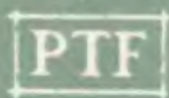


# POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK  
POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU  
WIEDZY FIZYCZNEJ



**TOM XII**

**ZESZYT 1**

---

1961

## RADA REDAKCYJNA

*Przewodniczący* — Szczepan Szczeniowski (Warszawa),  
*Członkowie* — Władysław Kapuściński (Warszawa),  
Karol Majewski (Warszawa), Ludwik Natanson  
(Warszawa), Henryk Niewodniczański, czł. koresp.  
PAN (Kraków), Wojciech Rubinowicz, czł. rzecz. PAN  
(Warszawa), Leonard Sosnowski (Warszawa)

## KOMITET REDAKCYJNY

*Redaktor Naczelny* — Jan Weyssenhoff, czł. koresp. PAN (Kraków)  
*Członkowie Redakcji* — Antoni Bajorek (Kraków), Andrzej Kisiel (Kraków)  
Przemysław Zieliński (Warszawa)

*Adres Redakcji:* Kraków, Gołębia 13  
tel. 267-45

Maszynopisy prac należy nadsyłać w 2 egzemplarzach pod adresem Redakcji. O przyjęciu do druku decyduje Komitet Redakcyjny.

POLSKIE TOWARZYSTWO FIZYCZNE

# POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU  
WIEDZY FIZYCZNEJ

TOM XII, ZESZYT 1

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

1961

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE  
Oddział Kraków, ul. Smoleńsk 14

Nakład 1636 + 144 egz.	Rękopis dostarczono 11. XI. 1960
Ark. wyd. 7,50 ark. druk. 7 + 3 wkł.	Podpisano do druku 24. IV. 1961
Papier dzielowy kl. III, 70 × 100, 80 g	Druk ukończono w maju 1961
Zamówienie 618/60	Cena zł 15. — K-4

DRUKARNIA UNIwersytetu Jagiellońskiego, Kraków, Czapskich 4



*Peter Pringsheim*

*Aleksander Jabłoński*

Katedra Fizyki Doświadczalnej  
Uniwersytetu Mikołaja Kopernika  
Toruń

## Peter Pringsheim

(na 80 rocznicę Jego urodzin, 19 marca 1961 r.)

Peter Pringsheim kończy 19 marca 1961 roku osiemdziesiąt lat. Nazwisko jego dobrze jest znane wśród fizyków polskich. Bliskie jest ono zwłaszcza tym z nas, którzy w okresie międzywojennym rozpoczęli pracę w dziedzinie fizyki wówczas w Polsce najbardziej uprawianej, w dziedzinie fotoluminescencji. Był on chyba pierwszym z fizyków spoza granic Polski, który zaczął czytywać poświęcone fotoluminescencji prace polskie ogłaszane w *Biuletynie Polskiej Akademii Umiejętności*, w *Sprawozdaniach i Pracach Polskiego Towarzystwa Fizycznego* i w *Acta Physica Polonica*. Jeżeli praca ogłoszona była w języku polskim, czytał przynajmniej jej streszczenie obcojęzyczne. Wyniki z tych prac uwzględniał w swych licznych artykułach zbiorczych i monografiach.

Pomiędzy profesorem Pringsheimem i fizykami polskimi zawiązały się w krótkim czasie serdeczne stosunki. Pierwszy kontakt osobisty został nawiązany w roku 1928, gdy grupa wówczas jeszcze młodych fizyków polskich przybyła do Berlina na zorganizowany przez Uniwersytet Berliński *Ferienkursus für Ausländer*. Grupa ta cieszyła się specjalnymi względami i zainteresowaniem ze strony Pringsheima, profesora Uniwersytetu Berlińskiego i jednego z gospodarzy kursu. W roku 1930, na zaproszenie prof. Pieńkowskiego, przybył Pringsheim do Warszawy w celu wygłoszenia odczytu i nawiązania kontaktów osobistych. W roku 1936 odwiedził on Polskę ponownie z okazji Międzynarodowej Konferencji poświęconej Fotoluminescencji, która odbyła się w Warszawie w maju 1936 roku. Na wniosek przewodniczącego Komitetu Organizacyjnego Konferencji, prof. Pieńkowskiego, został on wybrany przez aklamację na przewodniczącego Konferencji. *Akademia Nauk Technicznych* w Warszawie, w uznaniu jego zasług naukowych, powołała go w roku 1937 na swego członka zagranicznego. Warto zaznaczyć, że kilka ze swych licznych prac ogłosił Pringsheim w czasopiśmie polskich (*w Acta Physica Polonica* i w *Annales Akademii Nauk Technicznych*).

Pringsheim urodził się 19 marca 1881 roku w Monachium. Rodzicami jego byli profesor matematyki Uniwersytetu Monachijskiego Alfred Pringsheim i Jadwiga (Dohm) Pringsheim. Po ukończeniu gimnazjum w Monachium studiował fizykę i matematykę na Uniwersytecie Monachijskim. Po wykonaniu pracy doktorskiej pod kierunkiem prof. W. C. Röntgena uzyskał w roku 1906 stopień doktora filozofii. Dwa następne lata spędził w pracowniach prof. Riekego w Getyndze i prof. J. J. Thomsona w Cambridge. W roku 1909 obejmuje stanowisko asystenta Instytutu Fizycznego Uniwersytetu Berlińskiego. Wybuch pierwszej wojny światowej zastaje go w Australii, dokąd się udał w celu wzięcia udziału w konferencji „British Association for the Advancement of Science“. Pozostaje tam jako internowany do końca wojny. W lecie roku 1919 wraca do Niemiec i rozpoczyna swą pracę na Uniwersytecie Berlińskim jako docent prywatny. W roku 1921 zostaje mianowany profesorem nadzwyczajnym, a w roku 1930 profesorem zwyczajnym tegoż uniwersytetu. Zwolniony na emeryturę w związku ze swym częściowo niearyjskim pochodzeniem po objęciu władzy w Niemczech przez Hitlera, obejmuje stanowisko profesora „agrégé“ na wydziale politechnicznym Uniwersytetu Brukselskiego. Po najeździe armii niemieckiej na Belgię w maju roku 1940 zostaje aresztowany i wysłany wraz z tysiącami innych cudzoziemców do obozu internowanych w południowej Francji. Z obozu tego zostaje zwolniony w marcu roku 1941 po otrzymaniu nominacji na „visiting professor“ Uniwersytetu kalifornijskiego w Berkeley i wyjeżdża do Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej. Po rocznej pracy na Uniwersytecie kalifornijskim obejmuje stanowisko „visiting professor“ Uniwersytetu w Chicago, a następnie stanowiska dyrektora naukowego w Ray-Control Co. w Pasadenie, a od roku 1947 starszego pracownika nauki („senior scientist“) w Argonne National Laboratory w Chicago. Od roku 1955 przebywa w Antwerpii.

Pringsheim ogłosił drukiem około stu prac w czasopismach niemieckich, angielskich, amerykańskich, francuskich, polskich i holenderskich. Tematyka jego prac obejmuje zjawisko fotoelektryczne, luminescencję, zjawisko Ramana, widma drobin i tematy pokrewne. Napisał szereg bardzo gruntownych artykułów przeglądowych z dziedziny luminescencji oraz zjawiska Ramana dla *Handbuch der Physik, Ergebnisse der Exakten Naturwissenschaften* i innych. Bardzo ważną pozycją w jego dorobku są jego monografie. Wspólnie z prof. R. Pohlem ogłosił monografię o zjawisku fotoelektrycznym. Specjalnie cenne są jego dzieła poświęcone fluorescencji i fosforescencji. Jego dzieło pt. *Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der Neueren Atomtheorie*, obecnie wyczerpane, doczekało się trzech wydań (w latach 1921, 1924 i 1927). W roku 1949 ukazało się jego monumentalne dzieło pt. *Fluorescence and Phosphorescence* (16 + 794 strony). Dzieło to jest niezbędnym źródłem wiadomości dla każdego pracownika nauki, zajmującego się tą dziedziną lub dziedziną pokrewną. Cytuje on tam z górą 2200 prac i 26 książek, a, jak mi kiedyś wspomniał, nie cytuje on nigdy prac, których sam nie przeczytał. Wszystkie wykorzystane

prace oświetlił w swej książce krytycznie. Jest rzeczą doprawdy podziwu godną, że pracę taką mógł wykonać bez pomocy współpracowników! *Fluorescence and Phosphorescence* została przetłumaczona na język rosyjski i wydana w ZSRR z przedmową prezesa Akademii Nauk ZSRR, prof. S. I. Wawilowa.

Poza wspomnianymi wyżej dziełami ogłosił on wspólnie z M. Vogelem książkę pt. *Luminescence of liquids and solids and its practical applications*. W języku angielskim ukazały się dwa wydania tej książki, w latach 1943 i 1946, i jedno wydanie w języku niemieckim (w roku 1951).

Przez pracownię Pringsheima przewinął się szereg pracowników z różnych krajów: z Niemiec (m. i. R. Frisch i R. Rompe), z ZSRR. (S. I. Wawilow i A. Ternin), ze Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej, z Włoch (A. Carelli), z Brazylii (E. Gaviola), z Jugosławii, z W. Brytanii, z Belgii i z Polski (autor niniejszego artykułu).

Krótko wspomnę o ważniejszych wynikach prac wykonanych przez Pringsheima, lub pod jego kierunkiem.

Wykonane wspólnie z R. Pohlem prace dotyczące efektu fotoelektrycznego doprowadziły do bliższego poznania selektywnego efektu fotoelektrycznego, a zwłaszcza wpływu kierunku wektora elektrycznego światła padającego na natężenie fotoemisji, wpływu domieszek na natężenie fotoemisji i innych.

Bardzo cenne są wyniki jego prac nad polaryzacją promieniowania rezonansowego i polaryzacją fotoluminescencji roztworów (stwierdzone zostały m. i. odchylenia od przewidywań teorii F. Perrina). Zbadane zostały widma pasmowe wielu drobin. Bardzo ciekawe i ważne są wyniki badań widm absorpcji i luminescencji benzenu i jego pochodnych w różnych temperaturach (do  $-253^{\circ}\text{C}$  włącznie) i w różnych stanach skupienia oraz w roztworach (A. Kronenberger i P. Pringsheim).

W pracowni Pringsheima został zbudowany pierwszy nadający się do praktycznego użytku fluorometr (A. Gaviola) i zmierzone za jego pomocą czasy świecenia promieniowania rezonansowego sodu oraz czasy świecenia fluorescencji roztworów (A. Gaviola i F. Duschinsky). Opracowana została ogólna teoria przyrządów do pomiarów bardzo krótkich czasów świecenia (F. Duschinsky), na której oparta jest budowa wszystkich późniejszych ulepszonych typów tego rodzaju przyrządów. Ostatnie prace Pringsheima poświęcone są głównie fosforom krystalicznym.

Pringsheim odznaczał się niezwykłą łatwością pisania — swe prace i artykuły pisał od razu na czysto, nie wprowadzając do napisanego tekstu na ogół żadnych poprawek. Dzięki bliskim kontaktom z fizykami teoretycznymi a zwłaszcza z E. Schrödingerem, orientował się bardzo dobrze w wynikach prac teoretycznych. Każde zagadnienie, poruszone z nim w rozmowie, starał się przedyskutować do głębi. Zdarzało się nieraz, że odkładał swe bieżące zajęcia, aby przy małej tablicy w swej pracowni spędzić cały dzień na dyskusji, a nawet kontynuować rozpoczętą dyskusję w dniu następnym, jeżeli mu przyszło na myśl coś nowego. Dyskusje takie prowadził również i listownie.



Pringsheim uznawany jest wśród specjalistów za najlepszego znawcę luminescencji. Na „Colloque International sur la Luminescence des Corps Cristalins Anorganique“ (Paryż, r. 1956), którego był przewodniczącym, przewano go „grand père de luminescence“.

Zalety charakteru Pringsheima — skromność, szczerść, prawdomówność, niezwykła sumiennosc w cytowaniu prac obcych oraz okazywana wszystkim życzliwość — zjednały mu licznych przyjaciół na całym świecie.

Ja osobiście wspominam z ogromną wdzięcznością rok spędzony w pracowni Pringsheima, jego ze mną dyskusje (ustne a później listowne), oraz życzliwość, jakiej doznawałem i doznaję z jego strony i ze strony jego wielce szanownej małżonki pani Emilii Marii (Clement) Pringsheimowej.

*George E. Uhlenbeck*

## O pewnych nowych osiągnięciach mechaniki statystycznej \*

Do tradycji naszego Towarzystwa<sup>1</sup> należy, że ostatnią czynnością urzędową ustępującego przewodniczącego powinno być przedstawienie w zarysach tego działu fizyki, który go specjalnie interesuje i o ile możliwości tego działu, w którym sam osiągnął pewne rezultaty. Chociaż musiałem już nieraz przedtem wygłaszać takie przemówienia odczuwałem zawsze pewien lęk. Jest rzeczą tak nienaturalną mówić o zagadnieniach teoretycznych nie posługując się wzorami ani też nie używając tablicy, że można to porównać do uprawiania żonglerki z związanymi rękami. Mam jednak nadzieję, że słuchacze darują mi to, że będę podawał wiele twierdzeń bez uzasadnień. Mogę jedynie naszkicować kilka zajmujących mnie zagadnień i spodziewam się, że będę mógł przekonać słuchaczy że są one interesujące.

Jako temat wybrałem „pewne nowe osiągnięcia mechaniki statystycznej“. Należy tu położyć nacisk na słowo „pewne“, ponieważ w ostatnich pięciu latach nastąpił taki wzrost zainteresowania mechaniką statystyczną, że byłoby rzeczą zupełnie niemożliwą podjąć się przeglądu wszystkich osiągnięć jakich dokonano na tym polu. Osiągnięcia te, chociaż mniej widoczne niż w dziedzinie fizyki cząstek elementarnych, są jednak wyraźne. Może najbardziej uderzające jest powolne dochodzenie do zrozumienia od dawna znanych tajemniczych zjawisk nadprzewodnictwa pewnych metali i nadpłynności ciekłego helu II. Mogą jeszcze istnieć różnice zdań co do tego jak daleko posunęło się zrozumienie istoty tych zjawisk, lecz myślę że wszyscy są zgodni co do tego, aby przynajmniej powiedzieć że zrobiono już ważny początkowy krok w tym kierunku i że nowy bodziec do tego dała kwantowa teoria pól. Do zrozumienia własności tego, i co London nazwał nadpłynami a Landau płynami kwantowymi przyczyniły się podjęte od niedawna intensywne studia nad teorią kwantową gazów nieidealnych. Metody, które zastosowano zostały zainspirowane przez teorię

\* Przemówienie wygłoszone przez prof. Uhlenbecka z okazji ustąpienia ze stanowiska przewodniczącego Amerykańskiego Towarzystwa Fizycznego. Tekst tego przemówienia ukazał się w „Physics Today“, 13 Nr 7, 16 (1960). Tłumaczenie zostało dokonane za zgodą Wydawcy i Autora.

<sup>1</sup> American Physical Society (przyp. tłum.).

kwantową pól. Nie ma wątpliwości co do tego, że rozwój metod stosowanych w kwantowej teorii pól ośmielił do ponownego zaatakowania trudnych zagadnień teorii kwantowej dużej liczby współdziałających fermionów lub bozonów.

Przyczyniło się to razem z nowymi i pomysłowymi badaniami doświadczalnymi do otrzymania rezultatów, o których wspomniałem, i wzbudziło duże zainteresowanie fizyką niskich temperatur lub zjawiskami kwantowymi makroskopowymi.

Niestety nie jestem takim specjalistą w tym dziale, aby dać właściwy przegląd tych zadziwiających osiągnięć, lecz mogę objaśnić jeden z aspektów teorii, ponieważ jest on związany z zagadnieniami, które mnie od dawna interesowały.

### Teoria gazu Bosego złożonego z twardych kulek

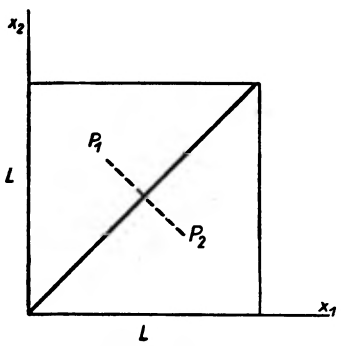
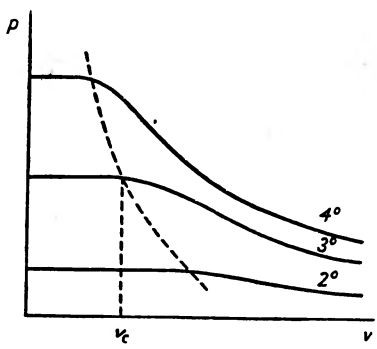
Jako przykład nieidealnego gazu Bosego a więc i uproszczonego modelu ciekłego helu, Yang, Lee i ich współpracownicy badali szczegółowo własności gazu Bosego, którego drobinami są małe sprężyste kulki. W celu wyjaśnienia na czym polegają ich rezultaty, postaram się najpierw przedstawić osobliwe własności idealnego gazu Bosego.

Idealnym gazem Bosego jest gaz, pomiędzy drobinami którego nie działają żadne siły, lecz którego drobiny podlegają tzw. statystyce Bosego, tzn. że funkcje falowe opisujące stany gazu muszą być symetryczne we współrzędnych drobin. Wynika stąd, że rozkład prędkości drobin nie jest maxwellowski, a więc własności makroskopowe takiego gazu są różne od dobrze znanych własności i praw gazu idealnego. W szczególności od czasu Einsteina (1925 r.) wiadomo, że gaz taki ulega kondensacji, choć nie ma wcale sił działających pomiędzy drobinami.

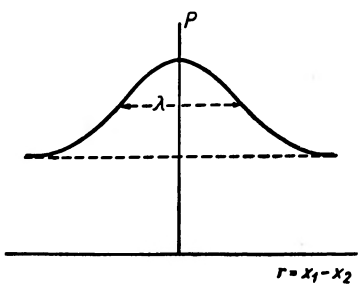
Izotermy idealnego gazu Bosego przedstawione są na rys. 1. Zauważmy, że przy gęstości lub objętości krytycznej izoterma nagle się spłaszcza. W tym punkcie następuje nagle zmiana własności makroskopowych gazu, którą nazywamy „przemianą fazy“. Zbiór izoterm wygląda rzeczywiście jak zwykły zbiór izoterm gazu nieidealnego ucięty od lewej strony. Zauważmy jednak, że kondensacja następuje w każdej temperaturze. Temperatury krytycznej nie ma. Jeżeli podstawimy dla  $v_c$  obserwowaną gęstość ciekłego helu, otrzymamy odpowiednią temperaturę równą około  $3^\circ \text{K}$ , bardzo bliską temperatury obserwowanego przejścia He I — He II, wynoszącej  $2,2^\circ \text{K}$ . Ten właśnie fakt przemówił wyraźnie za tym, że kondensacja Bosego musi być w jakiś sposób związana z ciekłym He II.

Kondensacja Bosego może stać się zrozumiałą, gdy zauważymy, że w statystyce Bosego tkwi pozorne przyciąganie się drobin. Rozważmy na przykład dwie drobinę poruszające się swobodnie (tzn. bez działania sił) w jednowymia-

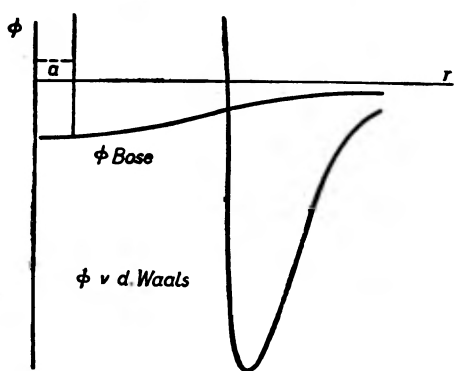
Rys. 1. Izotermy idealnego gazu Bosego



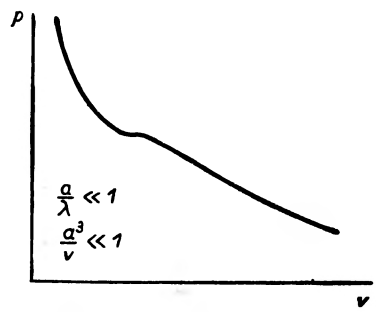
Rys. 2. Przestrzeń fazowa dwóch drobin w „naczyniu“ o długości  $L$



Rys. 3. Rozkład prawdopodobieństwa dla dwóch drobin w naczyniu jednowymiarowym



Rys. 4. Porównanie „potencjału Bosego“ z potencjałem van der Waalsa dla dwóch atomów helu



Rys. 5. Izotermy gazu van der Waalsa dla gazu Bosego, złożonego z twardych kulek

rowym „naczyniu“ o długości  $L$ . Ponieważ funkcja falowa  $\psi_i(x_1, x_2)$  musi być symetryczna dla każdego stanu energii  $E_i$  tzn. że  $\psi_i(x_1, x_2) = \psi_i(x_2, x_1)$  jest rzeczą jasną, że funkcja falowa, którą można wziąć jako funkcję rzeczywistą, musi być taka sama w dwóch punktach  $P_1$  i  $P_2$  równo odległych od przekątnej  $x_1 = x_2$  przestrzeni fazowej obu molekuł (zob. rys. 2). Przeto  $\psi_i$ , a więc i prawdopodobieństwo

$$P(x_1, x_2) = \sum_i e^{-E_i/kT} \cdot \psi_i^2(x_1, x_2)$$

przyjmie wartość maksymalną dla przekątnej tj. dla  $r = x_1 - x_2 = 0$ . Oznacza to, że cząstki chętnie przebywają razem, właśnie tak jak gdyby działały między nimi siły przyciągające. Dla cząstek swobodnych  $P$  ma kształt krzywej Gaussa o szerokości  $\lambda = h/(2\pi mkT)^{1/2}$ , będącej długością fali de Broglie'a odpowiadającej prędkości średniej ruchu średniego, będącej (oprócz  $L$ ) jedyną długością występującą w tym zagadnieniu (zob. rys. 3). Interpretując  $P$  jako czynnik Boltzmann dla „potencjału Bosego“ możemy go porównać w określonej temperaturze np. 3° K z znanym potencjałem van der Waalsa (rys. 4). Naturalnie „potencjału Bosego“ nie można brać zbyt serio. Zależy on od temperatury i nie jest sumą potencjałów dla par cząstek. Całkowita „energia potencjalna“ nie jest więc proporcjonalna do  $N^2$  lecz proporcjonalna do  $N$ , gdzie  $N$  jest całkowitą liczbą cząstek. Nie powoduje on „katastrofy“, którą spowodowałoby działanie sił przyciągających pochodzących od zwykłego, addytywnego potencjału, lecz zamiast tego wytwarza kondensację Bosego. W porównaniu z potencjałem van der Waalsa, oprócz dużej różnicy w natężeniach sił pochodzących od obu potencjałów, zasadniczą jakościową różnicę stanowi brak rdzenia odpychającego w potencjale Bosego. To właśnie zbliża mnie do badań Yanga i Lee. Dodając do „potencjału Bosego“ potencjał rzeczywisty o krótkim zasięgu i addytywny można się spodziewać, że otrzymamy przynajmniej model rzeczywistej przemiany fazowej pomiędzy parą a cieczą i równocześnie można oczekiwać, że faza ciekła wykaże jakościowo pewne własności ciekłego helu II.

Te oczekiwania spełniły się. Rys. 5 przedstawia jakościowo przebieg izotermi gazu Bosego o drobinach złożonych z twardych kulek. Zakłada się zawsze, że zasięg  $a$  jest mały w porównaniu z  $\lambda$  i z średnią odległością pomiędzy drobinami. Lecz przy tych ograniczeniach otrzymuje się izotermę podobną do zwykłej izotermi, obejmującą obie fazy: gazową i ciekłą. Występuje na niej mały odcinek poziomy (w danym przybliżeniu), a gałąź odpowiadająca fazie ciekłej nie jest stroma, ponieważ ciśnienie działa nie przeciwko gęsto upakowanym twardym kulom, lecz przeciw ruchowi kul w temperaturze zera bezwzględnego. Aby ocenić właściwie znaczenie tego osiągnięcia, należy zważyć, że (pomimo van der Waalsa) nie doszliśmy dotychczas do pełnego zrozumienia zwykłej równowagi pomiędzy parą i cieczą i powodu istnienia punktu krytycznego.

Okazuje się też, że faza skondensowana posiada własność nadpłynności.

