podsiatek otrzymuje się przyjmując model trójpodsiatkowy, który bardziej odpowiada ferrytom o strukturze mieszanej. W rzeczywistości mamy do czynienia wyłącznie z ferrytami o tej strukturze. Rozbieżność występująca między krzywymi teoretycznymi (42) i (43) a doświadczalnym przebiegiem tych zależności, szczególnie wyraźną w pobliżu punktu Curie, można uzasadnić nieśtałością θ , $\frac{1}{\chi_0}$, σ i τ przy zmianach pola oraz składu stechiometrycznego ferrytu [30].

W oparciu o teorię pola molekularnego Niessen [21] obliczył zależność temperaturową namagnesowania spontanicznego ferrytów niklowo-cynkowych o strukturze trzech podsiatek.

6. Teoria fal spinowych

Dokładniejsze kwantowo-mechaniczne obliczenia zależności temperaturowej namagnesowania spontanicznego ferrytów są możliwe jedynie w pobliżu temperatury zera bezwzględnego. W obszarze niskich temperatur $T \ll \theta$ (θ — temperatura Curie) rozwinięto dwie metody: metodę fal spinowych i metodę przybliżonego drugiego kwantowania.

Przy dostatecznie niskich temperaturach pojawiają się słabo wzbudzone stany ferromagnetyka, które prowadzą do zmniejszenia wypadkowego momentu magnetycznego. Te niskoenergetyczne stany układu, bliskie podstawowemu, można w przybliżeniu traktować jako zbiór elementarnych wzbudzeń opisywanych za pomocą fal spinowych Blocha [31]. Blochowska teoria fal spinowych dała w rezultacie dla zwykłych ferromagnetyków zależność:

$$M_s(T) = M(0) \left[1 - a \left(\frac{T}{\theta} \right)^{3/2} \right], \quad (44)$$

znaną powszechnie pod nazwą „prawo $T^{3/2}$ ”, gdzie stała a zależy od struktury siatki. (Na przykład $a = 0,1174$ dla prostej siatki kubicznej). Zależność (44) ilustruje na rysunku 8 krzywa Q .

Posługując się metodami elektrodynamiki kwantowej Dyson [32] uściślił metodę fal spinowych. Kranendonk [33] uzupełnił wyniki Dysona w oparciu o metodę tak zwanych dewiacji spinowych dla spinu połówkowego w węzle siatki, a Morita [34] rozszerzył je dla spinów większych od 1/2.

Dyson wykazał, że w niskich temperaturach można traktować fale spinowe metodą półklasyczną, rozpatrując fale te jako fale precesji spinów dookoła kierunku słabego zewnętrznego pola magnetycznego lub pola anizotropii. W tym obrazie przyjmujemy, że odchylenie łącznego spinu od wyróżnionego kierunku rozdziela się równomiernie pomiędzy wszystkie jony siatki [35].

Półklasyczna teoria fal spinowych oparta na półklasycznym równaniu ruchu spinów wykorzystywana jest na ogół w przypadku ferrimagnetyków do znalezienia widma energetycznego i związków dyspersyjnych [36, 37]. Posługując się półklasyczną metodą fal spinowych Kouvel i Brocks [38] otrzymali dla prostej siatki sześcienniej ferrimagnetyka zależność:

$$M_s = M_0 \left\{ 1 - \frac{0,117}{|S_1 - S_2|} \left[\frac{kT|S_1 - S_2|}{4|A|S_1 \cdot S_2} \right]^{3/2} \right\} \quad (45)$$

S_1 i S_2 oznaczają przeciwnie skierowane spiny jonów dwu podsiatek, A oznacza całkę wymiany.

7. Metoda drugiego kwantowania

W oparciu o formalizm drugiego kwantowania [39], operator Hamiltona oddziaływających elektronów można zapisać w postaci:

$$H = \sum_{\alpha\alpha'} (a|\hat{H}_0|\alpha') \hat{a}_\alpha^+ \hat{a}'_\alpha + \frac{1}{2} \sum_{\alpha_1\alpha_2\alpha'_1\alpha'_2} (a_1 a_2 |\hat{V}| a'_2 a'_1) \hat{a}_{\alpha_1}^+ \hat{a}_{\alpha_2}^+ \hat{a}'_{\alpha_2} \hat{a}'_{\alpha_1} \quad (46)$$

gdzie:

$$(a|\hat{H}_0|a') \equiv \int \varphi_a^*(\vec{q}_1) \hat{H}_0 \varphi_{a'}(\vec{q}_1) d\tau_1$$

$$(a_1 a_2 | \hat{V} | a_2' a_1') \equiv \int \varphi_{a_1}^*(\vec{q}_1) \varphi_{a_2}^*(\vec{q}_2) \hat{V}(\vec{q}_1, \vec{q}_2) \varphi_{a_2}'(\vec{q}_2) \varphi_{a_1}'(\vec{q}_1) d\tau_1 d\tau_2$$

\hat{a}_α^+ i \hat{a}_α oznaczają operatory kreacji i anihilacji cząstek w danym stanie α , które spełniają znane związki przemienności dla fermionów i wiążą się z liczbą obsadzeń następująco:

$$\hat{a}_\alpha^+ \hat{a}_\alpha = n_\alpha. \quad (47)$$

W tej metodzie równanie falowe ma postać:

$$(\hat{H} - E) C(\dots n_\alpha \dots) = 0, \quad (48)$$

gdzie C — funkcja falowa w reprezentacji drugiego kwantowania. Dokładne rozwiązanie tego równania nie jest możliwe. Musimy zatem ograniczyć się do atomowych funkcji falowych. Bogolubow [40] pokazał, że jeśli wybierze się ortogonalne funkcje Q_α , będące kombinacją liniową funkcji atomowych φ_β :

$$Q_\alpha = \sum_{\beta} U_{\alpha\beta} \varphi_{\beta}, \quad (49)$$

to można ten problem rozwiązać bez odrzucenia przesłaniających się funkcji. Dzięki temu hamiltonian (46) przyjmie postać:

$$\hat{H} = U_0 + \left| \sum_{\alpha\alpha'} L(\alpha, \alpha') \hat{a}_\alpha^+ \hat{a}_{\alpha'} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha_1\alpha_2\alpha_1'\alpha_2'} F(\alpha_1, \alpha_2; \alpha_1', \alpha_2') \hat{a}_{\alpha_1}^+ \hat{a}_{\alpha_2}^+ \hat{a}_{\alpha_2}' \hat{a}_{\alpha_1}' \right. \quad (50)$$

gdzie oznaczono:

$$L(\alpha, \alpha') \equiv \int Q_\alpha^* \hat{H}_0 Q_{\alpha'} d\tau, \quad F(\alpha_1, \alpha_2; \alpha_1', \alpha_2') = \iint Q_{\alpha_1}^* Q_{\alpha_2}^* V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) Q_{\alpha_1'} Q_{\alpha_2'} d\tau_1 d\tau_2.$$

Stosując poza tym metody rachunku zaburzeń [41], otrzymamy [42]:

$$\hat{H} = G_0 - \frac{1}{2} \sum_{(f,\alpha)} A_{\alpha_1\alpha_2}(f_1, f_2) \hat{S}_{f_1}^{\alpha_1} \hat{S}_{f_2}^{\alpha_2} + \dots, \quad (51)$$

gdzie składowe operatorów \hat{S}_f^α wyrażają się poprzez operatory kreacji i anihilacji. Nie uwzględniając anizotropii magnetycznej i wpływu oddziaływań fal spinowych z fononami, Hamiltonian (51) posiada ostatecznie dla ferrytu postać:

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \sum_{(f_1 f_2)} A(f_1 - f_2) (\hat{S}_{f_1}^{\alpha_1}, \hat{S}_{f_2}^{\alpha_2}) - \frac{1}{2} \sum_{(g_1 g_2)} A(g_1 - g_2) (\hat{S}_{g_1}^{\alpha_1}, \hat{S}_{g_2}^{\alpha_2}) -$$

$$- \sum_{(f, g)} A(f - g) (\hat{S}_f^{\alpha_1}, \hat{S}_g^{\alpha_2}) - \mu_B \sum_g (\vec{H}, \hat{S}_g) - \mu_B \sum_f (\vec{H}, \hat{S}_f). \quad (52)$$

Przechodząc od operatorów spinowych do operatorów spełniających w przybliżeniu związku przemienności statystyki Bosego [43], można Hamiltonian (52) rozwinąć w szereg i rozpatrywać poszczególne jego człony. Przy wykorzystaniu przekształcenia kanonicznego [44, 45] otrzymuje się ostatecznie zależność [46, 47]:

$$M_s(T) = M(0)(1 - \text{const} \cdot T^{3/2}), \quad (53)$$

gdzie $M(0) = M_a - M_b$, zgodną z danymi doświadczalnymi otrzymanymi przez Pauthenete'a [48]. Na przykład dla ferrytu manganowego ($MnO \cdot Fe_2O_3$) liczbowa wartość stałej w wyrażeniu (53) wynosi $5,75 \cdot 10^{-5}$ stop 1 . Zatem otrzymaliśmy tu dla namagnesowania ferrytów ten sam rezultat, jaki otrzymał Bloch („prawo $T^{3/2}$ “) dla metali i stopów ferromagnetycznych. Jeżeli momenty magnetyczne węzłów różnych podsiatek nie są równe i na skutek tego brak kompensacji podsiatek magnetycznych, to otrzymuje się „prawo T^2 “ [49]. Doświadczalnie trudno jednak te dwa prawa odróżnić.

8. Metoda funkcji Greena

Tyablikow [50] posługując się temperaturowymi funkcjami Greena opracował metodę obliczania wielkości termodynamicznych ferromagnetyków. Kawasaki [51] zastosował ogólną teorię funkcji Greena [52] do ferrimagnetyka, obliczył jego zdolność paramagnetyczną i porównał z teorią Néela. Zagadnienie znalezienia tą metodą zależności temperaturowej namagnesowania ferromagnetyka sprowadza się w pierwszym przybliżeniu do rozwiązania równania [50]:

$$\frac{1}{\sigma} = \frac{v}{(2\pi)^3} \int \operatorname{cth} \frac{L + \sigma \xi_a}{\tau} dq, \quad (54)$$

gdzie: σ — oznacza względne namagnesowanie, $v = \frac{N}{V}$ — objętość komórki elementarnej,

$$L = \frac{\mu H}{M(0)}, \quad \tau = \frac{\vartheta}{M(0)}, \quad \xi_a = 1 - \frac{M(q)}{M(0)}, \quad M(q) = \sum_{(f)} A(f) e^{i(f, q)}.$$

Równanie (54) daje dostatecznie zadawalającą interpolację dla namagnesowania w całym zakresie temperatur. W przedziale temperatur, przy $\vartheta \rightarrow 0$ otrzymuje się stąd znany rezultat Blocha — przybliżenie fal spinowych. Przy $\vartheta \leq \theta$ (θ — temperatura Curie) otrzymuje się przybliżenie pola molekularnego, a przy $\vartheta > \theta$ — teorię paramagnetyzmu. W przypadku $A < 0$ (antyferromagnetyzm) powyższe równanie można rozwiązać tylko przy założeniu dostatecznie silnych pól magnetycznych: $\mu H \geq 2M(0)$. Dla rozpatrzenia przypadku $A < 0$ oraz $\mu H < |2M(0)|$ wprowadza się układ dwóch lub kilku podsiatek magnetycznych i rozpatruje to zagadnienie jak w metodzie przybliżonego drugiego kwantowania [43]. Niedawno Tahir-Kheli i ter Haar [53] rozszerzyli metodę termodynamicznych funkcji Greena stosowaną przez Bogolubowa i Tyablikowa [54] dla spinu połówkowego, na przypadek Heisenbergowskiego ferromagnetyka o dowolnym spinie (S). Hewson i ter Haar [55] porównując rezultaty otrzymane przez Ginzburga i Faina [56] na gruncie metody pola samouzgodnionego z rezultatami uzyskanymi przez Callen [57] i Tahir-Kheli metodą funkcji Greena wykazali ich zbieżność w prawie całym

zakresie temperatur. Na zakończenie podajemy w tablicy I wartości zredukowanej temperatury Curie dla siatki kubicznej prostej ze spinem: $1/2$, 1 , $3/2$, 2 , $5/2$ i 3 otrzymane przez: Tahir-Kheli i ter Haara [58], Rushbrooka i Wooda [59], Tahir-Kheli, Browna i Luttingera [60], Callen [57] oraz Ginzburga i Faina [56].

Tablica I

	$S = 1/2$	$S = 1$	$S = 3/2$	$S = 2$	$S = 5/2$	$S = 3$
θ TKtH	4,5	11,9	22,3	35,7	52,1	71,4
θ RW	4,2	12,0	23,0	37,3	54,8	75,4
θ TK	4,1	11,9	23,0	37,2	54,7	75,5
θ BL	4,2	12,7	24,7	40,0	58,7	80,9
θ C	5,6	13,9	25,5	40,3	58,3	81,3
θ GF	4,5	14,4	26,8	44,6	66,9	93,7

The Temperature-Dependence of Magnetization of Ferrites

Abstract: The paper is a review of the theories describing the temperature-dependence of saturation magnetization of ferrites. In application to ferrimagnets it presents the approximate molecular field and a discussion on the more-accurate quantum-mechanical methods, viz. the theory of spin waves and the second quantization method. Of the up-to-date computation techniques, attention was turned to the Green's function method which gives satisfactory interpolation of the magnetization for all temperatures.

Literatura

- [1] W. Heisenberg, Z. Phys., **49**, 619 (1928).
- [2] H. A. Kramers, Physica, **1**, 182 (1934).
- [3] S. W. Wonsowski, J. M. Seidow, Dokl. Akad. Nauk., SSSR, **107**, 37 (1956).
- [4] L. Kowalewski, J. U. Kowalewska, Postępy Fizyki, **16**, 51 (1965).
- [5] T. Barth, E. Posnjak, Z. Kristallogr., **82**, 325 (1932).
- [6] L. Néel, Ann. Phys., **3**, 137 (1948).
- [7] C. G. Shull, J. S. Smart, Phys. Rev., **76**, 1256 (1949).
- [8] M. Fallot, P. Maroni, J. Phys. Radium (France), **12**, 256 (1951).
- [9] K. P. Biełow, *Magnitnyje prewraszczenija*, Moskwa 1959.
- [10] E. W. Gorter, J. A. Sulkes, Phys. Rev., **90**, 486 (1953).
- [11] T. R. McGurie, Bull. Am. Phys. Soc., **2**, 22 (1957).
- [12] R. Pauthenet, Ann. Phys., XXIII, **3**, 424 (1958).
- [13] L. Néel, J. Phys. Radium (France), **12**, 258 (1951).
- [14] Y. Yafet, Ch. Kittel, Phys. Rev., **87**, 290 (1952).
- [15] T. A. Kaplan, Phys. Rev., **11**, 353 (1960).
- [16] E. C. Stoner, Phil. Mag., **10**, 43 (1930).
- [17] J. H. Van Vleck, J. Phys. Radium (France), **12**, 262 (1951).

- [18] W. Heitler, F. London, *Z. Phys.*, **44**, 455 (1927).
- [19] E. A. Hylleraas, *Z. Phys.*, **63**, 771 (1930).
- [20] R. Landshoff, *Z. Phys.*, **102**, 201 (1936), *Phys. Rev.*, **52**, 246 (1937).
- [21] K. F. Niessen, *Physica*, **18**, 449 (1952).
- [22] P. O. Löwdin, *A theoretical investigation into some properties of ionic crystals*. Thesis, Almqvist i Wicksell, Uppsala, 1948.
- [23] J. R. Rietz, *Solid State Physics*, Vol. 1, Acad. Press Inc., New York 1955.
- [24] P. R. Aigrain, *Electronic Processes in Solids*, N. York, London 1960.
- [25] S. W. Wonsowski, *Izw. Acad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.* **18**, 312 (1954).
- [26] D. J. Thouless, *The Quantum Mechanics of Many-Body Systems*, New York, London 1961.
- [27] K. B. Wlasow, B. C. Iszmuchamyetov, *Zh. Eksper. Theor. Fiz.*, (USSR), **27**, 75 (1954).
- [28] F. Bloch, *Molekulartheorie des Magnetismus*, Leipzig, 1934.
- [29] E. Klugmann, S. Klama, *Acta Phys. Polon.*, **26**, 929 (1964).
- [30] W. I. Czeczernikow, *Izw. Acad. Nauk SSSR, Ser. Fiz.*, **25**, 1399 (1961).
- [31] F. Bloch, *Z. Phys.*, **61**, 206 (1930).
- [32] F. Dyson, *Phys. Rev.*, **75**, 1736 (1949), **102**, 1230 (1956).
- [33] J. Van Kranendonk, *Physica*, **21**, 749, 925 (1958).
- [34] T. Morita, *Progr. in Theor. Phys.*, **20**, 614, 728 (1958).
- [35] A. Wanic, *Postępy Fizyki*, **16**, 85 (1965).
- [36] H. Cofta, *Bull. Acad. Polon. Sci. Ser. Math. Astron. Phys.*, III, **6**, 519 (1958).
- [37] T. Nagamiya, K. Yosida, R. Kubo, *Advances in Phys.*, **4**, 98 (1955).
- [38] J. S. Kouvel, H. Brocks, *Tech. Rep.*, **198** (1954), Cruft Laboratory Harvard Univ.
- [39] D. A. Kirżnic, *Polewyje metody teorii mnogich czastic*, Moskwa 1963.
- [40] S. W. Wonsowski, *Uspekhi Fiz. Nauk.*, SSSR, **48**, 289 (1952).
- [41] N. N. Bogoljubov, S. W. Tyablikov, *Zh. Eksper. Theor. Fiz.*, (USSR), **19**, 251 (1949).
- [42] T. Siklós, *Magyar Fizikai Polyóirat*, **5**, 451 (1957).
- [43] S. W. Tyablikov, *Fiz. Metallov i Metallovedenie*, **2**, 193 (1956).
- [44] N. N. Bogoljubov, S. W. Tyablikov, *Zh. Eksper. Theor. Fiz.*, (USSR), **19**, 256 (1949).
- [45] E. A. Turov, *Fizicheskie swojstwa magnitouporjadoczennykh kristalov*, Moskwa 1963.
- [46] E. J. Kondorski, A. S. Pachonow, T. Siklós, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, **109**, 231 (1956).
- [47] E. J. Kondorski, *Radiotekhnika i Elektronika* **2**, 334 (1957).
- [48] R. Pauthenet, *Ann. Phys. (France)*, **7**, 710 (1952).
- [49] S. W. Wonsowski, J. M. Seidow, *Izw. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Fiz.* **18**, 319 (1954).
- [50] S. W. Tyablikov, *Ukrayin. Math. Zh.*, **11**, 287 (1959).
- [51] T. Kawasaki, K. Kawasaki, M. Tanaka, K. Tomita, *Progr. Theor. Phys. (Japan)*, **30**, 729 (1963).
- [52] K. Tomita, M. Tanaka, *Progr. Theor. Phys. (Japan)*, **29**, 528 (1963).
- [53] R. A. Tahir-Kheli, D. ter Haar, *Phys. Rev.*, **127**, 88 (1962).
- [54] N. N. Bogoljubov, S. W. Tyablikov, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR*, **126**, 53 (1959).
- [55] A. C. Hewson, D. ter Haar, *Physica*, **30**, 271 (1964).
- [56] V. L. Ginzburg, V. M. Fain, *Zh. Eksper. Theor. Fiz. (USSR)*, **39**, 1323 (1960).
- [57] H. B. Callen, *Phys. Rev.*, **139**, 890 (1963).
- [58] R. A. Tahir-Kheli, D. ter Haar, *Phys. Rev.*, **127**, 95 (1962), **130**, 108 (1963).
- [59] G. S. Rushbrook, P. J. Wood, *Molecular Phys.*, **1**, 257 (1958).
- [60] H. A. Brown, J. M. Luttinger, *Phys. Rev.*, **100**, 685 (1955).

Jan Piotr Lasota

Instytut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytetu Warszawskiego
Warszawa

Astrofizyka relatywistyczna

Ważniejsze oznaczenia

A	— liczba masowa jądra,
c	— prędkość światła, $c = 2,99776 \cdot 10^{10}$ cm/sek,
e^-	— elektron,
E_c	— energia całkowita,
E_T	— energia termodynamiczna,
E_N	— energia jądrowa,
E	— gęstość energii,
E_F	— graniczna energia Fermiego,
G	— stała grawitacyjna, $G = 6,760 \cdot 10^{-8}$ cm ³ /sek ² ,
g_{ab}	— składowe tensora metrycznego,
$\hbar = h/2\pi$,	gdzie h jest stałą Plancka, $\hbar = 1,054 \cdot 10^{-27}$ erg · sek,
k	— stała Boltzmanna $k = 1,379 \cdot 10^{-16}$ erg/stop,
L	— jasność,
m_e, m_p itp.	— masy cząstek elementarnych,
m	— masa przypadająca na jedną cząstkę,
M	— masa całkowita,
M	— wielkość gwiazdowa absolutna,
n, n_e, n_p itp.	— koncentracja cząstek, $n = N/V$,
N	— całkowita liczba cząstek,
p	— proton,
P	— ciśnienie,
p_F	— graniczny pęd Fermiego,
r	— promień (lub jedna ze współrzędnych sferycznych),
R	— promień układu,
R_{ab}	— składowe tensora Ricci,
S	— entropia,
T	— temperatura,
T_{ab}	— składowe tensora energii-pędu,
V	— objętość,
ϱ	— gęstość,
γ	— wykładnik adiabaty.

Znaczek \odot oznacza, że dana wielkość odnosi się do Słońca.

I. Wstęp

1. Wprowadzenie

Główny problem astrofizyki: ewolucja gwiazd, pozostaje nadal nierozwiązany. Gdzie, jak i z czego powstają gwiazdy? Gdzie, jak i kiedy kończą swój żywot? Na te podstawowe pytania otrzymujemy wiele wzajemnie wykluczających się odpowiedzi. Materiał obserwacyjny jest zbyt ubogi i nie może rozstrzygnąć, która z nich jest prawdziwa, lub przynajmniej najbardziej zbliżona do prawdy.

Jeszcze do niedawna ogólna teoria względności (dalej oznaczana skrótem *OTW*) wchodziła do problemów astrofizyki jedynie poprzez kosmologię. Potencjał grawitacyjny znanych obiektów astronomicznych, będąc mały w porównaniu z kwadratem prędkości światła pozwalał na pominięcie efektów *OTW*. Ostatnio jednak odkryto obiekty nowego typu: supergwiazdy (*quasi-stellar radio sources*, „*quasars*“). Gigantyczne masy supergwiazd i stosunkowo małe rozmiary zmuszają, jak się okazało, do uwzględnienia *OTW*.

Jednakże odkrycie supergwiazd nie było przyczyną powstania astrofizyki relatywistycznej. Pierwsze prace z tej dziedziny powstały już w roku 1939 i dotyczyły gwiazd neutronowych i katastrofalnie zapadających się, „kolapsujących“. Autorami ich byli Oppenheimer i jego uczniowie. Prace te nie wywołały w owym czasie prawie żadnego oddźwięku, przypuszczalnie z kilku powodów. Po pierwsze, nie obserwowano gwiazd neutronowych. Po drugie, przedstawione przez Oppenheimera modele były bardzo wyidealizowane, a dalsze ich wyspecjalizowanie natrafiało na ogromne trudności rachunkowe i przede wszystkim teoretyczne. Obecnie sprawa przedstawia się nieco lepiej. Wprawdzie próby odkrycia gwiazd neutronowych nie dały dotąd pozytywnego wyniku, jednakże obserwacje pozaatmosferyczne budzą duże nadzieje, a „wiera“ w istnienie gwiazd neutronowych rozpowszechnia się. Maszyny matematyczne pozwalają obecnie na pokonanie trudności rachunkowych. Także i wiedza teoretyczna poczyniła duże postępy, choć nie tak duże jakby się chciało. Wszystkie te elementy sprawiły, że w ciągu kilku ostatnich lat powstały setki prac, których tematem była astrofizyka relatywistyczna lub związane z nią zagadnienia.

Praca niniejsza jest przeglądem szeregu najważniejszych zagadnień astrofizyki relatywistycznej i prób ich rozwiązania oraz ich związku z problemem ewolucji gwiazd. W rozdziale II przedstawiono elementy teorii białych karłów. Rozdział III omawia klasyczne wyniki Oppenheimera dotyczące gwiazd neutronowych. Niektóre próby opisu gwiazd bardzo gęstych zawiera rozdział IV. W rozdziale V omówione są pewne zagadnienia ewolucji gwiazd. W rozdziale VI umieszczono przegląd astrofizycznych efektów *OTW*. Rozdział VII zawiera krótką informację o niestatycznych rozwiązaniach równań Einsteina w przypadku sferyczno-symetrycznego pola grawitacyjnego. W rozdziale IX znajduje

się przegląd wiadomości o supergwiazdach. Pominięto problemy związane z rotacją, akrecją i występowaniem pól magnetycznych.

Przegląd tych zagadnień i bibliografii znaleźć można w obszernej pracy Zeldowicza i Nowikowa [20].

2. Gwiazdy i ich ewolucja

Jeżeli gwiazda posiada mały moment obrotowy, to możemy zaniedbać odstępstwa od symetrii i uważać, że jest kulą. Na razie zajmować się będziemy gwiazdami „normalnymi“, to znaczy stacjonarnymi, o masach rzędu masy Słońca ($\sim 2 \cdot 10^{33}$ g), i w pierwszym przybliżeniu stałych jasnościach rzędu jasności Słońca ($\sim 4 \cdot 10^{33}$ erg/sek). Jasność jest to ilość energii wypromieniwana przez powierzchnię gwiazdy w jednostce czasu. Przykładem takiej gwiazdy jest oczywiście Słońce. Obserwacje przemawiają za tym, że istnieje wiele gwiazd podobnych do Słońca.

Materiał gwiazdy wiązany jest przez siły grawitacyjne. Aby siły te nie spowodowały katastrofalnego kurczenia się, gwiazdy muszą być równoważone przez ciśnienie wewnętrzne. Ciśnienie w środku Słońca wynosi około $5 \cdot 10^8$ kg/cm². Wobec tak ogromnych ciśnień temperatura materii gwiazdnej musi być również wysoka. I tak np. dla Słońca wynosi ona około 10^7 °K (jest to temperatura w środku Słońca). W tych warunkach atomy są zjonizowane i materia składa się z jąder i swobodnych elektronów, czyli występuje w stanie plazmy. W gwiazdach takich jak Słońce, ciśnienie plazmy dominuje, ciśnienie promieniowania można zaniedbać. W gwiazdach bardzo masywnych sytuacja przedstawia się inaczej: dominuje ciśnienie promieniowania. Gwiazda promieniuje, a ponieważ posiada skończony zapas energii cieplnej, więc jeśli nie pojawią się dodatkowe źródła energii, to po pewnym czasie ciśnienie nie zdoła zrównoważyć sił grawitacyjnych. Np. dla Słońca czas ten wynosi

$$t_{T\odot} \approx \frac{E_{T\odot}}{L_{\odot}} \approx \frac{3kT_{\odot}M_{\odot}}{2mL_{\odot}} \approx 3 \cdot 10^7 \text{ lat.}$$

Ponieważ wiek Ziemi wynosi około 10^9 lat, wnioskować należy, że Słońce posiada inne źródła energii.