Można było oczekiwać tego po badaniach Feynmana i Bogolubowa i dlatego nie jest to niczym nowym. Jest jednak przyjemnie mieć prosty model, dla którego można wykonać konkretne rachunki dzięki temu, że model zawiera mały parametr (mianowicie  $a/\lambda$ ), tak że można stosować metodę kolejnych przybliżeń. Nie mogę o tym więcej powiedzieć, ponieważ mimo prostoty modelu rachunki są skomplikowane. Mógłbym tylko powiedzieć, że wyrażenia na różne wielkości fizyczne, wbrew temu, co można by przypuszczać, nie są rozwijalne na szeregi potęgowe według małej wielkości  $a/\lambda$ . Wydaje się, że struktura matematyczna metody kolejnych przybliżeń jest bardzo skomplikowana i wymaga jeszcze wielu badań. W końcu mógłbym zauważyć, że dla stosowalności metod Lee i Yanga jest istotne, aby rzeczywiste siły były odpychające. Dla gazu Fermiego, podobnie jak dla elektronów w metalach, rezultatem założeń statystyki jest pozorne odpychanie, co jest jasne, gdyż na przekątni na rys. 2 funkcja falowa musi być zerem, zamiast osiągać maksimum. Dodatkowa siła rzeczywista odpychająca nie da więc nic nowego. Aby otrzymać przemianę fazową, jaka występuje w zjawisku nadprzewodnictwa, siły rzeczywiste muszą być przyciągające. Teorię komplikuje jeszcze pojawianie się dyskretnych stanów kwantowych, tak że uważam że, teoria nadprzewodnictwa zawiera jeszcze elementy sporne. O ile wiem, nie opracowano jeszcze teorii mieszanin gazów Fermiego i Bosego. Wydaje mi się to rzeczą specjalnie interesującą dzięki znamiennemu faktowi, że w bardzo niskich temperaturach płynny  $\text{He}^3$  i płynny  $\text{He}^4$  nie mieszają się w dowolnych proporcjach, lecz dzielą się na dwie fazy płynne podobnie jak oliwa i woda, chociaż siły rzeczywiste działające pomiędzy różnymi atomami są przypuszczalnie takie same. Wykazuje to naocznie, że się tak wyrazimy, konflikt pomiędzy statystykami Fermiego i Bosego.

### Teoria procesów nieodwracalnych

Drugim tematem, który chciałbym omówić, jest teoria procesów nieodwracalnych (takich jak dyfuzja i przewodzenie ciepła), ponieważ sądzę, że i tutaj mamy do czynienia z powolnym, lecz istotnym postępowaniem w zrozumieniu podstaw tych zjawisk.

Całkiem ogólnie można powiedzieć, że lepiej wyświełono związek pomiędzy wyjaśnieniem Gibbsa i wyjaśnieniem Boltzmannna pozornej nieodwracalności wszystkich zjawisk przyrody. Pragnę zacząć od przypomnienia poglądów obu tych założycieli mechaniki statystycznej.

Według Gibbsa nieodwracalność w przyrodzie spowodowana jest przede wszystkim tym, że w przypadku rzeczywistych układów makroskopowych, takich jak gaz lub płyn, nikt nie zna (ani wcale nie chce znać) początkowych położenia i prędkości (fazy początkowej) wszystkich drobin. W najlepszym wypadku można znać pewne wartości średnie i wtedy podstawą do opisu zachowania się układu z biegiem czasu jest znajomość rozkładu prawdopodobieństwa fazy początkowej układu. Zmiana rozkładu prawdopodobieństwa

[lub gęstości (ensemble density), jak nazywa ją Gibbs] jest wtedy wyznaczona w zupełności przez prawa mechaniki, przez tzw. równanie Liouville'a. Jak wskazuje Gibbs, zwykle fazy dwóch układów identycznych o mało różniących się fazach początkowych będą się z biegiem czasu znacznie różnić. Rozkład prawdopodobieństwa będzie w ogólności coraz bardziej gładki i w końcu stanie się jednorodny co odpowiada stanowi równowagi. Zauważmy że w tym wyjaśnieniu stawia się założenie natury probabilistycznej tylko dla początkowego stanu układu. Przy badaniu przebiegu czasowego powołujemy się już tylko na mechanikę klasyczną. Rozumowanie to jest bardzo ogólne i moim zdaniem na pewno poprawne. Jest ono jednak tak ogólne, że jest rzeczą trudną lub prawie niemożliwą, zastosować je do przypadków szczególnych.

Z drugiej strony, Boltzmann ograniczył się prawie wyłącznie do gazów i za przyczynę nieodwracalnego zachowania się gazu uważał przypadkową naturę zderzeń pomiędzy drobinami. Przyjmując specjalne założenia o liczbie tych zderzeń otrzymał on równanie, które dzisiaj nazywa się równaniem Boltzmann'a i które opisuje w szczegółach jak funkcja rozkładu stanu drobin (nie całego gazu jak u Gibbsa) przechodzi z biegiem czasu w rozkład równowagi Maxwella-Boltzmann'a. Równanie to można więc zastosować do przypadków szczególnych; jednym z dużych sukcesów teorii było obliczenie współczynników przenoszenia (np. przewodnictwa cieplnego) gazów w zależności od potencjału sił działających pomiędzy drobinami. Wyniki rachunków zostały w zupełności potwierdzone przez doświadczenie.

Wiele napisano o związku pomiędzy tymi dwoma podstawowymi punktami widzenia. Niektórzy dyskutowali ten problem biorąc pod uwagę aspekt filozoficzny, a w szczególności badali związek z fundamentalnym zagadnieniem stosowalności pojęcia prawdopodobieństwa oraz rachunkiem prawdopodobieństwa do fizyki. Inni próbowali do analizy tego zagadnienia stosować nową teorię informacji Shannon'a. W końcu włożono wiele wysiłku w to, aby „wyprowadzić“ równanie Boltzmann'a z równania Liouville'a, chociaż na pierwszy rzut oka wydaje się to niemożliwe, gdyż równanie Liouville'a daje bardziej szczegółowy opis (zawiera więcej „informacji“) niż równanie Boltzmann'a. Nie chcę lekceważyć wszystkich tych wysiłków, na które pierwszy wskazał Bogolubow, ponieważ yprzyczniły się one do prawdziwego, jak sądzę, rozwiązania.

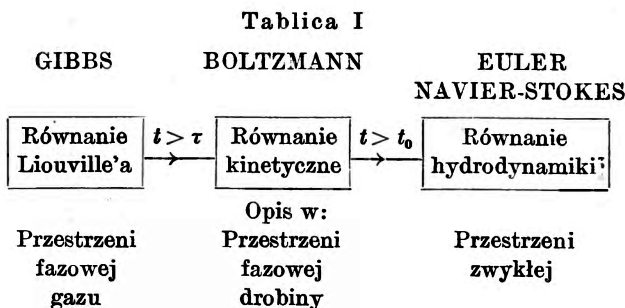
Moim zdaniem uwagi Bogolubowa rozstrzygające to zagadnienie są następujące: przede wszystkim wskazuje on na to, że mieszanie się faz lub proces chaotyizacji Gibbsa pojawia się w różnych stadiach. W szczególności zdarzy się to zawsze, gdy rozważany układ posiada szereg czasów relaksacji, których rzędy wielkości kolejno rosną. Wtedy można oczekiwać że w kolejnych stadiach zmiany układu w czasie będą wyznaczane przez coraz to mniejszą liczbę zmiennych. Te zmienne są to wielkości, które w odpowiednich stanach będą się zmieniać, że się tak wyrazimy „sekularnie“ podczas gdy wszystkie inne wielkości osiągnęły już wartość charakterystyczną dla stanu równowagi. Jako wynik

otrzymujemy uproszczony i zawężony opis zmian układu w czasie, dopóki w końcu nie nastąpi „śmierć“ w postaci stanu równowagi, opisanego przez małą liczbę zmiennych termodynamicznych charakteryzujących ten układ.

Jak już powiedziałem, różne stadia zależą od podstawowych czasów relaksacji układu a te dla różnych układów mogą być zupełnie inne. Nie istnieje dotąd żadna ogólna teoria procesów nieodwracalnych porównywalna z ogólną teorią równowagi termodynamicznej zbudowaną na pojęciach mikrokanonicznych, kanonicznych i wielkich zbiorów Gibbsa. Jeśli chodzi o zbliżanie się do stanu równowagi, każdy układ zachowuje się w sposób indywidualny, chociaż naturalnie istnieją klasy układów zachowujących się podobnie w zależności od typów sił działających pomiędzy drobinami. Rozważmy dla przykładu gaz składający się z drobin jednoatomowych elektrycznie obojętnych, tak że siły działające między drobinami mają krótki zasięg i są znanego typu van der Waalsa. W tym przypadku najkrótszym podstawowym czasem relaksacji jest czas zderzenia  $\tau$ , wyznaczony przez zasięg sił. Potem następuje czas  $t_0$  między zderzeniami wyznaczony przez średnią drogę swobodną drobin; gdy gaz nie jest zbyt gęsty  $t_0$  jest o kilka rzędów wielkości większe niż  $\tau$ . Według Bogolubowa musimy więc oczekiwać, że pierwsze zawężenie opisu stanu gazu nastąpi po krótkim okresie zderzenia rzędu  $\tau$ . To stadium zawężone nazywamy kinetycznym. Możemy je również nazwać stadium Boltzmann, gdyż zmienną, która zmienia się „sekularnie“ i określa dalsze zachowanie się układu z biegiem czasu, jest funkcją  $f$  rozkładu stanów pojedynczej drobin, ta która występuje w równaniu Boltzmann. Powód, dla którego  $f$  jest podstawową zmienną sekularną, polega przypuszczalnie na tym że w czasie  $\tau$  funkcja  $f$  pozostaje prawie niezmienną podczas gdy, że tak powiem, funkcja rozkładu par zmienia się szybko i że już można oczekiwać, że ze względu na  $f$  osiągnęła już swoją postać właściwą dla równowagi. Pomyślmy, że to nie jest udowodnione. Jest to przypuszczalnie własność asymptotyczna rozwiązania zagadnienia wartości początkowych równania Liouville'a dla tego przypadku. Jednak wydaje mi się to bardzo prawdopodobne.

Zwykle po stadium kinetycznym następuje dalsze zawężenie w tzw. stadium hydrodynamicznym, w którym podstawowymi zmiennymi sekularnymi są tzw. zmienne makroskopowe (gęstość, średnia prędkość i temperatura gazu), a równaniami podstawowymi opisującymi dalsze zachowanie się układu z biegiem czasu są równania hydrodynamiczne Eulera i Stokesa-Naviera. Możliwość tego zawężenia pochodzi stąd, że zwykle (ale np. nie dla fal uderzeniowych!) czas  $t_0$  jest bardzo krótki w porównaniu z makroskopowymi czasami relaksacji, wyznaczanymi przez zależność zmiennych makroskopowych od współrzędnych przestrzennych. Wynikiem tego jest fakt, że funkcja rozkładu  $f$  drobin osiąga bardzo szybko (w okresie czasu rzędu  $t_0$ ) postać właściwą dla równowagi odnośnie do rozkładu prędkości a później zmienia się powoli przez powolne wyrównanie się gęstości, prędkości średniej i temperatury do postaci, jaką osiąga funkcja rozkładu w stanie pełnej równowagi.





W tablicy 1 próbowałem zebrać w pewien schemat to, co powiedziałem. Proszę zauważyć, że strzałki nie oznaczają wyprowadzenia, co jest niemożliwe, gdyż równanie podstawowe w każdym stadium zawiera dużo więcej informacji niż równanie w następnym stadium, lecz wskazują one na zawężenie opisu, o którym była mowa.

Nie wiem także jakie wrażenie wywołało przedstawienie tego ogólnego punktu widzenia. Mówiłem o tym przy różnych okazjach (gdy człowiek się starzeje, martwi się że ma coraz mniej do powiedzenia a musi mówić coraz częściej), tak że może to być znane niektórym ze słuchaczy. Lecz jestem pewien, że czyjąś pierwszą reakcją będzie: czy można wyjść poza ogólne idee i otrzymać konkretne rezultaty i czy można zrozumieć sens fizyczny tych rezultatów? Myślę, że na oba pytania można odpowiedzieć (lub odpowie się) twierdząco. Idee Bogolubowa zawierają program, który można opracować, czego jednak nie mogę przedstawić nie wchodząc w szczegóły matematyczne. Jednak, aby okazać, że to co powiedziałem nie było jedynie filozofowaniem, spróbuję przedstawić w paru tabelach niektóre z otrzymanych rezultatów.

Przede wszystkim chciałbym zauważyć, że proces zawężania jest zawsze związany z zastosowaniem metody kolejnych przybliżeń, w której małym parametrem jest stosunek obu występujących czasów relaksacji, okazuje się że dla sił o krótkim zasięgu i w stadium kinetycznym ta metoda kolejnych przybli-

Tablica II  
Siły krótkozasięgowe

Teoria stanów równowagi	Rozwinięcie wiriału  parametr: $\frac{\text{zasięg sił}}{\text{odległość między drobinami}}$  $\frac{pv}{kT} = 1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \dots$
Teoria stanów nierównowagi	Równanie kinetyczne na $f(r, p, t)$  $\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{1}{v} A_2(x/f) + \frac{1}{v^2} A_3(x/f) + \dots$

żeń jest równoważna z dobrze znanym rozwinięciem wirału Kamerlingh-Onnesa. W tabelicy 2 rozwinięcie to jest pokazane równolegle dla stanu równowagi i nierównowagi. Zauważmy, że w stanie równowagi kolejne współczynniki wirału  $B(T)$ ,  $C(T)$ , ... zależą od współdziałania par, trójek itd. drobin. Dokładne wyrażenia na te współczynniki w zależności od sił działających między drobinami są znane od trzydziestu lat dzięki pracom Ursell'a i Mayer'a.

Podobnie w stanie nierówności równanie kinetyczne opisujące w tym stadium jak zmienia się funkcja  $f(r, p, t)$  rozkładu drobin gazu, zawiera jak widać kolejne wyrazy  $A_2(x/f)$ ,  $A_3(x/f)$ , ... przedstawiające zmianę  $f$  spowodowaną przez zderzenia dwóch, trzech ... drobin. Zmienna  $x$  oznacza tu współrzędne  $r$  i pędy  $p$  drobin, a  $A_i(x/f)$  jest wyrażeniem zależącym tak od  $x$  jak i funkcjonalnie od  $f$ . Wyrażenia te mają postać (dla sił o krótkim zasięgu)

$$A_2(x/f) = \int \int d\zeta_1 d\zeta_2 f(\zeta_1, t) f(\zeta_2, t) \Omega_2(x, \zeta_1 \zeta_2) \cong \int dp_1 \int dw g I(g, \vartheta) (f' f_1 - f f_1)$$

Boltzmann

$$A_3(x/f) = \int \int \int d\zeta_1 d\zeta_2 d\zeta_3 f(\zeta_1, t) f(\zeta_2, t) f(\zeta_3, t) \Omega_3(x, \zeta_1 \zeta_2 \zeta_3).$$

Soon Takh Choh

Funkcje  $\Omega_2$ ,  $\Omega_3$ , ... zależą od dynamiki zderzeń podwójnych, potrójnych itd., i można je przynajmniej w zasadzie, znaleźć gdy znana jest siła działająca pomiędzy drobinami. Niestety ścisła definicja tych funkcji jest zbyt skomplikowana aby ją tutaj podawać, ograniczymy się tylko do stwierdzenia że do wyrażenia  $A_2$  wchodzi współrzędne i pędy pary cząstek współdziałających (które oznaczymy przez  $\zeta_1$  i  $\zeta_2$ ), po których należy całkować. Jak już wykazał Bogolubow w przypadku jednorodności przestrzennej (gdy  $f$  zależy tylko od  $p$  i  $t$ ),  $A_2$  przybiera zwykłą postać Boltzmann'a, napisaną w drugiej linijce;  $g$  jest wtedy prędkością względną zderzających się drobin o pędach  $p$  i  $p_1$ , która w zderzeniu  $(p, p_1) \rightleftharpoons (p', p'_1)$  zmienia się o kąt  $\vartheta$  i pada w kąt bryłowy  $dw$ ,  $I(g, \vartheta)$  jest różniczkowym przekrojem czynnym dla zderzenia. W końcu w wyrażeniu na  $A_3$ , wyprowadzonym po raz pierwszy przez dr S. T. Choh w jego dysertacji (1958 r.) występują jak można było oczekiwać współrzędne i pędy  $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$  trzech współdziałających cząstek.

Dwie ostatnie tabele zawierają próbę przedstawienia analogicznej teorii dla gazu, w którym działają długozasięgowe siły Coulomba, jak w przypadku zupełnie zjonizowanej plazmy. Małym parametrem, według którego następuje rozwinięcie na szereg kolejnych przybliżeń, jest teraz stosunek średniej odległości między cząstkami do tzw. długości osłaniania Debye'a (Debye shielding length). Występuje on w pierwszej poprawce Debye'a do praw gazu idealnego dla rozcieńczonej plazmy. (Zob. tab. 3). W definicji długości Debye'a  $1/k$ ,  $Z_{\sigma} e$  oznaczają ładunki a  $n_{\sigma}$  gęstości liczbowe różnych typów  $\sigma$  cząstek naładowanych tworzących plazmę. Wyrazom charakteryzującym gaz idealny i pierwszą poprawkę Debye'a w równaniu stanu odpowiadają w równaniu kinetycznym

Tablica III  
Siły Coulomba

<p>Teoria stanów równowagi</p>	<p>Rozwinięcie Debye'a parametr: <math>\frac{\text{odległość między drobinami}}{\text{długość Debye'a } (= 1/k)}</math></p> $k^2 = \frac{4\pi e^2}{kT} \sum_{\sigma} Z_{\sigma}^2 n_{\sigma}$ $\frac{pv}{kT} = 1 - \frac{1}{24\pi} vk^2 + \dots$
<p>Teoria stanów nierównowagi</p>	<p>Równanie kinetyczne na <math>f_{\sigma}(r, p, t)</math></p> $\frac{\partial f_{\sigma}}{\partial t} + \frac{p}{m} \frac{\partial f_{\sigma}}{\partial r} = A_0(x/f_{\sigma}) + A_1(x/f_{\sigma}) + \dots$

wyrazy  $A_0(x/f_{\sigma})$  i  $A_1(x/f_{\sigma})$ , gdzie  $x$  oznacza znowu współrzędne i pędy a  $f_{\sigma}(r, p, t)$  jest funkcją rozkładu dla jonów typu  $\sigma$ . Wyrażenia na  $A_0$  i  $A_1$  podane są w tabeli 4. Interpretacja wyrazu  $A_0$  jest prosta; w zerowym przybliżeniu działanie sił Coulomba na  $f$  jest spowodowane przez przyspieszenie, jakie wywołuje pole

Tablica IV

Postać wyrazów opisujących współdziałanie (dla sił coulombowskich)

<p>Zerowe przybliżenie (Landau-Własow)</p> $A_0(x/f_{\sigma}) = +eZ_{\sigma} \text{grad } \Phi \frac{\partial f_{\sigma}}{\partial p}$ <p>Pierwsze przybliżenie (Balescu - R. Guernsey)</p> $A_1(x/f_{\sigma}) = \frac{\partial}{\partial p_{\alpha}} (a_{\alpha} f_{\sigma}) + \frac{\partial^2}{\partial p_{\alpha} \partial p_{\beta}} (b_{\alpha\beta} f_{\sigma})$ <p>W przypadku jednorodności przestrzennej <math>a_{\alpha}</math>, <math>b_{\alpha\beta}</math> są znanymi funkcjonalami <math>f_{\sigma}</math></p>
---

elektryczne wytworzone przez średnią gęstość ładunku, która znowu poprzez równanie Poisson'a jest wyznaczona przez  $f$ . W tabelicy 4  $\Phi$  jest potencjałem pola elektrycznego, a wspomniane równanie Poisson'a ma postać:

$$\Delta\Phi = -\frac{4\pi e}{v} \sum_{\sigma} Z_{\sigma} \int dp f_{\sigma}(r, p, t).$$

Jest to tzw. samoustalające się (self-consistent) pole (przybliżenia Landaua i Własowa). W przypadku jednorodności przestrzennej wyraz  $A_0$  znika dla dowolnego rozkładu cząstek naładowanych. W następnym przybliżeniu (dla

$A_1(x/f)$  otrzymujemy w przypadku jednorodności przestrzennej równanie podobne do równania Fokkera-Plancka, związane z fluktuacjami w rozkładzie ładunku. Zostało ono wyprowadzone niedawno przez dr Balescua i R. Guernseya.

Występujące w tabelicy 4 wielkości  $a_i$  i  $b_{ij}$  zależą w dość skomplikowany sposób od samej funkcji rozkładu  $f_\sigma$  tak że równanie kinetyczne dla przypadku jednorodności przestrzennej nie jest liniowe. Guernsey wykazał, że z wyrazu  $A_1$  wynika makswellowski rozkład prędkości jonów oraz to, że funkcja  $H$  Boltzmana maleje monotonnie, jak wyraz zderzeniowy Boltzmana dla sil o krótkim zasięgu. Znalazł on też postać funkcji  $A_1$  w przypadku niejednorodnym; postać ta jest znacznie bardziej skomplikowana.

Sądzę że odczyt ten dał pewne pojęcie o kierunkach rozwoju teorii procesów nieodwracalnych. Jest to dopiero początek, pozostaje jeszcze wiele zagadnień w szczególności w problemie przejścia do stadium hydrodynamicznego lub dla plazmy do stadium magnetohydrodynamicznego. Chociaż wydaje mi się że ogólny zarys teorii jest dla mnie jasny, mam często trudności przy próbach intuicyjnego, jakościowego rozumienia szczegółów bez odwoływania się do aparatu matematycznego. Tego rodzaju zrozumienia braknie niestety często w dzisiejszych pracach badawczych.

Kończąc pozwolę sobie zauważyć, że żaden fizyk teoretyczny nie powinien być zadowolony dopóki nie uzyska intuicyjnego i jakościowego wglądu w swoje wzory.

*(Tłumaczył Bronisław Średniawa)*

*Henry A. Boorse*

Barnard College and Pupin Phys. Lab.  
Columbia University  
New York

## Niektóre aspekty doświadczalne nadprzewodnictwa \*

Istnieje szereg metali, które oziębione do temperatury kilku stopni Kelvina ujawniają niezwykłą własność — nagle tracą opór elektryczny. Ta własność „nadprzewodnictwa“ została odkryta przez Kamerlingh Onnesa [1] w 1911 r., na uniwersytecie w Lejdzie. Przez wiele lat uważano, że nadprzewodnik jest po prostu doskonałym przewodnikiem, jednakże stopniowe ujawnianie trudności termodynamicznych, związanych z tym punktem widzenia, łącznie z odkrytym w 1933 roku efektem Meissnera-Ochsenfelda [2] (nadprzewodnik jest doskonałym diamagnetykiem) doprowadziło do przekonania, że zjawisko nadprzewodnictwa ma o wiele szersze znaczenie niż przypuszczano początkowo.

Aspekt diamagnetyczny posłużył za podstawę teorii własności elektromagnetycznych nadprzewodnika, stworzonej przez F. i M. Londonów [3] w 1935 roku.

Jednakże przez parę lat jakoś nie udawało się, mimo wielu prób, stworzyć mikroskopowej, kwantowo-mechanicznej teorii, która dałaby zadowalającą zgodność z danymi doświadczalnymi. Dlatego z niezwykłym zainteresowaniem witamy opublikowaną ostatnio teorię Bardeena, Coopera i Schrieffera [4], z którą dr Cooper zaznajomi nas w następnej publikacji<sup>1</sup>. Moim celem jest dokonanie przeglądu pewnych aspektów doświadczalnych nadprzewodnictwa, aby pokazać, jakie zjawiska musi objaśnić teoria. Ograniczony czas nie pozwala mi oczywiście na bardziej szczegółowe przedstawienie danych doświadczalnych. W celu lepszego skoordynowania uwag dra Coopera i moich wybrałem głównie te aspekty zagadnienia, które są cytowane i objaśnione w teorii Bardeena, Coopera i Schrieffera (BCS), a mianowicie:

a) efekty związane z nieskończonym przewodnictwem, ( $E = 0$ );

\* Artykuł ten jest treścią przemówienia wygłoszonego na dorocznym Zjeździe AATP (Amerykańskiego Stowarzyszenia Wykładowców Fizyki) 31 stycznia 1958 r. w Nowym Jorku. (Am. J. Physics, 27, No 1, 47 (1959)). Tłumaczenia dokonano za zgodą Autora i Wydawcy.

<sup>1</sup> Artykuł Coopera ukaże się w następnym nrze *Postępów Fizyki*.

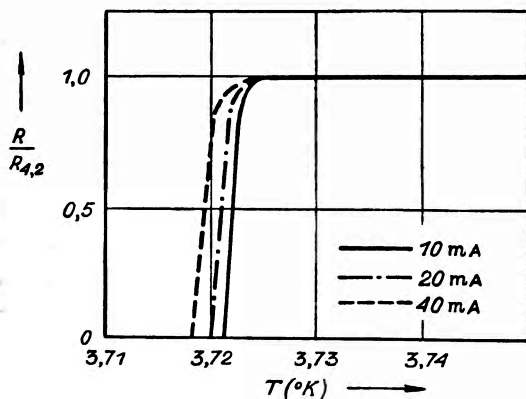
Bardziej szczegółowy przegląd teorii nadprzewodnictwa można znaleźć w artykułach: 1) C. G. Kuper, Adv. Phys., 8, No 29, 1—44 (1959), 2) J. M. Khalatnikov and A. A. Abrikosov, ibid., 45—86 (1959).

Podstawowe prace teoretyczne (m. in. artykuł przeglądowy C. G. Kupera) dotyczące nowej teorii nadprzewodnictwa można znaleźć w ostatnio wydanym w języku rosyjskim zbiorze tłumaczeń pod red. Akademika N. N. Bogulubowa: *Teorija swierchprowodimosti*, Izd. In. Lit., Moskwa 1960; oraz w książce: N. N. Bogulubow W. W. Tołmaczow, D. W. Szyrkow, *Nowyj metod w teorii swierchprowodimosti*, Moskwa 1958 (Przyp. tłum.).

- b) efekt Meissnera-Ochsenfelda, ( $B = 0$ );
- c) przejście fazowe drugiego rodzaju, zachodzące w zerowym polu magnetycznym w temperaturze przejścia  $T_c$ ;
- d) zależność  $T_c$  od masy izotopowej ( $M$ ) próbki  $M^{1/2} T_c = \text{const}$ ;
- e) zależność elektronowego ciepła właściwego od temperatury w pobliżu  $T = 0^\circ\text{K}$ , ( $\exp(-T_c/T)$ ).

Wydaje mi się, że będzie najprościej, jeśli zaczniemy od krótkiego spojrzenia na zachowanie się oporu elektrycznego normalnych metali przy obniżaniu ich temperatury poniżej temperatury pokojowej. Jak wiadomo, początkowo opór maleje liniowo z temperaturą, a przy niskich temperaturach ten spadek jest wolniejszy.

Na koniec w temperaturach rzędu kilku stopni Kelvina opór w wielu przypadkach staje się niezależny od temperatury, osiągając wartość stałą, zwaną oporem szczątkowym, zależnym od obecności obcych atomów i defektów sieci krystalicznej metalu. Lecz potem pojawia się zdumiewające zjawisko. Dalsze obniżanie temperatury doprowadza do niemal gwałtownego zaniku oporu. Przykład takiego zachowania się oporu cyny jest przedstawiony na rys. 1. Jak widać z niego temperatura, przy której zanika opór, jest zależna



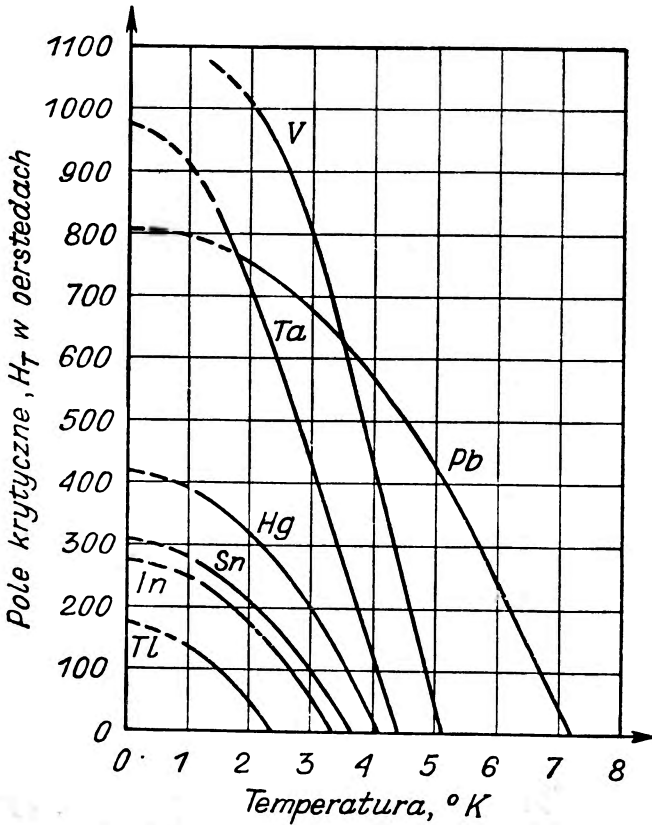
Rys. 1. Przejście nadprzewodzące czystej cyny (wg de Haasa i Voogd'a 2]

do prądu pomiarowego. Powód tego przesunięcia temperatury przejścia udało się bardzo szybko wyjaśnić obecnością pola magnetycznego prądu. W dalszym ciągu terminu „temperatura przejścia“ będziemy używali dla oznaczenia przejścia od stanu normalnego do nadprzewodzącego w zerowym polu magnetycznym, a terminu „temperatura krytyczna“ będziemy używali dla oznaczenia tego samego przejścia, lecz w obecności pola magnetycznego.

Ponieważ własności magnetyczne nadprzewodników mają fundamentalne znaczenie, przeprowadzono obszernie badania nad zależnością temperatury krytycznej od natężenia pola dla wszystkich nadprzewodników.

Na rys. 2 jest przedstawiona zależność natężenia pola magnetycznego, które wystarcza do zniszczenia nadprzewodnictwa — od temperatury dla cyny

i szeregu innych metali. Aby jaśniej zrozumieć, co przedstawiają te krzywe, wyobraźmy sobie, że długi cienki pręt metalu umieszczono wzdłuż osi pośrodku bardzo długiego selenoidu. W przypadku ołowiu np. trzeba by obniżyć temperaturę do  $7,2^{\circ}\text{K}$ , aby metal zaczął nadprzewodzić nawet przy zerowym polu magnetycznym; w jednorodnym polu ok.  $570\text{Oe}$  ołów będzie nadprzewodził



Rys. 2. Pola krytyczne w oerstedach w funkcji temperatury dla różnych nadprzewodzących metali

dopiero po osiągnięciu  $4^{\circ}\text{K}$ . Na rys. 2 przedstawione są krzywe jedynie dla kilku znanych nadprzewodników. W chwili obecnej istnieją tak sklasyfikowane 23 pierwiastki<sup>2</sup>, a ich rozmieszczenie w układzie periodycznym jest przedstawione na rys. 3 (nadprzewodniki są umieszczone w ramkach). Pod symbolem każdego nadprzewodnika jest ukazana jego temperatura przejścia. Obecnie istnieją jeszcze pewne wątpliwości odnośnie do hafnu, ale to dla nas w tej chwili nie ma znaczenia. Ciekawe jest zwrócić uwagę, że spośród pierwiastków pierwszej grupy żaden nie jest nadprzewodnikiem. Ktoś mógłby

<sup>2</sup> Bizmut i beryl również wykazują własności nadprzewodzące, ale tylko w bardzo szczególnych warunkach fizycznych (przyp. tłum.).

naiwnie oczekiwać, że najlepsze przewodniki elektryczności, tj. te, które mają największą ilość swobodnych elektronów, będą przeważać wśród nadprzewodników, lecz, jak widać z powyższego, tak nie jest. To sugeruje z drugiej strony, że bardziej sprzyja nadprzewodnictwu silniejsze oddziaływanie między siatką i elektronami przewodnictwa.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII		
1	1 H							2 He		
2	3 Li	4 Be	5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne		
3	11 Na	12 Mg	13 Al 1,197°	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar		
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti 0,39°	23 V 4,89°	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni
	29 Cu	30 Zn 0,93°	31 Ga 1,10°	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr		
5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr 0,55°	41 Nb 8,9°	42 Mo	43 Tc 11,2°	44 Ru 0,47°	45 Rh 0,9°	46 Pd
	47 Ag	48 Cd 0,56°	49 In 3,40°	50 Sn 3,74°	51 Sb	52 Te	53 J	54 Xe		
6	55 Cs	56 Ba	57 La 4,8,5,8°	72 Hf 0,37°	73 Ta 4,38°	74 W	75 Re 1,70°	76 Os 0,71°	77 Ir	78 Pt
	79 Au	80 Hg 4,16°	81 Tl 2,39°	82 Pb 7,22°	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn		
7	87 Fr	88 Ra	89 Ac	90 Th 1,37°	91 Pa	92 U 1,1°	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm

Rys. 3. Rozmieszczenie nadprzewodników w układzie periodycznym. Cyfry poniżej symbolu pierwiastka w każdej ramce oznaczają jego temperaturę przejścia. Z książki M. W. Zemansky *Heat and Thermodynamics* (McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1957), wydanie czwarte

Powróćmy teraz do krzywych zależności  $H$  od  $T$ , przedstawionych na rys. 2, i rozważmy, czy można je traktować jako diagramy fazowe w tym samym sensie, jak krzywe parowania, topnienia i sublimacji na wykresie: ciśnienie — temperatura.

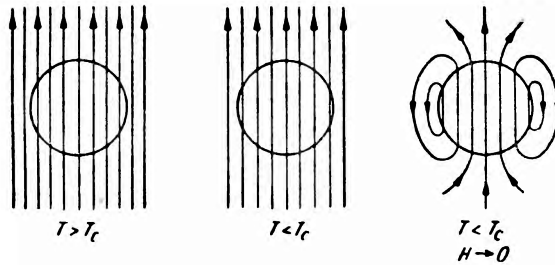
Aby odpowiedzieć na to pytanie, spójrzmy najpierw na klasyczną zależność między przewodnictwem elektrycznym i polem magnetycznym, aby zobaczyć czego możemy oczekiwać od metalu, gdy wzrasta jego przewodnictwo i staje się doskonałym przewodnikiem.

Z równania „indukcji“ otrzymujemy:

$$c\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t \quad (1)$$



Korzystając z prawa Ohma,  $E = J/\sigma$ , gdzie  $J$  jest gęstością prądu, a  $\sigma$  przewodnictwem elektrycznym metalu. Gdy opór elektryczny dąży do zera,  $\sigma$  dąży do nieskończoności i  $E$  dąży do zera. Stąd w przypadku granicznym, gdy opór jest równy zeru,  $\partial B/\partial t = 0$  albo  $B = \text{const}$  zawsze, gdy tylko zostanie osiągnięty taki stan. Niektóre konsekwencje tego rezultatu można przedstawić przy



Rys. 4. Własności doskonałego przewodnika po przejściu w stan doskonałej przewodności (fig. środkowa) i po usunięciu pola (fig. prawa)

pomocy rys. 4. Widzimy tutaj z lewej strony cylindryczną próbkę metalu umieszczoną w poprzecznym polu magnetycznym w temperaturze wyższej, niż niezbędna do przejścia w stan idealnego przewodnictwa. Przenikalność magnetyczna próbki jest praktycznie równa jedności. Pozostaje ona niezmienna,

Rys. 5. Szereg eksperymentów pokazujących, że stan wewnętrzny doskonałego przewodnika zależy od kolejności, w jakiej umieszcza się go w takie same końcowe warunki zewnętrzne.

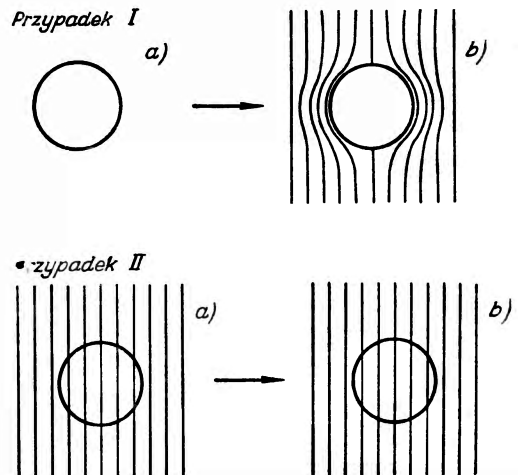
Z książki F. London, *Superfluids* (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1950), Vol. I

#### Przypadek I

- Próbka jest najpierw oziębiona poniżej jej temperatury przejścia
- a potem umieszczona w polu magnetycznym

#### Przypadek II

- Próbka jest umieszczona w polu magnetycznym, znajdując się w stanie normalnym
- stopniowo oziębiana poniżej temperatury przejścia

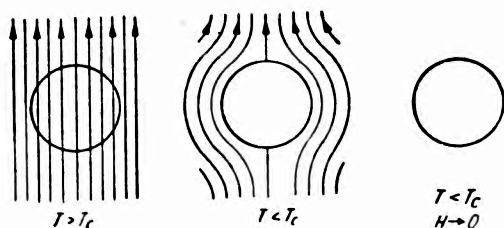


gdy temperatura jest obniżona poniżej wartości krytycznej. Na koniec, zewnętrzne pole zostało usunięte (rysunek prawy). Jeśli indukcja  $B$  miałaby pozostać stała, wówczas pole wewnątrz próbki pochodziłoby od prądów indukcyjnych wywołanych zmianą pola zewnętrznego. Taka sytuacja miałaby dziwne konsekwencje, które można pokazać przy pomocy kolejnych figur na rys. 5. W wypadku pierwszym próbka jest oziębiona poniżej temperatury przejścia a następnie umieszczona w polu magnetycznym. Przyjmując,

że  $B$  nie może się zmieniać widzimy, że wartość  $B$  wewnątrz cylindra pozostaje równa zeru. Jeśli, z drugiej strony, cylinder był umieszczony w polu magnetycznym zanim został oziębiony poniżej temperatury krytycznej,  $B$  powinno pozostać przy wartości początkowej.

Tak więc stan końcowy powinien by zależeć od kolejności procesów, przy pomocy których został osiągnięty. Oznacza to, że stanu wewnętrznego nie można by jednoznacznie określić przy pomocy wielkości zewnętrznych  $H$  i  $T$ , lecz dodatkowo przez historię, jaką przebyła próbka.

Stan nieskończonego przewodnictwa nie jest więc stanem równowagi termodynamicznej, ponieważ te same parametry zewnętrzne nie doprowadzają do tego samego stanu wewnętrznego. A więc nie można stosować odwracalnej termodynamiki do metalu, chyba że nadprzewodnictwo jest czymś więcej niż stanem nieskończonego przewodnictwa. Mimo to do około 1932 roku, kiedy to Rutgers, Gorter i Casimir pokazali, że zależności termodynamiczne między ciepłem właściwym i polem magnetycznym dają w rzeczywistości rezultaty zgodne z eksperymentem — uważano jednak nadprzewodnictwo za nieskończone przewodnictwo. Zaczęto następnie uświadamiać sobie, że stan elektromagnetyczny rzeczywistego nadprzewodnika musi się różnić od stanu metalu o nieskończonym przewodnictwie. Było to w momencie, kiedy Meissner i Ochsenfeld rozpoczynali badania własności magnetycznych nadprzewodników i otrzymali nieoczekiwany rezultat, że rzeczywisty stan nadprzewodnika określa nie  $B = \text{const}$ , lecz  $B = 0$ . Jest to pokazane graficznie na rys. 6, który



Rys. 6. Efekt Meissnera-Ochsenfelda. Nieobecność pola magnetycznego, mniejszego niż krytyczne, w nadprzewodniku ( $B = 0$ ) (fig. środkowa). To samo po usunięciu pola (fig. prawa)

można by porównać z rys. 4. Nieobecność strumienia pola w metalu w stanie nadprzewodzącym można scharakteryzować jako „doskonały diamagnetyzm“.

Skoro tylko oziębić nadprzewodnik poniżej temperatury przejścia, pole jest wyciskane, tak że  $B = 0$ . Należy jednak zauważyć, że ten związek pozostaje słuszny tylko dopóty, dopóki pole jest mniejsze od tego, które powoduje zniszczenie nadprzewodnictwa, tj. mniejsze od wartości przedstawionych krzywymi na rys. 2.

Tak więc krzywą na wykresie  $H-T$  można traktować jako linię odgraniczającą stany, w których pole jest równe zeru w nadprzewodniku, od tych, w których nadprzewodnik znajduje się w stanie normalnym (tj. przenikalność magnetyczna jest praktycznie równa jedności). Co więcej, ta zmiana jest odwracalna i odpowiednio krzywe na wykresie  $H-T$  stanowią diagramy fazowe w zwykłym sensie termodynamicznym.

Można obecnie spytać o bliższe szczegóły tego przejścia fazowego. Eksperyment pokazuje, że jeśli przejście jest wywołane polem krytycznym istnieje ciepło przejścia fazowego, tj. trzeba dostarczyć ciepła w czasie izotermicznego przejścia do stanu normalnego — tak samo jak trzeba dostarczyć ciepła przy topnieniu, aby otrzymać stan ciekły. Jeśli natomiast przejście ma miejsce przy obniżaniu lub podwyższaniu temperatury w zerowym polu nie ma ciepła przejścia fazowego. Nie ma więc zmiany entropii między fazą normalną i nadprzewodzącą w temperaturze przejścia. Eksperyment pokazuje również, że nie ma zmiany objętości w czasie tego przejścia.

Te dwa warunki: stałej entropii i objętości definiują przejście fazowe drugiego rodzaju i zgodnie z odwracalną termodynamiką oczekujemy dlatego gwałtownego skoku ciepła właściwego w temperaturze przejścia w zerowym polu. Przed zbadaniem tego skoku pojemności cieplnej myślę, że celowo będzie zrobić krótki przegląd własności ciepła właściwego normalnych metali w niskich temperaturach. Własności te opisuje dobrze znana formuła Debye'a-Sommerfelda:

$$C_n = \gamma T + (464/\Theta^3) T^3 \quad (2)$$

w której pierwszy człon po prawej stronie przedstawia wkład elektronów przewodnictwa, a drugi wkład sieci. Stała  $\gamma$  zależy od liczby elektronów przewodnictwa na atom i od temperatury Fermiego;  $\Theta$  jest charakterystyczną temperaturą Debye'a.

Jeśli równanie (2) zapisać w formie:

$$C_n/T = \gamma + (464/\Theta^3) T^2, \quad (3)$$

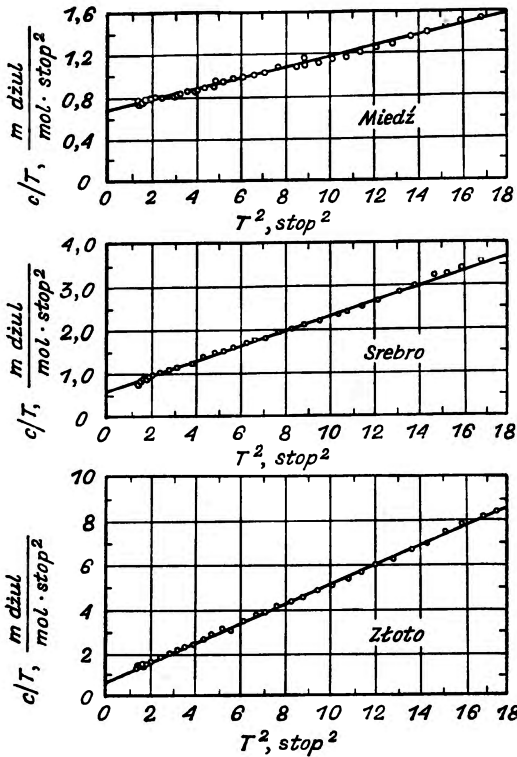
to widać, że przedstawia ono prostą w układzie współrzędnych  $C_n/T$  i  $T^2$ . Prosta ta przecina oś odciętych w punkcie  $\gamma$  a spadek jej wynosi  $464/\Theta^3$ . Przy dostatecznie niskiej temperaturze zależność ta opisuje dobrze dane eksperymentalne, jak to widać z typowych krzywych dla Cu, Ag i Au, przedstawionych na rys. 7. Podobne zachowanie się zaobserwowano u nadprzewodników w stanie normalnym. Tak więc, gdy zniszczyć nadprzewodnictwo polem magnetycznym, metal wykazuje normalne własności.

Początkowo przyjmowano na podstawie niedostatecznych danych, że pojemność cieplna w stanie nadprzewodzącym  $C_s$  zmienia się jak  $T^3$ . Jeśli przyjmujemy aproksymacyjnie, że  $C_s \sim T^3$ , to moglibyśmy wywnioskować, że tylko drgania sieci dają wkład do pojemności cieplnej, a w szczególności, że: a) zniknęło elektronowe ciepło właściwe, i b) ponieważ istnieje skok ciepła właściwego w  $T_c$  spadek prostej przedstawiającej ciepło właściwe ulegnie zmianie, pociągając za sobą odmienne  $\Theta$  i odmienne widmo drgań sieci.

Jednym z bardzo wczesnych eksperymentów przeprowadzonych w Lejdzie (1924) w celu wyjaśnienia mechanizmu nadprzewodnictwa było zbadanie dyfrakcji promieni X na ołowiu [5] powyżej i poniżej jego temperatury przejścia. Okazało się że rentgenogramy są identyczne, wskazując na niezmiennosc sieci krystalicznej. Ewentualna różnica mogłaby przejawiać się również w inten-

sywności linii, które niestety nie były dostatecznie szczegółowo zbadane i w publikacji stwierdzono tylko, że w przybliżeniu są one jednakowe. Tak więc wyglądało, że również rozkład elektronów pozostaje stały.

Wydaje się dziwnym, że choć sprawdzano wielokrotnie różne eksperymenty mające podstawowe znaczenie dla nadprzewodnictwa, tych nikt nie powtórzył. Ostatnio bardzo pokrewne badania były przeprowadzone przez



Rys. 7. Zależność  $C/T$  od  $T^2$  dla miedzi, srebra i złota (wg Coraka, Garfunkela, Satterthwaite'a i Wexlera)

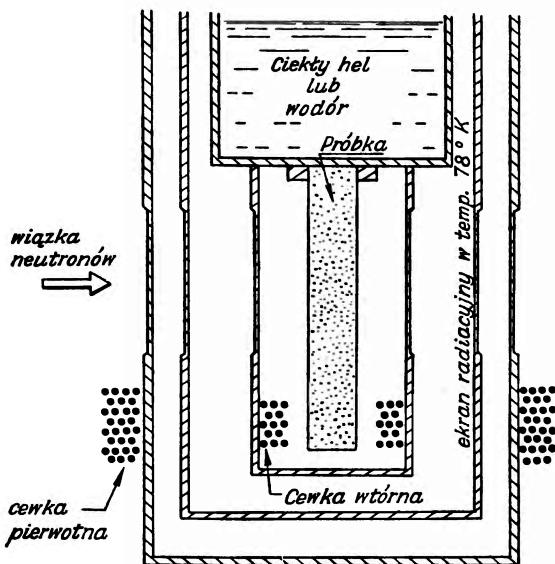
Wilkinsona, Shulla, Roberta i Bernsteina [6] w Oak Ridge w celu stwierdzenia czy wartość  $\Theta$  Debye'a nie różni się powyżej i poniżej temperatury przejścia. W doświadczeniu tym skierowano strumień neutronów na proszkową próbkę badanego metalu, tak jak to widać na rys. 8. Dla określenia kiedy próbka stawała się nadprzewodzącą użyto indukcji wzajemnej cewki pierwotnej i wtórnej, umieszczonych koaksjalnie z próbką. Każda zmiana  $\Theta$  powinna być określona ze zmiany intensywności rozproszonych neutronów, proporcjonalnej do czynnika  $\exp(-2W)$ , gdzie

$$W = \frac{6h^2}{mk\Theta} \left( \frac{\varphi(x)}{x} + \frac{1}{4} \right) \frac{\sin^2 \vartheta}{\lambda^2}; \quad (4)$$

$x = \frac{\Theta}{T}$ ,  $\varphi(x)$  jest funkcją Debye'a,  $m$  jest masą atomową,  $k$  — stałą Boltzmann,  $h$  — stałą Plancka,  $\vartheta$  — kątem rozproszenia,  $\lambda$  — efektywną długością fali neutronowej.

Nie zaobserwowano żadnej zmiany w widmie rozproszonych neutronów, ani w dyfuzyjnym tle dla próbek wanadu, ołowiu i niobu. Widać to dobrze z obrazu dyfrakcyjnego dla wanadu, przedstawionego na rys. 9. W wyniku tych badań i innych dowodów można wywnioskować, że zmiana fazowa przy przejściu nadprzewodzącym nie wywołuje jakiegokolwiek zmiany stałych sieci, lub drgań sieci, ani wykrywalnych zmian konfiguracji elektronów. Te nega-

Rys. 8. Przyrząd do rozpraszania neutronów na proszku z nadprzewodzącego metalu (wg. Wilkinson, Shulla, Roberta i Bernsteina)



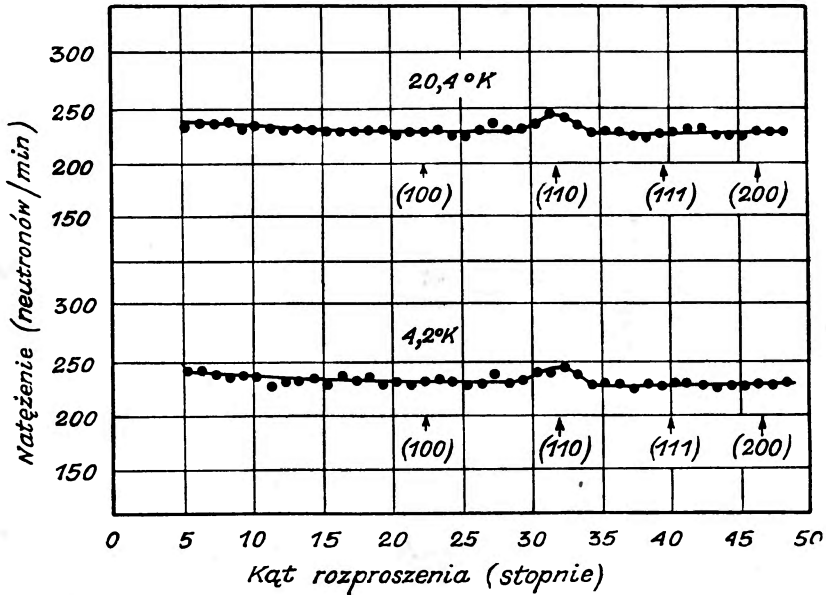
tywne rezultaty mogą wywołać uzasadnione pytanie, czy nadprzewodnictwo nie pociąga za sobą powstania prądów elektronów przewodnictwa. Aby rozstrzygnąć tę kwestię Kikoin i Gubar [7] w ZSRR pierwsi przeprowadzili pomiar stosunku żyromagnetycznego dla nadprzewodnika używając metody Einsteina-de-Haasa. Ostatnio takie same doświadczenia były przeprowadzone przez Pry, Lathropa i Houstona [8] w Rice Institute.