Gwiazdy w swej większości zbudowane są głównie z wodoru. W temperaturze około kilkunastu milionów stopni może rozwinąć się reakcja jądrowa tzw. cykl $p-p$, w wyniku którego powstaje hel oraz wydziela się energia w postaci kwantów gamma, pozytonów i neutronów. W nieco wyższych temperaturach wodor „spala się“ w hel poprzez cykl $C-N$, w którym węgiel i azot występują jako katalizatory. Energia wyzwolana w procesach jądrowych przedłuża znacznie życie gwiazdy. Czas charakterystyczny procesów jądrowych Słońca wynosi:

$$t_{N\odot} \approx \frac{E_{N\odot}}{L_{\odot}} = \frac{0,01c^2M_{\odot}}{L_{\odot}} \approx 10^{11} \text{ lat.}$$

Poza spalaniem wodoru mogą zachodzić inne reakcje jądrowe, jednak ich czas trwania jest niezmiernie krótki w porównaniu z czasem spalania wodoru i choć mają one wielkie znaczenie w ewolucji gwiazdy, mogą być zaniedbane przy obliczaniu maksymalnego czasu życia. Trzeba dodać, że wyrażenie $0,01c^2$ oznacza maksymalną energię reakcji jądrowych na 1 gram materii.

Zanim zajmiemy się gwiazdami w końcowym stadium ewolucji, warto poświęcić trochę miejsca omówieniu działania „maszyny termodynamicznej“, jaką jest gwiazda. Stacjonarność gwiazdy, czyli inaczej jej stabilność wynika z dużej prędkości procesów hydrodynamicznych (dużej w stosunku do prędkości procesów termicznych): gwiazda „zdąży naregulować“ swoje parametry, tak by zapobiec skutkom powstałych zaburzeń. Rozpatrzmy tę sprawę dokładniej.

Czas charakterystyczny procesów hydrodynamicznych wynosi:

$$t_{H\odot} = 10^3 \text{ sek (dla Słońca).}$$

Produkcja energii w gwiazdzie:

$$E = E_0 \rho T^\nu,$$

gdzie E_0 i ν są to stałe zależne od procesu wytwarzającego energię. Jeżeli założymy dla prostoty, że energia jest przenoszona przez promieniowanie, to strumień energii przez powierzchnię gwiazdy jest równy:

$$Q = 4\pi r^2 D \frac{dE}{dr}$$

D jest to współczynnik dyfuzji, zaś E — gęstość energii promieniowania, proporcjonalna do T^4 . Ponieważ na ogół $\nu > 4$, można by się więc spodziewać, że produkcja energii będąc większą od wydalania energii z gwiazdy może doprowadzić do katastrofalnego wybuchu. Jednak tak nie będzie, gdyż procesy hydrodynamiczne przebiegają o wiele szybciej niż cieplne. Z równania równowagi hydrostatycznej (patrz niżej) i równania stanu $P = \frac{kT}{m'}$, otrzymuje się:

$$T = (4/3 \cdot \pi)^{1/3} \cdot \frac{m}{k} \cdot GM^{2/3} \cdot \rho^{1/2}.$$

Widać więc, że wzrost gęstości (np. powodowany kurczeniem się) prowadzi do wzrostu temperatury, zaś obniżenie gęstości (np. przy rozszerzaniu się) powoduje spadek temperatury. Z poprzednich rozważań wynika więc, że gwiazda reguluje produkcję energii, tak by nie zakłócała jej równowagi. Wodór powoli się wypala. Aby skompensować obniżenie produkcji energii gwiazda kurczy się (patrz wyżej). Przy odpowiednio wysokich temperaturach może rozpocząć się spalanie helu, a potem cięższych pierwiastków powstających w drodze syntezy (pewne reakcje zostaną przedstawione w rozdziale V). Gwiazda kurczy się, temperatura wzrasta. Warto zwrócić uwagę na fakt, że entropia przy tym maleje, co wynika ze wzoru [20]:

$$e^{c_1 S} = \text{const } \rho^{-1/3}, \quad c_1 \text{ — stała.}$$

Jaki jest koniec tej ewolucji? Zależy to głównie od masy gwiazdy. Gwiazdy o masie bliskiej masy Słońca lub mniejszej (najlżejsza gwiazda Ross 6/4 B ma masę równą $0,08 M_{\odot}$) mają „śmierć” spokojną. Gdy gęstość gwiazdy osiąga wartości 10^6 — 10^8 g/cm³ (dla porównania: gęstość Słońca wynosi 1,41 g/cm³), gaz elektronowy zmienia swój charakter: staje się zwyrodniałym relatywistycznym gazem Fermiego. Gwiazda w tym stanie ostyga (mogła osiągnąć temperaturę do 10^9 °K), siły grawitacyjne równoważone są przez ciśnienie zwyrodniałego gazu elektronowego. Po osiągnięciu temperatury $T = 0^{\circ}\text{K}$, co trwać może miliardy lat, gwiazda przestaje promieniować, umiera. To ostatnie stadium ewolucji niektórych gwiazd, zwane jest stadium białego karła. Kryteria, jakie spełnić musi gwiazda, by móc tak zakończyć swój żywot, są przedmiotem rozważań następnego rozdziału.

II. Równanie równowagi dla gwiazdy składającej się z jąder atomowych i zwyrodniałego gazu elektronowego. Białe karły. Stabilność

1. Uwagi wstępne

Warto wspomnieć na wstępie, że ta część masy białego karła, która pochodzi od gazu niezwyrodniałego (warstwy zewnętrzne, w których gęstość jest mała) stanowi mały ułamek masy całkowitej. Na przykład w Syriuszu B jest to 0,23% masy gwiazdy. W pierwszym przybliżeniu można więc uważać, że biały karzeł jest gwiazdą, w której cały gaz elektronowy jest zwyrodniały.

2. Równanie równowagi hydrostatycznej

Całkowita energia gwiazdy jest równa:

$$E_c = -G \int_0^M \frac{m dm}{r} + \int_0^M E_T dm, \quad (2.1)$$

gdzie m — masa zawarta w kuli o promieniu r :

$$m(r) = \int_0^r \rho(r') 4\pi r'^2 dr', \quad (2.2)$$

zaś E_T — energia termodynamiczna na jednostkę masy. Pierwszy człon związku (2.1) reprezentuje energię grawitacyjną, drugi energię termodynamiczną.

Aby gwiazda była w stanie równowagi hydrostatycznej, jej energia całkowita powinna być ujemna oraz spełniony musi być warunek równowagi względem małych adiabatycznych zaburzeń:

$$\delta E_c = 0. \quad (2.3)$$

Z (2.3) i (2.1) wyprowadzić można różniczkowe równanie równowagi hydrostatycznej.

Prześledzimy postępowanie bardziej poglądowe i proste. Weźmy wycinek gwiazdy o grubości dr , przekroju $s = 1 \text{ cm}^2$ w odległości r od centrum. Wtedy w stanie równowagi powinno zachodzić:

$$P(r) - P(r + dr) = g(r) \rho(r) dr, \quad (2.4)$$

gdzie przyspieszenie grawitacyjne:

$$g(r) = \frac{Gm(r)}{r^2}. \quad (2.5)$$

Z (2.2), (2.4) i (2.5) uzyskujemy równanie równowagi hydrostatycznej:

$$\frac{dP}{dr} = -\rho \frac{Gm(r)}{r^2}. \quad (2.6)$$

Równania (2.2) i (2.6) wyznaczają, wraz z równaniem stanu i warunkami brzegowymi, strukturę gwiazdy. (W rzeczywistości należy dodać jeszcze do tego równania związane z transportem energii).

3. Równanie stanu

Gaz elektronowy jest gazem Fermiego, czyli jest opisywany przez statystykę opartą na zakazie Pauliego. Interesować nas będzie ze zrozumiałych względów gaz elektronowy w temperaturze zera bezwzględnego. W gazie takim elektrony będą rozłożone w różnych stanach kwantowych w taki sposób, aby całkowita energia gazu miała wartość minimalną. Ponieważ w każdym stanie kwantowym może znajdować się najwyżej jeden elektron, zatem elektrony wypełnią wszystkie stany energetyczne od zera do pewnej maksymalnej energii, zależnej od ilości elektronów w gazie, którą nazywać będziemy graniczną energią Fermiego. Gaz w temperaturze 0°K nazywany jest zupełnie zwyrodniałym gazem Fermiego.

Podobne (w przybliżeniu) własności posiada gaz Fermiego niezajdujący się w temperaturze zera Kelvina, jeżeli tylko spełniony jest następujący warunek:

$$kT \ll \frac{\hbar^2}{m_e} (n_e)^{2/3},$$

czyli tzw. warunek silnego zwyrodnienia. Łatwo sprawdzić, że gaz elektronowy w białym karle o gęstości 10^6 – 10^8 g/cm^3 i temperaturze 10^8 K spełnia ten warunek. Graniczna energia Fermiego wynosi:

$$E_F = \frac{p_F}{2m_e} = (3\pi^2)^{2/3} \frac{\hbar^2}{2m_e} (n_e)^{2/3}$$

(w wypadku nierelatywistycznym). Wraz ze wzrostem gęstości energia ta rośnie, a gdy staje się porównywalna z energią spoczynkową elektronu, należy uwzględnić efekty relatywistyczne.

Ogólną postacią równania stanu dla zwyrodniałego relatywistycznego gazu Fermiego (postać parametryczna) jest:

$$n_e = \left(\frac{m_e c^2}{\hbar} \right)^3 \frac{1}{3\pi^2} \sinh^3 t/4 \quad (3.1)$$

$$P = \frac{m_e^4 c^2}{32\pi^2 \hbar^3} (1/3 \sinh t - 8/3 \sinh t/2 + t) \quad (3.2)$$

$$t = 4 \operatorname{arcsinh} \frac{p_{Fx}}{m_e c}. \quad (3.3)$$

Równaniem stanu nazywa się na ogół zależność $P = P(\rho)$. Należy więc podstawić w (3.1) $n_e = \frac{\rho}{m}$, gdzie m jest średnią masą przypadającą na jeden elektron. W przypadku nierelatywistycznym ($E_F/mc^2 \rightarrow 0$) równanie stanu przyjmuje postać:

$$P = 1/5 (3\pi)^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_e} (n_e)^{5/3}. \quad (3.4)$$

W przypadku ultrarelatywistycznym ($\frac{E_F}{mc^2} \rightarrow \infty$)

$$P = 1/4 (3\pi^2)^{1/3} \hbar c n_e^{4/3}. \quad (3.5)$$

Dodajmy jeszcze dwie uwagi. Gaz „jądrowy“ ma minimalny wkład do ciśnienia, tak że pomijamy go i uważamy ciśnienie za wyznaczone całkowicie przez elektrony. Podane równania stanu są równaniami gazu doskonałego (bez oddziaływań). Nasuwa się pytanie, czy pominięcie oddziaływań kulombowskich z jądrami jest usprawiedliwione? Niewątpliwie tak, gdyż gaz elektronowy ma niezwykle interesującą własność — im gęstszy, tym bardziej doskonały.

4. Białe karły. Masa maksymalna

Chandrasekhar [9] otrzymał z równań (2.6), (3.1) i (2.2) zależność $M = M(\rho_c)$ (patrz rys. 1), oraz $R = R(\rho_c)$. Z jego rozważań wynika, że istnieje skończona wartość masy gwiazdy, powyżej której nie mogą istnieć konfiguracje spełniające warunek równowagi hydrostatycznej. Masa ta równa jest $M_{\max} = M(\rho_c \rightarrow \infty)$.

Istnienie masy maksymalnej wynika z następujących rozważań [5]. Gdy $\rho_c \rightarrow \infty$, można przyjąć, że gaz jest opisywany przez (3.5). Wtedy całkowita energia gazu wynosi:

$$E_g = 3/4 (3\pi^2)^{1/3} \hbar c N n_e^{1/3}. \quad (4.1)$$

Wobec tego jest ona proporcjonalna do $\frac{M^{4/3}}{R}$. Energia grawitacyjna:

$$E_{gr} \sim - \frac{M^2}{R}. \quad (4.2)$$

A więc energia całkowita gwiazdy:

$$E_c = E_{gr} + E_g = \text{const } R^{-1}. \quad (4.3)$$

Z tego widać, że energia gwiazdy jako funkcja R nie może posiadać ekstremum i nie spełnia warunku (2.2). Gdy $\text{const} > 0$, układ będzie się rozszerzał do momentu, w którym gaz stanie się nierelatywistyczny, gdy $\text{const} < 0$ układ będzie się nieograniczenie zgęszczał. Tylko gdy $\text{const} = 0$ gwiazda może znaleźć się w położeniu równowagi. Jest to położenie równowagi bezwarunkowej, gdyż gwiazda w tym stanie może dowolnie zmieniać rozmiary, ale taki idealny układ nie występuje w przyrodzie.

Masa gwiazdy jest stała i jest jedyną wartością masy, przy której możliwa jest równowaga. Jest to masa maksymalna, w tym sensie, że gwiazdy o masach większych nie mogą znajdować się w stanie białych karłów. Z [9, 5, 20] wynika, że

$$M_{\max} = \frac{3.1}{m'} \left(\frac{\hbar c}{6} \right)^{3/2} \quad (4.4)$$

gdy $m' = 2m_p$ otrzymuje się:

$$M_{\max} = 1,45 M_{\odot}. \quad (4.5)$$

Jest to tzw. masa Chandrasekhara.

5. Stabilność układu znajdującego się w równowadze hydrostatycznej

Warunek (2.3) zapewnia równowagę hydrostatyczną, aby jednak równowaga była stabilna (minimum energii), musi być spełniony warunek:

$$\delta^2 E_c > 0. \quad (5.1)$$

Stąd można otrzymać warunki konieczne na stabilność gwiazdy, względem małych adiabatycznych zaburzeń. Okazuje się przy tym, że stabilność układu zależy od wartości tzw. wykładnika adiabaty.

Z nieskomplikowanych obliczeń [6] wynikają następujące warunki:

- a) Warunek konieczny dla stabilności: $\gamma > 4/3$.
- b) Warunek konieczny dla niestabilności: $\gamma < 4/3$.

c) Warunek wystarczający dla niestabilności: $\int (\gamma - 4/3) P dV \leq 0$.

γ jest wykładnikiem adiabaty. Zasadniczo w powyższych rozważaniach winien występować na miejscu γ wykładnik adiabatyczny Γ_1 zdefiniowany poprzez równość:

$$\frac{dP}{P} + \Gamma_1 \frac{dV}{V} = 0.$$

Jednak przy zmianach adiabatycznych i w gwiazdzie, której całe ciśnienie pochodzi od plazmy, zachodzi:

$$\Gamma_1 = \gamma = \frac{C_p}{C_v}.$$

Zwróćmy uwagę na to, że poprzednio, mówiąc o masie maksymalnej, posługiwaliśmy się wzorem na równanie stanu ultrarelatywistycznego gazu Fermiego o postaci:

$$P = \text{const } \rho^{4/3},$$

co jeżeli traktować jako równanie politropy $P = \text{const } \rho^\gamma$, daje $\gamma = 4/3$. Dla gazu nierelatywistycznego mamy: $P = \text{const } \rho^{5/3}$, czyli $\gamma = 5/3$. Tzn. gdy $\rho \rightarrow \infty$, γ dąży od $5/3$ do $4/3$, a więc rozważania obecne są zgodne z wynikami poprzednimi. Podkreślić należy, że dla zwyrodniałego gazu Fermiego γ nie jest stosunkiem pojemności cieplnych gazu, wystarczy jednak, że formalnie odgrywa ono tę rolę w równaniach adiabaty [5], [9].

6. Potencjał chemiczny

W opisie równowagi termodynamicznej ważną rolę odgrywa tzw. potencjał chemiczny, zdefiniowany jako:

$$\mu = \left(\frac{\partial E}{\partial N} \right)_{s,v}.$$

W stanie równowagi w polu zewnętrznym musi być spełniony warunek

$$\mu = \text{const.}$$

W przypadku OTW warunek ten przybiera postać:

$$\mu \sqrt{-g_{44}} = \text{const.}$$

W zupełnie zwyrodniałym gazie Fermiego zachodzi związek:

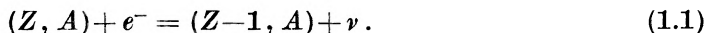
$$\mu = E_F.$$

III. Równanie równowagi w ogólnej teorii względności. Gwiazdy neutronowe

1. Uwagi wstępne

Jak widzieliśmy w poprzednim rozdziale, jedynie gwiazdy o masie mniejszej niż $1,45 M_\odot$ (masa ta musi być traktowana jako wartość przybliżona z dwóch względów: po pierwsze założono, że $m' = 2mp$, co nie musi zachodzić, po drugie przy stosowaniu bardziej realistycznego modelu gwiazdy otrzymuje się masę równą około $1,2 M_\odot$) mogą kończyć swoją ewolucję, jako stacjonarne białe karły.

Jaki jest los pozostałych gwiazd? W trakcie ewolucji kureczą się one powoli aż do osiągnięcia gęstości krytycznej 10^9 — 10^{10} g/cm³. Przy tej gęstości elektrony, których energie znajdują się w najwyższym paśmie, zaczynają wchodzić w reakcje:



Jądra o nadwyżce neutronów ($Z-1, A$) nie mogą brać udziału w reakcji odwrotnej (reakcja β):

$$(Z-1, A) = (Z, A) + e^- + \bar{\nu}, \quad (1.2)$$

gdyż wszystkie stany kwantowe elektronów są zajęte (gaz jest zwyrodniały!). Ubytek neutrin powoduje ochłodzenie gwiazdy, kurczy się ona, a wraz ze wzrostem gęstości zachodzą dalsze reakcje (1.1).

Z warunku równowagi chemicznej wynika, że wprowadzie ogólna liczba elektronów maleje, ale ich gęstość pozostaje stała, tak że do pewnego momentu ciśnienie substancji pozostaje stałe i równe jest (w pierwszym przybliżeniu) ciśnieniu gazu elektronowego. Ostatecznie jednak jądra zawierające bardzo wiele neutronów rozpadają się. Przy gęstości $3 \cdot 10^{11}$ g/cm³ liczba neutronów zaczyna przeważać nad liczbą elektronów, a przy gęstości 10^{12} g/cm³ ciśnienie jest już wyznaczone przez gaz neutronowy. Gwiazda wchodzi w stan gwiazdy neutronowej.

Opisany wyżej proces, był po raz pierwszy rozpatrzony przez Landaua [22] i nosi nazwę neutronizacji materiału gwiazdowego. Do opisanego gwiazdy składającej się z relatywistycznego gazu neutronowego (gaz neutronowy jest również gazem Fermiego) nie można stosować newtonowskiej teorii grawitacji, gdyż energia kinetyczna cząstek jest rzędu ich energii spoczynkowej lub większa od niej i ze względu na to należy uwzględnić efekty ogólnej teorii względności. (W gazie elektronowym energia kinetyczna jest porównywalna z masą spoczynkową, ale jest mała w porównaniu z energią spoczynkową jąder, które dają główny wkład do masy układu).

2. Zewnętrzne rozwiązanie Schwarzschilda

We współrzędnych sferycznych r, ϑ, φ najogólniejszą postacią wyrażenia na kwadrat przedziału czasoprzestrzennego ds spełniającego warunek sferycznej symetrii jest:

$$ds^2 = -e^\lambda dr^2 - e^\mu (r^2 d\vartheta^2 + r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2) + e^\nu dt^2 + 2a dr dt \quad (2.1)$$

$$\lambda = \lambda(r, t), \quad \mu = \mu(r, t), \quad \nu = \nu(r, t).$$

Używamy jednostek, w których $c = 1$ i $G = 1$.

W przestrzeni nieuklidesowej r nie posiada wszystkich własności promienia wodzącego (np. nie istnieje wielkość, która byłaby jednocześnie równa odległości od centrum i długości okręgu dzielonej przez 2π).

Za pomocą przekształceń nie naruszających symetrii sferycznej (2.1) może przejść w:

$$ds^2 = -e^\lambda dr^2 - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) + e^\nu dt^2. \quad (2.2)$$

W takim układzie obwód okręgu równy jest $2\pi r$. W przypadku statycznego pola, co fizycznie oznacza, że nie ma ruchów makroskopowych (2.2) przechodzi w:

$$ds^2 = -e^\lambda dr^2 - r^2 d\vartheta^2 - r^2 \sin^2 \vartheta d\varphi^2 + e^\nu dt^2 \quad (2.3)$$

$$\nu = \nu(r), \quad \lambda = \lambda(r).$$

W przypadku zewnętrznym, tzn. kiedy nie ma na zewnątrz układu materii, $T_{ab} = 0$, z równań Einsteina dostaje się tzw. zewnętrzne rozwiązanie Schwarzschilda:

$$e^{-2} = e^{\nu} = 1 - \frac{2M}{r}. \quad (2.4)$$

Rozwiązanie to opisuje pole grawitacyjne w próżni, wytwarzane przez ciało kuliste (równania Einsteina znaleźć można np. w [1, 2 i 32]).

M jest masą układu wyznaczoną za pomocą ruchu cząstek próbnych. Z (2.4) widać, że gdy $r = 2M$, $e^{\nu} = \infty$ oraz $e^{\nu} = 0$. Dla $r < 2M$ współrzędne r i t nie nadają się do opisywania realnego układu fizycznego. Występowanie „osobliwości“ w $r = 2M$ interpretuje się następująco: obserwator w płaskiej (euklidesowej) nieskończoności *nie może obserwować* układów fizycznych sferyczno-symetrycznych (statycznych) o długościach obwodu mniejszych od $2\pi \cdot 2M$. $r = r_g = 2M$ jest często nazywany promieniem grawitacyjnym lub promieniem Schwarzschilda. Należy podkreślić, że „osobliwość“ Schwarzschilda występuje jedynie przy użyciu powyżej opisanych współrzędnych, nie ma więc charakteru niezmienniczego. Układy współrzędnych, w których nie występują osobliwości, są podane w pracach [23, 24, 25, 26, 27, 10] (ostatnia z nich dotyczy trochę innego problemu). W rzeczywistości jednak nawet we współrzędnych Schwarzschilda nie może wystąpić osobliwość. Istnieje wartość graniczna r dla układów statycznych, która przewyższa wartość r_g . Kryterium, które ją wyznacza ma sens niezmienniczy. Wobec tego statyczne układy, których „promień“ jest mniejszy od $2M$ nie wchodzą w ogóle w rachubę. Zauważmy jednak, że nie mówi to nic o rozmiarach układów niestatycznych takich jak np. kurcząca się nieograniczenie kula.

3. Model cieczy doskonałej

Równania Einsteina wyznaczające pole grawitacyjne mają ogólną postać:

$$R_{ab} - 1/2 g_{ab} R = + 8\pi T_{ab}.$$

Lewa strona tych równań zawiera wielkości geometryczne, prawa wielkość fizyczną — tensor energii-pędu, który reprezentuje własności materii. Gdy zajmujemy się polem wewnątrz rozkładu materii, $T_{ab} \neq 0$. Jeżeli założymy, że materia tworzy ciecz doskonałą, to postać tensora energii-pędu będzie następująca:

$$T_{ab} = (\varrho + P) \frac{dx^a}{ds} \frac{dx^b}{ds} + g_{ab} P. \quad (3.1)$$

W przypadku statycznym składowe prędkości „cieczy“ są równe:

$$\frac{dr}{ds} = \frac{d\vartheta}{ds} = \frac{d\varphi}{ds} = 0, \quad \frac{dt}{ds} = e^{-1/2\nu} \text{ (posługujemy się oczywiście metryką (2.3)).}$$

Wtedy składowe (3.1):

$$T_1^1 = T_2^2 = T_3^3 = p, \quad T_4^4 = -\rho. \quad (3.2)$$

Podstawiając to do równań Einsteina otrzymuje się po przekształceniach:

$$\frac{dm}{dr} = \frac{4\pi}{c^2} \rho r^2, \quad (3.3)$$

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{G \left[\rho + \frac{\rho}{c^2} \right] \left[m + \frac{4\pi P r^3}{c^2} \right]}{r \left[r - \frac{2Gm}{r} \right]}, \quad (3.4)$$

gdzie $m(r) = 1/2 \cdot r \cdot (1 - e^4)$ ma sens masy zawartej w obszarze o „promieniu“ r , co wynika z tego, że $m(r) = M$. Równania (3.3) i (3.4) zapisane są w jednostkach *c.g.s.*, gdyż w tej postaci widać analogię między nimi a newtonowskimi równaniami równowagi hydrostatycznej (2.2) i (2.6) z rozdziału II. (3.3) i (3.4) są równaniami równowagi hydrostatycznej w *OTW*. Wraz z warunkami brzegowymi i równaniem stanu $P = P(\rho)$ wyznaczają one strukturę układu.

4. Równanie stanu dla doskonałego, zwyrodniałego, relatywistycznego gazu neutronów. Model Oppenheimera-Volkoffa

Jako równanie stanu dla relatywistycznego, doskonałego gazu neutronów można oczywiście przyjąć równanie (3.2) z rozdziału II, podstawiając w nim zamiast m_e i m' — m_n , tj. masę neutronu:

$$P = \frac{m_n^4 c^2}{32\pi^2 \hbar^3} (1/3 \sinh t - 8/3 \sinh(t/2) + t), \quad (4.1)$$

ale zamiast gęstości materii spoczynkowej należy użyć w równaniach gęstości energii (energia kinetyczna jest porównywalna z masą spoczynkową). Mamy wtedy:

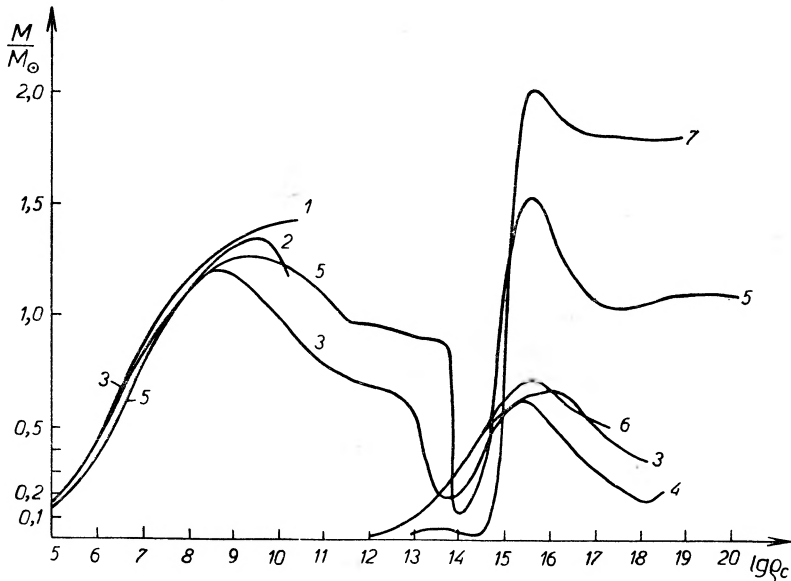
$$\rho = \frac{m_n^4 c^5}{32\pi^2 \hbar^3} (\sinh t - t), \quad (4.2)$$

gdzie

$$t = 4 \operatorname{arcsinh} \frac{p_F}{m_n c}.$$

Za pomocą równań (3.3), (3.4), (4.1) i (4.2) Oppenheimer i Volkoff otrzymali zależności $M(\rho_c)$ i $R(\rho_c)$ dla gwiazdy neutronowej.