Rezultaty obu tych eksperymentów są całkowicie zgodne i dają wartość odpowiadającą elektronom orbitalnym. Poprzednio zwróciliśmy uwagę, że nieobecność nadprzewodników wśród metali pewnej grupy układu okresowego sugeruje, że sprzyja nadprzewodnictwu raczej silniejsze niż słabsze oddziaływanie między elektronami i siecią. Pierwszym jasnym eksperymentalnym potwierdzeniem tego wniosku było odkrycie w 1950 roku tzw. „efektu izotopowego“ przez Maxwella [9] oraz Reynoldsa, Serina, Wrighta i Nesbitta [10].

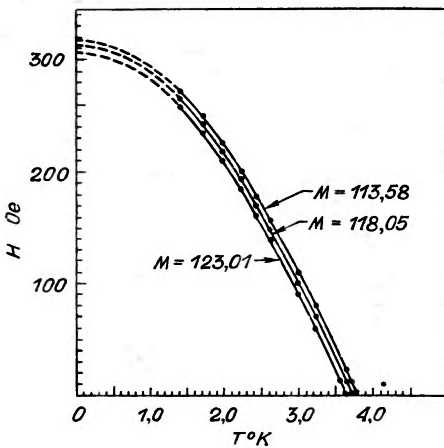
Obie prace pokazały ostatecznie, że temperatura przejścia zależy od masy izotopowej próbki: im większa masa izotopowa próbki, tym niższa jest jej temperatura przejścia. Te zmiany można zaobserwować w dolnej części krzywych na rys. 10, który przedstawia wartości  $H-T$  dla trzech próbek cyny. Dokładna zależność pomiędzy tymi zmiennymi była ustanowiona po szczegóło-

wych badaniach i wynosi  $M^{1/2} \cdot T_c = \text{const}$ , jak to można zobaczyć na rys. 11.

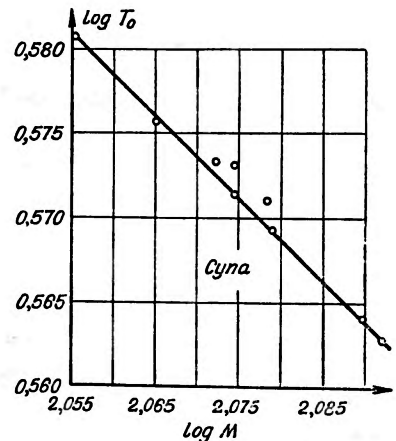
Odkrycie efektu izotopowego miało przełomowe znaczenie dla teorii, ponieważ definitywnie pokazało, że oddziaływanie elektron-sieć ma znaczenie fundamentalne dla zjawiska. W związku z tym warto zauważyć, że teoria nadprzewodnictwa Frohlicha [11], oparta na takim właśnie oddziaływaniu po-



Rys. 9. Neutronowe siatki dyfrakcyjne dla opiłków wanadu w temperaturze 4,2°K i 20,4°K (wg Wilkinsona, Shulla, Roberts'a i Bernsteina)



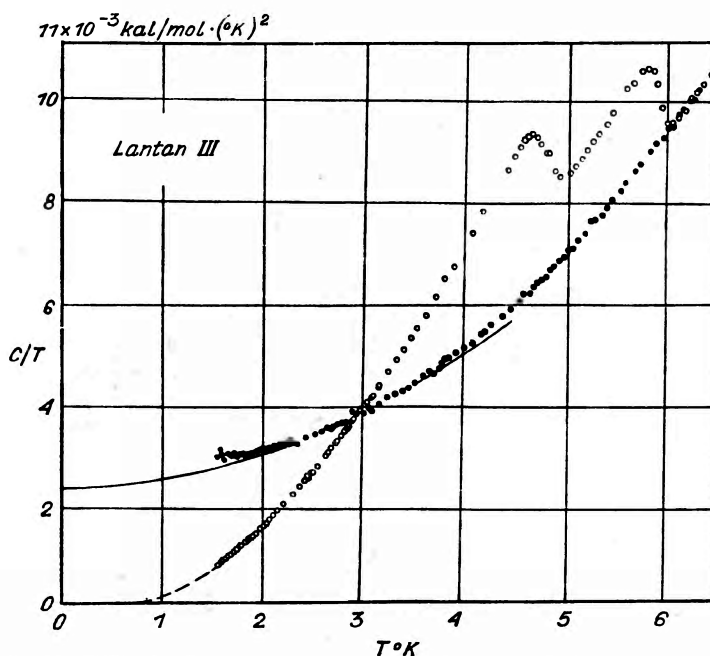
Rys. 10. Krzywe pola krytycznego dla izotopów cyny (wg E. Maxwella)



Rys. 11. Wykres zależności  $M^{1/2} T_c = \text{const}$  dla próbek cyny o różnych masach izotopowych. Z książki M. W. Zemansky, *Heat and Thermodynamics* (McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1957), wydanie czwarte

jawiała się niemal równocześnie z wyżej wspomnianymi pomiarami i zawierała przepowiednię efektu izotopowego, zgodną z powyższą relacją.

Inny szczegół eksperymentalny także pokazuje niedwuznacznie, że sieć odgrywa aktywną rolę w określeniu własności nadprzewodnika. W naszym laboratorium w 1954 roku podczas badania pojemności cieplnej lantanu znaleźliśmy, że jego przejście w stan nadprzewodzący w przeciwieństwie do wszystkich nadprzewodzących pierwiastków zachodzi poprzez dwa maksima, jak pokazano na rys. 12. Początkowo wynik ten wydawał się niezrozumiały, ale po



Rys. 12. Zależność  $C/T$  od  $T$  dla lantanu, pokazująca przejście w stan nadprzewodzący każdej z dwu modyfikacji krystalicznych (wg Bermanna, Zemansky'ego i Boorse'a)

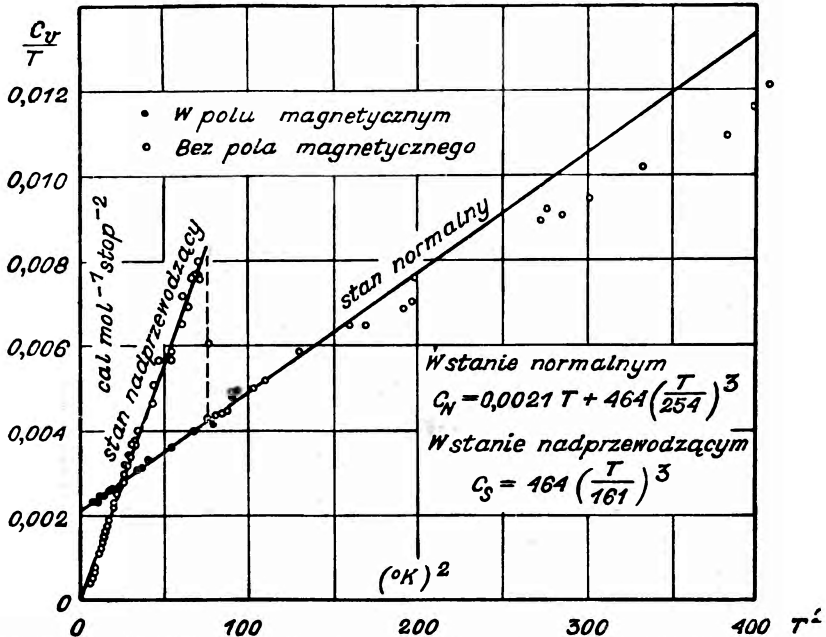
uświadomieniu sobie, że metaliczny lantan jest mieszaniną dwóch krystalicznych faz (heksagonalnej — ściśle upakowanej i kubicznej powierzchniowo-centrowanej) sugerował, że to, co zaobserwowaliśmy, było oddzielnym przejściem w stan nadprzewodzący każdej z krystalicznych modyfikacji lantanu<sup>3</sup>.

W celu sprawdzenia tej hipotezy próbki użyte do tych badań były poddane termicznej obróbce, która stopniowo zwiększała zawartość kubicznej, powierzchniowo-centrowanej modyfikacji. W rezultacie wysokość maksimum przy  $5,9^\circ \text{ K}$  wzrastała, a przy  $4,8^\circ \text{ K}$  odpowiednio malała. W ten sposób stało się jasnym, że prowizoryczna hipoteza o odmiennych temperaturach przejścia

<sup>3</sup> Jakkolwiek poprzednio nie było doniesień o różnych temperaturach przejścia dla różnych modyfikacji pierwiastka, wypada zauważyć, że Ziegler, Floyd i Young [26] przypuszczali, że temperatury przejścia obu modyfikacji lantanu różnią się i że u kubicznej, powierzchniowo-centrowanej  $T_c$  jest wyższa. (Uwaga autora przy korekcie).

dla każdej modyfikacji krystalicznej była prawidłowa i że sieć odgrywa decydującą rolę w określeniu temperatury przejścia.

Powrócimy obecnie do pomiarów pojemności cieplnej, aby zobaczyć, jakie dalsze informacje można z nich uzyskać. Na rys. 13 przedstawione są wyniki pomiarów molarnej pojemności cieplnej Nb uzyskane w naszym laboratorium, w Columbii, kilka lat temu. Widoczny jest gwałtowny skok w temperaturze przejścia, zgodnie z przewidywaniem odwracalnej termodynamiki.



Rys. 13. Zależność  $C/T$  od  $T^2$  dla niobu (wg Browna, Zemansky'ego i Boorse'a)

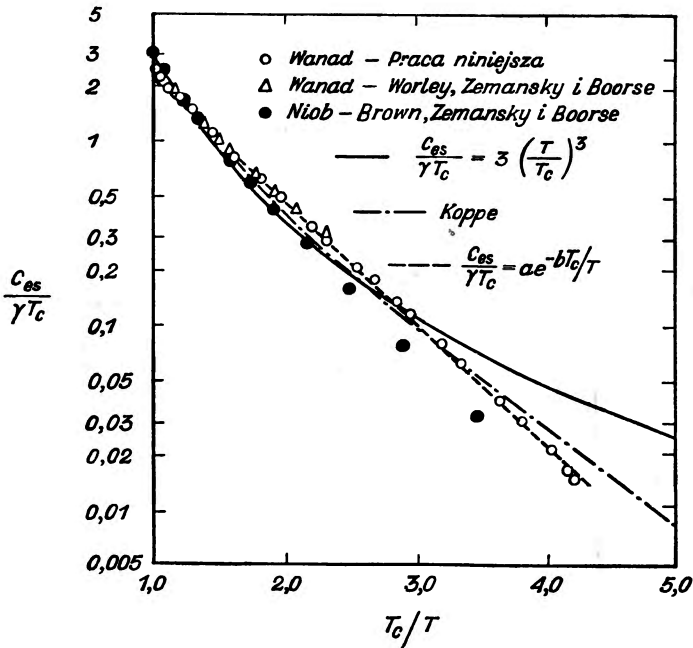
Fakt, że ciepło właściwe w stanie nadprzewodzącym jest większe niż w stanie normalnym wydawał się zaskakujący, ale znaleźli wyjaśnienie, jako rezultat przejścia drugiego rodzaju, jak to zobaczymy później.

Zgodnie z doświadczeniami, które wykazały niezmiennosc  $\theta$  w czasie przejścia musimy przyjąć, że zarówno sieć jak i elektrony dają wkład do pojemności cieplnej w fazie nadprzewodzącej, przy czym zachowanie się sieci jest takie samo jak w fazie normalnej.

Jeśli przyjąć hipotezę o „dwóch cieczach“, w której elektrony normalne stanowią jedną ciecz, a nadprzewodzące drugą, wówczas we wszystkich niezerowych temperaturach poniżej  $T_c$  istnieją obydwie ciecze. Przy stopniowym obniżaniu temperatury do zera absolutnego coraz więcej elektronów kondensuje się w nadciekłej fazie tak, że w zerze absolutnym wszystkie elektrony stają się nadprzewodzącymi. Na odwrót, jeśli wyobrazimy sobie, że ciepło jest dostarczane nadprzewodnikowi w pewnej temperaturze między  $0^\circ \text{K}$  a  $T_c$ , część energii jest zużywana na pobudzenie nadprzewodzących elektronów



do przejścia do fazy normalnej (tj., stworzenie stanu równowagi, odpowiadającego nowej temperaturze) a część pozostała na zwiększenie energii normalnych elektronów do wartości odpowiadającej podwyższonej temperaturze. Warto zauważyć, że te założenia nie pozostają w sprzeczności z krzywymi  $H-T$  i na tej podstawie można wyrazić różnicę energii na mol pomiędzy fazą normalną i nadprzewodzącą w danej temperaturze  $T$  przez  $VH_T^2/8\pi$ , gdzie  $V$  jest objętością molarną.

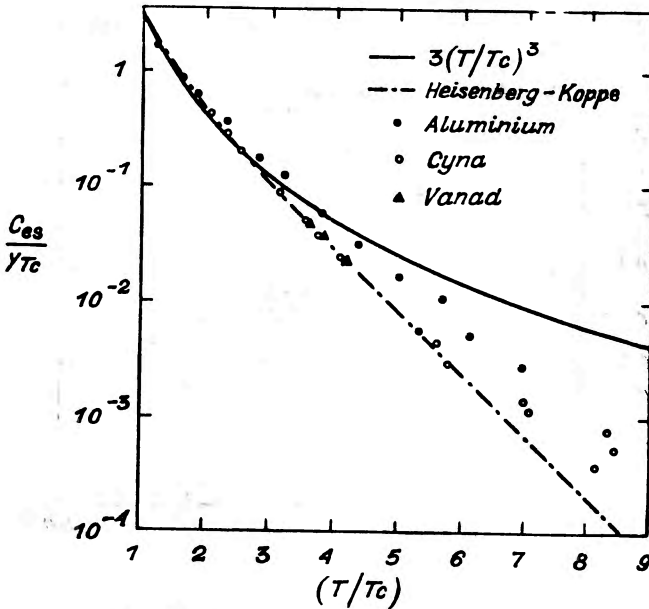


Rys. 14. Zależność od temperatury elektronowego ciepła właściwego nadprzewodzącego wanadu i niobu (wg Coraka, Goodmana, Satterthwaite'a i Wexlera)

Najwięcej światła rzuca na zagadnienie, jeśli chodzi o pomiary termiczne, oczywiście wielkość elektronowego ciepła właściwego w stanie nadprzewodzącym  $C_{es}$ , która stanowi różnicę pomiędzy całkowitym ciepłem właściwym w stanie nadprzewodzącym  $C_s$  a częścią pochodzącą od sieci  $C_L$ . Obecnie wygodnie jest odnosić  $C_{es}$  do  $\gamma T_c$ , wartości elektronowego ciepła właściwego w stanie normalnym w temperaturze przejścia.

Odtąd własności elektronowej pojemności cieplnej nadprzewodzącego metalu będą opisywane przy pomocy stosunku  $C_{es}/\gamma T_c$  i aby umożliwić lepsze ich porównanie dla wszystkich nadprzewodników będziemy przedstawiali je na wykresie odniesione do „zredukowanej“ temperatury  $t = T/T_c$  albo jej odwrotności. W rzeczywistości, jeśli wszystkie takie wykresy dałyby identyczną krzywą można by mówić o istnieniu „prawa odpowiadających stanów“ dla wszystkich nadprzewodników.

Jeśli  $C_s$  zmienia się jak  $T^3$ , wówczas  $C_{es}$  będzie również zmieniać się jak  $T^3$  (albo jak kwadrat zredukowanej temperatury  $t$ ), ponieważ  $C_L$  zmienia się jak  $T^3$ . Jak zauważyliśmy już poprzednio eksperymenty przeprowadzone w naszym laboratorium doprowadziły do wniosku, że zależność  $T^3$  nie pozostaje w zgodności z danymi eksperymentalnymi. Zgodnie z tym wnioskiem przebadaliśmy „prawo odpowiadających stanów“ zaproponowane przez Koppa [12], jako rezultat teorii nadprzewodnictwa Heisenberga. Jakkolwiek zgodność z danymi eksperymentalnymi była lepsza pozostały jednak różnice większe niż błąd doświadczalny i należało znaleźć jakąś nową formułę.



Rys. 15. Zależność zredukowanego, elektronowego ciepła właściwego od zredukowanej temperatury  $t$  dla aluminium, cyny i wanadu (wg B. B. Goodman'a)

Na podstawie modelu szczeliny energetycznej można oczekiwać zależności eksponencjalnej. Corak, Goodman, Satterthwaite i Wexler [13] pierwsi uzyskali dane potwierdzające taką zależność pojemności cieplnej od temperatury, badając wanad. Dane te przedstawione są na rys. 14, zaczerpniętym z ich pracy.

Jak widać, związek

$$C_{es}/\gamma T_c = ae^{-bT_c/T} \quad (5)$$

bardzo dobrze opisuje dane eksperymentalne z wyjątkiem  $T_c/T =$  jedności. Wielkości stałych  $a$  i  $b$  uzyskano z dalszych badań i wynoszą one:  $a = 9,17$  i  $b = 1,50$ . Stwierdzono, że wartości te pozostają słuszne również dla cyny. Dane dla niobu uzyskane w naszym laboratorium dają dobrą zgodność z prawem eksponencjalnym, ale odmienne wartości dla  $a$  i  $b$ . Ostatnio Goodman [14]

przeprowadził pomiary na aluminium, cynie i wanadzie aż do wartości 0,1, zredukowanej temperatury uzyskując odpowiednie oziębienie przy pomocy metody adiabatycznego rozmagnesowania. Dane jego są przedstawione na rys. 15, gdzie zależność eksponencjalna przedstawiona jest jako linia prosta. Z wyjątkiem, możliwe, wanadu dane nie układają się na takiej prostej. Być może, że za wcześnie jest wydawać sąd, czy zależność eksponencjalna odpowiada prawdzie jednakże okazuje się, że pozostawanie w mocy prawa odpowiadających stanów jest mniej prawdopodobne.

Dotąd tylko krótko wspominaliśmy o równaniach elektrodynamiki nadprzewodników sformułowanych przez Londonów. Sformułowanie to opiera się na modelu dwu cieczy, w którym gęstość prądu nadprzewodzących elektronów jest scharakteryzowana wektorem  $\mathbf{J}_s$ , a normalnych — wektorem  $\mathbf{J}_n$ .

Całkowita gęstość prądu  $\mathbf{J}$  jest sumą obu składników:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_s, \quad (6)$$

przy czym  $\mathbf{J}_n$  spełnia prawo Ohma:

$$\mathbf{J}_n = \sigma \mathbf{E} \quad (7)$$

Równania (w układzie Gaussa), które charakteryzują nadprzewodnik w statycznym polu elektrycznym i magnetycznym  $\mathbf{E}$  i  $\mathbf{H}$ , wyglądają następująco

$$\mathbf{E} = 0, \quad (8)$$

$$c \nabla \times \Delta \mathbf{J}_s = -\mathbf{H}, \quad (9)$$

$$c \nabla \times \mathbf{H} = 4\pi \mathbf{J}_s, \quad (10)$$

gdzie  $\Delta$  jest stałą charakteryzującą każdy nadprzewodnik. Z równania (9) i (10) wynika, że

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \mathbf{H}/\lambda^2, \quad (11)$$

$$\nabla^2 \mathbf{J}_s = \mathbf{J}_s/\lambda^2, \quad (12)$$

gdzie  $\lambda^2 = mc^2/4\pi n_s e^2$ , gdzie  $m$  — jest efektywną masą elektronu,  $c$  — prędkością światła,  $n_s$  — gęstością nadprzewodzących elektronów,  $e$  — ładunkiem elektronu.

Stałe  $\lambda$  i  $\Delta$  są związane równaniem  $\lambda^2 = \Delta c^2/4\pi$ . Jeśli np. rozważyć przypadek, w którym pole magnetyczne jest równoległe do nieskończonej, płaskiej powierzchni masywnego metalu, wówczas rozwiązanie równań (11) i (12) pokazuje, że zarówno pole, jak i prąd zanikają eksponencjalnie pod powierzchnią, tak że na głębokości  $\lambda$ , zwanej „głębokością przenikania“ wartości ich maleją  $e$  razy w porównaniu z wartością powierzchniową. Odpowiednio podstawiając stałe otrzymujemy  $\lambda \approx 10^{-6}$  cm.

Przewidywania teorii były sprawdzone po raz pierwszy w 1939 roku, przez Shoenberga [16, 17], który wykonał pomiary podatności magnetycznej na koloidalnej rtęci i cienkich drucikach rtęciowych. Koloid zawierał kulki rtę-

ciowe o średnicy  $10^{-5}$ – $10^{-6}$  cm, a druciki miały średnicę około  $10^{-3}$  cm. Nie wchodząc w szczegóły tych pomiarów można stwierdzić, że wynikało z nich, że głębokość przenikania jest rzędu, jaki przewiduje teoria. Te i następne doświadczenie, przeprowadzone przez Shoenberga i innych pokazały, że głębokość przenikania jest funkcją temperatury

$$\lambda = \lambda_0 / (1 - t^4)^{1/2} \quad (13)$$

gdzie oznaczenia są takie jak poprzednio a indeks zero odnosi się do temperatury zera bezwzględnego.

Ponieważ z równania dla  $\lambda$  możemy napisać

$$\lambda^2 n_s = \text{const} \quad (14)$$

wynika stąd, że

$$n_s \sim (1 - t^4). \quad (15)$$

A stąd, jak widać, ilość nadprzewodzących elektronów w  $T = T_c$  jest równa zero, a w zerze absolutnym  $n_s$  osiąga wartość maksymalną.

Po tym krótkim wstępie, będącym przygotowaniem, można będzie teraz krótko przedyskutować niektóre nowe prace poświęcone badaniu wysokoczęstotliwościowego oporu nadprzewodników, które budzą ostatnio duże zainteresowanie.

Teoria Londona w bardziej ogólnej formie, uwzględniającej także zmienne pola, doprowadza do następującego związku między gęstością normalnego i nadprzewodzącego prądu:

$$|\mathbf{J}_n / \mathbf{J}_s| = (\lambda / \delta)^2 \quad (16)$$

gdzie  $\delta$  jest „głębokością skinu“ dla normalnego przewodnika przy wysokich częstotliwościach. Można ją wyrazić następująco:

$$\delta = c / (4\pi^2 f \sigma)^{1/2}$$

$f$  — oznacza częstotliwość przyłożonego pola.

$\sigma$  — będące w istocie rzeczy przewodnictwem elektrycznym, w tym przypadku jest pojęciem skomplikowanym, lecz dla naszej jakościowej dyskusji możemy przyjąć, że posiada ono swoją wartość niskoczęstotliwościową.

Można natomiast zauważyć, że przy niskich częstotliwościach  $\delta \gg \lambda$ , a stąd wynika, że  $\mathbf{J}_s \gg \mathbf{J}_n$ . Dlatego przy „niskich“ częstotliwościach (w rzeczywistości do około 10 megacykli), przejście wygląda tak samo jak i dla stałych prądów, to jest ma miejsce gwałtowny skok do zera w temperaturze przejścia. Przy bardzo wysokich częstotliwościach, takich jak infraczerwone lub optyczne,  $\delta \ll \lambda$  i dlatego  $\mathbf{J}_n \gg \mathbf{J}_s$ . Tak więc w takich warunkach metal powinien zachowywać się jak normalny przewodnik i przejście nadprzewodzące nie powinno wystąpić.

Faktem jest, co zostało zaobserwowane eksperymentalnie, że np. zdolności odbijające i pochłaniające metalu przy oświetleniu infraczerwienią pozostają takie same w fazie nadprzewodzącej, jak i w normalnej. Chociaż równanie (16) daje nam możliwość przewidzieć własności nadprzewodnika przy bardzo wy-

sokich, małych lub zerowych częstościach, to jednak aby dokładniej poznać własności  $\lambda$  i  $\delta$  a tym samym  $J_n$  i  $J_s$  trzeba zdobyć dalsze dane eksperymentalne i teoretyczne. Pierwsze eksperymenty dla zademonstrowania obecności normalnych prądów w nadprzewodzącym metalu były przeprowadzone przez H. Londona [18], który zaobserwował nagrzewanie ciepłem Joule'a nadprzewodzącej cyny przy użyciu częstości 1500 Mc/sek.

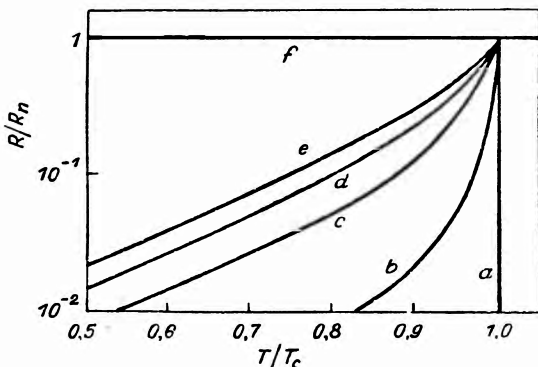
Bardziej nowoczesne eksperymenty na cynie przeprowadzili Maxwell, Marcus i Slater [19] oraz Grebenkemper i Hagen [20], którzy korzystali z techniki komory rezonansowej.