Krzywa $M(\rho_c)$ (rys. 1) posiada maksimum dla wartości gęstości centralnej około 10^{15} g/cm³. Występowanie tego maksimum wywołane jest efektami *OTW* (rozdział VI). Tak więc nie mogą istnieć gwiazdy neutronowe, których masa byłaby większa od masy maksymalnej. Wartość tej masy $M_{OV} = 0,72 M_\odot$. Wydawałoby się wobec tego, że los gwiazd o masie większej od chandrasekha-



Rys. 1. Krzywa $M = M(\rho_c)$, według prac różnych autorów: 1 — Chandrasekhar 1939 [9], 2 — Hamada i Salpeter (dla Mg^{24}) 1961, 3 — Harrison, Wakano i Wheeler [3] 1958, 4 — Ambarcumian i Saakian [13, 14, 15] (dla gazu idealnego) 1961, 5 — Saakian i Wartanian [16, 17], 1964, 6 — Oppenheimer i Volkoff (dla gazu idealnego) [2] 1939, 7 — Cameron [18] (dla gazu rzeczywistego) 1959

rowskiej jest „tragiczny“ i że muszą się one katastrofalnie skurczyć, gdyż nie mogą osiągnąć położenia równowagi — nie istnieje ono dla nich. W rzeczywistości jest nieco inaczej. Otóż, w odróżnieniu od gazu elektronowego, *gaz neutronowy nie jest gazem doskonałym!* W obszarze rozpatrywanych gęstości powinny wystąpić siły jądrowe odpychania i przyciągania, które grają dominującą rolę. Działanie tych sił należy uwzględnić w równaniu stanu. Poza tym, przy gęstości około 10^{17} g/cm³ pojawiają się w gwiazdzie hiperony [13, 14, 15, 16, 17]. W sumie, model Oppenheimera i Volkoffa jest bardzo nierealistyczny. Inne modele omówione będą w następnym rozdziale.

Zauważmy jeszcze, że gdy $\rho_c = \infty$, masa gwiazdy jest skończona $M = 0,34 M_\odot$ (wartość podana w pracy Oppenheimera i Volkoffa jest błędna [14]). Gdy $\rho_c = \infty$, to i $P_c = \infty$, a z tego wynika, że:

$$e^{2\nu(r=0)} = 0.$$

IV. Budowa bardzo gęstych gwiazd

1. Uwagi wstępne

Główną przeszkodą w rozwoju teorii gwiazd gęstych jest brak informacji o własnościach materii jądrowej. Omówione niżej prace starają się przy pomocy skromnych środków posunąć naprzód naszą wiedzę o budowie gwiazd neutronowych (lub hiperonowych), wydaje się jednak, że powstanie „porządnej“ teorii tych obiektów jest jeszcze sprawą przyszłości.

2. Model Harrisona, Wakano i Wheelera (HWW)

Model *HWW* [3] jest jedynie ulepszoną syntezą prac Chandrasekhara i Oppenheimera. Zakładając, że po wypaleniu paliwa jądrowego gwiazda składa się z ${}_{26}^{56}\text{Fe}$, Harrison, Wakano i Wheeler rozpatrywali następujące „równania stanu“:

$\rho \approx 10 \text{ g/cm}^3$ — formuły empiryczne pochodzące z doświadczeń nad silnie sprężonym żelazem;

$\rho \approx 10^2 \text{ g/cm}^3$ — 10^6 g/cm^3 — skorygowany (uwzględnienie efektów ciśnienia) model atomu Fermi-Thomasa służył za podstawę wyliczeń;

$\rho \approx 10^6$ — 10^8 g/cm^3 — model Chandrasekhara dla ${}_{26}^{56}\text{Fe}$;

$m' = 2,15$;

$\rho \approx 10^8$ — 10^{11} g/cm^3 — faza neutronizacji. Stosowano formuły półempiryczne;

$\rho \approx 10^{11}$ — 10^{12} g/cm^3 — rozpad jąder, pojawienie się neutronów swobodnych (pierwsze pojawiają się w fazie poprzedniej);

$\rho \approx 10^{12}$ — 10^{22} g/cm^3 — relatywistyczny, a potem ultrarelatywistyczny gaz neutronowy z domieszką protonów i elektronów.

Warto zobaczyć, jak wpływ domieszki elektronów i protonów zmienia postać równania stanu. Równanie stanu dla gazu ultrarelatywistycznego (n, p, e):

$$P = 1/4 \cdot (3\pi^2)^{1/3} \hbar c n [(8/9)^{4/3} + 2(1/9)^{4/3}] \quad (2.1)$$

bierze się stąd, że

$$n_n = 8/9 n \quad n_e = n_p = 1/9 n, \quad (2.2)$$

gdzie n — gęstość liczby wszystkich cząstek. (2.2) wynika z następujących rozważań: $n_e = n_p$, gdyż sumaryczny ładunek elektryczny musi być równy zero. Wobec tego, dla cząstek ultrarelatywistycznych mamy:

$$P_F^{(e)} = P_F^{(p)} = (3\pi^2)^{1/3} n_e^{1/3}{}_{(p)}, \quad (2.3)$$

skąd wniosek, że

$$E_F^{(e)} = E_F^{(p)} = c p_F^{(e)} = c p_F^{(p)}.$$

Warunek równowagi termodynamicznej ma postać:

$$\mu_e = \mu_u - \mu_p.$$

Z tego, że dla zwyrodniałego gazu Fermiego $\mu = E_F$ otrzymujemy więc:

$$E_F^{(e)} = E_F^{(p)} = 1/2 E_F^{(n)},$$

czyli z (2.3):

$$n_e = n_p = 1/8 n_n,$$

skąd dostaje się (2.2).

Krzywa $P(\rho)$ wykreślona w oparciu o wyżej omówione założenia posłużyła do całkowania numerycznego równań (3.3) i (3.4) z rozdziału III. Krzywa

$M(\rho_c)$ (rys. 1) posiada dwa maksima: dla gęstości centralnej $4,5 \cdot 10^8 \text{ g/cm}^3$ $M_{\max} = M_{HWW}^e = 1,2 M_\odot$, oraz dla gęstości centralnej $4,6 \cdot 10^{15} \text{ g/cm}^3$ $M_{\max} = M_{HWW}^n = 0,68 M_\odot$. Według podanego modelu okazuje się więc, że gwiazdy o masie większej niż $1,2 M_\odot$ nie mogą mieć stacjonarnego zakończenia swojej ewolucji. Zauważmy jednak, że gaz neutronowy był nadal traktowany jako gaz doskonały. Przy $\rho = \infty$ masa równa jest około $0,3 M_\odot$, czyli sytuacja taka jak w modelu *OV*.

3. Model Skyrme, Camerona i Saakiana (SCS) — [18, 19, 41]

Cameron, opierając się na pracy Skyrme'a, przedstawił model gwiazdy składającej się z rzeczywistego gazu neutronowego. Równanie stanu było tej postaci:

$$\rho(\sigma) = c^2\sigma + 7,98 \cdot 10^9 \sigma^{5/3} + 0,79 \cdot 10^{-6} \sigma^{8/3} - 1,381 \cdot 10^5 \sigma^2 \quad (3.1)$$

$$\sigma = n_n m_n.$$

Pierwszy człon reprezentuje masę spoczynkową, drugi — energię kinetyczną nierelatywistycznego gazu Fermiego, trzeci — siły jądrowe odpychania, czwarty — siły jądrowe przyciągania.

$$P(\sigma) = 5,32 \cdot 10^9 \sigma^{5/3} + 1,638 \cdot 10^{-5} \sigma^{8/3} - 1,381 \cdot 10^5 \sigma^4. \quad (3.2)$$

Cameron popełnił w swojej pracy błąd, pomijając w obliczeniach wszystkie człony (3.1) poza pierwszym. Równania (3.1) i (3.2) są w przybliżeniu dobre nawet dla bardzo dużych gęstości, gdyż poprawki wynikające z tego, że gaz jest relatywistyczny można zaniedbać ze względu na dominującą rolę sił jądrowych. Krzywa $M(\rho_c)$ uzyskana przez Camerona przedstawiona jest na rys. 1. W rzeczywistości maksimum tej krzywej leży niżej (w pracy Saakiana [19] wyniki Camerona zostały poprawione) i $M_{\max} = M_{scs} = 1,75 M_\odot$. Wynik ten „daje szansę” gwiazdom nie mogącym zakończyć swej ewolucji jako białe karły.

4. Model Saakiana i Wartaniana (SW) — [16, 17]

Model Saakiana i Wartaniana powstał w wyniku ulepszenia modelu Ambarcumiana i Saakiana [13, 14, 15]. Autorzy zakładają, że w materii gwiazdnej mogą występować następujące cząstki: p , n , Λ , Σ^0 , Σ^+ , Σ^- , Ξ^0 , Ξ^- , e^- , μ^- , π^- . Cząstki te są przy odpowiednich gęstościach stabilne. Stabilność uwarunkowana jest istnieniem:

$$\begin{array}{ll} \text{dla } \pi^- \text{ zwyrodniałego gazu } \mu^-, \\ \text{dla } \mu^- & \text{,,} & \text{,,} & e^-, \\ \text{dla hiperonów} & \text{,,} & \text{,,} & p, n, e^-. \end{array}$$

Ze względu na to, że operowanie gęstością energii sprawia pewne kłopoty (należy uwzględnić gęstość energii oddziaływań jądrowych), operować będziemy koncentracjami cząstek.

Rozpatrzmy gwiazdę, w której centralna koncentracja cząstek wynosi $n \geq 10^{39} \text{ cm}^{-3}$. Występują wtedy następujące obszary rzeczywistego gazu Fermiego:

a) obszar nadjądrowy: $n \geq 10^{39} \text{ cm}^{-3}$. n — koncentracja barionów. Występujące cząstki p , n , Λ , Σ^0 , Σ^+ , Σ^- , Ξ^0 , Ξ^- , e^- , μ^- , π^- .

b) obszar hiperonowy: $n \geq 10^{39} \text{ cm}^{-3}$. Występujące cząstki: te same co wyżej, za wyjątkiem: π^- i Σ^0 . π^- znikają przy $n \approx 10^{40} \text{ cm}^{-3}$. Ponieważ przy $n = 1,6 \cdot 10^{40} \text{ cm}^{-3}$ odległości pomiędzy cząstkami są mniejsze od promienia rdzenia odpychającego barionów, wobec tego wydaje się, że π^- nie będą występowały w układach rzeczywistych. Σ^0 znikają przy $n = 9,93 \cdot 10^{39} \text{ cm}^{-3}$.

c) obszar jądrowy: $10^{37} \leq n \leq 10^{39} \text{ cm}^{-3}$. Występujące cząstki: n , p , e^- , Σ^- , μ . Skład danego obszaru ustala się rozpatrując reakcje jądrowe, w wyniku których powstają odpowiednie cząstki. Jeżeli suma fermiowskich energii granicznych cząstek wchodzących w reakcję jest większa od energii spoczynkowej cząstki powstającej, to uważa się, że taka cząstka występuje. Nie jest to jednak jedyne kryterium (patrz niżej: warunki 1, 2, 3). Na przykład, należałoby oczekiwać, że przy malejącej gęstości ostatnim powstającym hiperonem będzie najlżejszy — Λ , a nie Σ^- . Ten „paradoks“ tłumaczy się istnieniem dużej koncentracji protonów (a dużo mniejszej elektronów), wobec czego najbardziej „wymagającym“ warunkiem jest warunek neutralności elektrycznej, a tę właśnie zapewnia występowanie Σ^- .

d) obszar podjądrowy: $n < 3 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Występujące cząstki: n , e^- oraz jądra atomowe. Obszar ten dzieli się na dwie fazy: przed i po neutronizacji.

Do obliczeń nie wystarczy taka jakościowa ocena. Dokładną strukturę osiąga się przez założenie, że w każdym obszarze muszą być spełnione następujące warunki:

1) W stanie równowagi termodynamicznej gęstość energii

$$E = \frac{c}{2\pi^2\hbar^3} \sum_k \left[a_k \int_0^{p_F} p^2 (m_k^2 c^2 + p^2)^{1/2} dp + n_k V(n) \right] + n_n m_n c^2$$

powinna osiągać minimum. k — numeruje bariony, $a_k = 2s + 1$ (w naszym wypadku $a_k = 2$, ale jeżeli wchodzi w rachubę rezonans, to wielkość ta ma inne wartości). $V(n)$ — potencjał jądrowy jednej cząstki.

2) Zachowanie liczby barionów (liczba leptonów staje się określona z chwilą ustalenia równowagi):

$$\sum_k n_k = \sum_k p_k^3 = \text{const} = n.$$

3) Układ jako całość oraz poszczególne jego obszary są elektrycznie obojętne:

$$\sum_n n_n^{(+)} - \sum_n n_n^{(-)} - \sum_l n_l = \sum_k p_k^{(+)\ 3} - \sum_k p_k^{(-)\ 3} - \sum_i p_i^3 - 3\pi^2 \hbar^3 n_n^- = 0.$$

Równania stanu uwzględniały takie elementy jak energia wiązania jąder i siły jądrowe. Postać oddziaływań jądrowych była wzięta z prac [41, 42, 44, 45]. Równanie (3.3) i (3.4) z rozdziału poprzedniego zostały scałkowane numerycznie. Krzywa $M(\rho_c)$ posiada dwa maksima (rys. 1):

$$\text{dla } \rho_c \approx 5 \cdot 10^9 \text{ g/cm}^3 \quad M_{\max} = M_{sw}^e = 1,4 M_{\odot},$$

$$\text{dla } \rho_c \approx 5 \cdot 10^{15} \text{ g/cm}^3 \quad M_{\max} = M_{sw}^n = 1,6 M_{\odot}.$$

Przy $\rho_c = \infty$ istnieje rozwiązanie z masą skończoną $M_{kr} = 1,1 M_{\odot}$. Masę układu z nieskończoną gęstością centralną będziemy nazywać dalej masą krytyczną.

V. Końcowe stadium ewolucji gwiazd

1. Uwagi wstępne

Spalanie paliwa jądrowego i powolne kurczenie się to podstawowe elementy ewolucji gwiazdy. Kurczenie się gwiazdy nie jest „monotoniczne“. Gdy zaczyna się spalanie nowego paliwa, produkcja energii powoduje, zgodnie z tym co mówione było w rozdziale I, rozszerzanie się układu. Teoretycznie rozpracowano jedynie stadium ewolucyjne spalania wodoru i helu. Dalsza ewolucja gwiazd czeka jeszcze na dokładne poznanie. Tym niemniej uzyskano już pewne informacje z tej dziedziny i niektóre z nich przedstawione będą w niniejszym rozdziale. Obraz ewolucji zależy od tego czy materia gwiazdna jest wymieszana czy też tworzy warstwy. Na ogół przypuszcza się, że wymieszanie zachodzi jedynie dla gwiazd o masie $0,5 M_{\odot}$, lub mniejszej. Gwiazdy takie ewoluują bardzo wolno (tempo ewolucji zależy od masy, gdyż $L = aM^n$).

Następnie opisana zostanie ewolucja gwiazdy o masie równej około $1 M_{\odot}$. Opis ten będzie z konieczności bardzo ogólny. Szczegółowy opis znaleźć można w pracach [48, 49, 54, 47].

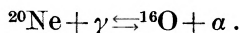
2. Ewolucja gwiazd poprzez spalanie paliwa jądrowego

W temperaturach od $8 \cdot 10^6$ °K do $3 \cdot 10^8$ °K zachodzą następujące reakcje:

a) reakcja prowadząca do syntezy helu z wodoru — albo przez cykl $p-p$ (protonowo-protonowy), albo też przez cykl $C-N$ (węglowo-azotowy); proces ten trwa 10^6 — 10^9 lat;

b) spalanie helu w reakcji $3\alpha \rightarrow {}^{12}\text{C}$, następuje synteza węgla z helu, a następnie poprzez dodawanie dalszych α powstają ${}^{16}\text{O}$ i ${}^{20}\text{Ne}$; spalanie helu trwa około 10^7 — 10^8 lat.

W temperaturze około 10^9 °K zaczyna się proces α ; promienie γ mają wystarczającą energię na to aby wywołać reakcję:

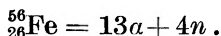


Wychwyt cząstek α w tej reakcji przez ^{20}Ne prowadzi do kolejnego powstawania ^{24}Mg , ^{28}Si i dalszych jąder aż do $A = 40\text{--}48$. Czas trwania procesu: około $10^2\text{--}10^4$ lat.

Sądzi się [20], że gwiazdy o masie mniejszej niż $1,4 M_{\odot}$ (opieramy się na wynikach Saakiana i Wartaniana) kończą swoją ewolucję jako białe karły, których głównym składnikiem jest ^{24}Mg .

Zakładamy nadal, że materia gwiazdowa nie ulega wymieszaniu. Zatem po procesie α , gwiazda składa się z jądra, w którego skład wchodzi ^{16}O , ^{24}Mg itp. oraz z warstw: neonowej, helowej i wodorowej. Przy dalszym wzroście jądra gwiazdy kurczenie przyspiesza się, temperatura rośnie i przy $3\text{--}7 \cdot 10^9$ °K zachodzą procesy przebiegające w stanie równowagi (proces e): w wyniku powstają pierwiastki z grupy żelaza. Związana z tym procesem skala czasu może być rzędu minut lub sekund. Na przyspieszenie procesu mają znaczny wpływ procesy neutrinowe, które bardzo efektywnie chłodzą gwiazdę.

W temperaturze $7 \cdot 10^9$ °K zachodzi przemiana żelaza w hel:



Jest to reakcja *endotermiczna*! Wymaga ona energii 10^{18} erg/g, podczas gdy energia termiczna gwiazdy wynosi w temperaturze $8 \cdot 10^9$ °K jedynie $3 \cdot 10^{17}$ erg/g. Poza tym przy tej reakcji $\gamma = 1,13$ [6, 8], czyli jest mniejsze od krytycznej wartości $\gamma = 4/3 = 1,33$. Następuje więc gwałtowne kurczenie się jądra gwiazdy w ciągu jednej sekundy. Otoczka gwiazdy nagrzewa się tak, że lżejsze paliwo jądrowe, które tam pozostało wybucha. Jest to tzw. wybuch gwiazdy supernowej.

W wyniku wybuchu supernowej mogą być wyrzucone warstwy o masie $1 M_{\odot}$ (najwyżej).

Kurczące się jądro, jeżeli ma masę mniejszą niż $1,6 M_{\odot}$ i przejdzie przez warstwę neutronizacji, zakończy swoją ewolucję jako gwiazda barionowa. W innym wypadku kurczy się nieograniczenie.

Czy wszystkie gwiazdy o masie większej niż $1,6 M_{\odot}$ stają się supernowymi? Z obliczeń teoretycznych wynika, że gdyby tak było, powinno się obserwować w naszej Galaktyce w ciągu 300 lat 200 wybuchów supernowych. Tymczasem obserwuje się ich dużo mniej, bo 1 na 300 lat. Pewne rodzaje gwiazd tracą dużą część swojej masy we wczesnych stadiach ewolucji [51, 52]. Obserwowano taki proces dla gwiazd Wolfa-Reyneta [50]. Wobec tego, bardziej masywne gwiazdy mogłyby zmniejszać swoją masę, tak by w końcu zostać białymi karłami. Poza tym wydaje się, że gwiazdy o masie mniejszej niż $1,6 M_{\odot}$ mogłyby przechodzić przez fazę neutronizacji przed pojawieniem się pierwiastków cięższych.

3. Czy istnieją gwiazdy neutronowe?

W pracy [20] podano pewne parametry gwiazdy neutronowej o masie $M = 0,5 M_{\odot}$:

Tablica I

Temperatura jądra	Powierzchniowa temperatura efektywna	Jasność neutrin	Jasność fotonów	Efektywny czas ochładzania
°K	°K	erg/sek	erg/sek	rok
$2 \cdot 10^9$	$1,3 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^{39}$	$2,3 \cdot 10^{37}$	10
$1 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^7$	$5 \cdot 10^{39}$	$8 \cdot 10^{36}$	10^3
$5 \cdot 10^8$	$8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^{39}$	$3 \cdot 10^{36}$	10^3
$2 \cdot 10^8$	$4,5 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{39}$	$3 \cdot 10^{35}$	$1,5 \cdot 10^3$

Mimo że jasności gwiazd neutronowych są tysiąc razy większe niż jasność Słońca, to są one z Ziemi niewidoczne. Rzecz w tym, że zasadniczą część energii gwiazdy te promieniują w zakresie miękkiego promieniowania rentgenowskiego. Dla temperatury powierzchniowej około $1,2 \cdot 10^7$ °K, maksimum rozkładu energii leży w obszarze 4 Å.

Ostatnio dzięki obserwacjom pozaatmosferycznym odkryto dwa źródła miękkiego promieniowania rentgenowskiego: w mgławicach Kraba i Skorpiona. Mgławica Kraba jest pozostałością po supernowej z roku 1054, prawdopodobnie i mgławica Skorpiona jest tego pochodzenia. Strumień energii rentgenowskiej z mgławicy Kraba wynosi: $2 \cdot 10^{-9}$ erg/sek cm^2 dla $\lambda = 5$ Å [20]. Jeżeli promieniowanie to pochodzi z gwiazdy neutronowej, to znając odległość równą 1100 ps można obliczyć, że promień gwiazdy wynosi 9,25 km, $T_e = 7,6 \cdot 10^6$ °K. Model atmosfery gwiazdy neutronowej znaleźć można w pracy Mortona [53]. Ostatnio przeprowadzone obserwacje (Friedmann [56]) pokazały, że rozmiary rentgenowskiego źródła w mgławicy Kraba wynoszą około $6 \cdot 10^{16}$ cm, a więc nie może to być gwiazda neutronowa. Znamy już 10 źródeł promieni rentgenowskich, które czekają na dokładniejsze zbadanie. Znajdują się one w obrębie Galaktyki. Ogólną liczbę źródeł rentgenowskich w Galaktyce szacuje się na 100 do 1000. Liczby te zgadzają się z przewidywaną ilością gwiazd neutronowych! [20].

VI. Masa krytyczna. Stabilność układu w równowadze hydrostatycznej. Energia układu

Uwagi wstępne

W dotychczasowych rozważaniach zwrócono uwagę na istnienie tzw. masy maksymalnej i tzw. masy krytycznej. Masę maksymalną można określić w sposób następujący: w przedziale gęstości centralnych od 0 do ∞ mogą znajdować się w równowadze hydrostatycznej jedynie układy o masie mniejszej od pewnej skończonej masy. Wszelkie układy o masie większej będą znajdowały się w stanach niestacyjnych. Masę krytyczną można próbować określić następująco:

w obszarze przestrzeni ograniczonym powierzchnią sferyczną o obwodzie $2\pi R$ nie można umieścić dowolnie dużej „ilości materii“ tak, by układ znajdował się w równowadze hydrostatycznej; istnieje pewna *skończona* „ilość materii“, przy której wytwarza się w centrum układu *nieusuwalna* (nie mająca charakteru takiego jak tzw. „osobliwość“ Schwarzschilda) „osobliwość“ metryki: $g_{44} = 0$. Jednakże takie sformułowanie nie jest na razie zadowalające, gdyż użyte w nim określenia nie zostały dostatecznie dobrze sprecyzowane. Należałoby przede wszystkim znaleźć zależność między masą (*field producing mass*) a „ilością materii“, czyli masą spoczynkową rozproszoną w nieskończoności materii gwiazdnej. Zagadnienie to zostało przedyskutowane przez Wheelera w przypadku kuli składającej się z cieczy nieściśliwej (wewnętrzne rozwiązanie Schwarzschilda). W tym wypadku $M_{\max} = M_{\text{kryt}}$. Dalej zostanie pokazane, jak w sposób ogólny można znaleźć kryterium na istnienie równowagi hydrostatycznej. Z zależności $M(\rho_c)$ widać, że zawsze każdej wartości masy odpowiadają dwie konfiguracje. Należy przypuszczać, że jedna z nich jest niestabilna.

Można pokazać (rozdział II [5]), że

$$\frac{dM}{d\rho_c} \sim (\gamma - 4/3)$$

i wobec tego kryterium stabilności ma postać: $\frac{dM}{d\rho_c} > 0$. Jednakże przy ustalaniu tego kryterium stabilności korzysta się z równania równowagi hydrostatycznej w newtonowskiej teorii grawitacji. W naszym przypadku, dla większej części krzywej kryterium to jest nieprzydatne. W dalszym ciągu tego rozdziału zostaną omówione wyniki pracy Chandrasekhara [21], w której zostało znalezione ogólne kryterium na stabilność układu opisywanego przez *OTW*, oraz bardziej „prymitywne“ kryterium Zeldowicza [20]. Krótko zostaną omówione tzw. „ujemne energie wiązania“.

1. Masa krytyczna na przykładzie modelu cieczy nieściśliwej

Wewnętrzne rozwiązanie Schwarzschilda: zakłada się, że materiał układu stanowi idealną ciecz nieściśliwą (może to np. odpowiadać wyidealizowanemu przypadkowi gwiazdy, w której zasadniczą rolę grają efekty związane z istnieniem twardego rdzenia odpychającego barionów). Mamy wtedy $\rho = \text{const}$, dla $R > r$, $\rho = 0$ dla $r > R$. Z równań pola otrzymujemy:

$$e^{-\lambda(r)} = \begin{cases} 1 - \frac{8\pi G \rho}{3c^2} r^2 = 1 - \frac{r^2}{k^2} & r < R \\ 1 - \frac{R^3}{k^2 r} & r > R \\ 1 - \frac{R^2}{k^2} & r = R \end{cases} \quad (1.1)$$

gdzie $2\pi R$ — dowód kuli o „promieniu“ R , $K^2 = \frac{3c^2}{8\pi G \rho}$. Masa:

$$M = 4/3 \pi R^3 \rho. \quad (1.2)$$

Przy $R = K$, $e^\lambda = \infty$, czyli znajdujemy ograniczenie na promień i masę układu o danej, stałej gęstości:

$$R < K = (3c^2/8\pi G \rho)^{1/2} \quad (1.3)$$

$$M < M_s = \left(\frac{4\pi}{3}\right) \left(\frac{3c^2}{8\pi G \rho}\right)^{3/2} = \frac{4\pi}{3} K^3 \quad (1.4)$$

(1.3) i (1.4) interpretuje się na ogół w ten sposób, że nie można umieścić w ograniczonym obszarze dowolnie dużej masy. Należy jednak odróżnić masę M układu związanego przez siły grawitacyjne (field producing mass) i masę spoczynkową M^* układu rozproszonego w nieskończoności, nieoddziałującego grawitacyjnie.

$$M = \iiint (T_4^4 - T_1^1 - T_2^2 - T_3^3) \sqrt{-g} d^{(3)}x, \quad (1.5)$$

co w przypadku cieczy nieściśliwej daje (1.2).