Najbardziej wszechstronne badania oporu wysokoczęstościowego były przeprowadzone przez Pipparda [21] i współpracowników na uniwersytecie

Rys. 16. Zależność  $R/R_n$  od  $t$  dla różnych częstości dla cyny:

a) niskie częstości, b) 25 cm, c) 3 cm, d) 1,25 cm, e) 0,8 cm, f)  $14\mu$

(Wg Pipparda, *Advances in Electronics and Electron Physics* (Academic Press, Inc., New York, 1954), Vol. VI)



w Cambridge. Te badania rzuciły wiele światła na rozpatrywanie zagadnienie i cały problem nadprzewodnictwa w ogóle. Niezależnie od metody użytej w pomiarach przyjęło się wyrażać rezultaty w zredukowanych współrzędnych:  $r = R/R_n$  (stosunek oporu w dowolnej temperaturze poniżej przejścia do oporu tuż powyżej przejścia) i  $t = T/T_c$ . Na rys. 16 przedstawione są dane wysokoczęstościowe zebrane z różnych prac. Jak widać z objaśnień pod rysunkiem krzywa a) dotyczy małych częstości lub prądu stałego, krzywa b) dotyczy 25 cm długości fal (1200 Mc/sek), krzywa c) dotyczy 3 cm długości fal (10 000 Mc/sek), krzywa d) dotyczy 1,25 cm długości fal (24 000 Mc/sek), krzywa e) dotyczy 0,8 cm długości fal (37 000 Mc/sek), i ostatnia krzywa f) dotyczy infraczerwonego promieniowania o długości fali  $14\mu$ .

Chociaż nie można z rys. 16 określić wartości  $R/R_n$  w zerze absolutnym, to jednak odpowiednio przeprowadzona ekstrapolacja wszystkich takich krzywych daje wartość zerową w tej temperaturze, potwierdzając w ten sposób hipotezę, że w zerze absolutnym w metalu znikają wszystkie normalne elektrony.

Różnica energii między normalnymi i nadprzewodzącymi elektronami w temperaturze zera absolutnego, jak wynika z teorii BCS, wynosi  $3,5 kT_c$ .

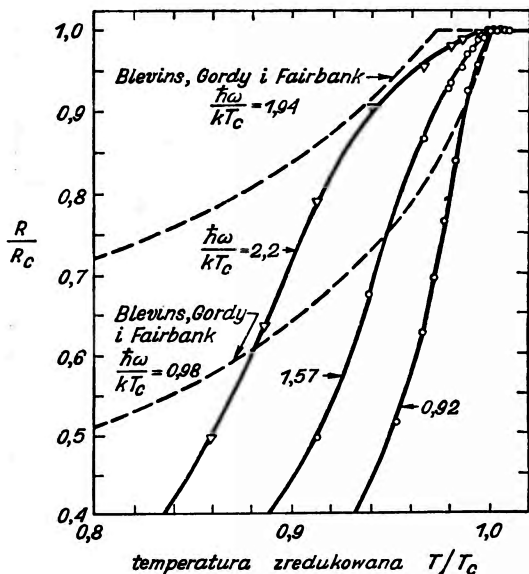
Stąd, jeśli kwanty mikrofal odpowiadające związkowi:

$$\hbar\omega = 3,5 kT_c \quad (17)$$

będą padały na powierzchnię nadprzewodnika można oczekiwać, że ich adsorpcja spowoduje przejścia elektronów w stan normalny i opór powinien pozostać nawet do najniższych osiągalnych temperatur. Trudnością w urzeczywistnieniu takiego eksperymentu jest konieczność rozporządzania bardzo krótkimi falami; dla cyny powinny one być nieco większe od 1 mm.

Teoria BCS przewiduje jednak, że szczelina energetyczna powinna być funkcją temperatury malejącą do zera, gdy zbliżamy się do  $T_c$ . A więc kwanty o niższej częstotliwości powinny okazać się skuteczne w wyższych temperaturach i przy dowolnych częstotliwościach będących niską wielokrotnością  $kT_c/\hbar$  można oczekiwać istotnego zbliżenia do linii normalnego przewodnictwa ( $f$ ) na rys. 16.

Eksperymenty Blevinsa, Gordy'ego, Fairbanka [22] w Duke University i nowsze Biondiego, Forrestera i Garfunkela [23] wykazują istnienie tego efektu, choć różnice w ich danych są raczej zaskakujące, jak to widać na rys. 17. Uczni z Duke otrzymali obniżenie temperatury przejścia

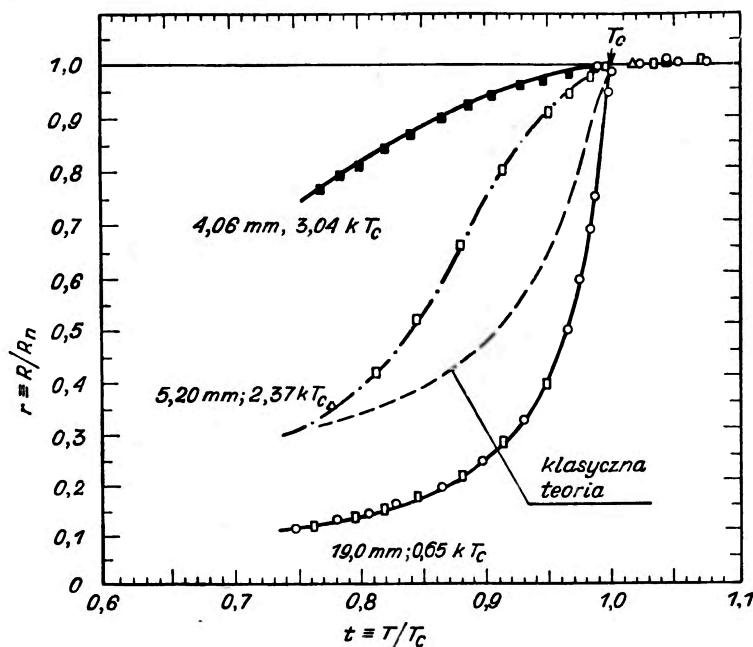


Rys. 17. Zależność  $R/R_n$  od  $t$  dla różnych wartości  $\hbar\omega/kT_c$  dla cyny. (Wg Biondiego, Forrestera i Garfunkela)

i raczej powolny spadek wartości  $R/R_n$  z temperaturą  $t$ , podczas gdy pomiary z Westinghouse nie wykazują zmiany temperatury przejścia przy największych częstotliwościach i dają znacznie bardziej stromy spadek krzywej zredukowanego oporu. Obecnie różnice te są nie wyjaśnione. Biondi, Garfunkel i McCoubrey [24] przeprowadzili także w Westinghouse badania na aluminium przy długości fal 4,06 mm. Odpowiada to 3,04  $kT_c$  dla tego nadprzewodnika ze względu na jego niższą temperaturę przejścia. Rezultaty przedstawione na rys. 18 (górną krzywą) przybliżają się jeszcze bardziej do linii „optycznej“ (krzywa  $f$  na rys. 16), jak należało oczekiwać. Fakt, że przy 3,04  $kT_c$  różnica

między obu krzywymi jest jeszcze tak wielka może nasuwać pytanie, czy teoretyczna wartość  $3,5 kT_c$  została prawidłowo określona.

Na to pytanie dały po części odpowiedź ostatnie doświadczenia Morse'a i Bohm'a [25] nad pochłanianiem ultradźwięków przez nadprzewodzącą cynę i ind. Ich rezultaty dają dobrą zgodność z wartością teoretyczną szczeliny energetycznej w zerze absolutnym <sup>4</sup>.



Rys. 18. Zależność  $R/R_n$  od  $t$  dla aluminium przy długościach fali 19,0 mm, 5,20 mm i 4,06 mm (wg Biondiego, Garfunkela i Mc Coubrey'a)

Tak więc, w konkluzji możemy stwierdzić, że jeśli wszystkie przepowiednie teorii, którą dr Cooper zamierza nam przedstawić, okażą się w tak dobrej zgodności z eksperymentem, jak dla wysokoczęstotliwościowego oporu, będzie uczyniony duży krok naprzód w kierunku wyjaśnienia jednego z najbardziej kłopotliwych problemów fizyki w ciągu ostatniego pół wieku.

*Tłumaczył Antoni Grohman*

<sup>4</sup> Ostatnio bardzo ciekawą i prostą metodę doświadczalnego wyznaczenia szczeliny energetycznej przy pomocy efektu tunelowego podał Ivar Giaever, Phys. Rev. Letters, 5, 147 (1960). Wstępne eksperymenty przeprowadzone z ołowiem dały dla szczeliny energetycznej wartość  $(4,2 \pm 0,1) kT_c$ . Dla indu i cyny wyniki były podobne (Przyp. tłum.).

Pojawiły się już dalsze prace na ten temat. Patrz:

a) J. Nicol, S. Shapiro and P. H. Smith, Phys. Rev. Letters, 5, 461 (1960).

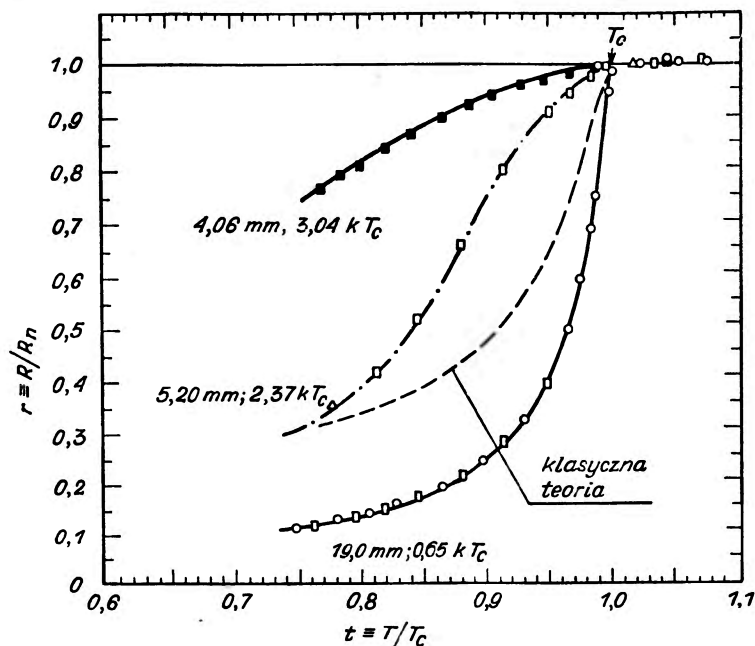
b) I. Giaever, Phys. Rev. Letters, 5, 464 (1960).

c) J. Bardeen, Phys. Rev. Letters, 6, 57 (1961).

(Przyp. tłum. przy korekcie).

między obu krzywymi jest jeszcze tak wielka może nasuwać pytanie, czy teoretyczna wartość  $3,5 kT_c$  została prawidłowo określona.

Na to pytanie dały po części odpowiedź ostatnie doświadczenia Morse'a i Bohm'a [25] nad pochłanianiem ultradźwięków przez nadprzewodzącą cynę i ind. Ich rezultaty dają dobrą zgodność z wartością teoretyczną szczeliny energetycznej w zerze absolutnym <sup>4</sup>.



Rys. 18. Zależność  $R/R_n$  od  $t$  dla aluminium przy długościach fali 19,0 mm, 5,20 mm i 4,06 mm (wg Biondiego, Garfunkela i Mc Coubrey'a)

Tak więc, w konkluzji możemy stwierdzić, że jeśli wszystkie przepowiednie teorii, którą dr Cooper zamierza nam przedstawić, okażą się w tak dobrej zgodności z eksperymentem, jak dla wysokoczęstotliwościowego oporu, będzie uczyniony duży krok naprzód w kierunku wyjaśnienia jednego z najbardziej kłopotliwych problemów fizyki w ciągu ostatniego pół wieku.

Tłumaczył Antoni Grohman

<sup>4</sup> Ostatnio bardzo ciekawą i prostą metodę doświadczalnego wyznaczenia szczeliny energetycznej przy pomocy efektu tunelowego podał Ivar Giaever, Phys. Rev. Letters, 5, 147 (1960). Wstępne eksperymenty przeprowadzone z ołowiem dały dla szczeliny energetycznej wartość  $(4,2 \pm 0,1) kT_c$ . Dla indu i cyny wyniki były podobne (Przyp. tłum.).  
Pojawily się już dalsze prace na ten temat. Patrz:

- a) J. Nicol, S. Shapiro and P. H. Smith, Phys. Rev. Letters, 5, 461 (1960).
  - b) I. Giaever, Phys. Rev. Letters, 5, 464 (1960).
  - c) J. Bardeen, Phys. Rev. Letters, 6, 57 (1961).
- (Przyp. tłum. przy korekcie).



## Literatura

- [1] H. Kamerlingh Onnes, Leiden Comm. 1226, 124c (1911).
- [2] W. Meissner i R. Ochsenfeld, *Naturwissenschaften*, **21**, 787 (1933).
- [3] F. i. H. London, *Physica*, **3**, 458 (1936).
- [4] J. Bardeen, L. Cooper i J. Schrieffer, *Phys. Rev.*, **108**, 1175 (1957).
- [5] W. H. Keesom, Rappt. Discussions 4<sup>e</sup> Congr. Phys. Solvay (1924) str. 289.
- [6] Wilkinson, Shull, Roberts i Bernstein, *Phys. Rev.*, **97**, 889 (1955).
- [7] I. K. Kikoin i S. W. Gubar, *J. Phys. (U.S.S.R.)* **3**, 333 (1940).
- [8] Pry, Lathrop i Houston, *Phys. Rev.*, **86**, 905 (1952).
- [9] E. Maxwell, *Phys. Rev.*, **78**, 477 (1950).
- [10] Reynolds, Serin, Wright i Nesbitt, *Phys. Rev.*, **78**, 487 (1950).
- [11] H. Frohlich, *Phys. Rev.*, **79**, 845 (1950).
- [12] H. Koppe, *Ann. Phys. (Leipzig)*, **1**, 405 (1947).
- [13] Corak, Goodman, Satterthwaite i Wexler, *Phys. Rev.*, **96**, 1442 (1954).
- [14] R. B. Goodman, *C. R. Acad. Sci. (Paris)* **244**, 2901 (1957).
- [15] Szczegółową dyskusję nad teorią można znaleźć w książce F. London: *Superfluids* (John Wiley and Sons, Inc., New York, 1950), Vol. I.
- [16] D. Shoenberg, *Nature (London)*, **143**, 434 (1939).
- [17] D. Shoenberg, *Proc. Roy. Soc.*, **A175**, 49 (1940).
- [18] H. London, *Proc. Roy. Soc.*, **A176**, 522 (1940).
- [19] Maxwell, Marcus i Slater, *Phys. Rev.*, **76**, 1332 (1949).
- [20] C. J. Grebenkemper i J. P. Hagen, *Phys. Rev.*, **85**, 673 (1952).
- [21] Patrz np. A. B. Pippard, *Metallic Conduction at High Frequencies and Low Temperature, Advances in Electronics and Electron Physics* (Academic Press, Inc., New York, 1954) Vol. VI, str. 1.
- [22] Blevind, Gordy i Fairbank, *Phys. Rev.*, **100**, 1215 (1955).
- [23] Biondi, Forrester i Garfunkel, *Phys. Rev.*, **108**, 497 (1957).
- [24] Biondi, Garfunkel i McCoubrey, *Phys. Rev.*, **108**, 495 (1957).
- [25] R. W. Morse i H. V. Bohm, *Phys. Rev.*, **108**, 1094 (1957).
- [26] Ziegler, Floyd i Young, *J. Amer. Chem. Soc.*, **75**, 1215 (1953).

*Bronisław Średniawa*

Katedra Fizyki Teoretycznej  
Uniwersytetu Jagiellońskiego  
Kraków

## O różnicy mas protonu i neutronu

### Część II

#### § 6. O teorii nielokalnej bez rozbieżności

Zastosowanie omówionych już prostych sposobów obcinania pędów do zagadnienia różnicy mas protonu i neutronu napotyka duże trudności, tak że należy zasadę obcinania uogólnić, wprowadzając rozmyte oddziaływanie. Teoriami nielokalnymi z rozmytym oddziaływaniem zajmowano się od dawna, nie spełniły one jednak nadziei, jakie w nich pokładano. Teoriami tym stawiano żądanie aby były relatywistycznie niezmiennicze i aby dawały skończone rezultaty. We wszystkich dotychczasowych teoriach nielokalnych relatywistycznie niezmienniczych pojawiały się w wyższych przybliżeniach nieskończoności; występowały też trudności z niezmienniczością elektromagnetyczną. Dlatego Heitler i Arnous podjęli próbę teorii nielokalnej, żądając przede wszystkim aby dawała ona wyniki skończone i aby była elektromagnetycznie niezmiennicza, rezygnując natomiast z ścisłej niezmienniczości relatywistycznej. Odstępstwa od niezmienniczości relatywistycznej występują w obszarach rzędu rozmiarów cząstek elementarnych, co objawia się w tym że wyrażenia na poprawki promieniste nie są ściśle relatywistycznie niezmiennicze. Na przykład ok. 3% elektromagnetycznej masy własnej spoczynkowej elektronu nie ma w tej teorii charakteru relatywistycznie niezmienniczego. (W tej teorii zależność masy od prędkości jest naturalnie nieco inna niż w teorii względności, ale różnice są mniejsze niż dokładność dzisiejszych pomiarów).

W omawianej teorii nielokalnej (Arnous, Heitler i Takahashi [14]) wychodzimy z równania Schrödingera w obrazie Tomonagi

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H_{\text{int}}(t) \Psi(t), \quad H_{\text{int}} = \int H_{\text{int}} d^3x \quad (11)$$

Dla prostoty rozważmy oddziaływanie pomiędzy polem spinorowym  $\psi$  i rzeczywistym polem skalarnym  $\varphi$ . Pola te spełniają w obrazie Tomonagi te same relacje przestawiania i te same równania falowe, co w teorii lokalnej. Hamiltonian dla pól swobodnych jest taki sam jak w teorii lokalnej. Hamiltonian

oddziaływania teorii lokalnej uogólniamy do teorii nielokalnej wprowadzając czynnik postaci  $F(x-x', x-x'', x-x''')$  taki że

$$H_{\text{int}} = g \int_{t-x_0} d^3x \int d^4(x'x''x''') \bar{\psi}(x') \varphi(x'') \psi(x''') F(x-x', x-x'', x-x'''). \quad (12)$$

Od czynnika  $F$  żądamy aby był niezmienniczy wobec translacji przestrzennych i czasowych, i aby spełniał związek

$$F(x', x'', x''') = \gamma^4 F(x'', x', x''') \gamma_4 \quad (13)$$

z którego wynika, że  $H_{\text{int}}$  jest operatorem hermitowskim. W ogólnej teorii  $F$  może być operatorem, wtedy żądamy, aby był on przestawialny z  $\varphi, \psi, \bar{\psi}$ ; w praktyce  $F$  jest funkcją liczbową. Żądamy też, aby  $F$  spełniało związek normujący.

$$\int F(x-x', x-x'', x-x''') d^4x'' d^4x = \delta^4(x'-x'') \quad (14)$$

wtedy transformata fourierowska  $f(\mathbf{p}, \mathbf{q}, k)$  czynnika postaci  $F$  ma własność  $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}, 0) = 1$ , co oznacza że czynnik postaci nie pojawia się, gdy nie ma aktualnego oddziaływania (emisji cząstki wirtualnej o pędzie  $k$ ). Rozważania nasze pozostaną słuszne, jeżeli w (12) pomiędzy operatorami pola znajdą się macierze Diraca i gdy zamiast  $\varphi$  napiszemy  $A^\mu$  i wprowadzimy operatory  $\partial_\mu$ . Przypadek graniczny teorii lokalnej otrzymamy kładąc

$$F(x-x', x-x'', x-x''') = \delta^4(x-x') \delta^4(x-x'') \delta^4(x-x'''). \quad (15)$$

Załóżmy, że  $\Psi$  i  $H_{\text{int}}$  są funkcjami zmiennej (lub zmiennych)  $a$  i napiszmy równanie (11) w postaci

$$i\dot{\Psi}(t, a) = H_{\text{int}}(t, a) \Psi(t, a). \quad (11')$$

Rozważmy nieskończenie małą transformację  $a \rightarrow a + \delta a$ , gdzie  $\delta a$  jest liczbą. Może to być nieskończenie mała transformacja Lorentza lub nieskończenie mała transformacja cechowania. Wykażemy, że zawsze istnieje przekształcona funkcja stanu  $\Psi(a + \delta a) \equiv \Psi'(t, a)$ , zachowująca po przekształceniu równanie (11):

$$i\dot{\Psi}'(t, a) = H'_{\text{int}}(t, a) \Psi'(t, a), \quad H'_{\text{int}}(t, a) \equiv H_{\text{int}}(t, a + \delta a). \quad (16)$$

Istotnie, rozwijając

$$H_{\text{int}}(t, a + \delta a) = H_{\text{int}}(t, a) + \frac{\partial H_{\text{int}}}{\partial a} \delta a$$

$$\Psi'(t, a) = \Psi(t, a) + \frac{\partial \Psi}{\partial a} \delta a \equiv \Psi(t, a) + iK(t, a) \delta a$$

widzimy, że równanie (16) jest spełnione wraz z równaniem (11') jeżeli

$$i \frac{\partial}{\partial t} K(t, a) = i \frac{\partial H_{\text{int}}}{\partial a} + [H_{\text{int}}, K]. \quad (17)$$

Jest to równanie różniczkowe na niewiadomą funkcję  $K(t, a)$ . Rozwijając  $K(t, a)$  na szereg według potęg stałej sprzężenia

$$K(t, a) = \sum_{j=1}^{\infty} K^{(j)}(t, a)$$

otrzymujemy układ równań różniczkowych

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} K^{(1)}(t, a) &= i \frac{\partial}{\partial a} H_{\text{int}}(t, a) \\ \dots \\ i \frac{\partial}{\partial t} K^{(j)}(t, a) &= [H_{\text{int}}(t, a), K^{(j-1)}(t, a)], \\ \dots \end{aligned}$$

który posiada zawsze rozwiązanie i który można rozwiązywać sukcesywnie.

Sprawa niezmienniczości macierzy  $S$  nie przedstawia się jednak tak prosto. Określmy macierz  $S$  jak zwykle

$$\begin{aligned} \Psi(t, a) &= S(t, a) \Psi(-\infty, a) \\ S &\equiv S(\infty, a). \end{aligned}$$

Związek

$$\frac{\partial \Psi}{\partial a} = K \Psi$$

przybiera teraz postać

$$\begin{aligned} i \frac{\partial S(t, a)}{\partial a} \Psi(-\infty, a) + i S(t, a) \frac{\partial}{\partial a} \Psi(-\infty, a) &= \\ &= K(t, a) S(t, a) \Psi(-\infty, a). \end{aligned} \quad (18)$$

Gdy założymy, że stan początkowy był niezmiennikiem  $\frac{\partial}{\partial a} \Psi(-\infty, t) = 0$ , to związek (18) redukuje się do

$$i \frac{\partial S(t, a)}{\partial a} = K(t, a) S(t, a)$$

$S = S(\infty, a)$  będzie niezmiennikiem, jeżeli

$$K(\infty, a) = 0$$

lub według (17) gdy

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dt \left( \frac{\partial H_{\text{int}}(t, a)}{\partial a} - i [H_{\text{int}}, K] \right) = 0. \quad (19)$$

Zatem niezmienniczość hamiltonianu i równania falowego względem transformacji  $a \rightarrow a + \delta a$  nie gwarantuje niezmienniczości macierzy  $S$ . Można wykazać że w teorii lokalnej warunek (19) spełniony jest zarówno dla transformacji Lorentza, jak i dla transformacji cechowania, natomiast w teorii nielokalnej Heitlera i Arnousa jest to warunek bardzo krępujący i niełatwo jest go spełnić.

Jeżeli rozwiniemy macierz  $S$  na szereg według potęg stałej sprzężenia i zastosujemy powyższe rozważania do przypadku transformacji Lorentza, otrzymujemy dla każdego przybliżenia warunek (zob. [14], wzory (22) i (23)) słabszy wprawdzie niż obowiązujący w teorii lokalnej warunek

$$[H_{\text{int}}(\mathbf{x}), H_{\text{int}}(\mathbf{x}')] = 0 \quad \text{dla} \quad (\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2 > 0$$

niemniej jednak niełatwy do spełnienia.

Arnous, Heitler i O'Rai feartaigh [15] rozwinęli nielokalną elektrodynamikę kwantową jako szczególny przypadek ogólnej teorii omawianej przed chwilą. Przyjęli oni gęstość hamiltonianu postaci

$$H_{\text{int}} = e \int \bar{\psi}(\mathbf{x}') \gamma_{\mu} \psi(\mathbf{x}'') A_{\mu}(\mathbf{x}''') F(\mathbf{x} - \mathbf{x}', \mathbf{x} - \mathbf{x}'', \mathbf{x} - \mathbf{x}''') d^4(x' \cdot x'' \cdot x''') \quad (20)$$

gdzie  $A_{\mu}$  są tymi samymi operatorami co w teorii lokalnej. Wykazali oni że można wszystkie podstawowe pojęcia teorii lokalnej (jak ładunek całkowity, prąd, biwektory pola elektromagnetycznego, tensor energii pędu) oraz podstawowe związki elektrodynamiki (warunek Lorentza, związek między polami i potencjałami elektromagnetycznymi) tak uogólnić, aby teoria nielokalna pozostała elektromagnetycznie niezmiennicza i aby dawała teorię lokalną jako przypadek graniczny, gdy czynnik postaci przybiera kształt (15).

### § 7. Teoria macierzy $S$ bez rozbieżności

Teorię macierzy  $S$  bez rozbieżności opartej na omawianej przed chwilą teorii zbudował L. O'Rai feartaigh [16], wychodząc z Hamiltonianu typu (20). Hamiltonian ten napiszemy w postaci

$$H_{\text{int}}(t) = \\ = g \int d^3x \int d^4(k' k'' k''') \bar{\psi}(k') \gamma_{\mu} \psi(k'') A_{\mu}(k''') f(k', k'', k''') \cdot e^{i(k' - k'' - k''')x}, \quad (20)$$

gdzie  $\psi(k')$ ,  $A_{\mu}(k''')$ ,  $f(k', k'', k''')$  są transformatami fourierowskimi  $\psi(\mathbf{x}')$ ,  $A_{\mu}(\mathbf{x}''')$ ,  $F(\mathbf{x} - \mathbf{x}', \mathbf{x} - \mathbf{x}'', \mathbf{x} - \mathbf{x}''')$ . Warunki (13) i (14) napiszemy kolejno w postaci

$$f(k', k'', k''') = f(k'', k', -k''') \quad (21)$$

$$f(k'', k'', 0) = 1. \quad (22)$$

Aby zapewnić niezmienniczość relatywistyczną teorii w pierwszym przybliżeniu założymy że  $f$  zależy od trzech niezmienników

$$f(k', k'', k''') = f(k'k'', k''k''', k''k'). \quad (23)$$

Jak wiadomo macierz  $S(t)$  spełnia równanie

$$\frac{\partial S}{\partial t} = H_{\text{int}}(t) S(t) \quad (24)$$

z warunkiem początkowym

$$S(-\infty) = 1 \quad (25)$$

którego rozwiązanie można napisać w postaci

$$S = S(\infty) = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (-i)^n \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_{m-1}} dt_m H_{\text{int}}(t_1) H_{\text{int}}(t_2) \dots H_{\text{int}}(t_m). \quad (26)$$

Napiszmy typowy element macierzy w  $n$ -tym przybliżeniu:

$$S_{jk}^{(n)} = \langle j | (-i)^n \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \dots \int_{-\infty}^{t_{n-1}} dt_n H_{\text{int}}(t_1) H_{\text{int}}(t_2) \dots H_{\text{int}}(t_n) | k \rangle \quad (27)$$

$t_1 > t_2 > \dots > t_n$

i próbujemy go doprowadzić do postaci Feynmana-Dysona. Przede wszystkim możemy napisać (27) w postaci zawierającej operator  $P$  Dysona:

$$S_{jk}^{(n)} = \langle j | \left( \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4 y_1 \dots d^4 y_n P \{ H_{\text{int}}(y_1) \dots H_{\text{int}}(y_n) \} \right) | k \rangle, \quad (28)$$

gdzie

$$H_{\text{int}}(y_a) = \int d^4(k'_a k''_a k'''_a) \bar{\psi}(k'_a) \gamma_\mu^\psi \psi(k''_a) A_\mu(k'''_a) \cdot f_a(k'_a, k''_a, k'''_a) e^{i(k''_a - k'_a - k'''_a) y_a}. \quad (29)$$

Wykonujemy teraz, jak w teorii lokalnej, kontrakcje. Pochodzą one, jak wiadomo, stąd, że łączymy parami operatory tworzenia z operatorami niszczenia cząstek wirtualnych, przy czym operatory niszczenia występują w (28) na lewo od operatorów tworzenia. Niech dla  $y_a^0 > y_\beta^0$  operatorem tworzenia np. fotonu będzie  $A_\mu(y_\beta)$  a operatorem niszczenia ( $A_\mu(y'_a)$ ). Wtedy mamy

$$S_{jk}^{(n)} = \langle j | \int \dots P \dots \langle 0_{\text{tot}} | A_\mu(k'''_a) e^{i y_a k'''_a} f_a(\dots k'''_a \dots) \times \\ \times A_\mu(k''_\beta) e^{i y_\beta k''_\beta} f(\dots k''_\beta \dots) | 0_{\text{tot}} \rangle \dots | k \rangle \quad \text{dla } y_a^0 > y_\beta^0. \quad (30)$$

Z własności symbolu  $P$  wynika, że dla  $y_a^0 < y_\beta^0$  należy napisać:

$$S_{jk}^{(n)} = \langle j | \int \dots P \dots \langle 0_{\text{tot}} | A_\mu(k''_\beta) e^{i y_\beta k''_\beta} f_\beta(\dots k''_\beta \dots) \times \\ \times A_\mu(k'''_a) e^{i y_a k'''_a} f_a(\dots k'''_a \dots) | 0_{\text{tot}} \rangle \dots | k \rangle \quad \text{dla } y_a^0 < y_\beta^0. \quad (31)$$

Obliczając te wyrażenia w zwykły sposób (zob. [7] § 28, wzór (16)) i oznaczając  $k_a = k_\beta$  przez  $k_{a\beta}$  otrzymujemy dla  $y_a^0 \geq y_\beta^0$

$$S_{jk}^{(n)} = \langle j | \int \dots P \dots \frac{d^3 k'''}{\omega_{a\beta}'''} e^{\pm i \omega_{a\beta}''' (y_a^0 - y_\beta^0) - i \vec{k}_{a\beta}''' (\vec{y}_a^0 - \vec{y}_\beta^0)} \times \\ \times f_a(\dots, \pm \omega_{a\beta}''', \vec{k}_{a\beta}''') f_\beta(\dots \mp \omega_{a\beta}''', \vec{k}_{a\beta}''') \dots | k \rangle, \quad (32)$$

gdzie

$$\omega_{a\beta}'''^2 = \vec{k}_{a\beta}'''^2 + m_{a\beta}^2,$$

$m_{\alpha\beta}$  jest masą spoczynkową cząstki wirtualnej (uwzględniamy ją w zapisie, choć dla fotonu jest ona równa zeru).

W teorii lokalnej ( $f_\alpha = f_\beta = 1$ ) oba wyrażenia, na które składa się wzór (32), łączą się w jedno, ważne dla wszystkich  $y_\alpha^0 - y_\beta^0$ :

$$S_{jk}^{(n)} = \langle j | \int \dots P \dots \frac{d^4 k_{\alpha\beta}'''}{k_{\alpha\beta}'''^2 - m_{\alpha\beta}^2 + i\varepsilon} e^{ik_{\alpha\beta}'''(y_\alpha - y_\beta)} \dots | k \rangle. \quad (33)$$

Postępując w ten sposób z wszystkimi zmiennymi podlegającymi kontrakcji dochodzi się do elementów macierzowych Feynmana-Dysona, które można wypisywać na podstawie diagramów Feynmana. Spróbujmy powtórzyć to postępowanie w teorii nielokalnej. Napiszmy element macierzowy  $S_{jk}^{(n)}$  w postaci możliwie podobnej do (33):

$$S_{jk}^{(n)} = \langle j | \int \dots P \dots \frac{d^4 k_{\alpha\beta}'''}{k_{\alpha\beta}'''^2 - m_{\alpha\beta}^2 + i\varepsilon} e^{ik_{\alpha\beta}'''(y_\alpha - y_\beta)} G(k_{\alpha\beta}''', \omega_{\alpha\beta}''', \vec{k}_{\alpha\beta}''', \dots) \dots | k \rangle \quad (34)$$

z nieznaną jeszcze funkcją  $G$ . Funkcję tę możemy wyznaczyć mnożąc (34) i (32) stronami przez  $e^{-ik_{\alpha\beta}''(y_\alpha - y_\beta)}$  i całkując po wszystkich  $y_\alpha - y_\beta$ . Otrzymujemy wtedy

$$\begin{aligned} G(k_{\alpha\beta}^0, \omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) = & \frac{1}{2} \{ f_\alpha(\dots \omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) f_\beta(\dots -\omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) + \\ & + f_\alpha(\dots -\omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) f_\beta(\dots \omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) + \\ & + \frac{k_{\alpha\beta}^0}{2\omega_{\alpha\beta}} \{ f_\alpha(\dots \omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) f_\beta(\dots -\omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) - \\ & - f_\alpha(\dots \omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) f_\beta(\dots -\omega_{\alpha\beta}, \vec{k}_{\alpha\beta}, \dots) \}. \quad (35) \end{aligned}$$

Zatem w zrozumiałych oznaczeniach

$$\begin{aligned} S_{jk}^{(n)} = & \langle j | \int P \dots \frac{d^4 k_{\alpha\beta}'''}{k_{\alpha\beta}'''^2 - m_{\alpha\beta}^2 + i\varepsilon} e^{ik_{\alpha\beta}'''(y_\alpha - y_\beta)} \times \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} [f_\alpha(+ ) f_\beta(- ) + f_\alpha(- ) f_\beta(+ )] + \frac{k_{\alpha\beta}^{0'''}}{2\omega_{\alpha\beta}'''} [f_\alpha(+ ) f_\beta(- ) - f_\alpha(- ) f_\beta(+ )] \right\}. \quad (36) \end{aligned}$$

Wyrażenie to redukuje się w przypadku lokalnym  $f = 1$  do (34). Możemy wyrażenie  $G/k^2 - m^2 + i\varepsilon$  uważać za zmodyfikowany propagator zastępujący propagator lokalny  $1/k^2 - m^2 + i\varepsilon$ . Zauważmy że w (36) nie wykonaliśmy dotąd całkowania po zmiennych przestrzennych i czasowych, a więc w wyrażeniu (36) występują jeszcze funkcje zależne od pędów. Wyrażenie (36) daje dla pewnych czynników postaci będących funkcjami liczbowymi (a nie operatorami) rezultaty zbieżne, ale nie jest ono relatywistycznie niezmiennicze. W omawianej pracy [16] autor wykazał że ok 3% obliczonej tą metodą masy własnej spoczynkowej elektronu nie posiada charakteru relatywistycznie niezmienniczego. Zagadnienie zbieżności i niezmienniczności relatywistycznej w przypadku gdy czynnik postaci jest operatorem nie było w ogóle badane.

Wydawałoby się, że zamiast (36) powinniśmy otrzymać wyrażenie relatywistyczne niezmiennicze <sup>1</sup> ale na ogół rozbieżne:

$$S_{jk}^{(n)} = \langle j | \int \dots P \dots \frac{d^4 k_{\alpha\beta}'''}{k_{\alpha\beta}''' - m_{\alpha\beta}''' + i\varepsilon} e^{ik_{\alpha\beta}'''(y_\alpha - y_\beta)} \times \\ \times f_\alpha(\dots k_{\alpha\beta}''', \vec{k}_{\alpha\beta}''', \dots) f_\beta(\dots -k_{\alpha\beta}''', \vec{k}_{\alpha\beta}''', \dots). \quad (37)$$

Chociaż wyrażenie (37) nie jest w naszej teorii poprawne, zostało jednak wypisane, gdyż będzie pomocne przy tworzeniu reguł na elementy macierzowe  $S_{jk}^{(n)}$ .

Dotąd omawialiśmy tylko pojedynczą kontrakcję operatorów (kontrakcje operatorów fermionowych prowadzą do podobnych wyrażeń, które zostaną podane poniżej (wzór (39))). Zobaczmy, co dzieje się, gdy wykonamy od razu więcej kontrakcji, i próbujemy sformułować reguły na wypisanie elementów macierzowych z diagramów Feynmana. Zauważmy najpierw, że w (37) występuje tylko jeden czynnik  $f_\alpha f_\beta$  (w (36) jest ich cztery), tak że wyrażenie analogiczne do (37) dla wielu równoczesnych kontrakcji otrzymamy wypisując element macierzowy teorii lokalnej i mnożąc go przez  $\Phi \equiv \prod_{\nu=1}^n f_\nu$  i zmieniając każdą parę zmiennych  $k_{\nu_1}''', k_{\nu_2}'''$ , występujących w dwóch czynnikach  $f_{\nu_1} f_{\nu_2}$ , które uległy wzajemnej kontrakcji kolejno na

$$(k_{\nu_1\nu_2}''', \vec{k}_{\nu_1\nu_2}''') \quad \text{oraz} \quad (-k_{\nu_1\nu_2}''', \vec{k}_{\nu_1\nu_2}''').$$

Następnie możemy od (31) do (36) przejść przez przekształcenie (opuszczamy wszystkie wskaźniki przy  $k$ )

$$f_\alpha(\dots k_0, \vec{k}, \dots) f_\beta(\dots -k_0, \vec{k}, \dots) \rightarrow \frac{1}{2} [f_\alpha(\dots \omega, \vec{k}, \dots) f_\beta(\dots -\omega, \vec{k}, \dots) + \\ + f_\alpha(\dots -\omega, \vec{k}, \dots) f_\beta(\dots \omega, \vec{k}, \dots)] + \frac{k_0}{2\omega} [f_\alpha(\dots \omega, \vec{k}, \dots) f_\beta(\dots -\omega, \vec{k}, \dots) - \\ - f_\alpha(\dots -\omega, \vec{k}, \dots) f_\beta(\dots +\omega, \vec{k}, \dots)]. \quad (38)$$

Ponieważ prawa strona (38) zawiera  $k_0$  tylko w pierwszej potędze, przejście to nazwiemy „*linearyzacją*“. Dotąd nie całkowaliśmy jeszcze po zmiennych przestrzennych, a więc pozostawiliśmy jeszcze po zmiennych czynnikami postaci zawierającymi  $k_{\alpha\beta}'''$ . Zatem przejście (38) możemy uważać również za linearyzację całego czynnika postaci  $\Phi$  ze względu na  $k_{\alpha\beta}'''$  pod warunkiem że jeszcze pozostawiliśmy funkcje  $\delta$  w wyrażeniu na element macierzy. Z rozważań tych wynika więc następująca reguła na napisanie wyrażenia na element macierzowy  $S_{jk}^{(n)}$  (dla kontrakcji bozonowych): mając dany diagram Feynmana należy napisać wyrażenie na element macierzowy teorii lokalnej w postaci pędu, pozostawiając funkcje  $\delta$ , pomnożyć przez „*falszywy*“ (nie

<sup>1</sup> Warunkiem dostatecznym niezmienniczości relatywistycznej wyrażenia (37) jest  $[H(\mathbf{x}), H(\mathbf{y})] = 0$  dla  $(\mathbf{x} - \mathbf{y})^2 > 0$  (zob. § 6).



zlinearyzowany) czynnik postaci (zob. (37)) a potem czynnik ten należy zlinearyzować ze względu na wszystkie zmienne, które uległy kontrakcji. Po linearyzacji można już wykonać całkowanie i pozbyć się funkcji  $\delta$ . Podobne rozumowanie wykazuje że dla fermionów funkcja ma postać (zob. (35) i (36))

$$G(k^0, \omega, \vec{k}, \dots) = \frac{1}{2} \{f_\alpha(+)\} f_\beta(+)[\gamma^0 \omega - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + m] + \\ + f_\alpha(-)\} f_\beta(-)[- \gamma^0 \omega - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + m] + \frac{k^0}{2\omega} \{f_\alpha(+)\} f_\beta(+)[\gamma^0 \omega - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + m] - \\ - f_\alpha(-)\} f_\beta(-)[- \gamma^0 \omega - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + m]\}. \quad (39)$$

Zatem w tym wypadku należy linearyzować nie sam czynnik postaci, lecz ten czynnik pomnożony przez  $\gamma^0 k_0 - \vec{\gamma} \cdot \vec{k} + m$ . Zauważmy też że dla propagatorów fermionowych występują iloczyny typu  $f_\alpha(+)\} f_\beta(+)$  i  $f_\alpha(-)\} f_\beta(-)$ , podczas gdy w przypadku bozonów mieliśmy  $f_\alpha(+)\} f_\beta(-)$  i  $f_\alpha(-)\} f_\beta(+)$ .

Ogólną regułę uzupełnimy więc dla kontrakcji operatorów fermionowych w sposób następujący: należy napisać propagatory teorii lokalnej w postaci  $\gamma \cdot k + m/k^2 - m^2$  i linearyzować nie sam czynnik postaci, lecz ten czynnik postaci pomnożony przez licznik teorii lokalnej.

Pozostaje zagadnienie zbieżności elementów macierzowych otrzymanych tą metodą<sup>2</sup>. O'Raifeiraigh wykazał w omawianej pracy (§ 2) że całkowanie otrzymanych wyrażeń względem czwartych składowych pędu daje zawsze wynik skończony. Po wykonaniu tego całkowania pozostaje całka po pędach trójwymiarowych. Oznaczmy pozostałe jeszcze po całkowaniu po czwartych składowych trójwymiarowe czynniki postaci przez  $\varphi_\alpha(k_1 k_2 k_3)$ . Warunkiem dostatecznym zbieżności wyrażeń na elementy macierzowe  $S_{jk}^{(n)}$  dla dowolnego  $n$  jest dla sprzężeń zarówno bez pochodnych, jak i zawierających pochodne (np. pseudowektorowe) jest aby dla  $|\vec{k}| \rightarrow \infty$  funkcje  $\varphi_\alpha$  zdążały do zera szybciej niż dowolna potęga  $k_i$ ;  $\varphi_\alpha$  może być na przykład funkcją typu  $\exp\{-(k_1^2 + k_2^2 + k_3^2)/\text{const}\}$ .

Dla sprzężeń nie zawierających pochodnych wystarczy, aby to była funkcja wymierna zdążająca do zera, gdy  $|\vec{k}| \rightarrow \infty$ .

W zastosowaniach praktycznych wybierano czynnik postaci kształtu

$$F(x-x', x-x'', x-x''') = G(x-x', x-x'') \delta^4(x-x'''). \quad (40)$$

O'Raifeiraigh wykazał, że warunki zbieżności całek dla  $G(x-x', x-x'')$  są takie same jak podane przed chwilą dla ogólnego czynnika postaci  $F(x-x', x-x'', x-x''')$ .

Arnous i Heitler [17] zaproponowali szczególnie prosty czynnik postaci

$$G(x, y) = \int \varrho(p, q) e^{i(p \cdot x - q \cdot y)} d^4 p d^4 q \quad (41)$$

$$\varrho(p, q) = \frac{m^2 K^2}{m^2 K^2 + (p \cdot q)^2 - p^2 q^2}. \quad (42)$$

<sup>2</sup> Sprawa zbieżności szeregu przybliżeń macierzy  $S$  nie była badana.

Argument funkcji  $\varrho$  jest niezmiennikiem relatywistycznym. Jak można wykazać, czynnik postaci spełnia wtedy wszystkie nałożone na niego warunki i jest oprócz tego niezmienniczy wobec transformacji CPT.

Załóżmy na chwilę, że cząstka o pędzie  $\vec{p}$  ma znacznie większą masę spoczynkową  $m$  niż cząstka o pędzie  $\vec{q}$  i oberzmy taki układ współrzędnych, w którym cząstka cięższa przed i po emisji wirtualnej cząstki lżejszej spoczywa ( $\vec{p} = 0$ ,  $p_0 = m$ ), co oznacza zaniedbanie odrzutu cząstki cięższej, wtedy

$$\varrho(\vec{p} = 0, m, \mathbf{q}) = \frac{K^2}{K^2 + |\vec{q}|^2}. \quad (43)$$

Funkcja ta maleje szybko dla  $|\vec{q}| > K$ , obcina więc pędy cząstki wirtualnie wyemitowanej. Widzimy stąd, że funkcja (42) daje relatywistyczne uogólnienie modelu rozciągniętego źródła, dyskutowanego w pierwszej części niniejszego artykułu.

Jak się okaże w dalszym ciągu, zastosowanie czynnika postaci (42) da w zagadnieniu różnicy mas protonu i neutronu skończone rezultaty w przybliżeniu zarówno  $e^2g^2$  jak i  $e^2f^2$ , chociaż funkcja ta nie spełnia warunków dostatecznych wprowadzonych przez O'Raifeartaigh'a.

## § 8. Obliczenie różnicy mas protonu i neutronu na podstawie teorii mezonów

### a) Diagramy Feynmana

W poprzednich paragrafach zyskaliśmy podstawy teoretyczne do obliczenia różnicy mas protonu i neutronu na podstawie teorii mezonów. Wiemy już, że masa własna mezonowa jest dla protonu i neutronu jednakowa, masa własna czysto elektromagnetyczna neutronu jest zerem, natomiast dla protonu jest ona dodatnia (zob. § 3), tak że oddziaływanie pola nukleonowego z samym polem mezonowym lub z samym polem elektromagnetycznym nie wyjaśnia obserwowanej różnicy mas protonu i neutronu. Powstaje więc pytanie, czy uwzględnienie w sposób systematyczny oddziaływań pomiędzy wszystkimi trzema polami: nukleonowym, mezonowym i elektromagnetycznym nie wyjaśni obserwowanego efektu różnicy mas [10]. Najniższym przybliżeniem, uwzględniającym oddziaływanie wszystkich tych pól jest przybliżenie proporcjonalne do  $e^2f^2$  i nim się zajmiemy. Jak już wspominaliśmy, w teorii dającej rezultaty skończone, renormalizacja masy jest sprawą wygody rachunkowej. W rachunkach dotyczących różnicy mas protonu i elektronu przeprowadza się renormalizację ze względu na masę własną mezonu (w drugim przybliżeniu proporcjonalnym do  $f^2$ ), ponieważ: 1) masa  $\delta M_p$  jest taka sama dla protonu i dla neutronu oraz 2) możemy w tym przypadku stosować wygodną rachunkowo metodę renormalizowania Heitlera (Heitler 1954 § 30). Objawia się to jak wiadomo w tym, że do diagramu zawierającego energię własną mezonową dołącza się drugi diagram renormalizujący. Odpowiada to zastąpieniu  $H_{\text{int}}$

przez  $H_{\text{int}} - H_{\text{mesic}}^{\text{self}}$  ( $H_{\text{mesic}}^{\text{self}} = \bar{\psi} \delta M_{fz} \psi$ ) oraz  $M_0$  przez  $M_0 + \delta M_{fz}(M_0)$ . Biorąc jako podstawę hamiltonian (1) możemy skonstruować diagramy Feynmana odpowiadające elementom macierzowym zagadnienia energii własnej w przybliżeniu  $e^2 f^2$ . Na rys. 14, 15, 16 narysowane są nie znikające diagramy Feynmana dla energii własnej przy sprzężeniu pseudowektorowym. Rys. 14 zawiera przyczynki do masy własnej protonu; diagramy  $I_{aR}, I_{bR}, I_{cR}$  są diagramami renormalizującymi należącymi kolejno do diagramów  $I_a, I_b, I_c$ . Rys. 15 zawiera odpowiednie diagramy dla neutronu, a rys. 16 diagramy takie same dla protonu i dla neutronu, które znoszą się przy obliczaniu różnicy mas i nie grają roli w naszym zagadnieniu.

Do wyrazów występujących w hamiltonianie (1) dodaje się jeszcze wyrazy tzw. kontaktowe:

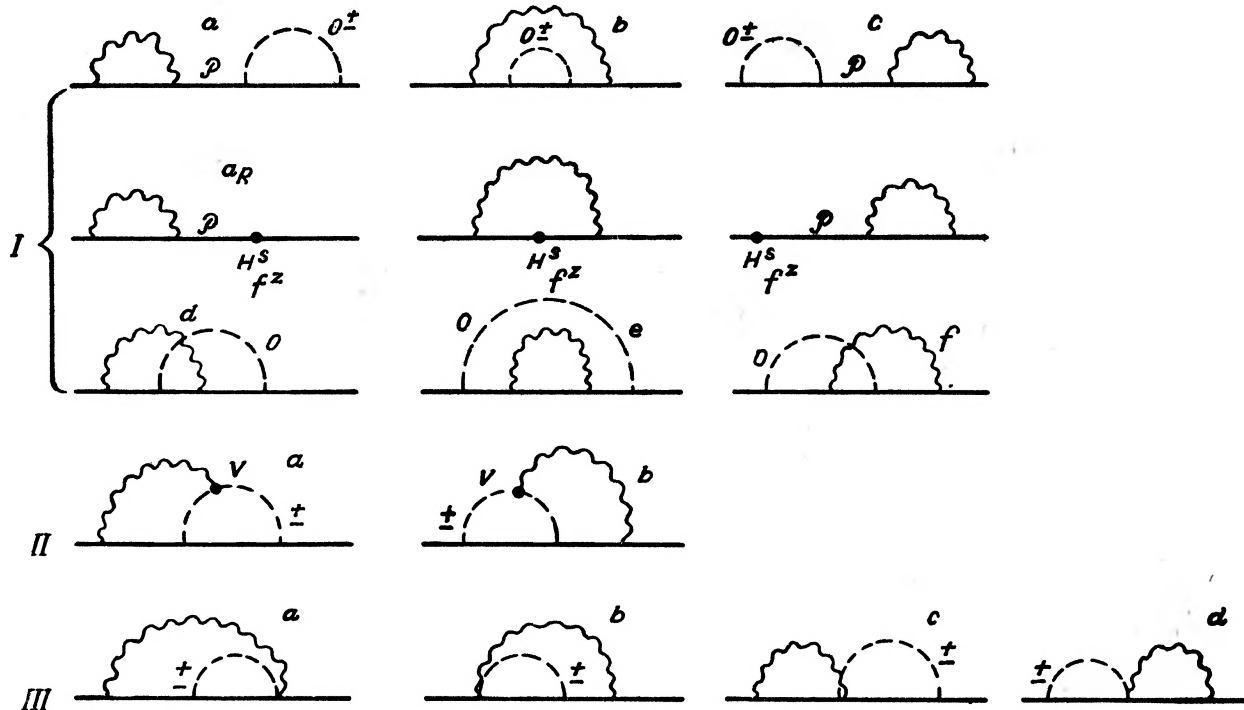
$$(H_{\text{int}})_{\text{cont}} = k \left( \frac{g}{\mu} \psi^\dagger \gamma^5 \tau_i \psi \right)^2 + k' \left( \frac{1}{\mu} \psi^\dagger \gamma^5 \gamma_\mu \tau_i \psi \right)^2,$$

gdzie  $k$  i  $k'$  są stałe. Ponieważ zrenormalizowaliśmy naszą teorię ze względu na masę własną mezonu, należy zrenormalizować też diagramy Feynmana pochodzące od wyrazów kontaktowych. Okazuje się że elementy macierzowe pochodzące od wyrazów kontaktowych znoszą się z elementami renormalizacyjnymi, tak że wyrazy te nie dają przyczynku do mas własnych nukleonów.