„Prawdziwa“ (niezmiennicza) objętość kuli nie jest dana przez $4/3 \pi R^3$, ale w wypadku cieczy nieściśliwej przez wyrażenie:

$$\begin{aligned} V &= \iiint (rd\vartheta)(r \sin \vartheta d\varphi)(e^{1/2\lambda} dr) = 4\pi \int_0^R (1 - r^2/K^2)^{1/2} r^2 dr = \\ &= 2\pi K^3 \left[\arcsin \left(\frac{R}{K} \right) - \frac{R}{K} \left(1 - \frac{R^2}{K^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Jeżeli teraz założymy, że gęstość masy jest dana przez liczbę nukleonów (w idealnym przypadku cieczy nieściśliwej może to być założone), to:

$$M^* = V \rho = 2\pi K^3 \rho [\arcsin(R/K) - R/K(1 - R^2/K^2)^{1/2}]. \quad (1.7)$$

Przyjmijmy teraz, że mamy kulę cieczy nieściśliwej o $M < M_s$ i $R < K$ oraz, że z nieskończoności spadają na nią swobodne cząstki. Wówczas cząstka o masie mc^2 osiąga na powierzchni kuli masę (jest to wkład cząstki do masy całkowitej układu):

$$m_w = mc^2 \sqrt{-g_{44}(R)} = mc^2 e^{\frac{\nu(R)}{2}}. \quad (1.8)$$

W wypadku wewnętrznego rozwiązania Schwarzschilda:

$$e^{\frac{\nu(r)}{2}} = \begin{cases} 3/2(1 - R^2/K^2)^{1/2} - 1/2(1 - r^2/K^2)^{1/2} & r < R \\ (1 - R^2/K^2) & r = R \\ \left(1 - \frac{R^3}{K^2 r}\right)^{1/2} & r > R \end{cases} \quad (1.9)$$

Z (1.8) i (1.9) widać, że ze wzrostem R (albo też M) wkład masy spadającej cząstki jest coraz mniejszy, aż do momentu, gdy $R = K$, kiedy cząstka nie daje żadnego wkładu. Można postawić pytanie, czy powyższą sytuację da się opisać w ten sposób: M^* można zwiększyć nieograniczenie, a $M \rightarrow M_s$ tylko asymptotycznie, gdy $M^* \rightarrow \infty$? Odpowiedź jest negatywna!

Z (1.7) wynika, że:

$$M^* < M_s \{3/2 [\arcsin(R/K) - R/K(1 - R^2/K^2)^{1/2}]\}_{R=K} = \frac{3\pi}{4} M_s = 2,3562 M_s \quad (1.10)$$

oraz, że (zgodnie z (1.8)):

$$\frac{dM}{dM^*} = [1 - R^2/K^2]^{1/2} = e^{\frac{v(R)}{2}} = \left[1 - \left(\frac{M}{M_s}\right)^{2/3}\right]^{1/2}. \quad (1.11)$$

Jednakże sytuacja, w której $e^{\frac{v(R)}{2}} = 0$, nie jest osiągnięta! Z (1.9) widać, że gdy $R^2 = (8/9)K^2$, $e^{v(r=0)} = 0$. Jest to punkt krytyczny. Wytworzona osobliwość ma charakter niezmienniczy.

$$M_{\text{kryt}} = (8/9)^{3/7} M_s = 0,8392 M_s, \quad (1.12)$$

$$\frac{dM}{dM^*} = 1/3 = e^{1/2 v(R)}, \quad (1.13)$$

$$M^*_{\text{kryt}} = 1,3750 M_{\text{kryt}}. \quad (1.14)$$

Tak więc do zbudowania kuli cieczy nieściśliwej o danym promieniu i masie można użyć jedynie ograniczonej ilości materii (masa i promień muszą oczywiście tworzyć konfigurację dopuszczalną).

2. Kryterium Buchdahla

W rozdziale IV otrzymano szereg krzywych $M(\rho_c)$, $R(\rho_c)$, a więc i $M(R)$. Wobec tego można było ściśle powiedzieć, jakie wartości M i R (przy danym równaniu stanu) mogą dawać układ znajdujący się w równowadze hydrostatycznej.

Buchdahl podał pewne ogólne, niezależne od równania stanu, kryterium na to, by dane M i R mogły tworzyć konfigurację hydrostatyczną. Jest to warunek konieczny. Poprzednio zostało pokazane, że warunkiem koniecznym istnienia dla cieczy nieściśliwej stanu równowagi statycznej jest:

$$\Delta = 1 - \frac{2GM}{Rc^2} \geq 1/9 \quad (2.1)$$

lub

$$\frac{2GM}{Rc^2} \geq 8/9 \quad (2.2)$$

i naczej

$$R_{\text{kryt}} \geq 9/8 \frac{2GM}{c^2} = 9/8 R_s. \quad (2.3)$$

Buchdahl pokazał, że warunki (2.1)—(2.3) muszą być spełnione przez każdą konfigurację, w której gęstość nie maleje z promieniem:

$$\frac{d\rho(r)}{dr} \leq 0.$$

Gdy zaś zażąda się, by $T_r(T_{ab}) \geq 0$, to otrzymujemy warunek:

$$\Delta \geq 1/9 \left(1 + \frac{2\delta}{\sigma+1}\right)^2, \quad (2.4)$$

gdzie

$$\sigma^{-1} = \frac{\rho c^2}{3p}, \quad \delta = \frac{\rho(R)}{\rho_c}.$$

Gdy $\sigma = 1$, to:

$$\Delta \geq 1/9(1 + \delta)^2 \quad (2.5)$$

σ wyraża odstępstwo od newtonowskiej teorii grawitacji, co widać z porównania dwu wzorów:

ogólna teoria względności:

$$\frac{dP}{dr} + 1/2(p + \rho c^2) \frac{dv}{dr} = 0 \quad (\text{jest to jedno z równań pola}), \quad (2.6)$$

teoria newtonowska:

$$\frac{dP}{dr} + \rho \frac{d\Phi}{dr} = 0 \quad \text{— potencjał grawitacyjny}. \quad (2.7)$$

Gdy $\sigma \rightarrow 0$, to klasa układów spełniających (2.4) jest pusta, bo $\Delta \rightarrow 1$. Promień krytyczny może być wyrażony w sposób niezmienny:

$$\bar{R}_{\text{kryt}} = \int_0^{R_{\text{kryt}}} e^{\lambda/2} dr \quad (2.8)$$

i zamiast (2.1)—(2.3) możemy napisać $M \leq 0,3404 \bar{R}$.

3. Stabilność sferyczno-symetrycznych układów znajdujących się w równowadze hydrostatycznej i opisywanych przez ogólną teorię względności

Wyprowadzone na podstawie newtonowskiej teorii grawitacji równania równowagi hydrostatycznej, warunek konieczny stabilności i warunek konieczny i wystarczający niestabilności nie mogą być zastosowane tam, gdzie stosuje się ogólną teorię względności. Chandrasekhar znalazł warunek wystarczający niestabilności w *OTW*, z którego widać, że efekty relatywistyczne

wpływają w istotny sposób na kryterium stabilności, bowiem okazuje się, że przy *każdej skończonej* wartości γ będą występowały dynamiczne niestabilności, gdy dana masa zostanie adiabatycznie sprężona do pewnego promienia R_c i $R_c > R_{\text{kryt}} = 9/8 R_s$.

Rachunki Chandrasekhara są matematycznie ścisłe, zostały przeprowadzone metodą Lagrange'a przy pomocy zasady wariacyjnej związanej z tzw. „równaniem pulsacji“, czyli równaniem na fazę zaburzeń. Rachunki te są dość skomplikowane, tak że przedstawię tu jedynie ich wyniki.

Jeżeli efekty OTW potraktujemy jako efekty pierwszego rzędu (przybliżenie „postnewtonowskie“), to okazuje się, że niestabilności dynamiczne będą występować, gdy:

$$\gamma_c = C \frac{\rho_c}{\rho_c c^2} + 4/3 = 1/3 c\sigma + 4/3. \quad (3.1)$$

Dla danego γ niestabilności będą występowały, gdy dana masa będzie sprężona do promienia:

$$R_c = \frac{K}{\gamma - 4/3} \cdot \frac{26M}{c^2} \quad (3.2)$$

C i K są stałymi, zależnymi w zasadzie od rozkładu gęstości w konfiguracji.

Dla kul politropowych o indeksie $n = 3$ te wyniki asymptotyczne są bardzo dokładne. Dla białych karłów (Chandrasekhar i Tooper [39]) okazuje się, że konfiguracje są niestabilne przed osiągnięciem masy maksymalnej przy gęstościach $6 \cdot 10^8 \text{ g/cm}^3$.

W sposób niezbyt ścisły, ale poglądowy [20] można pokazać, że przejście przez maksimum krzywej $M(\rho_c)$ (w kierunku rosnących ρ_c) związane jest z przejściem od konfiguracji stabilnych do niestabilnych.

Jak było wspomniane wyżej, energia, jaką osiąga cząstka o energii równej w nieskończoności mc^2 , spadając swobodnie w polu grawitacyjnym do promienia r :

$$m_w = mc^2 e^{\frac{\nu(r)}{2}}. \quad (3.3)$$

Jeżeli cząstka spada na gwiazdę chłodną, w której cząstki mają potencjał chemiczny $\mu(r)$, to różnica $m_w - \mu(r)$ zostanie wypromieniowana (np. przy pomocy kwantów γ). Energia, jaką kwant γ przyniesie ze sobą do nieskończoności (uwzględniając przesunięcie ku czerwieni):

$$\Delta E = (m_w - \mu) e^{\nu/2}. \quad (3.4)$$

Z drugiej strony, równanie równowagi termodynamicznej w chłodnej gwiazdzie ma postać:

$$\mu(r) \sqrt{-g_{44}} = \text{const}$$

więc

$$\mu(r) e^{\nu(r)/2} = \text{const}. \quad (3.5)$$

Z (3.3)—(3.5) otrzymujemy:

$$\frac{dM}{dN} = me^{r(R)/2} = \text{const} \quad (3.6)$$

(N oznacza tutaj całkowitą liczbę cząstek).

Z (3.6) i z tego, że $e^{r/2} < 1$ wynika:

$$\frac{dM}{dN} < m. \quad (3.7)$$

Rozpatrzmy odcinek krzywej $M(\varrho_c)$ w otoczeniu maksimum. Z (3.7) widać, że $M(\varrho_c)$ i $N(\varrho_c)$ mają maksimum w tym samym punkcie $\varrho_c = \varrho_c^{\text{kryt}}$, wobec czego z lewej i prawej strony od ϱ_c^{kryt} można wybrać dwa różne modele stacjonarne z różnymi ϱ_{c1} i ϱ_{c2} i jednakowymi N . Można więc napisać:

$$\varrho_2^c(r) = \varrho_1^c(r) + \delta\varrho. \quad (3.8)$$

Dla małych zaburzeń

$$\delta\varrho = \varrho(r) e^{i\omega t}. \quad (3.9)$$

Jeśli $\delta\varrho$ przeprowadza ze stanu stacjonarnego w stan stacjonarny, to nie powinno ono zależeć od czasu, czyli $\omega = 0$. Tak więc w maksimum $M(\varrho_c)$ zachodzi

$$\omega = \omega^2 = 0. \quad (3.10)$$

Przypadek z $\omega^2 = 0$ leży na granicy między $\omega^2 < 0$ i $\omega^2 > 0$. Pierwszy przypadek odpowiada stabilności, drugi niestabilności. Wobec tego przejście przez maksimum $M(\varrho_c)$ odpowiada przejściu od konfiguracji stabilnych do niestabilnych. Tak więc kryterium stabilności $\frac{dM}{d\varrho_c} > 0$ da się w przybliżeniu zastosować także i w wypadku relatywistycznym (dla małych zaburzeń).

4. Ujemne „energje wiązania“

W pracach na temat natury radiogwiazd i silnych radioźródeł często opiera się rozważania o stabilności hipotetycznych modeli na pojęciu „energji wiązania“ układu [37]. Ujemne „energje wiązania“ mają świadczyć o niestabilności układu. We wspomnianych pracach przeprowadzone są pewne szacujące rachunki oparte na dyskusji zachowania się układów w stanach o ujemnej energii wiązania. (Autorzy tych prac nie znali pracy Chandrasekhara, w której zawarte jest kryterium niestabilności). Wyniki tych prac zostaną krótko omówione później, a obecnie przedyskutujemy problem ujemnych energii wiązania.

Całkowita energia układu:

$$E = Mc^2 = 4\pi \int_0^R \varrho c^2 r^2 dr \quad (4.1)$$

M — „field producing mass“.

Energia własna

$$E_0 = 4\pi \int_0^R \rho c^2 e^{\lambda/2} r^2 dr, \quad E_0 \neq M^* c^2. \quad (4.2)$$

Grawitacyjna energia potencjalna Ω jest zdefiniowana jako:

$$\Omega = E - E_0. \quad (4.3)$$

Ponieważ $e^{\lambda/2} \geq 1$, w ogólności $E_0 \geq E$ i $\Omega \leq 0$. Jeżeli teraz

$$E_{0g} = M_{0g} c^2 = 4\pi \int_0^R \rho_g c^2 e^{\lambda/2} r^2 dr, \quad (4.4)$$

gdzie $M_{0g} \approx Nm$, ρ_g — gęstość gazu, wtedy energia wiązania jest zdefiniowana jako

$$B \cdot E = E_{0g} - E \quad (4.5)$$

czyli inaczej

$$B \cdot E = 4\pi \int_0^R (\rho_g e^{\lambda/2} - \rho) r^2 c^2 dr \quad (4.6)$$

$\rho_g < \rho$, ale $e^{\lambda/2} > 1$, wobec czego dla wyznaczenia znaku $B \cdot E$ należy rozwiązać konkretny problem.

W podanym poprzednio modelu hiperonowej gwiazdy Saakiana-Wartaniana występują ujemne energie wiązania. Jeżeli wykreśli się zależność $M(N)$, z parametrem ρ_c , to okazuje się, że przy $\rho_{kryt} = 4,3 \cdot 10^{15}$ g/cm³ krzywa ta zawraca, tak że w obszarze liczby cząstek od $N = 1,3 \cdot 10^{57}$ do $N = 2,2 \cdot 10^{57}$ każdej wartości N odpowiadają dwie wartości masy (rys. 2). Po przejściu punktu zwrotnego nadal jest $\frac{dM}{dN} < m$, ale $Nm > M$, czyli z (4.6) widać, że $B \cdot E < 0$.

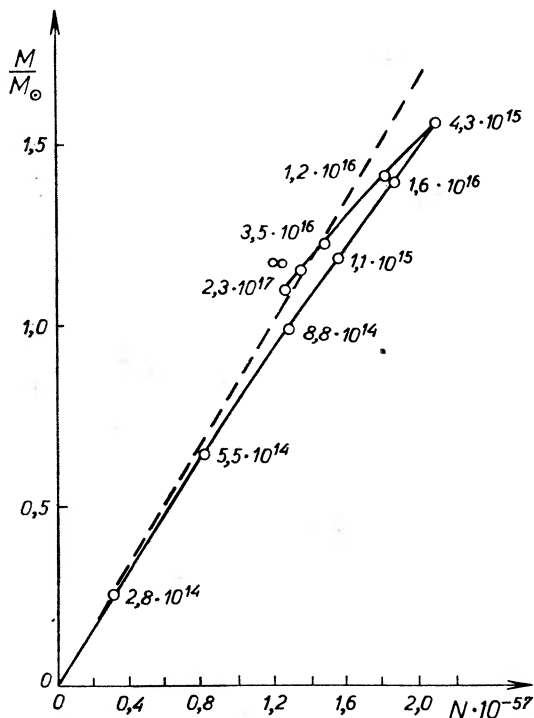
Wiadomo skądinąd, że po przejściu ρ_{kryt} konfiguracje są niestabilne, co prowadzi do tego, że w powyższym przykładzie układy z $B \cdot E < 0$ są niestabilne. Ale czy $B \cdot E < 0$ jest warunkiem wystarczającym niestabilności układu?

W przypadku newtonowskim (ale gdy do energii wewnętrznej układu zalicza się także masę spoczynkową cząstek), jeśli rozpatruje się kulę gazową, to:

$$E_c = U + Nm c^2 + \Omega, \quad (4.7)$$

gdzie U — energia wewnętrzna gazu. Wobec tego

$$B \cdot E = -(U + \Omega) = -E_T \quad (4.8)$$



Rys. 2. Zależność masy gwiazdy barionowej od całkowitej liczby cząstek wg Saakiana i Wartaniana

(zwykle E_T uważa się za całkowitą energię kuli gazowej). Okazuje się, że

$$-E_T = \frac{n-3}{3} \Omega \quad \Omega \leq 0 \quad (4.9)$$

więc

$$B \cdot E = \frac{n-3}{3} \Omega, \quad (4.10)$$

gdzie n — indeks politropy.

Wobec czego dla $n < 3$ $B \cdot E > 0$,

dla $n = 3$ $B \cdot E > 0$,

dla $5 > n > 3$ $B \cdot E < 0$.

Ale $n = 3$ odpowiada (dla kuli gazowej) $\gamma = 1 + 1/4 = 4/3$. Więc, gdy $\gamma > 4/3$ $B \cdot E > 0$ i gdy $B \cdot E > 0$, to $\gamma > 4/3$. Wobec tego $B \cdot E < 0$ istotnie odpowiada konfiguracji niestabilnej.

W wypadku relatywistycznym nie znaleziono jednak ścisłej zależności pomiędzy znakiem energii wiązania a stabilnością [38]. Należy wspomnieć, że ujemne energie wiązania występują w przypadkach, gdy nie używa się OTW. Np. tworzenie par w gorącej gwiazdzie.

VII. Grawitacyjne kurczenie się

1. Uwagi wstępne

Rozwiązanie niestatycznych równań Einsteina napotyka na wielkie trudności rachunkowe i dlatego prace na temat grawitacyjnego kurczenia się są nieliczne i jedynie dwie z nich mają charakter fundamentalny: praca Oppenheimera i Snydera [31] oraz Bondiego [33]. Praca Bondiego nie będzie tu omawiana — ma bardzo „techniczny” charakter i właściwie nie jest doprowadzona do końca. Podane zostały tylko pewne równania, których rozwiązanie nie jest jeszcze znane. Wspomnijmy więc tylko, że równania Bondiego opisują kurczącą się i promieniującą jednocześnie kulę gazową.

2. Rozwiązanie Oppenheimera-Snydera [31, 32]

Rozwiązanie *OS* opisuje zapadającą się kulę, w której ciśnienie równe jest zero, czyli opisuje zapadający się pył. Jest to więc duża idealizacja — przy odpowiednio wielkich gęstościach ciśnienie będzie na tyle duże, że pominięcie go może spowodować powstanie fałszywego obrazu zachodzącego procesu. Zanim przedyskutujemy ten problem, zobaczymy jak wygląda zjawisko kurczenia się pod wpływem działania pola grawitacyjnego, tak jak go opisują Oppenheimer i Snyder.

Według nich, kurczenie się kuli do rozmiarów zerowych odbywa się w skończonym czasie *lokalnym*. Dla gwiazdy o gęstości początkowej $\rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3$ i masie 10^{33} g (są to mniej więcej parametry Słońca) czas spadku wynosi 1 dzień. Daleki obserwator, będący poza zasięgiem działania pola grawitacyjnego oglądać będzie inny obraz. W jego układzie czas „biegnie” inaczej niż czas obserwatora spadającego z materią. Okazuje się, że z nieskończoności nie można zaobserwować całego procesu kurczenia się. Obserwuje się jedynie asymptotyczne dążenie promienia gwiazdy do promienia Schwarzschilda. Czas osiągnięcia tego promienia jest *nieskończony* w układzie dalekim od masy.

Spadająca materia (spada ona z prędkością zbliżoną do prędkości światła) osiąga promień Schwarzschilda w skończonym czasie *lokalnym*. Po tym czasie żadne sygnały nie mogą opuścić gwiazdy, gwiazda odcina się od reszty Wszechświata. Wynika to ze szczególnych własności pola grawitacyjnego: w miarę kurczenia się pole grawitacyjne rośnie, wobec czego oddziaływanie tego pola na cząstki i promieniowanie staje się coraz silniejsze i w końcu próba opuszczenia gwiazdy przez kwant światła, kończy się mniej więcej tak jak próba ręcznego wyrzucenia kamienia z Ziemi poza obszar jej przyciągania. Na tym jednak kończą się ziemskie analogie, gdyż prędkość światła jest prędkością nieprzekraczalną. Tak więc według obserwatora w nieskończoności gwiazda kurczy się coraz wolniej i promieniuje coraz słabiej.

Podkreślmy, że powyższy opis jakościowy jest konsekwencją otrzymanych wyników ilościowych — rozwiązania równań Einsteina. Czy ciśnienie nie zmieni

tego obrazu? Czy nie spowoduje zatrzymania procesu? Jeżeli układ ma masę mniejszą od $1,6 M_{\odot}$, to być może proces kurczenia się zostanie wstrzymany dzięki działaniu sił równoważących działanie pola grawitacyjnego. W innym wypadku jest to niemożliwe — nie istnieje przecież dla takiego układu położenie równowagi! Czy możliwe są przynajmniej oscylacje wokół pewnego krytycznego położenia? Musiałyby to być jednak oscylacje gasnące... i co dalej?

Skurczona, albo inaczej — „skolapsowana“ (od *collapse*) gwiazda nie jest jednak zupełnie odcięta od Wszechświata. Jej pole grawitacyjne jest ciągle obecne. Wobec tego pośrednie stwierdzenie istnienia niewidzialnych mas jest możliwe. Należałoby obliczyć sumę mas gwiazd widzialnych i masę jakiegoś układu zawierającego te gwiazdy (pierwsza z obserwacji astrofizycznych, druga na podstawie dynamiki danego układu), różnica tych mas dałaby nam masę gwiazd skolapsowanych. Niestety, dokładność obserwacji nie pozwala jeszcze na przeprowadzenie tych pasjonujących obliczeń [20, 36].

VIII. Supergwiazdy (*quasi-stellar radio sources*)

1. Uwagi wstępne

Rozwój metod obserwacyjnych radioastronomii pozwolił na stwierdzenie, że duża liczba silnych radioźródeł daje się utożsamiać z obiektami optycznymi o małych rozmiarach. Obiekty te, które promieniują kolosalne ilości energii zostały nazwane supergwiazdami (nazywanie ich „niby-gwiazdami“ wydaje się niezbyt właściwe). Na tych szczególnych i niespotykanych dotąd obiektach skupiła się uwaga wielkiej liczby astrofizyków. Istnieje obecnie obfita literatura na ten temat np. [28, 29, 30, 55, 57, 58]. Istnieje wiele prób stworzenia teorii supergwiazd [34, 35, 36, 37, 40] (w pracy [20] znajduje się obszerna bibliografia). Żadnej z tych prób nie można w zasadzie uznać za udaną. Niektóre z nich, jak [34] i [40] nie wytrzymały krytyki, inne są zbyt słabo opracowane, by można było ocenić ich rzeczywistą wartość. Wobec tego w rozdziale tym omówione zostaną jedynie dane obserwacyjne (tylko dwóch, ale za to typowych i najlepiej zbadanych) supergwiazd.

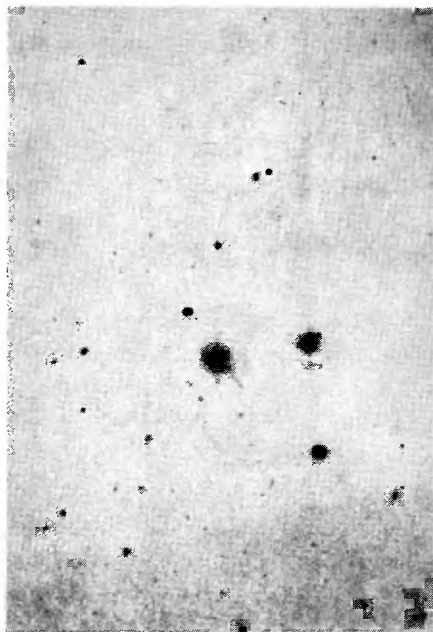
Zaznaczmy przedtem, że obserwacje szykują nam nowe sensacje. W ostatnich miesiącach [58] odkryto tzw. *quasi-stellar galaxies*, czyli „galaktyki niby gwiazdowe“ (?). Przypominają one supergwiazdy pod wieloma względami, ale są radiowo nieczynne. Supergwiazd odkryto ponad trzydzieści, ale galaktyk *QSG* ma być dużo więcej — ich gęstość przestrzenna dorównuje gęstości „zwykłych“ galaktyk i jest 500-krotnie większa od przypuszczalnej gęstości supergwiazd! Dodajmy jeszcze, że spotykane wśród *QSG* przesunięcia ku czerwieni dochodzą do $Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} ; = 5!$ (Największe przesunięcie ku czerwieni

w supergwiazdach ma źródło 3C9: $Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} ; = 2$).

2. Radioźródła 3C48 i 3C273 oraz zidentyfikowane z nimi supergwiazdy [28, 30]

a) Źródło 3C273

Źródło to jest podwójne, składowe jego są oddalone od siebie o $19,5''$. Składowa *A* ma średnicę równą około $4''$, składowa *B* znajduje się o $1''$ na wschód od gwiazdy 13. wielkości i ma średnicę równą około $3''$. Składowa *A* znajduje się o $1''$ od słabego wytrysku (jet). (Zdjęcie na rys. 3). Dla porównania warto podać, że radiogalaktyki mają średnice rzędu dziesiątków minut! [29]. Składowa *A* promieniuje 90% energii radiowej, zaś składowa *B* większość energii widzialnej.



Rys. 3

Widmo emisyjne 3C273 okazuje się być widmem balmerowskim (Schmidt 1963) z dużym przesunięciem ku czerwieni $Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0,158$. Poza tym znaleziono linie Mg II i wzbronione linie O [III]. Część linii widmowych nie została rozpoznana, być może chodzi o linie „zblendowane“, czyli o kilka linii różnego pochodzenia nałożonych na siebie. Zaobserwowano zmiany jasności dochodzące do 0,4 wielkości gwiazdowej na 10 lat, oraz rozbłyski o czasie trwania około miesiąca. Ruch własny jest mniejszy niż $0,001''/\text{rok}$.

b) Źródło 3C48

Radioźródło ma średnicę mniejszą niż $1''$. Jest ono pojedyncze, jedynie wokół niego obserwuje się słabe włókna mgławicowe. $3''$ na północ od centrum

tych włókien obserwuje się gwiazdę około 16. wielkości, leżącą w kwadracie błędu, z jakim mierzy się położenie radioźródła.

Widma emisyjne interpretuje się jako przesunięte ku czerwieni $Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 0,3675$ (Greenstein i Matthews 1964). Zidentyfikowano następujące linie: Mg II, wzbronione Ne [III], Ne [V], O [II], oraz H_γ i bardzo szeroką linię balmerowską H_β . Pewne linie pozostały nierozpoznane.

Wydaje się więc, że atmosfera 3C48 jest gorętsza i rzadsza od atmosfery 3C273, bowiem w widmie 3C48 występują linie Ne [V] niewystępujące w widmie 3C273 (jonizacja wymaga wysokich temperatur, występowanie linii wzbronionych — niskich gęstości).

3. Pochodzenie przesunięcia ku czerwieni

Można rozpatrzeć trzy źródła przesunięcia ku czerwieni:

- (a) dopplerowskie — związane z ruchem własnym gwiazdy,
- (b) grawitacyjne,
- (c) kosmologiczne.