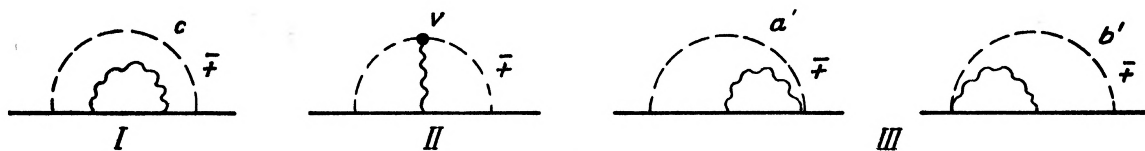
Przy sprzężeniu pseudoskalarnym diagramy Feynmana są takie same jak w rys. 14, 15 i 16 z wyjątkiem diagramów III na rys. 14 i 15 oraz ostatnich trzech diagramów na rys. 16, które w tym przypadku nie występują.

## b) Metoda obliczania elementów macierzowych

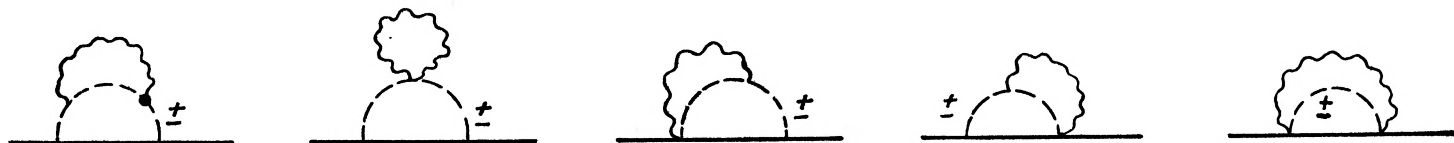
Ponieważ wszystkie całki, odpowiadające diagramom Feynmana z rys. 14, 15, 16 są rozbieżne, wprowadzamy czynniki postaci, o których była mowa w poprzednim paragrafie. Taki czynnik postaci pojawia się wtedy dla każdego wierzchołka diagramu i ogromnie komplikuje obliczanie elementów macierzowych, dlatego też musimy uciec się do przybliżeń. Pierwsze (i główne) jest przybliżenie nierelatywistyczne (N. R.) polegające na założeniu, że nukleon dzięki masie spoczynkowej o wiele większej od mas spoczynkowych cząstek wirtualnych nie zmienia pędu podczas absorpcji i emisji wirtualnej, a więc można znaleźć taki układ, w którym nukleon stale spoczywa. Wtedy działanie czynnika postaci dla wierzchołka zawierającego linię nukleonową redukuje się do symetrycznego obcinania pędów trójwymiarowych cząstek wirtualnych (mezonów i fotonów). Przybliżenie, w którym zakładamy, że nukleon spoczywa, jest naturalnie bardzo niedokładne, gdyż, jak mówiliśmy we wstępie (zob. też § 5), promień obcinania w każdej z przestrzeni  $\vec{k}$  i  $\vec{q}$  jest rzędu  $Mc$ ; nukleon emitując cząstkę wirtualną o pędzie rzędu  $Mc$  doznaje sam odrzutu, tak że trudno go uważać za spoczywający. Zatem wprowadzając to przybliżenie jesteśmy z góry skazani na rezultaty niedokładne o charakterze raczej jakościowym.



Rys. 14



Rys. 15

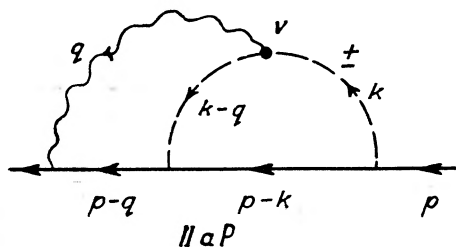


Rys. 16

Na rys. 14 i 15 większość wykresów posiada jedynie wierzchołki, w których kończą się linie nukleonów. Jedynym wyjątkiem są wykresy  $II_a$ ,  $II_b$  i  $II_c$ , posiadające po jednym wierzchołku, w którym zbiegają się dwie linie mezonowa i jedna fotonowa. Wszystkie całki odpowiadające wykresom na rys. 14 i 15 będziemy obcinać symetrycznie w pędach bozonów (mezonów i fotonów), biorąc pęd nukleonu  $\vec{p} = 0$  i obierając jako obszar całkowania po pędach fotonów i mezonów kule trójwymiarowe w przestrzeniach  $\vec{k}$  i  $\vec{q}$  o promieniu  $K$ , a poza tym dla wierzchołków  $V$  wykresów  $II_a$ ,  $II_b$ ,  $II_c$  dodamy pod całką czynnik postaci kształtu (42).

Naszkiejmy krótko sposób obliczania całki odpowiadającej wykresowi Feynmana  $II_a$  dla sprzężenia pseudowektorowego (bardziej szczegółowy opis podany jest w pracy [10]).

Najpierw napiszemy stosując reguły Feynmana-Dysona wyrażenie na element macierzowy odpowiadający wykresowi na rys. 17.



Rys. 17

$$M_{II_a P}^{(pv)} \equiv M = \frac{2i}{(2\pi)^4} \left(\frac{ef}{\mu}\right)^2 \int \int d^4(kq) (2k-q) \cdot \gamma \frac{(p-q) \cdot \gamma + M_{\text{exp}}}{(q_0-p_0)^2 - \Omega_q^2} \gamma^5 \times \\ \times (k-q) \cdot \gamma \frac{(p-k) \cdot \gamma + M_{\text{exp}}}{(k_0-p_0)^2 - \Omega_k^2} \gamma^5 k \cdot \gamma \frac{1}{q_0^2 - q^2} \frac{1}{k_0^2 - \omega^2} \frac{1}{(k_0 - q_0)^2 - \bar{\omega}^2} \quad (44)$$

gdzie

$$\Omega_q^2 = (\vec{p} - \vec{q})^2 + M_{\text{exp}}^2, \quad \Omega_k^2 = (\vec{p} - \vec{q})^2 + M_{\text{exp}}^2, \quad q^2 = \vec{q}^2, \\ \omega^2 = \vec{k}^2 + \mu^2, \quad \bar{\omega}^2 = (\vec{k} - \vec{q})^2 + \mu^2$$

$\int \int^K$  oznacza całkowanie po obszarze  $|\vec{k}| < K$ ,  $|\vec{q}| < K$ . Obliczenie tej całki zaczynamy od całkowania metodą residuów względem  $k_0$  i  $q_0$ . Następnie rozwijamy funkcję podcałkową pozostałej (sześciowymiarowej) całki według potęg  $1/M_{\text{exp}}$  zatrzymując tylko pierwszy wyraz rozwinięcia. Jako rezultat otrzymujemy wyrażenie

$$M = \frac{2i}{(2\pi)^4} (2\pi i)^2 \int \int d^3k d^3q (\vec{k}^2 - \vec{k} \cdot \vec{q}) \frac{2\omega\bar{\omega} + q(\omega - \bar{\omega})}{4\omega^2 q^2 \bar{\omega}(\omega + \bar{\omega})(q + \bar{\omega})}, \quad (45)$$

nie zawierające wcale osobliwości.

Następnie piszemy metodą O'Raifeartaigh'a (zob. § 7) pełne wyrażenie na element macierzowy linearyzując czynnik postaci:

$$M' = \frac{2i}{(2\pi)^4} \left(\frac{ef}{\mu}\right)^2 \int \int d^4(kq) (-\vec{k}^2 + \vec{k} \cdot \vec{q}) \times \\ \times \frac{4M_{\text{exp}}^2(2k_0 - q_0) \frac{\varrho(+)+\varrho(-)}{2} + \left[4M_{\text{exp}}^2(k_0 - q_0) \frac{\omega}{\bar{\omega}} + 4M_{\text{exp}}^2 k_0 \frac{\bar{\omega}}{\omega}\right] \frac{\varrho(-)-\varrho(+)}{2}}{[(\mathbf{p}-\mathbf{q}) \cdot \boldsymbol{\gamma} - M_{\text{exp}}][(\mathbf{p}-\mathbf{k}) \cdot \boldsymbol{\gamma} - M_{\text{exp}}]q^2(k^2 - \mu^2)[(\mathbf{k}-\mathbf{q})^2 - \mu^2]} \quad (46)$$

gdzie

$$\varrho(\pm) = \frac{\mu^2 K^2}{\mu^2 K^2 + (\omega\bar{\omega} \pm \vec{k} \cdot (\vec{k} - \vec{q}))^2 - \mu^2}.$$

Ponieważ zlinearyzowany czynnik postaci nie ma biegunów w zmiennych  $k_0$  i  $q_0$ , całkowanie po tych zmiennych przebiega zupełnie tak samo jak dla całki (46). Otrzymana po tym całkowaniu całka sześciowymiarowa jest bardzo skomplikowana i szacujemy jej wartość kładąc  $\omega = \bar{\omega}$ . Otrzymujemy wtedy

$$M_{(\omega=\bar{\omega})}(\varrho) = (2\pi i)^2 \frac{2i}{(2\pi)^4} \frac{ef}{\mu} \int \int d^3(kq) \frac{\vec{k}^2 - \vec{k} \cdot \vec{q}}{\omega^2 q^2} [\varrho(-)]_{\omega=\bar{\omega}}. \quad (47)$$

Gdybyśmy zastosowali to samo przybliżenie  $\omega = \bar{\omega}$  do wzoru (45), otrzymalibyśmy

$$M_{(\omega=\bar{\omega})} = (2\pi i)^2 \frac{2i}{(2\pi)^4} \left(\frac{ef}{\mu}\right)^2 \int \int d^3(kq) \frac{\vec{k}^2 - \vec{k} \cdot \vec{q}}{2\omega^2 q^2}. \quad (48)$$

Zatem działanie czynnika  $\varrho$ , sprowadza się (w grubym przybliżeniu) do pomnożenia całki (45) przez czynnik

$$\bar{\varrho} = M'_{(\omega=\bar{\omega})}/M_{(\omega=\bar{\omega})}. \quad (49)$$

Stosunkowo proste obliczenie daje

$$\bar{\varrho} \simeq \begin{array}{ll} 0,7 & \text{dla } K = \frac{2}{3} M_{\text{exp}} \\ 0,6 & \text{,, } K = M_{\text{exp}} \end{array}. \quad (50)$$

Obliczając w ten sposób wszystkie całki odpowiadające diagramom na rys. 14 i 15 otrzymujemy dla sprzężenia pseudoskalarne go przyczynkę do różnicy mas jedynie od wykresów  $II_a$  i  $II_b$  (Przyczynki do innych wykresów są rzędu  $1/M_{\text{exp}}^2$ )

$$\delta M_{e^2 g^2}^{(ps)} = - \frac{(eg)^2}{(2\pi)^6} \bar{\varrho} \int \int d^3(kq) \frac{\omega - \bar{\omega}}{2M_{\text{exp}} q \omega \bar{\omega} (\omega + \bar{\omega}) (q + \omega + \bar{\omega})} \quad (51)$$

dla sprzężenia pseudowektorowego znikają w naszym przybliżeniu przyczynki od wszystkich wykresów grupy III, które są rzędu  $1/M_{\text{exp}}^2$ . Otrzymane wyrażenia (których tu nie wypisujemy, (zob. [10] wzory (8, 2) i (8, 3)) można ele-

mentarnie scałkować kładąc w przybliżeniu  $\mu = 0$  (podczas gdy w rzeczywistości  $\mu \simeq 0,14 M_{\text{exp}}$ ). Jako rezultat otrzymujemy

$$\delta M^{(ps)} = \frac{(ge)^2}{8\pi^4} 0,01 M_{\text{exp}} \left( \frac{K}{M_{\text{exp}}} \right)^2 \bar{\varrho} \quad (52)$$

oraz

$$\delta M^{(pp)} = \left( \frac{ef M_{\text{exp}}}{\mu} \right)^2 \frac{1}{8\pi^4} M_{\text{exp}} \left( \frac{K}{M_{\text{exp}}} \right)^3 [-1 + 0,65 \bar{\varrho}]. \quad (53)$$

Podstawiając wartość stałych sprzężenia

$$g^2 = 15 \sim 30, \quad f^2 = 0,1 \sim 0,2 \quad (\text{zob. § 2})$$

oraz wartość  $\bar{\varrho}$  z wzoru (50) otrzymujemy dla dwóch skrajnych wartości na stałe sprzężenia rezultat:

Tabela I

promień obcinania	$\delta M_{e^2}$	$\delta M_{e^2 g^2}$	$\delta M_{e^2 f^2}$	$\delta M_{\text{exp}}$
$K = \frac{2}{3} M_{\text{exp}}$	3,25 $m_e$	-0,01 $m_e$ -0,02 $m_e$	-0,16 $m_e$ -0,32 $m_e$	-2,5 $m_e$
$M = M_{\text{exp}}$	4,75 $m_e$	-0,02 $m_e$ -0,04 $m_e$	-0,60 $m_e$ -1,2 $m_e$	

### c) Dyskusja wyników

Z podanej tabeli widać, że zarówno  $\delta M_{e^2 g^2}$  jak i  $\delta M_{e^2 f^2}$  są ujemne i pierwsza z tych wielkości jest proporcjonalna do  $(K/M_{\text{exp}})^2$  a druga do  $(K/M_{\text{exp}})^3$ .

Jednak  $\delta M_{e^2 g^2}$  jest około sto razy za małe a  $\delta M_{e^2 f^2}$  około pięć razy za małe. Chociaż  $\delta M_{e^2 f^2}$  wypadło tak małe, że nawet nie kompensuje czysto elektromagnetycznej masy własnej  $\delta M_{e^2}$  (nie mówiąc już o przewyższeniu elektromagnetycznej masy własnej o 2,5  $m_e$ ), to jednak rezultat rachunku dla sprzężenia pseudowektorowego możemy uważać za zadowalający z powodu bardzo grubych przybliżeń, jakie musieliśmy stosować w naszych rachunkach. Pierwszym z nich było to, że obliczyliśmy tylko jeden wyraz rozwinięcia na szereg stałych sprzężenia. Jest prawdopodobne że, podobnie jak w przypadku momentu magnetycznego nukleonu, uwzględnienie dalszych wyrazów mogłoby poprawić wynik. Drugim było przybliżenie nierelatywistyczne (uwzględnienie wyrazów proporcjonalnych do  $1/M_{\text{exp}}$  a zaniedbanie proporcjonalnych do  $1/M_{\text{exp}}^2$  i dalszych). W tablicy główne przyczynki do masy własnej pochodzą od wartości  $K/M_{\text{exp}}$  bliższych jedności, a tam przybliżenie nierelatywistyczne jest już bardzo niedokładne. W dalszym przybliżeniu (proporcjonalnym do  $1/M_{\text{exp}}^2$ ) napotyka się duże trudności rachunkowe z tego powodu, że nie można już uważać nukleonów za spoczywające lecz trzeba uwzględnić ich odrzut a to komplikuje bardzo kształt obszaru całkowania, który w przybliżeniu  $1/M_{\text{exp}}$  był bardzo prosty.

Oprócz tego obliczenie czynnika  $\bar{\rho}$  było też bardzo niedokładne. W każdym razie  $\bar{\rho}$  musi być zawarte między 0 a 1, skąd wynika że nawias we wzorze (53) może się zmieniać pomiędzy — 1 a — 0,35 a więc prawie trzykrotnie. Gdyby dokładne obliczenie okazało, co jest prawie pewne, że  $\bar{\rho}$  jest mniejsze niż we wzorze (50), wynik nasz byłby lepszy. W końcu pozostaje wartość stałej sprzężenia. Zastosowane przez nas wartości  $f^2$  są to wartości tzw. znormalizowanej stałej sprzężenia. W rachunku perturbacyjnym teorii mezonów nie jest rzeczą całkiem jasną, czy należy brać wartość znormalizowanej czy (większej od niej) nie znormalizowanej stałej sprzężenia. Obranie tej nie znormalizowanej wartości stałej sprzężenia również poprawiłoby rezultat.

Dla sprzężenia pseudoskalarne go wynik, jak widać z tabeli 1, jest o parę rzędów wielkości za mały. Tak więc na podstawie dyskusji nad rezultatami pracy [10] możemy powiedzieć, że na podstawie teorii mezonów można w zasadzie zrozumieć występowanie różnicy mas protonu i neutronu i że rachunki te przemawiają (podobnie jak dla większości efektów fizyki mezonów) raczej za sprzężeniem pseudowektorowym a wykluczają sprzężenie pseudoskalarne. Natomiast dzisiejsze metody rachunkowe są tak niedoskonałe, że w przypadku różnicy mas protonu i neutronu nie mogą dać wyników ilościowych.

### § 9. Porównanie obu metod obliczania różnicy mas protonu i neutronu

Możemy teraz porównać rezultaty półempirycznej metody Feynmana i Speismana z metodą opartą na systematycznym zastosowaniu teorii mezonów, przedstawioną w § 8.

Kółko w diagramie Feynmana na rys. 9 przedstawia współdziałanie momentu magnetycznego z polem elektromagnetycznym. Wykresy Feynmana odpowiadające momentom magnetycznym nukleonów dane są na rys. 10—13, a z nich otrzymujemy wykresy typu Feynmana i Speismana (F. S.) przedłużając linie fotonów aż do zetknięcia się z liniami nukleonów. Widzimy wtedy, że efekt obliczony przez Feynmana i Speismana odpowiada graficznie wykresom na rys. 14 i 15 z tym że wykresom  $I_{bP}$ ,  $I_{bP}^R$  odpowiadają po dwa wykresy typu FS, natomiast u FS brakuje wykresów  $I_{eP}$ ,  $I_{cN}$  oraz  $II_N$ . Zatem ujęcie półfenomenologicznie nie uwzględnia wszystkich procesów wirtualnych przyczyniających się do powstania masy własnej. Feynman i Speisman używając stałych momentów magnetycznych nukleonów  $\mu_P$  i  $\mu_N$  wziętych z doświadczenia postępują niekonsekwentnie, gdyż z jednej strony linia fotonowa odpowiada pędowi fotonu  $\varphi = 0$ , a z drugiej strony ta sama linia odpowiada dowolnemu pędowi  $\mathbf{q}$  (a główne przyczynki do całki pochodzą u nich od dużych  $\mathbf{q}$ ). Natomiast w metodzie systematycznej O’Raifeartaigh’a Średniawy i Terreaux wszystkie wyrażenia ważne są też dla  $\mathbf{q} \neq 0$  i właśnie duże  $\mathbf{q}$  dają główne przyczynki do całek.



Oprócz tego występuje w diagramach FS jeszcze jedna niekonsekwencja. Przy obliczaniu momentów magnetycznych linie skrajne dla nukleonów na rys. 10—13 odpowiadają nukleonom swobodnym. Używając stałych momentów magnetycznych Feynman i Speisman wprowadzają drugą sprzeczność: wewnętrzna linia nukleonu na rys. 9 odpowiada z jednej strony nukleonowi swobodnemu, a z drugiej strony nukleonowi wirtualnemu. Skutek tej niekonsekwencji jest taki, że we wzorze (10) występują wyrazy proporcjonalne do 1,  $1/M_{\text{exp}}$  i  $1/M_{\text{exp}}^2$  i przyczynki pochodzące od wyrazów wszystkich trzech typów są tego samego rzędu. Z naszej dyskusji widać więc, że trudno jest porównywać półempiryczną metodę Feynmana i Speismana z systematyczną, ale wymagającą w ciągu rachunków robienia radykalnych przybliżeń metodą O’Raifeartaigh’a, Średniawy i Terreaux.

#### Uwagi końcowe

Metodą RST oblicza się obecnie w Zurychu pod kierunkiem prof. Heitlera różnicę mas mezonów  $\pi^\pm$  i  $\pi^0$  w przybliżeniu  $e^2f^2$  oraz różnicę między masami mezonów  $K^\pm$  i  $K^0$ .

Śledząc prace nad zagadnieniem różnicy mas protonu i neutronu widzimy niedoskonałość dzisiejszej teorii mezonów i trudności, z jakimi ta teoria się boryka, ale możemy też stwierdzić, że i w zagadnieniach różnic między masami protonu i neutronu oraz mezonów  $\pi$  wykazuje ona zdolność jakościowego tłumaczenia faktów doświadczalnych.

#### Literatura

- [1] S. S. Schweber, H. A. Bethe, de Hoffmann F., *Mesons and Fields*, Row & Peterson, New York 1954.
- [2] A. Thellung, *Helv. Phys. Acta*, **25**, 307 (1952).
- [3] E. Arnous, W. Heitler, *Nuovo Cimento*, Ser. X, **2**, 1282 (1955).
- [4] W. Heitler, *Nuovo Cimento*, Ser. X, **6**, 340 (1957).
- [5] P. T. Mathews, *Phys. Rev.*, **76**, 684, 1419 (1949).
- [6] F. Rohrlich, *Phys. Rev.* **80**, 666 (1950).
- [7] W. Heitler, *Quantum Theory of Radiation* III ed., Oxford, Clarendon Press 1954; tłum. polskie PWN, Warszawa 1960.
- [8] P. Feynman, G. Speisman, *Phys. Rev.*, **94**, 500 (1954).
- [9] A. Petermann, *Helv. Phys. Acta*, **27**, 441 (1954).
- [10] L. O’Raifeartaigh, B. Średniawa, Ch. Terreaux, *Nuovo Cimento*, Ser. X, **14**, 376 (1959).
- [11] K. Huang, *Phys. Rev.*, **101**, 1173 (1956).
- [12] M. Cini, E. Ferrari, R. Gatto, *Phys. Rev. Letters*, **2**, 7 (1959).
- [13] L. K. Pandit, *Helv. Phys. Acta*, **31**, 379 (1958).
- [14] E. Arnous, W. Heitler, Y. Takahashi, *w druku*.
- [15] E. Arnous, W. Heitler, L. O’Raifeartaigh, *w druku*.
- [16] L. O’Raifeartaigh, *Helv. Phys. Acta*, **33**, 783 (1960)
- [17] E. Arnous, W. Heitler, *Nuovo Cimento*, Ser. X, **11**, 443 (1959).

*Stanisław Bażański*

Instytut Fizyki PAN  
Warszawa

## Zagadnienie ruchu w ogólnej teorii względności

Od pewnego czasu można zauważyć coś w rodzaju renesansu ogólnej teorii względności. Znacznie wzrosła ilość publikacji z tej dziedziny oraz został w niej dokonany poważny postęp. Również polscy fizycy teoretycy legitymują się tu pokaznym dorobkiem naukowym. Na przykład zagadnienie ruchu ciał ciężkich stało się specjalnością warszawskiej grupy relatywistów. Dlatego sądzimy, że podany tu krótki przegląd rozwoju tego zagadnienia może zainteresować polskiego czytelnika. Ten na pół popularny przegląd nie wyczerpuje oczywiście całości zagadnienia. Czytelników, którzy chcieliby pogłębić swe wiadomości z tej dziedziny, odsyłamy do przygotowywanej właśnie przez PWN monografii L. Infelda i J. Plebańskiego *Relativity and Motion* [59].