(a) Gdyby przesunięcie ku czerwieni przypisać prędkości gwiazdy, to ze względu na wartość obserwowanego ruchu własnego gwiazda byłaby oddalona o 10 Mpc i jasność absolutną miałaby większą od -16^M . Gwiazda taka byłaby obiektem pozagalaktycznym, a ponieważ nie wiemy jak duża gwiazda może zostać przyspieszona do prędkości relatywistycznych, interpretację (a) odrzucamy.

(b) Jeżeli przesunięcie ku czerwieni jest pochodzenia grawitacyjnego, to:

$$Z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{GM}{Rc^2} = 1,47 \cdot 10^5 \frac{M/M_\odot}{R}, \quad (3.1)$$

a szerokość linii emisyjnych, emitowanych przez warstwę gazu o grubości ΔR jest równa:

$$w = \frac{\Delta R}{R} \Delta\lambda \quad \text{lub} \quad \frac{w}{\lambda_0} = \frac{\Delta R}{R} Z.$$

Tablica II

Tabela ważniejszych parametrów 3C48 i 3C273 przy stosowaniu interpretacji (b)

	3C48	3C273
$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$	0,367	0,158
w (Å)	~30	~50
R (cm)	$4,0 \cdot 10^5 M/M_\odot$	$9,3 \cdot 10^5 M/M_\odot$
$\Delta R/R$	0,016	0,07

Modele przedstawione w rozdziale IV dają wartość przesunięcia ku czerwieni zbliżoną do podanej w tabelicy (np. model Camerona daje $Z = 0,35$).

Jeżeli jednak rozpatrzy się emisję ze zjonizowanego wodoru (H II), to np. dla 3C273 otrzymamy warunek:

$$n_e^2 R^3 \geq 4 \cdot 10^{55} \text{ cm}^{-3}.$$

Jeżeli $M = M_\odot$, to z tabelicy II wynika, że $n = 10^6 \text{ cm}^{-3}$ i $n_e \geq 6 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Jednakże występowanie linii wzbronionych świadczy o tym, że największą dopuszczalną koncentracją jest $n_e = 10^8 \text{ cm}^{-3}$. Dla 3C48, które ma wyższą temperaturę dopuszczalne n_e jest jeszcze mniejsze. Stąd wniosek, że bardzo gęste gwiazdy barionowe nie mogą być utożsamiane z supergwiazdami.

Ze wzoru (3.1) widać, że przesunięcie ku czerwieni wiązać można również z bardzo dużymi masami i promieniami rzędu 10^{12} — 10^{16} cm . Jeżeli jednak supergwiazdy znajdują się w naszej Galaktyce, to efekt ich oddziaływania na Słońce powinien być nie większy niż 10% efektów oddziaływania całej Galaktyki. Stąd warunki:

$$r_{pc} > 8 \cdot 10^6 n_e^{-1/2},$$

$$M/M_\odot > 7 \cdot 10^{15} n_e^{-1}.$$

Dla 3C273 mamy $r_{pc} \geq 2500$ i $M/M_\odot > 7 \cdot 10^8$.

Dla 3C48 mamy $r_{pc} \geq 25000$ i $M/M_\odot > 7 \cdot 10^{10}$.

Tak więc supergwiazdy nie mogą znajdować się w Galaktyce. („Promień“ płaszczyzny Galaktyki równy jest około 9000 pc, ale 3C273 ma „szerokość geograficzną“ równą 60° , a Galaktyka ma kształt spłaszczonego dysku). Poza tym układy o masie około $10^{11} M_\odot$ i promieniu 0,01 pc są niestabilne (patrz rozdział V). Gdyby założyć, że supergwiazdy implodują, niewytłumaczalne byłoby istnienie warstwy gazu o grubości około 10^{-4} pc .

Wobec tego najlepszą wydaje się interpretacja (c).

(c) Przesunięcie ku czerwieni pochodzenia kosmologicznego.

Ponieważ stała Hubble'a wynosi $100 \text{ km} \cdot \text{sek}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, to dla:

$$3C48 \quad r_{pc} = 1100 \text{ Mpc} \quad M = -25^M,$$

$$3C273 \quad r_{pc} = 474 \text{ Mpc} \quad M = -26^M.$$

Tak więc są to najjaśniejsze ze znanych obiektów astronomicznych.

Z widma otrzymać można pewne informacje na temat masy i promienia obszaru H II [30]. Okazuje się, że:

$$\text{dla } 3C48 \text{ przy } n_e = 3 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-3}, \quad R_H = 11 \text{ pc}, \quad M_H = 5 \cdot 10^6 M,$$

$$\text{dla } 3C273 \text{ przy } n_e = 3 \cdot 10^6 \text{ cm}^{-3}, \quad R_H = 1,2 \text{ pc}, \quad M_H = 6 \cdot 10^5 M.$$

4. Rozmiary i wiek 3C48 i 3C273

Maksymalne optyczne rozmiary katowe wynoszą:

1'' dla 3C48 i 0,5'' dla 3C273, co odpowiada średnicom 5 kpc i 1 kpc.

Dla 3C48 odległość obiektu od najdalszego włókna równa jest 50 kpc. Wytrysk 3C273 wyrzucony został na odległość 50 kpc. Tak więc wydarzenia związane z eksplozją i wyrzuceniem pewnej masy miały miejsce przynajmniej $2 \cdot 10^5$ lat temu.

Poszerzenie linii emisyjnych, jeżeli przypisać jego pochodzenie efektom prędkościowym daje odpowiednio: 2000 km/sek i 3000 km/sek. Wobec tego, zakładając, że materia ucieka z małego wewnętrznego regionu, mamy wiek supernowiad:

$$3C48 \text{ — } 2 \cdot 10^6 \text{ lat,}$$

$$3C273 \text{ — } 3 \cdot 10^6 \text{ lat.}$$

Jeżeli jako bardziej realistyczne przyjmie się rozmiary obszaru $H II$, to otrzymamy:

$$3C48 \text{ — } 10^4 \text{ lat,}$$

$$3C273 \text{ — } 10^3 \text{ lat.}$$

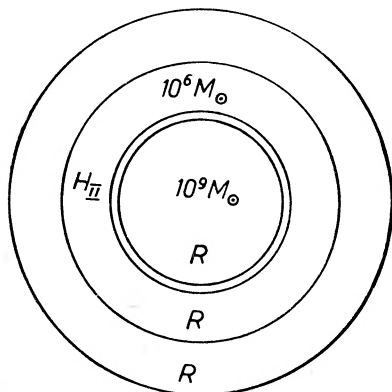
Wtedy, jednak włókna i wytrysk przypisać należy wydarzeniom niezwiązanym z ewolucją supernowiad.

Można jednak przyjąć, że poszerzenie linii spowodowane jest szybkimi zderzeniami szybkich elektronów, a nie ucieczką chmury gazowej. Wtedy musi istnieć w centrum układu masa około $10^9 M_{\odot}$ stabilizująca gaz w obszarze $H II$. Otrzymuje się wtedy wiek równy około 10^6 lat.

5. Wypromieniowana energia

Jeżeli wiek równy jest 10^3 lat, to całkowita wypromieniowana energia jest równa 10^{57} ergów czyli około $5 \cdot 10^2 M_{\odot}$. Tej energii może dostarczyć spalanie $10^5 M_{\odot}$ wodoru. Masa centralna byłaby wtedy równa około $10^6 M_{\odot}$. Wobec tego, że $M_{HII} = \frac{1}{2} 10^6 M_{\odot}$, ucieczka gazu byłaby niepowstrzymana.

Jeżeli wiek równy jest 10^6 lat, to całkowita wypromieniowana energia równa jest 10^{60} ergów. Energii tej dostarczyć może spalanie $10^8 M_{\odot}$ wodoru, lub



Rys. 4. E — obszar emitujący ciągłe widmo optyczne, $R_1 < 1$ pc, $R_2 \approx 1$ pc dla 3C273, $R_2 \approx 10$ pc dla 3C48, R_2 — obszar promieniujący radiowo

implozja grawitacyjna. Wymaga to masy centralnej równej około $10^9 M_{\odot}$. Masa taka może stabilizować obszar $H II$.

Promieniowanie radiowe ma charakter sychrotronowy. Przypuszcza się, że również ciągłe widmo optyczne ma ten sam charakter. Ze względu na występujące szybkie zmiany jasności (szybkie w skali wieku supergwiazdy), rozmiary obszaru promieniującego widmo ciągłe są ograniczone.

Najbardziej zadowalającym modelem wydaje się być, w chwili obecnej, model jak na rys. 4.

Relativistic Astrophysics

Abstract: This paper has the purpose of presenting some of the principal problems of relativistic astrophysics and certain possible methods of solving them.

Section I, after a short introduction, gives a brief description of contemporary views on the evolution of stars from the moment of their origin. Particular attention is paid to the final stage of evolution.

Section II presents the classical theory of white dwarfs and in connection with this some fundamental notions and equations of statistical physics are included. There also is a more detailed presentation of the problems of stability of systems in hydrostatic equilibrium.

In Section III, following a short description of the process known as „neutronization” there is a discussion on the „singularity” of the Schwarzschild metric and the relativistic equations of hydrostatic equilibrium. The Oppenheimer and Volkoff solutions, which describe a star composed of ideal neutron gas, are presented.

Section IV gives the results of trials of a more accurate description of the matter of dense stars. Owing to the more realistic approach to neutron gas (and barions in general) new interesting results have developed which bear influence on the theory of star evolution.

Section V is devoted to the „death” of stars. It contains a description of the process leading to creation of the white dwarf state and also the hypothetical reactions causing a supernova explosion. Finally, this section touches the problem of observation of neutron stars.

Section VI explains the notions of maximum mass and critical mass. A criterion for hydrostatic equilibrium is given for a certain class of equations of state. The last two subsections are concerned with stability and negative energies.

There is a qualitative description of the contraction process in Sections VII. It is based on the quantitative results of Oppenheimer and Snyder. There is also mention of the problem of discovering stars cut off from the Universe.

Section VIII contains a review of observational data concerning superstars and a certain cautious outline of the structure of strange bodies.

Literatura

- [1] R. C. Tolman, *Relativity, Thermodynamics and Cosmology*, str. 239.
- [2] J. R. Oppenheimer, G. M. Volkoff, *Phys. Rev.*, **55**, 374 (1939).
- [3] J. A. Wheeler, w *La structure et l'evolution de l'Univers 11 Conseil de physique Solway Brux.* 1959.
- [4] J. A. Wheeler, roz. 10 w *Relativity and Gravitation*, Chiu and Hoffman, NY 1963.
- [5] L. Landau, E. Lifszyc, *Statističeskaja fizika*, str. 197 i 393, Moskwa 1964.
- [6] H. Y. Chiu, *Ann. Phys. (USA)*, **16**, 321 (1961).
- [7] H. Y. Chiu, *Ann. Phys. (USA)*, **15**, 1 (1961).
- [8] H. Y. Chiu, *Ann. Phys. (USA)*, **26**, 364 (1964).

- [9] S. Chandrasekhar, *An Introduction to the Study of Stellar Structure*, str. 412 i 357, 1939.
- [10] A. Einstein, *Ann. Math.*, **40**, 922 (1939).
- [11] H. Bondi, *Proc. Roy. Soc. A.*, **282**, 303 (1964).
- [12] H. A. Buchdahl, *Phys. Rev.*, **116**, 1027 (1959).
- [13] W. A. Ambarcumian, G. S. Saakian, *Astron. Zh.*, **37**, 2 (1960).
- [14] W. A. Ambarcumian, G. S. Saakian, *Astron. Zh.*, **38**, 5 (1961).
- [15] W. A. Ambarcumian, G. S. Saakian, *Astron. Zh.*, **38**, 1016 (1961).
- [16] G. S. Saakian, J. L. Wartanian, *Sobozszenija Biurakanskoj Observatorii*, **33**, 55 (1963).
- [17] G. S. Saakian, J. L. Wartanian, *Astron. Zh.*, **41**, 193 (1964).
- [18] A. G. W. Cameron, *Ap. J.*, **130**, 883 (1959).
- [19] G. S. Saakian, *Astron. Zh.*, **40**, 82 (1963).
- [20] J. B. Zeldowicz, N. D. Nowikow, *Uspekhi Fiz. Nauk*, **84**, 377 (1964), **86**, 447 (1965).
- [21] S. Chandrasekhar, *Ap. J.*, **140**, 417 (1964).
- [22] L. D. Landau, *Nature*, **141**, 333 (1938).
- [23] A. Eistein, N. Rozen, *Phys. Rev.*, **48**, 73 (1935).
- [24] D. Finkelstein, *Phys. Rev.*, **110**, 965 (1958).
- [25] M. D. Kruskal, *Phys. Rev.*, **119**, 1743 (1960).
- [26] C. Fronsdal, *Phys. Rev.*, **116**, 778 (1959).
- [27] J. M. Souriau, preprint.
- [28] T. A. Matthews, A. R. Sandage, *Ap. J.*, **138**, 30 (1963).
- [29] T. A. Matthews, W. W. Morgan, M. Schmidt, *Ap. J.*, **140**, 35 (1964).
- [30] J. L. Greenstein, M. Schmidt, *Ap. J.*, **140**, 1 (1964).
- [31] J. R. Oppenheimer, H. Snyder, *Phys. Rev.*, **56**, 455 (1939).
- [32] L. D. Landau, E. M. Lifszyc, *Tieoria pola*, str. 344, Moskwa 1962.
- [33] H. Bondi, *Proc. Roy. Soc.*, **281**, 39 (1964).
- [34] F. Hoyle, W. A. Fowler, *Mouthly Not. Roy. Astron. Soc.*, **125**, 69 (1963).
- [35] F. Hoyle, W. A. Fowler, *Nature (London)*, **197**, 533 (1963).
- [36] F. Hoyle, W. A. Fowler, G. R. Burbidge, E. M. Burbidge, *Ap. J.*, **139**, 909 (1964).
- [37] A. W. Fowler, *Rev. Mod. Phys.*, **36**, 545 (1964).
- [38] R. F. Tooper, *Ap. J.*, **140**, 434 (1964).
- [39] S. Chandrasekhar, R. F. Tooper, *Ap. J.*, **139**, 1396 (1964).
- [40] F. C. Michel, *Ap. J.*, **138**, 1097 (1963).
- [41] R. T. Skyrme, *Nuclear Phys.*, **9**, 615 (1959).
- [42] Gomes, Walecka, Weisskopf, *Ann. Phys. (USA)*, **3**, 241 (1958).
- [43] H. Bethe, J. Goldstone, *Proc. Roy. Soc. A.*, **238**, 551 (1957).
- [44] K. A. Brueckner, J. L. Gammel, *Phys. Rev.*, **118**, 1095 (1960).
- [45] K. A. Brueckner, *Rev. Mod. Phys.*, **30**, 561 (1958).
- [46] F. Hoyle, W. A. Fowler, G. R. Burbidge, E. M. Burbidge, *Rev. Mod. Phys.*, **29**, 547 (1957).
- [47] F. Hoyle, *Frontiers of Astronomy*, Mentor Books 1957.
- [48] W. Zoon, *Ewolucja Gwiazd*, PWN Warszawa 1958.
- [49] G. R. Burbidge, *Nuclear Astrophysics*, *Ann. Rev. Nuclear Sci.*, **12**, 507 (1962).
- [50] R. Stothers, *Ap. J.*, **138**, 1085 (1963).
- [51] A. B. Underhill, *Stellar Atmospheres*, str. 411, 1960.
- [52] C. W. Allen, *Astrophysical Quantities*, London 1955.
- [53] D. C. Morton, *Ap. J.*, **140**, 460 (1964).
- [54] E. M. Burbidge, G. R. Burbidge, W. A. Fowler, F. Hoyle, *Rev. Mod. Phys.*, **29**, 547 (1957).
- [55] P. Maltby, T. A. Matthews, A. T. Moffet, *Ap. J.*, **137**, 153 (1963).
- [56] H. Friedman et al., *Science*, **147**, 3656 (1965).
- [57] B. Anderson, W. Donaldson, H. Palmer, B. Rawson, *Nature*, **205**, 375 (1965).
- [58] A. Sandage, *Ap. J.*, **141**, 1560 (1965).

Józef Wojas

Katedra Fizyki Ogólnej „C”
Politechniki Warszawskiej

Przegląd własności fizycznych niektórych nowych półprzewodników z grup II—VI i IV

Związki grupy II—VI

Znacznie później niż związkami grupy III i V zaczęto interesować się związkami grupy II i VI. Należy tu wymienić głównie CdS, CdTe, CdSe, HgSe i HgTe.

Niektóre z nich wykazują dość znaczną fotoczułość i mogą mieć zastosowanie do produkcji fotooporów i fotokomórek. Fotoelektryczne własności związków kadmu opisała w swej monografii Arseniewa-Geil [1].

Ostatnio na warsztat prac badawczych weszły trójskładnikowe układy grupy II i VI, np. HgSeTe i CdHgTe, z którymi wiąże się duże nadzieje, że będą mogły znaleźć zastosowanie w produkcji halotronów i być użyte do innych celów. Szczególnie interesujący jest związek o składzie $\text{Cd}_{0,1}\text{Hg}_{0,9}\text{Te}$. Wartość ruchliwości nośników tego materiału przewyższa wartość ruchliwości InSb [2].

W niniejszym rozdziale zostaną omówione związki HgSe i HgTe ze względu na ich specjalnie ciekawe własności, a także możliwości zastosowania w technice. Obecnie już produkuje się w Polsce halotrony naparowywane z HgTe [3], a prowadzone są również badania nad użyciem tego związku do konstrukcji lasera półprzewodnikowego.

Tellurek i selenek rtęciowy

Przy otrzymywaniu HgSe i HgTe stosuje się najczęściej metodę syntezy związków z cieczy o stechiometrycznym składzie, w piecu o dwu strefach grzejnych. Jedną z trudności stanowi uzyskanie wysokiej czystości produktów wyjściowych. W przypadku Se spostrzegano obecność: Fe, Pb, SiO_2 , Cu i Te. Zawartość tego ostatniego jest od 0,02% do 0,04%. Oczyszczanie metodą kilkakrotnej destylacji w próżni usuwało wszystkie zanieczyszczenia oprócz Cu i Te. Również próby oczyszczenia Se przez topienie strefowe są mało efek-

tywne [4]. Jedyne w Japonii uzyskano metodą krystalizacji postępującej, przy wibracji strefy stopionej, produkt o czystości 99,998% [5]. Co do innych krajów brak informacji, aby metodą topienia strefowego uzyskano Se czystszy niż 99,98%. Głównymi nieusuwalnymi zanieczyszczeniami są: Te, Cu i Hg. Do syntezy HgTe stosuje się Hg kilkakrotnie destylowaną w próżni i Te również destylowany lub oczyszczany przez topienie strefowe co, jak wykazały ostatnie badania, daje dobre efekty dla tego pierwiastka. Po oczyszczeniu znajdują się w Te ślady: Pb, Si, Sn, Cu i Mg. Zawartość Se jest rzędu $10^{-3}\%$.

Syntezę HgTe przeprowadza się podobnie jak HgSe przez stopienie wziętych w stosunku stechiometrycznym pierwiastków składowych. Dla obu związków z procesem tym związane są pewne trudności techniczne, polegające na dobru odpowiednich warunków topienia i krystalizacji pierwiastków wyjściowych. Jedną z trudności jest spowodowana dużą różnicą prężności par obu składników. W temperaturach bliskich temperaturom topnienia Te i Se prężność pary Hg wynosi ponad 20 atm. Powoduje to częste rozrywanie się ampuł kwarcowych, poza tym tak duża różnica prężności stwarza możliwości wchodzenia w reakcję tylko części stechiometrycznie odmierzonej Hg, co daje z kolei defekty w strukturze. Z powodu zarówno niedoskonałej jeszcze technologii, jak i niedoskonałej czystości produktów wyjściowych, poszczególne próbki, nawet pochodzące z tego samego wytopu (wlewka), mogą się różnić swymi własnościami. Jest możliwe, że w tych niedoskonałościach leży jedna z głównych przyczyn znacznych rozbieżności danych, dotyczących własności HgTe i HgSe, podawanych przez różnych badaczy. Rozbieżności te występują nawet w określeniu punktu topnienia tych związków. Temperatura topnienia dla HgTe podawana jest w zakresie od 600°C [6] do 670°C [7]. Temperatura sublimacji wynosi ca 350°C . Dla HgSe podawany rozrzut temperatur topnienia jest jeszcze większy: od 627°C [8] do 793°C [9]. Temperatura sublimacji HgSe wynosi 227°C . Pierwszymi badaczami tych własności elektrycznych HgSe byli Blum i Regel [8], którzy dokonywali pomiarów na otrzymanych przez siebie próbkach HgSe. Do syntezy próbek dawali Hg destylowaną w próżni i Se dwu rodzajów: techniczny oraz czysty bez określenia stopnia czystości. Autorzy podają, że próbki z zawartością Se technicznego były bardziej kruche i porowate, niż z Se czystym, oraz że analiza wykazała nadmiar Se w stosunku do składu stechiometrycznego od 1,34 do 3,18% wagowych. Dla zbadania wpływu nadmiaru Se na własności związku, autorzy wykonali dwa rodzaje próbek o zawartości Se do 30%. Jedne próbki wykonano przez topienie HgSe z odpowiednim nadmiarem Se, a drugie przez sprasowanie sproszkowanego HgSe z odpowiednią ilością bezpostaciowego lub krystalicznego Se w postaci proszku. Na otrzymanych próbkach zmierzono wartości przewodności elektrycznej i stałej Halla.

W wyniku pomiarów autorzy określili koncentracje nośników prądu w zależności od zawartości dodatkowego Se jako 10^{19} — 10^{18} cm^{-3} . Koncentracja elektronów w próbkach o różnym składzie praktycznie nie zależy od temperatury w przedziale od -180 do $+200^{\circ}\text{C}$; można nawet przyjąć, że aż do

temperatury topnienia zmienia się ona nieznacznie. Autorzy zauważyli dość wysoką ruchliwość elektronów, dochodzącą do $7000 \text{ cm}^2/\text{V sek}$, która praktycznie nie zależy od dodatkowej zawartości Se. Następnie Nikolskaja i Regel badali tworzenie się roztworów stałych w systemie HgTe—HgSe [10], [11], które uzyskiwali przez bezpośrednie stapianie obu związków.

Możliwość występowania roztworów stałych wykazują zbliżone wartości stałych siatki (dla HgTe — $6,43 \text{ \AA}$, dla HgSe — $6,074 \text{ \AA}$). Badania rentgenograficzne potwierdziły występowanie roztworów stałych o nieograniczonej rozpuszczalności między HgTe i HgSe. Stwierdzono, iż maksymalną ruchliwość obserwuje się w próbkach „pół na pół“, tj. zawierających 40—60% HgSe. Ruchliwość ta w temperaturze 77°K wynosi $14200 \text{ cm}^2/\text{Vsek}$, dla czystego zaś HgTe ruchliwość dochodzi do $11800 \text{ cm}^2/\text{Vsek}$. Próbki „pół na pół“ mają też najmniejszą wartość przenikalności magnetycznej. Wszystkie próbki zawierające ponad 30% HgSe mają przewodnictwo typu *n*. Podobnie próbki HgTe z użyciem bardzo czystego Te. Próbki HgTe z Te nieczystym miały przewodnictwo typu *p*, na co wpływały zapewne domieszki. Autorzy wnioskują, że w HgTe i w HgSe ruchliwość dziur jest o wiele mniejsza od ruchliwości elektronów. Wysuwają oni sugestię, że związki krystalizujące w strukturze ZnS, do których należą HgTe i HgSe mogą mieć szereg anormalnych własności. Jedną z nich jest właśnie bardzo wysoka ruchliwość elektronów, którą charakteryzuje się także InSb (również struktura ZnS).

Porównanie materiałów o strukturze ZnS pod względem ich przydatności do produkcji hallotronów przeprowadzono w pracy [12]. Stwierdzono, że w próbkach litych InSb ma ruchliwość znacznie większą od pozostałych związków i że w napylnych warstewkach InSb ruchliwość ta spada o 3 rzędy wielkości, podczas gdy w napylnych warstewkach HgSe i HgTe — tylko kilkakrotnie. Tak więc HgSe i HgTe są dobrymi materiałami do zastosowania na halotроны napyłane (wydajność przekaźnika Halla jest proporcjonalna do kwadratu ruchliwości). Własność ta daje możliwość zastosowania ich w technice, oraz jest jedną z przyczyn wzrastającego w ostatnich latach zainteresowania tymi związkami.

Autorzy prac [14, 13] szacują szerokość przerwy energetycznej ΔE dla HgTe jako: 0,01 eV i 0,025 eV. Ruchliwość nośników w czystym HgTe oraz w roztworach stałych typu $\text{HgTe}_{1-x}\text{Se}_x$ ($1 > x > 0$) badali M. Rodot i W. Rodot [13]. Ruchliwość elektronów wynosiła około $12000 \text{ cm}^2/\text{V} \cdot \text{sek}$ przy 20°C i rosła ze spadkiem temperatury. We wszystkich badanych próbkach istniało przewodnictwo elektronowe w zakresie od 200 do 400°K przy koncentracji wolnych elektronów od 5×10^{16} do $3 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Autorzy ci podają, że ich zdaniem w próbkach są dość znaczne defekty sieci ze względu na istnienie podstawionych atomów Se w miejsca atomów Te i na odwrót, lecz że struktura pasmowa i wartości ruchliwości nośników są mało związane z nieregularnościami struktury przestrzennej. Próbki monokrystaliczne i gruboziarniste próbki polikrystaliczne (d ziarna $\sim 3 \text{ mm}$) wykazują na rentenogramach jednofazową budowę krystaliczną o strukturze ZnS. Odnosnie do czystego TgTe i HgSe jest tutaj niewiele informacji.

Dla HgTe: otrzymana przez autorów wartość szerokości przerwy energetycznej $\Delta E = 0,025$ eV; efektywna masa elektronów wynosi $0,030 m_0$; (dane z pomiarów elektrycznych dla materiału o $n = 5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ przy temperaturze 27°C). Stosunek ruchliwości $b = \frac{\mu_e}{\mu_d} \approx 70$.

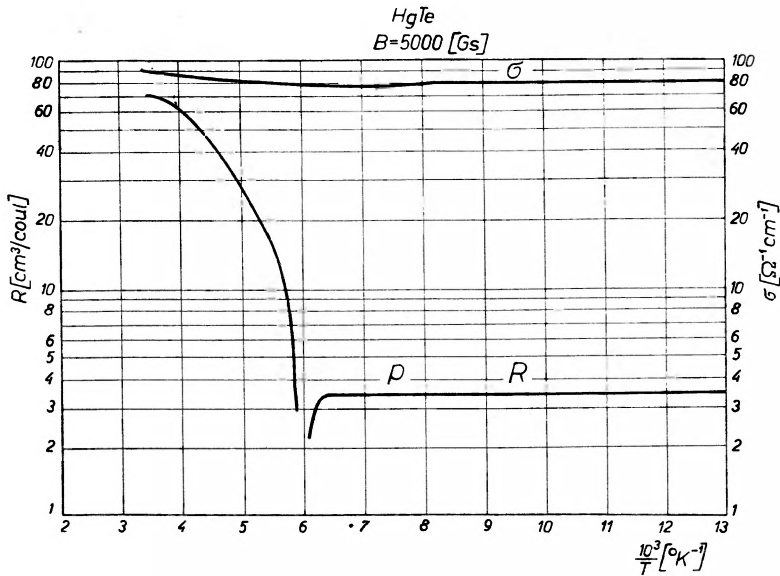
Dla HgSe: $\Delta E = 0,08$ eV; masa efektywna elektronów $0,044 m_0$; (dane z pomiarów elektrycznych dla materiałów o koncentracji elektronów $n = 4 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ przy temperaturze 27°C).

Zarówno Rodotowie, jak i inni badacze sugerują, że struktury pasmowe HgSe i HgTe są podobne. Nie zostało dostatecznie ustalone co bardziej wpływa na typ przewodnictwa i koncentrację nośników w pasmie przewodnictwa: domieszki obcych pierwiastków czy odstępstwa od stechiometrii związku, gdyż sądy różnych autorów są niezupełnie zgodne, a informacje nie wystarczające. Faktem jest, że w temperaturze pokojowej (20°C) HgSe i bardzo czyste HgTe mają przewodnictwo typu n . W HgSe teoretycznie można założyć całkowitą jonizację donorowych domieszek w temperaturze pokojowej, ponieważ (jak wykazują obliczenia) dla elektronów o efektywnych masach tak małych, jak występujące w HgSe, energia jonizacji płytkich donorów jest znikoma przy koncentracjach o wiele mniejszych niż te, które spotykano w badanych próbkach [14]. Przyczyną przewodnictwa typu n w HgSe mogą być nie tylko domieszki, ale również odstępstwa od stechiometrii. Harman i Strauss [14], którzy dość obszernie omawiają kwestię wpływu domieszek na koncentrację nośników w paśmie przewodnictwa, podają na ten temat kilka informacji. Niedomieszkowane próbki HgSe, zbadane wkrótce po ich otrzymaniu, miały przewodnictwo typu n , co zdaniem autorów jest związane z nadmiarem Hg. Minimalna koncentracja donorów w niedomieszkowanych próbkach wynosiła $1 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ i podnosiła się w próbkach z dodatkiem Al. Próby uzyskania HgSe typu p przez wprowadzanie różnych pierwiastków nie dały rezultatu. Typ n obserwowany w HgSe w całym badanym zakresie temperatur jest związany z nie dającym się uniknąć odstępstwem od stechiometrii, bądź z zachodzeniem pasm [14].

W HgTe sprawa wygląda o tyle inaczej, że w temperaturze pokojowej z powodu małej szerokości przerwy energetycznej (od $0,01$ do $0,025$ eV wg zbliżonych danych kilku autorów) zaznacza się już udział przewodnictwa samodzielnego tego związku. Natomiast jeśli chodzi o domieszkowanie, Harman i Strauss podają, że w HgTe można uzyskać tylko poziomy akceptorowe, a nie donorowe, odwrotnie niż w HgSe. Stosunek ruchliwości $\frac{\mu_e}{\mu_d}$ dla HgSe i HgTe przyjmują oni za bliski 100, postulując, iż w obu związkach oraz ich układach stosunki ruchliwości elektronów do dziur są zbliżone i mogą się różnić co najwyżej o 25%.

Rodot i inni [13] przedstawiają nieco odmienny punkt widzenia. Według nich, przewodnictwo typu n w HgSe i układach HgSe—HgTe ma pewien związek z nadmiarem Se. Podają, że próbki bogate w Se są zawsze typu n , a R_{II}

zmienia się bardzo niewiele ze zmianą temperatury. Autor niniejszego opracowania badał R i σ w funkcji temperatury dla domieszkowanych próbek HgTe, stwierdzając przewodnictwo typu p w niskich temperaturach, zaś przewodnictwo mieszane w temperaturze pokojowej. Jedną z krzywych przedstawia rys. 1.



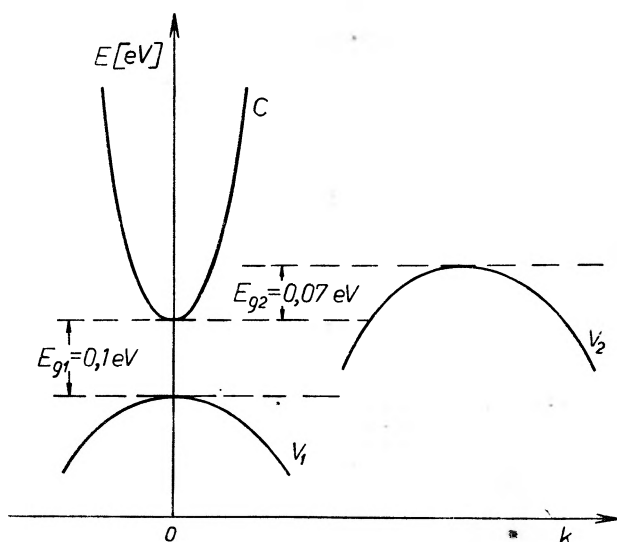
Rys. 1. Zależność R i σ od $\frac{10^3}{T}$ dla próbek HgTe z domieszkami akceptorowymi

Gobrecht i inni [15], którzy badali tylko HgSe stwierdzają, że natrafili jedynie na próbki o przewodnictwie typu n i o koncentracji donorów w zakresie od $3,5 \times 10^{17}$ do $1,5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$. Są oni zdania, że nadmiar Hg w stosunku do składu stechiometrycznego wprowadza donory. Koncentracja donorów po wygrzaniu w próżni próbek, które miały $n = 5 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ spadła do najniższej wartości, tj. do $3,5 \times 10^{17} \text{ cm}^{-3}$. Wpływało na to zapewne wyparowanie składnika znajdującego się w nadmiarze. Dodawanie Ag, Bi i Sn wpływało w niewielkim stopniu na zwiększenie koncentracji w pasmie przewodnictwa. Wyciągając pewne ogólne wnioski z tych informacji można by stwierdzić, iż wpływ zanieczyszczeń (nieczystość produktów wyjściowych, wprowadzone obce pierwiastki) na tworzenie się poziomów domieszkowych w HgSe jest mniejszy niż wpływ niestechiometrii pierwiastków składowych.

Nie wszystkie publikacje podają jakieś dane, czy też sugestie co do struktury pasmowej HgSe, a odnośnie do HgTe (poza pracami Rodot i innych), nie ma na ten temat prawie żadnych informacji. Ze względu na małą wartość przerwy energetycznej ΔE , w tych materiałach można spodziewać się nieparabolicznej struktury pasma przewodnictwa. Niektórzy autorzy przypuszczają, iż nie można wyjaśnić wszystkich zaobserwowanych zjawisk na gruncie prostego dwupasmowego modelu półprzewodnika. Już duża niezgodność (zestawienie

podane w tabelicy I) w wartościach szerokości strefy wzbronionej otrzymanych przez różnych autorów, może świadczyć o skomplikowanej strukturze pasm energetycznych. Publikacja [15] podaje, że otrzymana w tych samych próbkach HgSe wartość ΔE z pomiarów absorpcji światła niezupełnie zgadza się z wartością ΔE , otrzymaną z pomiarów siły elektromotorycznej generowanej przez światło, przy czym ze wzrostem koncentracji nośników w pasmie przewodnictwa, otrzymane z pomiarów absorpcji ΔE również powiększa się. Fakt ten można wytłumaczyć przy założeniu, że w temperaturze pokojowej elektrony domieszek znajdują się w pasmie przewodnictwa, wypełniając je na pewną wysokość. Im wyższa koncentracja nośników, tym wyższe wypełnienie pasma przewodnictwa. Gdy elektrony pobudzone światłem przechodzą do pasma przewodnictwa, muszą one przekraczać coraz wyższą (pozornie) przerwę pasmową. Harman i Strauss cytują również fakt przesuwania się krawędzi absorpcji w stronę wyższych energii ze wzrostem koncentracji wolnych elektronów w HgSe i układach HgSe_{0,5}Te_{0,5}.

Według [14] obliczenia szeregu parametrów dla HgSe, oparte na konwencjonalnym modelu półprzewodnika (z dodatnią przerwą energetyczną pomiędzy pasmem walencyjnym a pasmem przewodnictwa), uchybiają ilościowej zgod-



Rys. 2. Schematyczny wykres przyjętego przez Harmana modelu dla HgSe. E_{g1} — energia przerwy pomiędzy pasmem przewodnictwa C i pasmem walencyjnym V_1 ; E_{g2} — energetyczna wysokość nakładania się pasm: przewodnictwa C i dodatkowego pasma walencyjnego V_2 (daje to ujemną przerwę energetyczną)

ności z eksperymentem, natomiast obliczenia oparte na modelu półmetalicznym (rys. 2) z zachodzącymi pasmami dają ilościową zgodność z danymi eksperymentalnymi. W modelu tym (rys. 2) wolne elektrony są w pasmie przewodnictwa C (podobnie jak w prostym modelu dwupasowym), natomiast wolne dziury są tylko w pasmie walencyjnym V_2 , a nie w pasmie walencyjnym V_1 , jakby

Tablica I

Zestawienie wartości szerokości przerwy energetycznej dla HgSe i HgTe, uzyskanych przez różnych badaczy

Związek	Autor publikacji	Rok	Szerokość przerwy energetycznej ΔE (eV)	Sposób wyznaczenia	Koncentracja n (cm ⁻³)
HgSe	Giriat	1959	0,73		$5 \cdot 10^{17}$
	Žuse	1955	0,12	z danych eksperymentalnych	bardzo czysty
	Rodot Rodot i Triboulet	1963	< 0,08	z pomiarów absorpcji optycznej	$4 \cdot 10^{18}$
	Goodman	1955	0,7	na drodze teoretycznej	
	Gobrecht, Gerhardt i Peinemann	1961	$0,5 + 0,75$	z pomiarów krawędzi absorpcji optycznej	$3,5 \cdot 10^{17} \div 1,5 \cdot 10^{19}$
	Winkler	1955	około 1		
	Harman i Strauss	1963	$\Delta E_1 = 0,1$ $\Delta E_2 = -0,07$	z porównania wielkości doświadczalnych z metodą Kane	$1 \cdot 10^{17}$
HgTe	Giriat	1959	0,45		$5 \cdot 10^{18}$
	Rodot, Rodot i Triboulet	1961	0,025	z pomiarów wielkości elektrycznych	$5 \cdot 10^{17}$
	Harman i Strauss	1961	$0,01 \div 0,02$	z pomiarów $R = f(T)$	
	Rodot, Rodot i Triboulet	1963	- 0,01	z porównania danych doświadczalnych z teoretycznymi	$5 \cdot 10^{17}$
	Wojas	1964	w granicach $+0,01 \div -0,01$	z pomiarów fotoelektrycznych i temperaturowych	$8 \cdot 10^{16} \div 1 \cdot 10^{17}$

to miało miejsce w modelu dwupasmowym. Harman i Strauss zakładają także, że pasmo V_2 jest paraboliczne z kwadratową zależnością energii dziur od wartości wektora falowego. Między pasmem przewodnictwa a pasmem V_1 istnieje niewysoka dodatnia przerwa energetyczna ($\Delta E_1 = 0,1$ eV), drugie zaś pasmo walencyjne nakłada się na pasmo przewodnictwa na wysokość 0,07 eV. To ostatnie obliczyli oni dla próbek o koncentracjach elektronów $n \approx 1 \times 10^{17}$ cm⁻³, a więc najniższych spośród tych, które spotykali w HgSe.

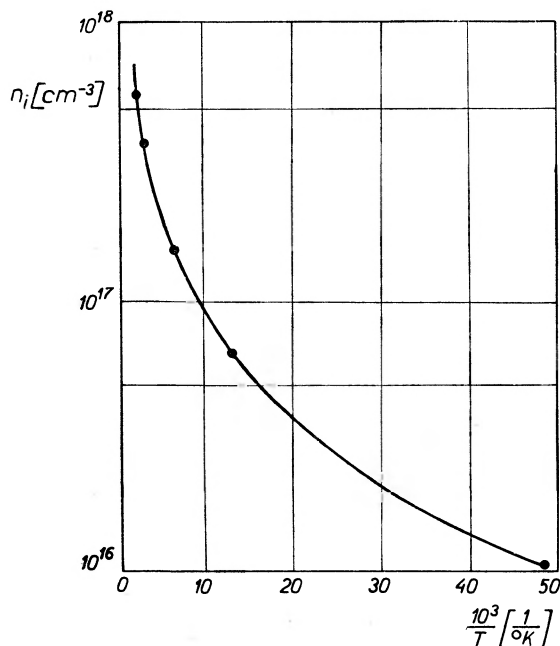
Na podstawie powyższych danych Harman i Strauss nazywają HgSe półmetalem. W literaturze nie znaleziono dokładnej definicji półmetali. Ogólnie można je określić jako substancje o bardzo małej przerwie energetycznej.

Arseniewa-Gejl wskazuje, że półmetale swoimi własnościami fizycznymi różnią się zarówno od metali, jak i od półprzewodników i zajmują miejsce pośrednie między nimi.

Apker i Taft oraz Arseniewa-Gejl rozpatrywali teoretycznie niektóre własności takich półmetali jak: Bi, Sb i As na bazie modelu, według którego elektrony walencyjne rozmieszczone są w tych półmetalach w dwóch lekko zachodzących na siebie strefach energetycznych. Zachodzenie to może dochodzić do 0,1 eV i poziom Fermiego E_F położony jest w tym obszarze.

Poza Harmanem i Straussem nie spotkano w innych publikacjach propozycji modelu z nakładaniem się pasm w HgSe. Zresztą autorzy ci ograniczają się do propozycji tego modelu jako jednej z możliwych ewentualności, zastrzegając się, że rozwinięcie tej teorii musiałoby być poprzedzone szczegółową analizą danych otrzymanych z pomiarów absorpcji.

Jedną z nielicznych prac interpretujących własności elektryczne HgTe jest praca Rodot i inni [16]. Badacze ci w jednej z poprzednich prac stwierdzili, że można dokładnie kontrolować odchylenie od stechiometrii monokrystalicznych próbek HgTe poddając je długotrwałemu wyżarzaniu w stałej temperaturze w parach rtęci. Zmieniając ciśnienie P par dla ustalonej temperatury, otrzymuje się próbki: typu p , jeśli P jest mniejsze od pewnej war-



Rys. 3. Zależność koncentracji nośników samoistnych n_i od temperatury dla czystych próbek HgTe

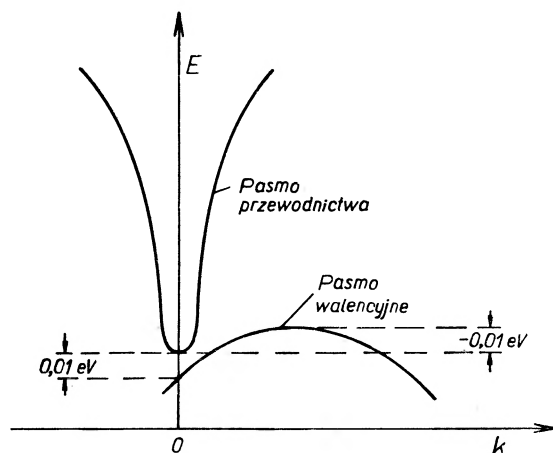
gdzie $N_c = 2 \left(\frac{2m_e k_0 T}{h^2} \right)^{3/2}$, $F_{1/2}$ i $F_{3/2}$ — całki Fermiego, E_c — energetyczny poziom dna pasma przewodnictwa (przyjmując za początek układu poziom Fermiego), E_d — energetyczna odległość między dwoma pasmami w centrum strefy Brillouina. Pasma walencyjne ma krzywiznę znacznie mniejszą niż pasmo przewodnictwa. Wartość m_h w pasmie walencyjnym można obliczyć z następujących zależności:

$$m_h = N_r F_{1/2} \left(\frac{E_r}{k_0 T} \right); \quad \text{gdzie} \quad N_r = 2 \left(\frac{2\pi m_h \cdot k_0 T}{h^2} \right)^{3/2},$$

a E_r jest energetycznym poziomem szczytu pasma walencyjnego.

H. Rodot i inni podają, że do półprzewodników zaliczają substancje o dodatniej wartości $\Delta E = E_c - E_r$, zaś do półmetali ciała o ujemnej wartości ΔE (rys. 4).

Na rys. 4 przedstawili oni rodzinę teoretycznych krzywych $n_i(T)$ w funkcji ΔE , przy $m_n \cdot m_h$ stałym i równym $11 \times 10^{-4} m_0^2$. Porównanie krzywej doświad-



Rys. 5. Nowy model pasmowy HgTe wg M. Rodota

czalnej z krzywą teoretyczną, jak widać, daje dobrą zgodność dla $\Delta E = -0,01$ eV. Minimalne zmiany ΔE prowadzą bowiem do dużych zmian n_i w niskich temperaturach. Pod tym względem szczególnie wyraźnie różnią się półprzewodniki od półmetali. Rodot i współpracownicy wyciągają ze swych badań ogólny wniosek, że dla HgTe ΔE nie może być ani dodatnie ani mniejsze od $-0,03$ eV. Uważają, że najbardziej prawdopodobną wartością ΔE jest $-0,01$ eV. Uważają również, że struktura pasma walencyjnego jest prawdopodobnie jakościowo podobna do struktury tego pasma w innych związkach o sieci blendy cynkowej i proponują schemat pasm pokazany na rys. 5.

Zgodnie z teorią Kane'a i pewną obserwacją Ehrenreicha, masa efektywna elektronów m_n i przerwa energetyczna w centrum strefy Brillouina E_d — są

wzajemnie proporcjonalne dla wszystkich związków o strukturze blendy cynkowej i o izotropowym pasmie przewodnictwa:

$$\frac{m_0}{m_n} \simeq \frac{V}{E_a},$$

gdzie $V = 20$ eV. To prowadziłyby do wartości $m_n = 0,0005 m_0$ i dalej do $m_n = 2 m_0$.

Rodot i inni w wyniku swych badań stwierdzają, że HgTe jest półmetalem i że jego pasma walencyjne i przewodnictwa nakładają się, przy czym najbardziej prawdopodobną, energetyczną wysokością nakładania jest 0,01 eV.

Reasumując: wszyscy autorzy wyżej cytowani zgodnie zaliczają HgTe i HgSe do półmetali lub półprzewodników z małą przerwą energetyczną. Zagadnienie struktury energetycznej takich materiałów (z $\Delta E \rightarrow 0$) nie jest teoretycznie opracowane i autorzy ograniczają się do luźnych sugestii na ten temat, bądź przyjmują do interpretacji strukturę nieparaboliczną typu Kane'a.

Własności fotoelektryczne HgSe i HgTe zbadał autor niniejszego artykułu ([18] i uzyskał stąd również pewne informacje o ich strukturze pasmowej. Niektóre dane fotoelektryczne przemawiają za półmetalicznym charakterem tych związków.

Okazało się, że związki te są fotoelektrycznie mało wydajne i dopiero w głębokim nadfiolecie ($\lambda < 2300 \text{ \AA}$) można uzyskiwać fotoprądy dające możliwość zastosowań technicznych. Wydajniejszy fotoelektrycznie jest HgTe, szczególnie po mechanicznej obróbce powierzchni.

Pierwiastki i związki grupy IV

Do grupy tej należą najdawniej i najbardziej znane półprzewodniki: krzem i german. Jeśli uszeregować wszystkie półprzewodniki tej grupy według szerokości przerw energetycznych, pierwsze miejsce zajmie węgiel w postaci diamentu, który jest dielektrykiem (jego przerwa energetyczna wynosi ca 5,5 eV). Następne miejsca zajmą SiC, krzem, german oraz ich stopy, które również wykazują własności półprzewodzące. Nowym i ciekawym półprzewodnikiem jest SiC.

Węglik krzemu

Związek ten posiada strukturę krystalograficzną podobną do diamentu. Technologia otrzymywania monokryształów jest niełatwa z następujących powodów:

- 1) SiC nie topi się pod normalnym ciśnieniem,
- 2) ma on temperaturę sublimacji ponad 2000°C,
- 3) krystalizuje w odmianach regularnej i heksagonalnej, przy czym nie są dokładnie znane warunki powstawania tych odmian.

Z punktu widzenia zastosowań technicznych jest to związek rokujący duże nadzieje. Ze względu na szeroką przerwę energetyczną (około 2,9 eV) i możli-

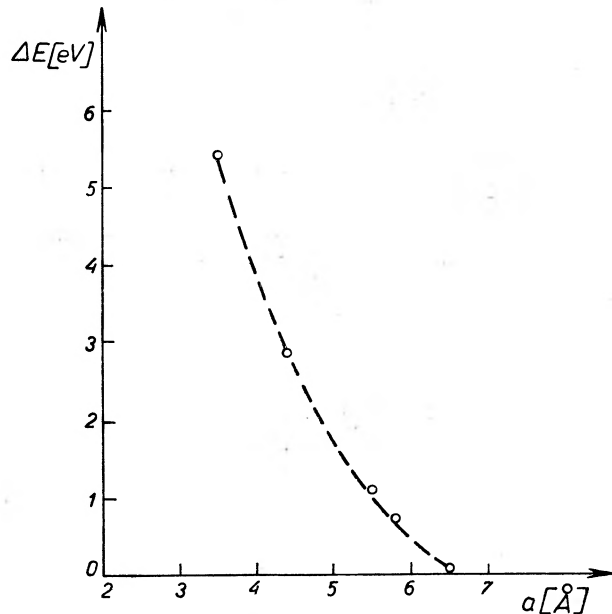
wości otrzymywania obu typów przewodnictwa, może on z powodzeniem służyć w wysokich temperaturach. Główne zastosowania to: fotoopory, ogniwka słoneczne, detektory promieniowania jądowego oraz wysokotemperaturowe diody. Ostatnio SiC został wzięty pod uwagę jako jeden z materiałów do ewentualnej produkcji diodowych laserów półprzewodnikowych [19].

W złączach *p-n* tego związku zaobserwowano promieniowanie rekombinacyjne, a ponieważ zalicza się on do półprzewodników wysokotemperaturowych, byłaby możliwość uniknięcia niewygodnego chłodzenia lasera.

Pod względem własności fizycznych SiC jest mało zbadany. Zauważa się dotychczas znaczną zależność parametrów elektrycznych od modyfikacji strukturalnych i odstępstw od stechiometrii. Na podstawie badań w zakresie odbicia w podczerwieni stwierdzono, że obok wiązań kowalentnych występują w SiC wiązania jonowe, których udział wynosi około 13%. SiC ma dużą twardość mechaniczną i odporność chemiczną, dlatego też bywa używany w przemyśle do produkcji materiałów ściernych.

Szara cyna

Szereg materiałów półprzewodnikowych z grupy IV kończy cyna *a*, także szara cyna. Jest to materiał charakteryzujący się własnościami granicznymi półprzewodników i metali (w literaturze zalicza się ją również do półmetali). Szara cyna jest trwałą odmianą metalu w temperaturze powyżej 13,3°C. Kilka lat temu przezwyciężono trudności krystalizacji [20] i otrzymano kryształy o dużym stopniu doskonałości, zarówno typu *n*, jak i *p*, co realizowane jest przez zmianę domieszek. Ciekawe własności cyny *a* polegają głównie na



Rys. 6. Zależność między szerokością przerwy energetycznej ΔE a stałą sieci krystalicznej a .

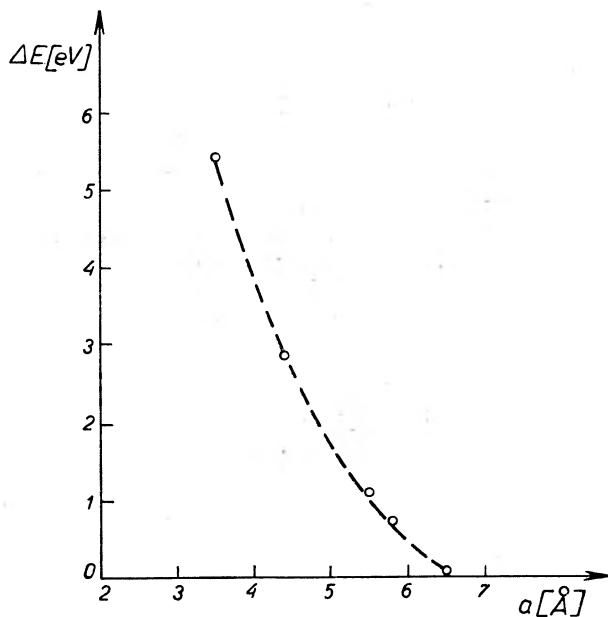
wości otrzymywania obu typów przewodnictwa, może on z powodzeniem pracować w wysokich temperaturach. Główne zastosowania to: fotoopory i fotogniwa słoneczne, detektory promieniowania jądrowego oraz wysokotemperaturowe diody. Ostatnio SiC został wzięty pod uwagę jako jeden z materiałów do ewentualnej produkcji diodowych laserów półprzewodnikowych [19].

W złączach p - n tego związku zaobserwowano promieniowanie rekombinacyjne, a ponieważ zalicza się on do półprzewodników wysokotemperaturowych, byłaby możliwość uniknięcia niewygodnego chłodzenia lasera.

Pod względem własności fizycznych SiC jest mało zbadany. Zauważono dotychczas znaczną zależność parametrów elektrycznych od modyfikacji krystalograficznych i odstępstw od stechiometrii. Na podstawie badań widma odbicia w podczerwieni stwierdzono, że obok wiązań kowalentnych występują w SiC wiązania jonowe, których udział wynosi około 13%. SiC ma dużą twardość mechaniczną i odporność chemiczną, dlatego też bywa używany w przemyśle do produkcji materiałów ściernych.

Szara cyna

Szereg materiałów półprzewodnikowych z grupy IV kończy cyna α , zwana także szarą cyną. Jest to materiał charakteryzujący się własnościami z pogranicza półprzewodników i metali (w literaturze zalicza się ją również do półmetali). Szara cyna jest trwałą odmianą metalu w temperaturze poniżej $13,3^{\circ}\text{C}$. Kilka lat temu przezwyciężono trudności krystalizacji [20] i otrzymano kryształy o dużym stopniu doskonałości, zarówno typu n , jak i p , co reguluje się przez zmianę domieszek. Ciekawe własności cyny α polegają głównie na bardzo



Rys. 6. Zależność między szerokością przerwy energetycznej ΔE a stałą sieci krystalicznej a

małej wartości przerwy pasmowej (termiczna przerwa wynosi około 0,08 eV), wskutek czego materiał ten znajduje się w temperaturze pokojowej w stanie przewodnictwa samoistnego i ma wysoką przewodność około 10^4 [$\Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-3}$].

Przy porównywaniu własności wymienionych półprzewodników grupy IV można zauważyć pewną zależność funkcyjną między szerokością przerwy energetycznej ΔE a stałą sieci krystalicznej a (rys. 6). Istnieje również zależność między ΔE a stałą sprężystości oraz temperaturą topnienia.

W pracy nie są wykorzystane dane z publikacji, które ukazały się w ciągu ostatniego roku.

Autor składa serdeczne podziękowanie Prof. dr S. Szczeniowskiemu za przeczytanie maszynopisu artykułu i cenne uwagi.

Miło mu również podziękować Doc. dr M. Subotowiczowi za rady i wskazówki udzielone w początkowym okresie badań zjawisk fotektrycznych w półprzewodnikach.

Review of the Physical Properties of Some New Semiconductors of the II, VI and VI Groups

Abstract: The paper contains and analyzes information concerning the technology and physical properties of mercury selenide and telluride. Methods of synthesis of compounds and their purification are given. There is a discussion on the physical quantities obtained by various authors and which are linked with the structure of compounds; among other things, they include the lattice constant a , electric conductivity σ , Hall constant R , concentration and mobility of electrons $n\mu$ and type of conductivity. There is a comparison of the values of the forbidden energy gap ΔE and the available information concerning the band structure of these compounds is discussed.

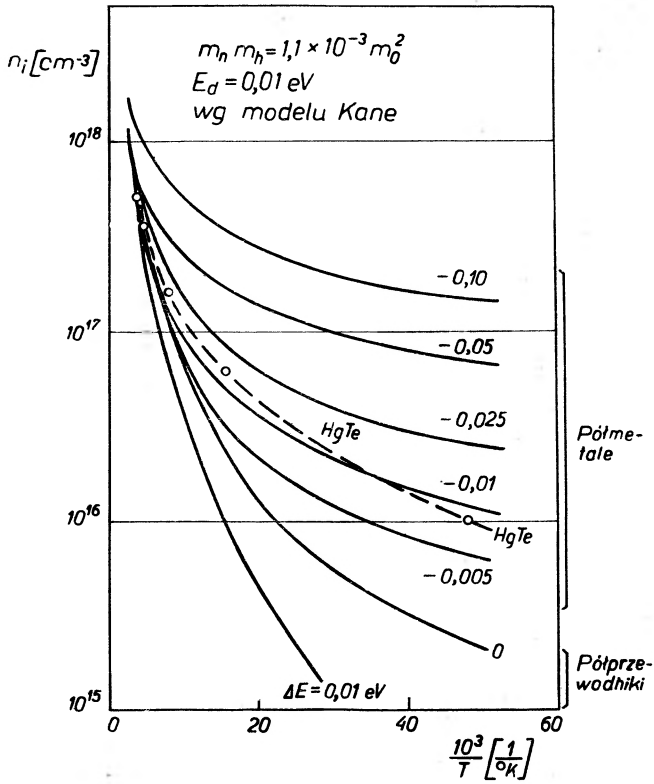
Literatura

- [1] A. N. Arseniewa-Gejl, *Wnieszniij fotoeffekt poluprowodnikow i dielektrikow*, Moskwa 1957.
- [2] A. Kobus, J. Tuszyński, *Halotrony i ich zastosowanie*, W.N.T. Warszawa 1963.
- [3] S. Ignatowicz, *Przegląd Elektroniki* 5, 171 (1964).
- [4] N. B. Pletniewa, *Cwiętn. Metally*, 1, 55 (1961).
- [5] H. Okada, *Chem. Abstr.*, 16, 1359 (1958).
- [6] W. D. Lawson, S. Nielson, A. S. Young, *J. Phys. Chem. Solids*, 9, 325 (1959).
- [7] T. G. Harman, M. I. Logan, H. I. Goering, *J. Phys. Chem. Solids*, 7, 228 (1958).
- [8] A. Blum, A. Regel, *Ż. Tech. Fiz.*, 21, 316 (1951).
- [9] P. B. Usaczew, A. W. Gołubkow, N. S. Wołosatowa, *Ż. Tech. Fiz.*, 21 (1951).
- [10] E. I. Nikolskaja, A. R. Regel, *Ż. Tech. Fiz.*, 25, 1347 (1955).
- [11] E. I. Nikolskaja, A. R. Regel, *Ż. Tech. Fiz.*, 25, 1352 (1955).
- [12] W. Gariat, *Postępy Fizyki*, 10, 149 (1959).
- [13] M. Rodot, H. Rodot, R. Triboulet, *J. Phys. Chem. Solids*, 8, 358 (1959).
- [14] T. Harman, I. Strauss, *J. Appl. Phys. Supl.*, 32, 2265 (1961).
- [15] H. Gobrecht, K. Gerhardt, B. Peinemann, *J. Appl. Phys.*, 32, 2246 (1961).
- [16] H. Rodot, M. Rodot, R. Triboulet, *C. R. Acad. Sci (France)*, 256, 5535 (1963).
- [17] E. O. Kane, *J. Phys. Chem. Solids*, 1, 249 (1957).
- [18] J. Wojas, *Phys. Status Solidi* 11, 407 (1965).
- [19] E. Kierzek, Z. Weydman, *Przegląd Elektroniki*, 6, 59 (1965).
- [20] O. Tufte, A. Ewald, *Bull. Amer. Phys. Soc.*, 2, 3, 128 (1958).

E R R A T A

do artykułu J. Wojasa pt. *Przegląd własności fizycznych niektórych nowych półprzewodników z grup II—VI i IV.*

str. 325 rys. 4 powinien wyglądać:



str. 326 jest Radota, powinno być Rodota

str. 329, trzeci wiersz od góry jest $[\Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-3}]$ powinno być $[\Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}]$

Henryk Szydłowski

Katedra Fizyki Doświadczalnej
Uniwersytetu im. A. Mickiewicza
w Poznaniu

I pracownia fizyczna

1. Zadania I pracowni fizycznej i warunki ich realizacji

Doświadczenie odgrywa bardzo ważną rolę zarówno w rozwoju, jak i w nauczaniu fizyki. Stąd też zachodzi konieczność przekazywania studentom sztuki wykonywania doświadczeń, którą opanować można wyłącznie w laboratoriach. I pracownia fizyczna¹ jest laboratorium, w którym po raz pierwszy studenci wykonują samodzielnie doświadczenia. Laboratorium to musi spełnić następujące zadania:

1) Nauczyć umiejętności wykonywania pomiarów przy pomocy prostych przyrządów fizycznych.

2) Zapoznać z najważniejszymi metodami pomiarowymi stosowanymi w różnych działach fizyki.

3) Nauczyć metod opracowywania wyników, sporządzania wykresów i dyskusji błędów pomiarowych.

I pracownia fizyczna jest równocześnie uzupełnieniem wykładu pt.: „Fizyka doświadczalna“ i stanowi jego doświadczalną podbudowę. Ze względu na ten usługowy charakter, doświadczenia wykonywane w pracowni powinny spełniać następujące warunki:

1) Tematycznie powinny obejmować jak najszerszy zakres wykładanych zagadnień.

2) Ze względu na małą ilość godzin przeznaczonych w programie studiów na pracownię, nie można wykonać dużej liczby doświadczeń. Należy udzielić pierwszeństwa doświadczeniom z działów o fundamentalnym znaczeniu oraz doświadczeniom dotyczącym trudniejszych zjawisk (np. ruch precesyjny, fale elektromagnetyczne itp.).

3) Doświadczenia muszą być tak proste, by student zdążył wykonać je w określonym programem czasie trzech godzin. Nie powinny być jednak zbyt proste, gdyż prowadzi to do lekceważenia zajęć.

4) Należy stosować przyrządy nowoczesne, takie same, jakie znajdują zastosowanie w laboratoriach lub w przemyśle.

5) Każde z doświadczeń powinno dawać pewne wyniki zgodne z rzeczywistą wartością wielkości mierzonej.

¹ W pracy niniejszej słowa: pracownia, ćwiczenia, grupa, doświadczenie, dział stosowane są w następującym znaczeniu: Pracownia — laboratorium o przeznaczeniu dydaktycznym. Ćwiczenia — rodzaj zajęć przewidzianych programem studiów. Grupy (studencka) — zespół studentów uczestniczących równocześnie w ćwiczeniach. Doświadczenie — zadanie doświadczalne wykonywane w pracowni. Dział — pewna liczba doświadczeń łączących się tematycznie i prowadzonych przez jednego asystenta.

Stopień, w jakim zostaną zrealizowane zadania pracowni, zależy od wielu czynników, spośród których najważniejszą rolę odgrywają: dobór tematów doświadczeń i przyrządów, przygotowanie słuchaczy, wymagania prowadzących ćwiczenia i organizacja pracy w czasie zajęć.

Bardzo ważną rolę odgrywa przygotowanie studentów do wykonywanych doświadczeń. Potrzebna jest tu znajomość zagadnienia fizycznego, którą można nazwać przygotowaniem teoretycznym oraz pewne minimum wiadomości o przyrządach i umiejętności praktycznych dających gwarancję, że słuchacz potrafi nauczyć się mierzyć i poprawnie opracować wyniki. Wiadomości teoretyczne słuchacz zdobywa na wykładach oraz przez samodzielne studiowanie podręczników. Nie zachodzi więc konieczność całkowitego „zsynchronizowania” tematów doświadczeń z wykładami. Słuchacz powinien jednakże znać aparat matematyczny potrzebny do zrozumienia zagadnień fizyki. Pracownia nie powinna jednak znacznie wyprzedzać wykładów, gdyż student może napotkać na duże trudności związane z koniecznością szybkiego przyswojenia sobie dużej ilości materiału. Z uwagi na trudności teoretyczne, jak i na konieczność stopniowania trudności eksperymentalnych, wskazane byłoby wykonywanie doświadczeń działami w następującej kolejności: mechanika, ciepło, elektryczność, optyka. W praktyce kolejności takiej nie da się utrzymać.

Bardzo ważną rolę odgrywają wymagania stawiane przez prowadzących zajęcia asystentów. Powinni oni wymagać dobrego przygotowania, a w czasie zajęć muszą uczyć obsługi przyrządów oraz służyć pomocą i radą przy wykonywaniu pomiarów. Po ukończeniu ćwiczeń sprawdzi poprawność wszystkich wyników oraz oceny błędów pomiarowych. Należy wymagać również poprawnego opracowania wykresów i dyskusji błędów pomiarowych każdego doświadczenia. Prowadzący zajęcia może dobrze wywiązać się z tak licznych obowiązków tylko wtedy, jeżeli pod jego opieką pracować będzie nie więcej niż dziesięciu studentów. Dalszym ważnym czynnikiem sprzyjającym realizacji zadań pracowni jest samodzielność studentów podczas ćwiczeń. Samodzielność osiągnąć można tylko wtedy, gdy wykluczy się możliwość wykonywania doświadczeń parami lub w większych grupach. Wyrabianiu samodzielności sprzyja również duża ilość tematów doświadczeń. Zmusza to bowiem do bardziej samodzielnego przygotowania i samodzielnego wykonania doświadczenia.

2. Tematy doświadczeń

Przyjmując za typowy zestaw doświadczeń opisanych w podręcznikach Dryńskiego [1] lub Zawadzkiego [2] musimy stwierdzić, że w pracowniach naszych bardzo słabo reprezentowane są działy takie jak: dynamika bryły sztywnej, ruch drgający, akustyka, przeniesienie ciepła, elektrostatyka, własności magnetyczne materii, fale elektromagnetyczne, własności półprzewodników (w tej dziedzinie sytuację poprawia broszura Więckowskiej [3]).

Należy jeszcze dodać, że doświadczenia opisane w polskich podręcznikach [1], [2] czasem dają priorytet pewnemu działowi, tak na przykład spośród 21 doświadczeń z mechaniki opisanych w podręczniku Dryńskiego, 6 (a więc ponad 25%) dotyczy różnych metod pomiaru gęstości; spośród 13 doświadczeń z ciepła aż 6 (prawie 50%) dotyczy kalorymetrii, wreszcie spośród 17 doświadczeń z optyki 5 (prawie 25%) dotyczą pomiaru współczynnika załamania. W podręczniku Zawadzkiego sytuacja przedstawia się podobnie. Lepiej natomiast pod względem tematycznym dobrany jest zestaw doświadczeń w pracowniach innych krajów, np. na uniwersytetach w Moskwie [4], Newcastle [5] i Cambridge [6]; proporcjonalnie reprezentowane są wszystkie działy za wyjątkiem elektrostatyki, fal elektromagnetycznych i półprzewodników.

Reasumując można powiedzieć, że w pracowniach naszych istnieje zbyt wiele doświadczeń łatwych, które nieraz wykonuje się już w szkole średniej (np. niektóre metody pomiaru gęstości, kalorymetria), natomiast za mało uwagi poświęca się tematom trudnym i doświadczeniom związanym z działami o fundamentalnym znaczeniu.

Zgodnie z inicjatywą prof. dr A. Piekary podjęto próbę unowocześnienia I pracowni fizycznej. Usunięto przyrządy przestarzałe (np. busole styčných) i zbyt proste doświadczenia

(np. pomiary suwmiarką, śruba mikrometryczna itp.). Ograniczono ilość doświadczeń dotyczących jednego zagadnienia i wprowadzono wiele nowych z działów słabo reprezentowanych w podręcznikach. Spośród nowych doświadczeń wymienię następujące w porządku działów fizyki:

- I. Dynamika bryły sztywnej:
 - Wyznaczanie momentu bezwładności metodą drgań torsiyjnych,
 - Wyznaczanie momentu bezwładności giroskopu,
 - Pomiar sił giroskopowych i wyznaczanie momentu bezwładności,
 - Sprawdzanie równania ruchu bryły sztywnej $M = I\gamma$.
- II. Ruch harmoniczny prosty i złożony:
 - Obserwacja figur Lissajous i wzorcowanie generatora, drgań elektrycznych,
 - Badanie rezonansu mechanicznego,
 - Badanie ruchu wahadeł sprzężonych.
- III. Akustyka:
 - Analiza drgań struny,
 - Analiza dźwięku przy pomocy oscylografu,
 - Pomiar długości fal ultradźwięków metodą interferencji.
- IV. Przenoszenie ciepła:
 - Wyznaczanie współczynnika przewodnictwa cieplnego metalu,
 - Wyznaczanie współczynnika przewodnictwa cieplnego szkła,
 - Wyznaczanie względnego współczynnika przewodnictwa cieplnego metodą Christiansena (w przygotowaniu),
 - Wyznaczanie zdolności emisyjnej powierzchni metalu.
- V. Elektrostatyka:
 - Badanie rozkładu potencjału przy pomocy sondy płomykowej,
 - Wyznaczanie stałej dielektrycznej próżni,
 - Pomiar ładunku kondensatora metodą graficznego całkowania,
 - Pomiar siły działającej w polu elektrycznym.
- VI. Magnetyczne własności materii:
 - Pomiar natężenia pola magnetycznego przy pomocy strumieniomierza,
 - Pomiar krzywej pierwotnej namagnesowania przy pomocy strumieniomierza,
 - Wyznaczanie podatności magnetycznej metodą wagową,
 - Wyznaczanie pętli histerezy przy pomocy magnetometru.
- VII. Fale elektromagnetyczne:
 - Badanie fali elektromagnetycznej stojącej wzdłuż drutów Lechera,
 - Badanie struktury fali elektromagnetycznej,
 - Pomiar długości fali mikrofal (w przygotowaniu).
- VIII. Półprzewodniki:
 - Badanie charakterystyki diody germanowej,
 - Badanie tranzystora,
 - Charakterystyka fotodiody (w przygotowaniu).
- IX. Pojedyncze doświadczenia z różnych działów:
 - Pomiar statycznego i dynamicznego współczynnika tarcia,
 - Badanie zderzeń sprężystych i niesprężystych,
 - Pomiar siły działającej w układzie wirującym,
 - Wyznaczanie modułu Younga dla kostki gumowej,
 - Wyznaczanie modułu Younga dla sprężyny,
 - Badanie ruchów Browna,
 - Pomiar prędkości wyjściowej elektronu metodą pola hamującego,
 - Pomiar stosunku e/m ,
 - Pomiar odległości szczelin w doświadczeniu Younga,
 - Skręcenie płaszczyzny polaryzacji w polu magnetycznym,
 - Sprawdzanie prawa Malusa.

Ponadto unowocześniono wiele zestawów zastępując przestarzałe przyrządy nowymi lub wprowadzając nowe metody pomiarowe.

Proces unowocześnienia pracowni nie jest zakończony. Ustawianie nowych, interesujących i dających pewne wyniki doświadczeń wymaga licznych prób i pochłania wiele czasu. Dodatkową trudność stanowi brak kredytów na nowe przyrządy oraz zbyt powolna realizacja zamówień w warsztatach mechanicznych.

Obecnie w pracowni znajduje się ponad 100 zestawów służących do równoczesnego wykonywania różnych doświadczeń. Ze względu na konieczność zwiększenia przepustowości, ilość doświadczeń trzeba będzie zwiększyć do 120.

Po wprowadzeniu nowych doświadczeń odczuwa się dotkliwie brak podręcznika, który zawierałby opisy tych doświadczeń. Uniwersytet im. A. Mickiewicza wydał wprawdzie skrypt pt. *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki* [7], jednak jego nakład został wyczerpany całkowicie już w roku wydania (1962). Obecnie jest w przygotowaniu podręcznik pt.: *Wybrane doświadczenia dla laboratoriów fizycznych szkół wyższych*, lecz istnieją poważne trudności związane z wydaniem tego podręcznika.

3. Program pracowni

Po unowocześnieniu pracowni każdy student wykonuje po 25 doświadczeń o tematyce wybranej spośród następujących grup zagadnień; po jednym doświadczeniu z każdej grupy:

1) Ważenie przy pomocy wagi analitycznej połączone z wyznaczaniem gęstości ciał stałych, cieczy lub gazów.

2) Badanie ruchu jednostajnie przyspieszonego, wyznaczanie współczynnika tarcia, badanie zderzeń kul, pomiar sił bezwładności.

3) Badanie własności sprężystych ciał stałych: wyznaczanie modułu Younga lub modułu sztywności, wyznaczanie granic proporcjonalności i wytrzymałości.

4) Dynamika bryły sztywnej: sprawdzanie równania ruchu obrotowego bryły, badanie ruchu precesyjnego, wyznaczanie momentu bezwładności.

5) Pomiary przy pomocy śruby mikrometrycznej lub sferometru, połączone z wyznaczaniem krzywej normalnego rozkładu błędów przypadkowych, wyznaczanie prędkości przepływu cieczy i gazów.

6) Ruch drgający: badanie figur Lissajous, wyznaczanie przyspieszenia ziemskiego przy pomocy wahadła matematycznego lub rewersyjnego, badanie drgań wahadeł sprzężonych, badanie rezonansu mechanicznego.

7) Akustyka: wyznaczanie prędkości fali głosowej metodą Kundta lub przy pomocy interferometru Quincego, interferencja ultradźwięków, analiza drgań struny, analiza dźwięku.

8) Wyznaczanie współczynnika lepkości lub współczynnika napięcia powierzchniowego.

9) Prawa gazów doskonałych: sprawdzanie praw Boyle-Mariotte'a i Charlesa, wzorcowanie termometru gazowego, wyznaczanie stosunku C_p/C_v .

10) Kalorymetria: wyznaczanie temperatury topnienia metalu i stopu, badanie zależności temperatury wrzenia od ciśnienia, określenie ciepła topnienia lub ciepła parowania, wyznaczanie ciepła właściwego.

11) Przenoszenie ciepła: wyznaczanie ciepła właściwego metodą Newtona, pomiar współczynnika przewodnictwa cieplnego, pomiar zdolności absorpcyjnej powierzchni metalu.

12) Wyznaczanie masy drobinowej metodą Viktora-Meyera lub krioskopii, badanie ruchów Browna, wyznaczanie mechanicznego równoważnika ciepła.

13) Elektrostatyka: pomiar potencjału elektrostatycznego, pomiar siły działającej w polu elektrycznym, wyznaczanie stałej dielektrycznej próżni.

14) Pomiar napięcia, wyznaczanie oporu elektrycznego, pomiar siły elektromotorycznej, badanie zjawiska elektrolizy.

15) Własności magnetyczne materii; pomiar podatności magnetycznej, wyznaczanie namagnesowania, badanie pętli histerezy, pomiar natężenia pola magnetycznego.

16) Indukcja elektromagnetyczna; badanie prądnicy, wzorcowanie mierników elektrycznych, badanie transformatora.

17) Rola indukcyjności i pojemności w obwodzie prądu przemiennego; badanie przepięcia i przetężenia, pomiar przesunięcia fazowego i wyznaczanie pojemności lub indukcji własnej.

18) Fale elektromagnetyczne; badanie struktury fali elektromagnetycznej, wyznaczanie długości mikrofal, badanie rezonansu elektromagnetycznego.

19) Pomiar prędkości termoelektronów, pomiar stosunku ładunku elektronu do jego masy, określenie parametrów lampy oscylograficznej.

20) Zjawisko fotoelektryczne; wzorcowanie fotokomórki lub fotoogniwa, pomiar stężenia roztworu przy pomocy fotokolorymetru,

21) Własności półprzewodników; badanie charakterystyki diody lub tranzystora, badanie fotodiody.

22) Optyka geometryczna; wyznaczanie współczynnika załamania, wyznaczanie ogniskowych soczewek, określanie powiększenia i apertury mikroskopu.

23) Badanie interferencji światła; wyznaczanie odległości szczelin w doświadczeniu Younga, wyznaczanie stałej siatki dyfrakcyjnej, wyznaczanie promienia krzywizny soczewki przy pomocy pierścieni Newtona.

24) Badanie widm emisyjnych, absorbcyjnych lub fluorescencyjnych.

25) Polaryzacja światła, badanie skęcenia płaszczyzny polaryzacji, wytwarzanie światła spolaryzowanego, sprawdzanie prawa Malusa.

Ponadto 3 godziny zajęć przeznaczają się na wykład pt. *Dyskusja błędów pomiarowych* oraz 6 godzin na kolokwia. Tematy doświadczeń dobiera się w taki sposób, by każdy student poznał następujące przyrządy: suwmiarka, śruba mikrometryczna, czujnik mikrometryczny, waga analityczna, waga techniczna, stoper, termometr, termopara, barometr naczyniowy, aneroid, manometr wodny, kalorymetr, amperomierz, woltomierz, galwanometr lub strumieniomierz, omomierz, opornica suwakowa, potencjometr (opornica w połączeniu potencjometrycznym), źródła prądu stałego i przemiennego, układ do wytwarzania i detekcji fal elektromagnetycznych, generator akustyczny, oscylograf katodowy lub lampa oscylograficzna, mikroskop, spektroskop, lampy widmowe (sodowe, kadmowe, kwarcowe, rurki Geisslera itp.), przyrządy do polaryzowania światła (pryzmaty Nicola, polaroidy lub sacharymetr).

W ciągu ostatnich lat próbowano wprowadzić system dwustopniowy polegający na tym, że w pierwszym semestrze zajęć studenci wykonują doświadczenia z mechaniki i ciepła obejmujące grupy zagadnień od 1—12, natomiast w semestrze drugim trudniejsze doświadczenia z elektryczności i optyki obejmujące pozostałe grupy zagadnień. System taki pozwala na lepsze zsynchronizowanie ćwiczeń z wykładem. Niekorzystne zmiany wprowadził nowy program studiów fizyki. Liczbę godzin pracowni ograniczono do 90, a ponadto zajęcia skupiono w jednym semestrze (6 godzin tygodniowo). Doświadczenia wykonywane w pracowni muszą poważnie wyprzedzać wykład trwający do końca trzeciego semestru. Nowy program umożliwia zastosowanie dwustopniowego systemu pracowni.

4. Niektóre rozwiązania organizacyjne

W naszej pracowni prowadzi się zajęcia równocześnie dla studentów studiów stacjonarnych, wieczorowych i zaocznych sekcji fizyki, matematyki, chemii i biologii. W ostatnim roku akademickim prowadziło 15 asystentów zajęcia dla około 600 studentów. Warunkiem zapewnienia pełnej sprawności tak dużego laboratorium jest zdyscyplinowanie całego zespołu. Zasady organizacji pracowni ujęto w regulamin ustalający przebieg zajęć, warunki zaliczania poszczególnych doświadczeń, działów i całej pracowni oraz ilość i terminy kolokwium. W regulaminie określono również wymagania dotyczące wiadomości, sposobu opracowania wyników i dyskusji błędów.

Doświadczenia podzielone są na sześć następujących działów: mechanika I, mechanika II, ciepło, elektryczność I, elektryczność II, optyka. Każdy student wykonuje po 4 doświadczenia z każdego działu w ciągu czterech kolejnych tygodni. Studenci wykonujący równocześnie doświadczenia z tego samego działu tworzą grupę ćwiczeniową. W każdym dziale prowadzi zajęcia inny asystent.

W pracowni ocenia się wykonanie każdego doświadczenia, przy czym zaleca się brać pod uwagę: przygotowanie teoretyczne egzekwowane na każdym ćwiczeniu, wykonanie doświadczenia oraz opracowanie wyników i dyskusję błędów. Po ukończeniu działu asystent może wyznaczyć kolokwium. Warunkiem zaliczenia semestru jest zaliczenie trzech działów i zdanie kolokwium wyjściowego. Z kolokwium wyjściowego zwalnia się studentów, którzy zaliczyli wszystkie działy z wynikiem przynajmniej dobrym. Przy ustalaniu ostatecznej oceny wpisywanej do indeksu bierze się pod uwagę w pierwszym rzędzie oceny za wykonane doświadczenia.

Składam serdeczne podziękowanie Panu Profesorowi dr A. Piekarze za wiele cennych rad i wskazówek oraz za współudział w przygotowaniu wielu ciekawych doświadczeń.

Dziękuję również kolegom i współpracownikom z Katedry Fizyki Doświadczalnej za czynny udział w ustawianiu nowych doświadczeń.

Physical Laboratory I

Abstract: The paper describes the tasks of the Physical Laboratory I which is where students perform experiments independently and, at the same time, is a supplement to the lecture entitled „Experimental Physics”. There is a discussion on the conditions which guarantee good realization of the tasks set before the laboratory. In particular, the experiments contained in Polish text-books are criticized. The paper presents a list of new experiments introduced at the laboratory of the University in Poznań in which over a hundred different experiments are now available for the students. There is a discussion on the programme realized in this laboratory. It is such that every student performs one experiment out of every group, of which there are 25 of correlated subjects, comprising almost the entire material of the lecture. Some practical organizational solutions of the laboratory, used by a large body of students, are also given.

Literatura

- [1] T. Dryński, *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, Warszawa 1964.
- [2] A. Zawadzki, H. Hofmohl, *Laboratorium fizyczne*, Warszawa 1961.
- [3] Z. Więckowska, *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, Warszawa 1962.
- [4] W. I. Iwieronowa, *Fizycznyj praktikum*, Moskwa, Leningrad 1951.
- [5] University of Duhran, Newcastle upon Tyne, *Level II Physics Laboratory* (opisy doświadczeń).
- [6] Cavendish Laboratory, Cambridge, *Practical Class in Mechanics, optics and Heat, Practical Class in Electricity* (opisy doświadczeń).
- [7] Zespół asystentów Katedry Fizyki Doświadczalnej, *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, Wydawnictwo UAM, Poznań 1962.

Blackett prezydentem Royal Society

Patrick M. S. Blackett został wybrany prezydentem londyńskiego Towarzystwa Królewskiego.

Blackett jest emerytowanym profesorem Uniwersytetu Londyńskiego i starszym pracownikiem naukowym Imperial College of Science and Technology w Londynie. W roku 1948 otrzymał Nagrodę Nobla z fizyki za prace z dziedziny fizyki promieniowania kosmicznego.

Medal Łomonosowa

Prezydium Akademii Nauk ZSRR przyznało Złoty Medal im. Łomonosowa za rok 1965 N. W. Bielowowi za całokształt jego prac w dziedzinie krystalografii.

N. W. Bielów, członek Akademii Nauk ZSRR, jest wybitnym specjalistą w dziedzinie badań struktury atomowej kryształów i krystalochemii substancji nieorganicznych.

Bielów wniósł nowe myśli do matematycznej teorii symetrii, podał dowód 230 grup symetrii Fiedorowa i 1651 grup antysymetrii. Te badania znalazły szerokie zastosowanie w rentgenografii i neutronografii. Szczególnie wielki jest wkład Bielowa w krystalochemię sylikatów.

Narodowe Medale Naukowe

Prezydent Stanów Zjednoczonych nadał ostatnio 11 naukowcom Narodowe Medale Naukowe. Jak wiadomo Narodowy Medal Naukowy (National Medal of Science) został ustanowiony w 1959 r. przez 86 Kongres Stanów Zjednoczonych i nadawany jest przez Prezydenta Stanów Zjednoczonych za wybitne osiągnięcia naukowe. Medale za rok 1965 otrzymali między innymi John Bardeen, Peter J. W. Debye i Leon M. Lederman.

Bardeen został wyróżniony za prace z dziedziny geofizyki, fizyki jądrowej, dyfuzji termicznej w gazach, a w szczególności za wkład w teorię przewodnictwa elektrycznego ciał stałych. Wspólnie z L. N. Cooperem i J. R. Schriefferem, Bardeen opracował teorię nadprzewodnictwa, której przewidywania bardzo dobrze zgadzają się z wynikami eksperymentów. Bardeen, profesor fizyki i elektrotechniki Uniwersytetu Illinois, jest laureatem Nagrody Nobla z fizyki.

Debye, obecnie emerytowany profesor Cornell University, przyczynił się w wielkim stopniu do rozwoju fizyki i chemii, między innymi opracowaniem teorii ciepła właściwego ciał stałych, badaniami momentów dipolowych cząsteczek, badaniami dyfrakcji promieni X, opracowaniem metod mierzenia wielkości polimerów na podstawie doświadczeń z rozpraszaniem światła. Debye jest laureatem Nagrody Nobla z chemii.

L. M. Lederman, profesor fizyki Columbia University, otrzymał Narodowy Medal Naukowy za badania doświadczalne nad oddziaływaniami mezonowymi. Lederman był współautorem dwóch nadzwyczaj ciekawych eksperymentów. W jednym wykazał, że zasada zachowania parzystości nie dotyczy oddziaływań słabych. Drugi eksperyment dowiódł, że istnieją dwa rodzaje neutrino: jeden związany z elektronami, a drugi z mionami.

Medal Oersteda

Amerykańskie Stowarzyszenie Nauczycieli Fizyki i Amerykańskie Towarzystwo Fizyczne przyznały Medal Oersteda za „doskonałość w nauczaniu” Leonardowi Schiffowi (Stanford).

Schiff doktoryzował się w MIT, w latach 1945—1946 pracował w Los Alamos Scientific Laboratory, od roku 1947 jest profesorem Uniwersytetu Stanford. Poza licznymi (85) pracami naukowymi, Schiff jest auto-

rem podręczników *Quantum Mechanics* i *Our Atomic World*. Schiff był również przez kilka lat redaktorem wydawnictwa *Annual Reviews of Nuclear Science*.

Nagroda Buckleya

Nagrodę im. Olivera E. Buckleya za wkład w fizykę ciała stałego przyznało Amerykańskie Towarzystwo Fizyczne w tym roku T. H. Maimanowi.

Theodore H. Maiman pierwszy wykazał doświadczalnie generację promieniowania optycznego w kryształach drogą emisji stymulowanej. Stosując pompowanie optyczne kryształu rubinu uzyskał w 1960 r. pierwszy laser.

Nowy Zarząd Amerykańskiego Towarzystwa Fizycznego

Prezesem Amerykańskiego Towarzystwa Fizycznego został John A. Wheeler, profesor Uniwersytetu w Princeton, na miejsce ustępującego F. Blocha (Stanford).

Nowymi wiceprezesami są Charles H. Townes (MIT) i John Bardeen (Uniwersytet Illinois).

Nagroda Michelsona

Nagrodę Michelsona za rok 1965, przyznaną przez Case Institute of Technology, otrzymał Luis Alvarez, profesor Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley.

Nagroda w wysokości 5000 dolarów i srebrna odznaka zostały przyznane Alvarezowi za „odkrycie bardzo ważnych właściwości promieniowania kosmicznego, neutronów, izotopów i transformacji jądrowych, oraz za prace pionierskie z dziedziny radaru i automatyki urządzeń do lądowania samolotów“.

Alvarez urodził się w San Francisco, doktoryzował się w 1936 r. w Chicago. Wspólnie z Arthurem Comptonem prowadził badania promieniowania kosmicznego. Potem zajmował się zagadnieniami fizyki jądrowej, między innymi wykazał doświadczalnie wychwytywanie elektronu orbitalnego przez jądro, zmierzył moment magnetyczny jądra, był współodkrywcą ^3H i ^3He . W czasie II Wojny Światowej pracował

w MIT nad radarem i urządzeniami do automatycznego lądowania samolotów. Po wojnie, w Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley, kierował projektowaniem i budową akceleratora protonowego. Obecnie zajmuje się techniką komór pęcherzykowych w Lawrence Radiation Laboratory.

Blackett członkiem Akademii Nauk ZSRR

Akademia Nauk ZSRR wybrała na swego członka zagranicznego wybitnego fizyka angielskiego P. M. S. Blacketta, prezydenta Royal Society, emerytowanego profesora Uniwersytetu Londyńskiego i laureata Nagrody Nobla.

Görlich członkiem Saskiej Akademii Nauk

P. Görlich, kierownik Katedry Fizyki Ciała Stałego Uniwersytetu w Jenie i dyrektor Zakładów Zeissa został wybrany na członka Saskiej Akademii Nauk w Lipsku.

Zmiany w CERN-ie

Na miejsce ustępującego V. F. Weisskopfa Dyrektorem Generalnym CERN-u na okres najbliższych 5 lat został wybrany Bernard P. Gregory, profesor École Polytechnique w Paryżu.

Victor F. Weisskopf powrócił na katedrę w MIT. Dla uczczenia zasług Weisskopfa na stanowisku Dyrektora Generalnego CERN-u, jego koledzy z całego świata napisali wspólnie tom esejów na temat fizyki teoretycznej i fizyki cząstek elementarnych. W przedmowie czytamy: *Dzięki swej pracy w CERN-ie, dzięki wpływowi swej impulsywnej osobowości, miał głęboki wpływ na rozwój współczesnej fizyki w Europie.*

Nowa dykcja IF PAN

W lecie 1965 r. prof. Leonard Sosnowski, wobec złego stanu zdrowia, zrezygnował ze stanowiska dyrektora Instytutu Fizyki Polskiej Akademii Nauk. Nowym dyrektorem Prezydium Polskiej Akademii Nauk mianowało prof. Arkadiusza Piekareę. Zastępcą do spraw nauki dyrektora Instytutu Fizyki PAN został doc. Julian Auleytnier.

Polska Akademia Nauk i Amerykańska Narodowa Akademia Nauk ogłosiły plan wymiany naukowej na okres najbliższych 3 lat. Plan przewiduje wyjazd w wymiarze około 40 osób miesięcznie w ciągu roku, z każdej ze stron. Ponadto ustalono warunki współpracy w zakresie publikacji i dokumentacji.

Reakcje lekkich jąder

W dniach od 10 do 15 stycznia 1966 r. odbyła się w Instytucie Badań Jądrowych w Rossendorfie pod Dreznem międzynarodowa konferencja na temat reakcji lekkich jąder i struktury jądrowej.

W konferencji wzięło udział 160 osób z NRD, NRF, Anglii, Czechosłowacji, Danii, Francji, Polski, Rumunii, Węgier, USA i ZSRR. Językiem konferencji był angielski, jakkolwiek kilka referatów wygłoszono w języku niemieckim lub rosyjskim.

Każde posiedzenie poprzedzone było jednym z następujących referatów przeglądowych: L. Rosenfeld (Kopenhaga) — *O podstawach teorii reakcji przez jądra złożone*, H. Weidenmüller (Heidelberg) — *Teoria modelu powłokowego w odniesieniu do reakcji przez jądra złożone*, V. Gillot (Saclay) — *Opis kontinuum stanów jądrowych jako zmieszania konfiguracji*, W. W. Balaszow (Moskwa) — *Unitarna teoria reakcji jądrowych i fenomenologiczny model powłokowy jądra*, J. R. Rook (Oxford) — *Reakcje przez jądro złożone i reakcje proste lekkich jąder*, W. W. Balaszow (Moskwa) — *Pewne zagadnienia struktury lekkich jąder*, F. Dönau (Rossendorf) — *Klasyfikacja stanów jądrowych według symetrii SU_3* , S. Szpikowski (Lublin) — *Nowa próba zastosowania dawnej klasyfikacji stanów jądrowych*.

Uczestnicy konferencji zwiedzili ośrodek w Rossendorfie, gdzie w pięknym, zalesionym terenie, o powierzchni 2 km², znajduje się cyklotron, przyspieszający cząstki do energii 15 MeV, generator Van de Graaffa, dający energie 2 MeV, tzw. reaktor pierścieniowy (reaktor mocy zerowej), reaktor z lekką wodą o mocy 6 MW, oraz centrum obliczeniowe z maszyną liczącą Zeissa ZRA-2.

Pierwsza międzynarodowa konferencja na temat fizyki lekarskiej odbyła się w dniach od 8 do 10 września 1965 r. w Harrogate, w Anglii. Przedstawiono około 100 referatów, z których tylko nieliczne poświęcone były zagadnieniom podstawowym, a większość dotyczyła problemów technicznych. Główne zainteresowanie skupiło się na klinicznych i biologicznych zastosowaniach promieniowań jonizujących. Największą trudnością techniczną jest tu znalezienie właściwych detektorów promieniowania, mających dużą czułość i bardzo małe wymiary. Duże nadzieje można tu wiązać z detektorami półprzewodnikowymi. W reżimie impulsowym diody takie mogą mierzyć dawki około 10 rent/godz. co jest mniej więcej równe tłu promieniotwórczemu na ziemi.

Na konferencji omawiano również zastosowania maszyn liczących i modeli matematycznych w badaniach nerek, oraz zagadnienie rezonansu elektronowego w żywej tkance.

Uczestnicy konferencji podkreślali fakt, że większość osób zajmujących się fizyką lekarską pracuje w oderwaniu od poważniejszych ośrodków fizycznych, i zajmując się prawie wyłącznie zagadnieniami związanymi bezpośrednio z techniką radioterapii, nie ma możliwości poświęcić się badaniom bardziej podstawowych problemów.

II Ogólnopolska Konferencja Radiospektroskopii i Elektroniki Kwantowej

W dniach od 25 do 30 kwietnia 1966 r. odbyła się w Poznaniu II Ogólnopolska Konferencja Radiospektroskopii i Elektroniki Kwantowej (REK II). Celem Konferencji było przedstawienie dwuletniego dorobku polskich badaczy pracujących czynnie w tej dziedzinie. Organizatorem Konferencji był Oddział Państwowego Towarzystwa Fizycznego, Zakład Dielektryków Instytutu Fizyki Polskiej Akademii Nauk i Katedra Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu im. A. Mickiewicza. Na Konferencji wygłoszono 13 referatów plenarnych (z elektroniki kwantowej — 8, z elektronowego rezonansu parametrycznego — 4 i z jądrowego rezonansu paramagnetycznego — 1) oraz 99 ko-

munikatów z prac własnych, w tym w sekcji elektroniki kwantowej 59, w sekcji elektromagnetycznej rezonansu paramagnetycznego 29 i w sekcji jądrowego rezonansu paramagnetycznego 14.

Wśród referatów można wydzielić następujące grupy: w dziedzinie elektroniki kwantowej grupę pompowania optycznego, konstrukcji i pomiaru parametrów charakteryzujących lasery, grupę obejmującą wykorzystanie laserów do badań właściwości materii oraz prace w dziedzinie maserów i atomowych wzorców częstotliwości, w dziedzinie jądrowego rezonansu paramagnetycznego grupy badań podstawowych oraz konstrukcji zastosowań metody *JRP*. Wreszcie wśród komunikatów nadesłanych do sekcji *ERP* wyróżnić można grupę prac związanych z badaniem rodników i zwęglin, prace poświęcone polu krystalicznemu oraz grupy zastosowań metody *ERP* i konstrukcji aparatury pomiarowej.

Podczas trwania konferencji otwarta była wystawa polskich publikacji z dziedziny elektroniki kwantowej i radiospektroskopii oraz wystawa fotogramów ilustrująca osiągnięcia w tych dziedzinach.

Referaty plenarne z konferencji zostaną opublikowane w jednym z najbliższych zeszytów *Postępów Fizyki*.

W konferencji brało udział z kraju 268 osób, zaś z zagranicy 27 (CSR — 14, NRD — 9, Węgry — 3, Bułgaria — 1 i Rumunia — 1).

Nadprzewodzący liniak

W Uniwersytecie Stanford rozpoczął działanie akcelerator liniowy zbudowany przez H. Allana Schwettmana, Perry B. Wilsona i Williama M. Fairbanka.

Zasadniczą częścią tego liniaka jest wnęka rezonansowa miedziana o średnicy $3\frac{1}{2}$ cala i długości 4 cale, z pierścieniami w środku. Jednocalowy otwór poprzez pierścienie prowadzi wiązkę elektronów. Powierzchnie wewnętrzne pokryte są ołowiem, który, jak wiadomo, staje się nadprzewodnikiem w bardzo niskich temperaturach. Nadprzewodnictwo osiąga się utrzymując wnękę rezonansową w kąpeli helowej o temperaturze $1,8^{\circ}\text{K}$. Hel znajduje się, oczywiście, w płaszczu z ciekłego azotu, a ten z kolei w izolującym naczyniu. Pozostałe części

liniaka pracują w temperaturze pokojowej i są analogiczne jak w innych akceleratorach liniowych.

Wartość parametru stosunku energii końcowej elektronów do długości wynosi około 12 MeV/m , a będzie wynosić w przyszłości 30 MeV/m . Tymczasem jednak przy większych napięciach występują przebicia elektryczne, skutkiem tego, że powierzchnia ołowiu nie jest idealnie gładka, lecz pokryta jest mikroskopijnymi whiskerami.

Wydzielanie ciepła jest bardzo nieznaczne, dzięki temu, że we wnęcie nadprzewodzącej opór jest praktycznie równy zeru. Tak więc liniak nadprzewodzący może pracować w reżimie stałym, a niekoniecznie w reżimie impulsowym, jaki stosuje się w liniakach „konwencjonalnych“.

Największy teleskop w Europie

Największy teleskop Europy montowany jest obecnie w Królewskim Obserwatorium Greenwich w Harmondsworth (hrabstwo Sussex). Zwierciadło o średnicy 250 cm wyszlifowane będzie z trzydziestoletniego bloku szkła Pyrex z tego samego wytopu, z którego wykonane jest zwierciadło teleskopu Obserwatorium w Mount Palomar w Stanach Zjednoczonych. Powierzchnia odbijająca będzie powleczonej wypolerowaną warstwą aluminium. Zwierciadło, które waży około 4000 kg, spoczywać będzie na „poduszkach powietrznych“. Przez ciągłą kontrolę i regulację ciśnienia w poduszkach będzie można nie dopuścić do powstawania odkształceń zwierciadła.

Cyklotron do muzeum

Pracujący od 27 lat w Uniwersytecie Columbia cyklotron będzie rozmontowany i przekazany, jako eksponat historyczny, do Smithsonian Institution. Urządzenie to było jednym z pierwszych akceleratorów w Stanach Zjednoczonych.

Konstrukcję rozpoczęto w 1935 r. Cyklotron przyspieszający protony do energii 10 MeV rozpoczął działanie w 1938 r. W początkach 1939 r. przeprowadzono na nim eksperyment o wielkim znaczeniu w historii rozwoju fizyki. Gdy w styczniu 1939 r. Niels Bohr na konferencji w Waszyngtonie

podzielił się z zebranymi wiadomością otrzymaną od Lise Meitner, że Otto Hahn i Franz Strassmann dokonali odkrycia rozpadu jądra uranu, obecny na konferencji Enrico Fermi i jego współpracownicy, H. L. Anderson, E. T. Booth, J. R. Dunning, G. N. Glasoe i F. G. Slack rozpoczęli natychmiast badania zmierzające do wyjaśnienia zjawiska rozszczepienia uranu. W szeregu doświadczeń poddawali tlenek uranu bombardowaniu neutronami ze źródła rad—beryl i z cyklotronu. Eksperymenty zostały przeprowadzone w końcu stycznia 1939 r., a 1 marca ukazały się w *Physical Review* (55, 511, 1939) pierwsze wyniki.

W czasie wojny cyklotron służył W. W. Havensowi i J. Rainwaterowi do badań w dziedzinie spektroskopii neutronowej. Urządzenie pracowało wówczas prawie 24 godziny na dobę — Havens prowadził pomiary we dnie, a Rainwater nocami.

Cyklotron aż do niedawna miał pełną sprawność i był w pełni wykorzystywany tak do badań naukowych, jak i do celów dydaktycznych.

W. Wilson

Dnia 14 października 1965 r. zmarł, mając 90 lat, William Wilson, znany fizyk angielski.

Wilson po skończeniu szkoły średniej uzyskał stypendium na studia biologiczne, wkrótce jednak zainteresowania jego zwróciły się ku fizyce, a nie mając środków finansowych na studiowanie w Anglii, wyjechał do Niemiec, gdzie został wykładowcą języka angielskiego w Szkole Języków Berlitz'a w Dortmundzie. Po pewnym czasie rozpoczął studia fizyki i matematyki na uniwersytetach niemieckich. Doktoryzował się w 1907 r. na Uniwersytecie w Lipsku na podstawie pracy o fotoemisji i fotoprzewodnictwie jodku srebra. Po powrocie do Anglii został wykładowcą w King's College w Londynie. W 1915 r. ukazała się w *Philosophical Magazine* słynna praca Wilsona *The Quantum Theory of Radiation and Line Spectra*, w której proponuje wprowadzenie reguł kwantowych, tak zwanych reguł Wilsona-Sommerfelda. Reguły te, zastoso-

wane do prostego oscylatora harmonicznego, dają wyrażenie na kwant energii, a zastosowane do zbioru oscylatorów prowadzą do wzoru Plancka na rozkład napięć. W 1916 r. ukazuje się praca Wilsona *The Quantum of Action*, w której dochodzi do wniosku, że orbity eliptyczne w atomie mogą mieć jedynie pewne wartości dyskretne. Praca ta ukazała się wcześniej niż pierwsza praca Sommerfelda na ten temat.

Dalsze prace Wilsona dotyczyły tak podstawowych problemów, jak poszukiwanie związku między ogólną teorią względności, elektromagnetyzmem i mechaniką kwantową. W swoim podręczniku *Theoretical Physics*, który ukazał się w 1940 r., wyraził pogląd, że teoria unitarna może rozwinąć się w oparciu o idee Kałuży, który sugerował, że tory cząstek są geodetami w pięciowymiarowym kontinuum. Piąty wymiar ma być związany z zachowaniem ładunku.

Wilson był również doskonałym wykładowcą, a jego książka *A Hundred Years of Physics* zawiera nie tylko cenne szczegóły historii rozwoju najnowszych poglądów na strukturę materii, ale jest również doskonałym, zwięzłym podręcznikiem nowoczesnej fizyki.

POLSKIE TOWARZYSTWO FIZYCZNE

ODDZIAŁ BIAŁOSTOCKI

W dniu 13 stycznia 1966 r. odbyło się Walne Zebranie Oddziału, na którym dokonano wyboru nowego Zarządu Oddziału. Przewodniczącym Oddziału został E. Trembaczowski, a członkami Zarządu Z. Wojtowicz, R. Subieta, F. Grądzki i A. Wieik.

Oddział liczy 27 członków.

ODDZIAŁ GDAŃSKI

Na Walnym Zgromadzeniu Oddziału w dniu 7 grudnia 1965 r. został wybrany nowy Zarząd Oddziału w następującym składzie: przewodniczący — A. Kawski, wiceprzewodniczący — I. Adamczewski i J. Terlecki, sekretarz — L. Woliński, skarbnik — G. Karcz, członkowie Zarządu — Badziąg, Januszajtis, Kalinowski, Kotarski, Kozłowski, Piątkowska, Stipał.

W okresie kadencji 1964—1965 poprzedniego Zarządu odbyło się 13 zebrań Oddziału oraz zorganizowano cykl 9 odczytów popularno-naukowych. Ponadto wygłoszono 47 wykładów dla młodzieży szkół średnich.

Oddział liczy 81 członków.

ODDZIAŁ KRAKOWSKI

W 1965 r. odbyło się 21 zebrań naukowych.

Oddział Krakowski był organizatorem XIX Zjazdu Fizyków Polskich, który odbył się we wrześniu 1965 r.

ODDZIAŁ LUBELSKI

Skład Zarządu Oddziału: przewodniczący — D. Stachórska, wiceprzewodniczący — M. Subotowicz, sekretarz — T. Goworek, skarbnik — J. Skierczyńska, członkowie Zarządu — A. Teske i E. Dowgird.

W dniu 31 grudnia 1965 r. Oddział liczył 51 członków.

W 1965 r. odbyło się 6 posiedzeń naukowych Oddziału. Ponadto Oddział Lubelski zorganizował tradycyjne już „Pokazy z Fizyki“ dla młodzieży szkół średnich.

ODDZIAŁ POZNAŃSKI

W 1965 r. odbyły się 4 posiedzenia naukowe oraz zorganizowano 19 odczytów popularno-naukowych dla młodzieży szkół średnich.

W dniu 31 grudnia 1965 r. Oddział liczył 90 członków.

ODDZIAŁ TORUŃSKI

Skład Zarządu Oddziału: przewodniczący — M. Frąckowiak, wiceprzewodniczący — J. Fiutak i R. Drabent, sekretarz — J. Karwowski, skarbnik — J. Szudy.

W 1965 r. odbyło się 7 zebrań naukowych oraz zorganizowano 14 odczytów dla młodzieży szkół średnich.

W dniu 31 grudnia 1965 r. Oddział liczył 82 członków.

Genowefa Wójcik-Skłódowska

Dnia 8 lutego 1966 r. zmarła po długiej chorobie Genowefa Wójcik-Skłódowska, wieloletnia kierowniczką sekretariatu Instytutu Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Warszawskiego.

Genowefa Wójcik urodziła się w Warszawie 17 stycznia 1915 r. W 1934 r. rozpoczęła studia w ówczesnej Szkole Głównej Handlowej na Wydziale Bankowo-Handlowym, gdzie w 1937 r. uzyskała absolutorium. Wobec trudnej sytuacji finansowej musiała przerwać dalsze studia i rozpocząć pracę zarobkową.

W lutym 1946 r. Genowefa Wójcik zaczęła pracować w Zakładzie Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Warszawskiego, gdzie miała powierzone samodzielne prowadzenie sekretariatu, rachunkowości i organizacji zakupów krajowych i zagranicznych. Dzięki swemu dużemu wyrobieniu i zdolności organizacyjnym z funkcji tych wywiązywała się doskonale. Cechowała ją nadzwyczajną sumiennością i oddanie sprawom Zakładu a równocześnie całkowity brak jakichkolwiek skłonności „biurokratycznych“. Była nadzwyczaj koleżeńska, szczerze i serdecznie interesując się losami wszystkich pracowników Zakładu. Na jej pomoc można było zawsze liczyć.

Przez szereg kadencji była sekretarzem Rady Zakładowej Związku Nauczycielstwa Polskiego, a w ciągu kilku ostatnich lat prowadziła sekretariat Zarządu Głównego Polskiego Towarzystwa Fizycznego.

W listopadzie 1964 r., będąc już poważnie chora, zrezygnowała z dalszej pracy w Instytucie Fizyki Doświadczalnej.

Genowefa Wójcik była odznaczona Medalem X-lecia Polski Ludowej i Złotym Krzyżem Zasługi.

ZARZĄD

Przewodniczący
Prof. dr WOJCIECH RUBINOWICZ
czł. rzecz. PAN

Wiceprzewodniczący
Prof. dr ALEKSANDER JABŁOŃSKI
czł. rzecz. PAN

Sekretarz
Doc. dr ANIELA WOLSKA

Skarbnik
Dr KAZIMIERZ ROSIŃSKI

Członek Zarządu
Doc. dr HALINA CHĘCIŃSKA
Dr TOMASZ HOFMOKL

PRZEWODNICZĄCY ODDZIAŁÓW TOWARZYSTWA

Gdańsk — Doc. dr A. KAWSKI
Gliwice — Prof. dr KAZIMIERZ GOSTKOWSKI
Kraków — Prof. dr HENRYK NIEWODNICZAŃSKI
Lublin — Doc. dr DANUTA STACHÓRSKA
Łódź — Doc. dr MARIAN KRYSZEWSKI
Opole — Doc. dr CZESŁAW JANKIEWICZ
Poznań — Doc. dr ZDZISŁAW PAJĄK
Szczecin — Dr WIKTOR NOWAK
Toruń — Doc. dr MIECZYSLAW FRĄCKOWIAK
Warszawa — Doc. dr JULIAN AULEYTNER
Wrocław — Doc. dr ZYGMUNT BODNAR

SPIS TREŚCI

J. M. Massalski — Leopold Jurkiewicz (1906—1966)	233
Z. Cerowski, B. Sikora — Badania kształtu fali ultradźwiękowej w cieczy metodami optycznymi	239
W. Garczyński, N. Sznajder — O klasach Borchersa pól lokalnych	247
E. Klugmann — Zależność temperaturowa namagnesowania ferrytów	261
J. P. Lassota — Astrofizyka relatywistyczna	281
J. Wojaś — Przegląd własności fizycznych niektórych nowych półprzewodników z grup II—VI i IV	317

ZAGADNIENIA DYDAKTYKI FIZYKI W SZKOŁACH WYŻSZYCH

H. Szydłowski — I pracownia fizyczna	331
KRONIKA	337

Warunki prenumeraty czasopisma

„POSTĘPY FIZYKI“ — dwumiesięcznik

Prenumeratę na kraj przyjmują urzędy pocztowe, listonosze oraz Oddziały i Delegatury „Ruch“.

Można również dokonywać wpłat na konto PKO nr 4-6-77, Przedsiębiorstwo Upowszechnienia Prasy i Książki „Ruch“ w Krakowie, ul. Worcella 6.

Prenumeraty przyjmowane są do 15 dnia miesiąca poprzedzającego okres prenumeraty.

Cena prenumeraty:

półrocznie zł 45.—, rocznie zł 90.—

Prenumeratę na zagranicę, która jest o 40% droższa, przyjmuje Biuro Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch“, Warszawa, ul. Wronia 23, tel. 20-46-88, konto PKO nr 1-6-100024.

Exemplarze numerów zdezaktualizowanych można nabywać w Przedsiębiorstwie Upowszechnienia Prasy i Książki „Ruch“ w Krakowie, ul. Worcella 6, konto PKO nr 4-6-777.

Bieżące numery można nabywać lub zamówić w księgarniach „Domu Książki“ oraz w Ośrodku Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych Polskiej Akademii Nauk — Wzorcownia Wydawnictw Naukowych PAN — Ossolineum — PWN, Warszawa, Pałac Kultury i Nauki (wysoki parter).

Tylko prenumerata zapewnia regularne otrzymywanie czasopisma.