1. Równania ruchu. Zagadnienie ruchu ciał w ogólnej teorii względności, tak jak w każdej teorii pola, jest zagadnieniem o podstawowym znaczeniu, gdyż przede wszystkim ruch jest tym zjawiskiem fizycznym, za którego pośrednictwem pole ujawnia swe istnienie. W pierwotnym sformułowaniu ogólnej teorii względności równania ruchu ciał próbnych (równania linii geodezyjnych), poruszających się w danym z góry polu grawitacyjnym, postulowano niezależnie obok równań pola. Natomiast nie stawiano w ogóle zagadnienia ruchu ciał ciężkich, tj. ciał o porównywalnych masach. W r. 1927 Einstein i Grommer [1] wykazali, że wystarczy tylko postulować równania pola, równania ruchu ciał próbnych wynikają bowiem z równań pola ogólnej teorii względności (patrz też [11]). Możliwość wyeliminowania równań ruchu jako niezależnego postulatu jest uwarunkowana dwiema cechami ogólnej teorii względności, mianowicie jej nieliniowością oraz współzmienniczością względem dowolnych transformacji układów odniesienia, której konsekwencją jest znikanie kowariantnej dywergencji tensora Einsteina (tzw. tożsamości Bianchiego). Praca Einsteina i Grommera wprowadziła uproszczenie struktury logicznej teorii, lecz zagadnienie ruchu ciał ciężkich nadal nie było rozwiązane. Rozwiązanie tego trudnego zagadnienia zostało po raz pierwszy podane dopiero w roku 1938 przez Einsteina, Infelda, Hoffmanna [2]. Pokazano wtedy, że również równania ruchu ciał ciężkich (o sferycznej symetrii) zawierają się w równaniach pola ogólnej teorii względności. Metoda otrzymywania rów-

to wobec równań pola i własności symetrii wielkości  $S^{\mu\nu\beta}$  otrzyma się

$$\frac{d}{dt} \int_{\Sigma_A} K^{m\nu\beta}{}_{,\beta} n_m d_2\sigma + \int_{\Sigma_A} \Lambda^{m\nu} n_m d_2\sigma = 0. \quad (1.7)$$

Z własności symetrii wielkości  $K^{m\nu\beta}$  mamy  $K^{m\nu\beta}{}_{,\nu km} = 0$ . Stąd zaś na mocy równań pola i wzoru (1.6) wynika, że równania (1.7) nie zależą od wyboru powierzchni  $\Sigma_A$ , dopóki otacza ona tylko jedną osobliwość. Wobec tego  $4N$  równań (1.7) nie może być związkami pomiędzy współrzędnymi  $x^\mu$ . Mogą one jedynie być związkami pomiędzy współrzędnymi osobliwości  $\xi^k(x^0)$ , a więc jeżeli nie są one spełnione trywialnie, to muszą być równaniami ruchu ciał opisywanych przez osobliwości ( $3N$  równań ruchu dla  $\nu = 1, 2, 3$  i  $N$  równań zachowania masy dla  $\nu = 0$ ). W pracach Einsteina i współpracowników równania (1.7) przyjmuje się za definicję równań ruchu. Aby wypisać równania (1.7) w sposób jawny należałoby rozwiązać równania (1.1) i znalezione stąd funkcje podstawić do (1.7). Jest to jednak niewykonalne, gdyż spełnienie równań ruchu (1.7) jest właśnie warunkiem całkowalności równań pola (1.1). Trudność tę omija zaproponowana przez Einsteina, Infelda i Hoffmanna metoda przybliżeń (zwana w dalszej części tego artykułu metodą *EIH*). Metoda ta działa w ten sposób, że pozwala zapisać równania ruchu w  $k$ -tym rzędzie przybliżenia (a więc warunki całkowalności równań pola w tym rzędzie) przy pomocy znanych już pól (o rzędzie  $< k$ ; por. [20], [59]). We wspomnianej pracy [2] wyznaczono nietrywialne równania ruchu w rzędzie pozanewtonowskim. Relatywistyczne poprawki tego rzędu są zupełnie wystarczające dla doświadczalnego sprawdzenia teorii, wyższe rzędy dałyby już zbyt małe poprawki. Analizę treści fizycznej równań ruchu *EIH* przeprowadził H. P. Robertson [3], wyznaczył on przy pomocy tych równań ruch periastronu gwiazd podwójnych.

Współcześnie z przedstawionym powyżej kierunkiem rozwoju zagadnień ruchu rozwijał się inny kierunek zapoczątkowany przez pracę V. A. Focka [5] (patrz też [28], [40]) Fock niezależnie od Einsteina i współpracowników wyprowadził z równań pola grawitacyjnego równania ruchu ciał ciężkich w przybliżeniu newtonowskim. Punktem wyjścia Focka były równania pola z tensorem energii pędu ciał rozciągniętych; ciała były więc opisywane przez kontinuum stopni swobody. Ta różnica w opisie nie jest istotna w przypadku nieobrotowego ruchu ciał o centralnej symetrii. (Istotną jest natomiast różnica w poglądach szkół Einsteina i Focka na rolę układów współrzędnych, patrz też [17], [18], [19], [23], [24], [26], [28], [40], [44], [60]). Pietrowa [12] wyprowadziła przy pomocy metody Focka równania pozanewtonowskie identyczne z równaniami *EIH*. Zasady zachowania wynikające z tych równań podał Fichtenholz [14]. Do pewnego stopnia do tego kierunku należą też prace Papapetrou [16], [17], modyfikujące metodę Focka.

W metodzie Focka równania ruchu definiowało się przy pomocy tensora energii pędu, podczas gdy równania ruchu *EIH* zostały określone przy pomocy tensora  $G^{\mu\nu}$ . Pewnego rodzaju syntezę tych definicji wprowadza praca Infelda [21]. W pracy tej ciała opisuje się również przy pomocy osobliwości pola grawitacyjnego; jednak osobliwości te wprowadza się do tensora energii pędu za pośrednictwem  $\delta$ -funkcji Diraca

$$\mathbf{T}^{a\beta} \equiv \sqrt{-g} T^{a\beta} = \sum_{A=1}^N m^A(t) \delta_3(x - \xi^A) \xi^A_{,0} \xi^{\beta A}_{,0}, \quad (1.8)$$

gdzie  $\xi^A_{,0} = 1$ , a  $\delta_3(x - \xi^A) = \prod_{k=1}^3 \delta(x^k - \xi^k)$ . We wspomnianej pracy Infelda [21] powyższa postać tensora energii pędu była założona, postać ta wynika jednak, jak to pokazał Tulczyjew [38], z równań pola jeżeli zażąda się, żeby  $\mathbf{T}^{a\beta}$  opisywało osobliwości o strukturze biegunowej.

Z równań pola otrzymuje się symboliczne równanie

$$\mathbf{T}^{a\beta};_{\beta} = 0. \quad (1.9)$$

Jeżeli scałkuje się to równanie po trójwymiarowym obszarze  $\Omega^A$  zawierającym tylko jedną osobliwość, to otrzyma się równania

$$\int_{\Omega^A} \mathbf{T}^{a\beta};_{\beta} d_3x = 0, \quad (1.10)$$

które są związkami pomiędzy współrzędnymi  $\xi^k$  osobliwości i ich pochodnymi. Infeld [21] przyjął je za definicję równań ruchu (są one na mocy równań pola równoważne związkom (1.7)) i posługując się metodą przybliżeń *EIH* obliczył je z dokładnością do przybliżenia pozanewtonowskiego. Z punktu widzenia techniki rachunkowej metoda ta jest znacznie prostsza niż poprzednie metody dane w [2], [6] i [10].

W pozanewtonowskich równaniach ruchu wyprowadzonych przez Infelda [21] występowały nieskończoności, które usuwało się przez renormalizację masy w przybliżeniu pozanewtonowskim (patrz Infeld [21], Plebański i Bazański [55]). Renormalizację tę można ominąć za pomocą opracowanego przez Infelda i Plebańskiego [31], [37] formalizmu uogólnionych funkcji  $\hat{\delta}$  (patrz Dodatek). Wprowadzenie tych funkcji do tensora energii pędu (1.8) prowadzi do równań ruchu nie zawierających nieskończoności. Główną bowiem zaletą funkcji  $\hat{\delta}$  jest możliwość definiowania skończonej wartości pól na liniach świata cząstek (patrz (A. 1)). Przy ich pomocy można przedyskutować niektóre własności równań ruchu nie odwołując się do metody przybliżeń (por. [32]).

Jeżeli założy się, że funkcja  $\delta$  występująca w tensorze energii pędu (1.8) jest funkcją  $\hat{\delta}$ , to równanie (1.10) można przekształcić korzystając z definicji

skończonych wartości tensorów na liniach świata. Mamy mianowicie

$$\begin{aligned} T^{a\beta}{}_{;\beta} &= T^{as}{}_{;s} + T^{a0}{}_{;0} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \mu\nu \end{matrix} \right\} T^{\mu\nu} = \\ &= T^{as}{}_{;s} + \sum_{A=1}^N [{}^A m(t) \xi^a{}_{,0} \hat{\delta}_3(x - \xi)]_{,0} + \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \mu\nu \end{matrix} \right\} \sum_{A=1}^N {}^A m(t) \xi^{\mu}{}_{,0} \xi^{\nu}{}_{,0} \hat{\delta}_3(x - \xi). \end{aligned}$$

Całkując to po otoczeniu  $\Omega$   $A$ -tej osobliwości stwierdzamy, że całka z  $T^{as}{}_{;s}$  znika, podczas gdy

$$\int_{\Omega} T^{a0}{}_{;0} d_3x = [{}^A m(t) \xi^a{}_{,0}]_0$$

i

$$\int_{\Omega} \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \mu\nu \end{matrix} \right\} T^{\mu\nu} d_3x = {}^A m(t) \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \mu\nu \end{matrix} \right\} \xi^{\mu}{}_{,0} \xi^{\nu}{}_{,0} = 0.$$

Tak więc równania (1.10) przybierają postać

$$[{}^A m(t) \xi^a{}_{,0}]_{,0} + {}^A m(t) \left\{ \begin{matrix} \alpha \\ \mu\nu \end{matrix} \right\} \xi^{\mu}{}_{,0} \xi^{\nu}{}_{,0} = 0. \quad (1.11)$$

Skoro powyższe równania pomnoży się przez  $\frac{A}{g_{a\beta}}$  i skorzysta się z (A. 4), to

$$[{}^A m(t) \frac{A}{g_{a\beta}} \xi^a{}_{,0}]_{,0} - \frac{A}{2} m(t) \frac{A}{g_{\mu\nu\beta}} \xi^{\mu}{}_{,0} \xi^{\nu}{}_{,0} = 0. \quad (1.12)$$

Powyższy układ  $4N$  równań jest równoważny układowi (1.11). W równaniach (1.12) występują niewiadome funkcje  ${}^A m(t)$ ,  ${}^A \xi^k(t)$  (z założenia  $\xi^0{}_{,0} = 1$ ) oraz niewiadome pola  $g_{a\beta}(x^\mu)$ . Równania ruchu ciał zawierające niewiadome pola, których źródłami są rozważane ciała, zgodnie z terminologią Infelda i Plebańskiego [59], nazywają się równaniami ruchu *drugiego rodzaju*. (Równania ruchu pierwszego rodzaju oznaczają w myśl tej terminologii równania ruchu cząstek próbnych w zewnętrznym polu). Jeżeliby przy pomocy równań pola udało się wyznaczyć pole  $g_{\mu\nu}(x^\mu, \xi^k, \xi^k{}_{,0})$  zależące również od linii świata źródeł pola, to po podstawieniu tego pola do równań ruchu (1.12) otrzymałoby się  $4N$  równań, w których występowałyby jedynie zmienne  ${}^A m(t)$ ,  ${}^A \xi^k(t)$  i ich pochodne czasowe. Takie równania, z których wyeliminowano pola, Infeld i Plebański nazywają równaniami ruchu *trzeciego rodzaju*. Przejście od równań ruchu drugiego rodzaju do równań ruchu trzeciego rodzaju w ogólnej teorii względności jest możliwe jedynie przy pomocy metody przybliżeń.

Z równań (1.12) można łatwo wyznaczyć masę  $\overset{A}{m}(t)$ . Mnożąc (1.12) przez  $\overset{A}{\xi}^{\beta},_0$  otrzymuje się

$$\frac{1}{2} \overset{A}{m}(t) [\overset{A}{g}_{\alpha\beta} \overset{A}{\xi}^{\alpha},_0 \overset{A}{\xi}^{\beta},_0]_{,0} - \overset{A}{m}(t)_{,0} \overset{A}{g}_{\alpha\beta} \overset{A}{\xi}^{\alpha},_0 \overset{A}{\xi}^{\beta},_0 = 0.$$

Stąd zaś

$$[\log \overset{A}{m}(t)]_{,0} = [\log (\overset{A}{g}_{\alpha\beta} \overset{A}{\xi}^{\alpha},_0 \overset{A}{\xi}^{\beta},_0)^{-1/2}]_{,0},$$

lub

$$\overset{A}{m}(t) = m_0 [\overset{A}{g}_{\alpha\beta} \overset{A}{\xi}^{\alpha},_0 \overset{A}{\xi}^{\beta},_0]^{-1/2} = m_0 \frac{dt}{\overset{A}{ds}}, \quad (1.13)$$

gdzie  $\overset{A}{m}_0$  są stałymi całkowania (masami spoczynkowymi), a

$$\overset{A}{ds}^2 = \overset{A}{g}_{\alpha\beta} d\overset{A}{\xi}^{\alpha} d\overset{A}{\xi}^{\beta}.$$

$4N$  równaniom (1.12) będzie równoważny układ równań złożony z  $N$  równań (1.13) i z  $3N$  równań

$$\left[ \frac{dt}{\overset{A}{ds}} \overset{A}{g}_{\alpha k} \overset{A}{\xi}^{\alpha},_0 \right]_{,0} - \frac{1}{2} \frac{dt}{\overset{A}{ds}} \overset{A}{g}_{\mu\nu,k} \overset{A}{\xi}^{\mu},_0 \overset{A}{\xi}^{\nu},_0 = 0 \quad (1.14)$$

otrzymanych w wyniku eliminacji masy  $\overset{A}{m}(t)$  z równań (1.12) dla  $\beta = k$ . Równania ruchu można też otrzymać z tzw. „metody geodezyjnej“ (patrz Bertotti [22]) równoważnej równaniom (1.11). Inne jeszcze metody otrzymywania równań ruchu można znaleźć w [56]—[58], [55], [44], [45]. Przedstawione tu rozważania można też uogólnić na przypadek gdy poza polem grawitacyjnym występują inne dodatkowe pola (np. pole elektromagnetyczne) (patrz [8], [29], [34] i [41]). Zastosowanie tych metod w szczególnej teorii względności jest omówione w [25] i w [7].

2. Metoda przybliżenia *EIH*. Metoda ta jest potężnym (i jak dotychczas w zasadzie jedynym) narzędziem w problemie ruchu ciał w ogólnej teorii względności. Stosuje się ją w przypadku gdy ciała wytwarzające pole grawitacyjne wykonują ruchy skończone. Matematycznym odpowiednikiem tego jest przyjęcie, że w nieskończoności przestrzeń jest asymptotycznie płaska. Najwygodniej jest wtedy przyjąć układ współrzędnych określony przez (1.2) (możliwe jest też wprowadzenie w nieskończoności układów krzywoliniowych, patrz [30]). Charakterystyczne dla tej metody jest założenie, że wielkości opisujące pole są analitycznymi funkcjami parametru  $\lambda = c^{-1}$  ( $c$  jest prędkością światła). Wielkości te można zatem rozwinąć na szeregi potęgowe względem  $\lambda$ . Tak więc np. dla  $h_{\alpha\beta}$  (1.3) mamy

$$h_{\alpha\beta} = \underset{1}{h_{\alpha\beta}\lambda} + \underset{2}{h_{\alpha\beta}\lambda^2} + \underset{3}{h_{\alpha\beta}\lambda^3} + \dots, \quad (2.1)$$

przy czym  $h_{\alpha\beta}$  nie zależy od  $c$ . Postępowanie aproksymacyjne nie różni się w zasadzie od przyjętego w innych metodach przybliżeń; i tak np. przyjmuje się, że iloczyn  $h_{\alpha\beta}$  jest rzędu  $l+k$  oraz, że pochodna względem współrzędnych przestrzennych  $\frac{\partial}{\partial x^k} h_{\alpha\beta} = h_{\alpha\beta, k}$  jest tego samego rzędu co  $h_{\alpha\beta}$ . Wprowadza się tu jednak jedno istotne założenie, które odróżnia tę metodę od innych. Jest ono związane z wyróżnionym charakterem czasu w problemie ruchu. Mianowicie zakłada się, że czas

$$t = \frac{x^0}{c} = \lambda x^0$$

nie zależy od  $c$  (a więc, że jest wielkością rzędu zero, tak jak  $\eta_{\alpha\beta}$ ). Oznacza to, że

$$h_{\alpha\beta, 0} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} h_{\alpha\beta} = \lambda \frac{\partial}{\partial t} h_{\alpha\beta} \quad (2.2)$$

jest wielkością rzędu  $i+1$ ; zaznacza się to często pisząc 1 pod wskaźnikiem zero, np.  $h_{\alpha\beta, 0_1}$ . Tak sformułowana metoda jest praktycznie przydatna (tzn.

że rzeczywistość jest opisywana dobrze już przez kilka jej pierwszych przybliżeń) dla stosunkowo wolnych ruchów ( $v \ll c$ ) i dla odległości większych od promienia Schwarzschilda poszczególnych osobliwości, a mniejszych od charakterystycznej dla pola długości fali (patrz [46]). (Nie jest więc przydatna w falowej strefie promieniowania).

Jeżeli zażąda się, żeby równania ruchu cząstek próbnych w ogólnej teorii względności dla  $c \rightarrow \infty$  przechodziły w równania Newtona, to można pokazać [59], że w rozwinięciu (2.1)  $h_{00} = h_{0m} = 0$ . Zgodnie z zasadą względności wielkości  $h_{\alpha\beta}$  nie są jednoznacznie określone przez równania pola, lecz z dokładnością do dowolnych przekształceń układu współrzędnych  $x^{\alpha'} = x^{\alpha}(x^{\mu})$ . W metodzie przybliżeń *EIH*, ze względu na jej założenia, rozpatruje się klasę transformacji, które:

1) zachowują warunek  $\lim_{|x| \rightarrow \infty} g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}$  i w nieskończoności przechodzą w tożsamość;

2) nie zmieniają rzędów rozwinięcia wielkości  $h_{\alpha\beta}$ . Zapisując transformację  $x^{\alpha'} = x^{\alpha}(x^{\mu})$  w postaci

$$x^{\alpha'} = x^{\alpha} + a^{\alpha}(x^{\mu})$$

można warunki 1) i 2) sformułować następująco:

$$1') \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} a^{\alpha}(x^{\mu}) = 0$$

$$2') \quad a^0 = a^0 \lambda^2 + a^0 \lambda^3 + \dots$$

$$a^k = a^k \lambda + a^k \lambda^2 + \dots$$

( $a^0 = 0$ , jeżeli chce się zachować relację  $h_{00} = h_{0m} = 0$ ). Jeżeli weźmie się pod uwagę transformację układu współrzędnych generowaną tylko przez  $a_0$  i  $a_k$  ( $a_a = \eta_{a\beta} a^\beta$ ), to wielkości  $h_{a\beta}$  będą transformowały się począwszy od rzędów  $h_{mn}, h_{0n}, h_{00}$ . Przy tym warunkiem koniecznym i wystarczającym na to, żeby zespół wielkości przetransformowanych  $h'_{mn}, h'_{0n}, h'_{00}$  był równy zeru, jest znikanie następujących składowych

$$S_{manb} = 0, \quad S_{m0nb} = 0, \quad S_{m00b} = 0$$

zlinearyzowanego tensora krzywizny

$$S_{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{1}{2}(h_{\alpha\beta,\mu\nu} + h_{\mu\nu,\alpha\beta} - h_{\mu\beta,\nu\alpha} - h_{\alpha\nu,\mu\beta})$$

(por. [46], [47] i [59]).

Postępując się tym warunkiem można pokazać ([4], [13], [15], [59]), że przez odpowiedni wybór  $a_0, a_k$  i  $a_0, a_k$  można wyeliminować z rozwinięcia (2.1) zespoły wielkości  $h_{mn}, h_{0n}, h_{00}$  i  $h_{mn}, h_{0n}, h_{00}$  ( $h_{00}$  i  $h_{0n}$  można wyeliminować korzystając ze wspomnianego warunku korespondencji); w rezultacie rozwinięcie (2.1) przybierze postać

$$\begin{aligned} h_{00} &= 0 + h_{00}\lambda^2 + 0 + h_{00}\lambda^4 + 0 + h_{00}\lambda^6 + h_{00}\lambda^7 + \dots \\ h_{0n} &= 0 + 0 + h_{0n}\lambda^3 + 0 + h_{0n}\lambda^5 + h_{0n}\lambda^6 + \dots \\ h_{mn} &= 0 + h_{mn}\lambda^2 + 0 + h_{mn}\lambda^4 + h_{mn}\lambda^5 + \dots \end{aligned} \quad (2.3)$$

pozostałych zespołów  $h_{mn}, h_{0n}, h_{00}$  nie można na ogół wyeliminować (można oczywiście wyeliminować zawsze 9 składowych takiego zespołu, np.  $h_{nm}, h_{0n}, h_{00}$  można zastąpić przez 0, 0,  $h_{00}$  itp.). Przyjęcie rozwinięcia (2.3) zamiast (2.1) jest równoważne zawężeniu dopuszczalnych układów odniesienia (przez ustalenie „generatorów“ transformacji  $a_0, a_k$  i  $a_0, a_k$ ). W rozwinięciu (2.3) pozostaje ciągle dowolność wyboru  $a_0, a_0, a_0, \dots$  i  $a_k, a_k, a_k, \dots$  (w konkretnych wypadkach ustala się jeszcze  $a_k$  przyjmując  $h_{mn} = \delta_{mn} h_{00}$ ). Można oczywiście zawsze powrócić od postaci (2.3) do (2.1) przy pomocy transformacji generowanej przez  $a_0, a_0$  i  $a_k, a_k$ .

W oryginalnej metodzie *EIH* przyjmowało się rozwinięcia odpowiadające potencjałom stojącym w elektrodynamice (por. Infeld [4])

$$\begin{aligned} h_{a\beta} &= \sum_{i=1}^{\infty} h_{a\beta} \lambda^{2i}, \quad a\beta = 00 \quad \text{i} \quad a\beta = mn; \\ h_{0n} &= \sum_{i=1}^{\infty} h_{0n} \lambda^{2i+1}. \end{aligned} \quad (2.4)$$



Powyższe rozwinięcia są aż do rzędu  $h_{00}$ ,  $h_{0n}$ ,  $h_{mn}$  identyczne z rozwinięciem (2.3). Postępowania oparte na (2.3) lub (2.4) nie będą się więc różnić aż do rzędu, w którym można by otrzymać poza poza newtonowskie równania ruchu (równania 8 rzędu). (W oryginalnej metodzie *EIH* metodę przybliżeń stosowało się łącznie z tzw. metodą dipolową; patrz [10], [33], [59], [48]—[51]).

Obok rozwinięcia pola (2.1) w metodzie *EIH* przyjmuje się również rozwinięcia zmiennych dynamicznych występujących w tensorze  $T^{ab}$ . Odpowiedni wybór układu współrzędnych, odpowiadający przejściu od (2.1) do (2.3), może anihilować niektóre wyrazy w rozwinięciach dla zmiennych dynamicznych.

I tak dla masy  $m = m^A(t)$ , wobec (1.13), mamy

$$m = m^A \lambda^2 + m^A \lambda^4 + m^A \lambda^6 + \dots$$

(zmienne  $\xi^k$  mają rozwinięcia postaci  $\xi^k = \sum_{i=0}^{\infty} \xi^k \lambda^i$ ).

Wstawiając rozwinięcia (2.3) do równań pola można je sukcesywnie rozwiązać. Równanie pola w najniższym rzędzie (równanie Poissona) określające  $h_{00}$

jest bowiem rozwiązalne przy dowolnym ruchu  $\xi^k$ . Wstawiając znalezione pole  $h_{00}$  do (1.14) otrzymamy newtonowskie równanie ruchu (równania 4 rzędu).

Aby znaleźć równania pozanewtonowskie (równania 6 rzędu) należy określić  $h_{0n}$  i  $h_{00}$  (jeżeli się przyjmie za punkt wyjścia zasadę wariacyjną, to wystarcza tylko znajomość  $h_{0n}$ ; patrz [55] i [64]).

Warunkiem całkowalności równań pola określających  $h_{0n}$  i  $h_{00}$  są newtonowskie równania ruchu. Tak więc  $h_{0n}$  i  $h_{00}$

będą zależeć od linii świata osobliwości  $\xi^k$  ustalonych z dokładnością do przybliżenia newtonowskiego; w przeciwnym przypadku równania pola nie byłyby spełnione. Wstawiając pola  $h_{0n}$  i  $h_{00}$  do równań (1.14) otrzymuje się pozanewtonowskie równania ruchu znalezione w [2].

Równania te są z kolei warunkiem całkowalności równań pola określających wielkości  $h_{mn}$ ,  $h_{0m}$ ,  $h_{00}$  potrzebne do

określenia równań pozapozanewtonowskich (równań 8 rzędu). Ogólnie warunkami całkowalności równań pola w danym kroku przybliżenia są równania ruchu wyznaczone w poprzednim kroku (por. [20] i [59]).

Rozwinięcie (2.3) zaczyna się różnić od rozwinięcia (2.4) począwszy od wyrazów  $h_{mn}$ ,  $h_{0n}$ ,  $h_{00}$  określających równania w 9 rzędzie. Równania te zawierają wyrazy podobne do wyrazów opisujących tłumienie w elektrodynamice (por. [4], [9], [27], [47] i [57]). Wynik ten nie musi jednak oznaczać, że ruch jest tłumiony i że ciała spadają na siebie. Należy bowiem pamiętać, że dla odczytania charakteru ruchu w ogólnej teorii względności nie wystarcza na ogół sama

znajomość linii świata osobliwości (lub równań ruchu). Efekty fizyczne otrzymuje się z teorii rozpatrując łącznie ruch  $\xi^k = \xi^k(t)$  i pole metryczne. W szczególności można wytransformować dany wyraz w równaniach ruchu (lub go też wprowadzić) nie można natomiast wytransformować związanego z tym wyrazem efektu fizycznego, gdyż należy zawsze uwzględnić odpowiednią transformację pola (por. Infeld [19]). W każdym razie występowanie w wyższych rzędach wyrazów opisujących „tłumienie“ świadczy, że określone mu ruchowi newtonowskiemu odpowiada w wyższych rzędach metody przybliżeń więcej pól grawitacyjnych. Mianowicie: pole typu potencjałów stojących (2.4) oraz pola takie jak  $h_{0m}$ ,  $h_{0n}$ ,  $h_{00}$ , przypominające potencjały retardowane lub adwansowane. Aby jednak zbadać znaczenie fizyczne takich pól należałoby zbadać, czy powodują one sekularne zmiany w ruchu ciał będących źródłami tych pól.

W przypadku gdy przestrzeń w nieskończoności jest płaska (jak to ma miejsce w problemie ruchu) można przy fizycznej interpretacji wyników posłużyć się metodą sformułowaną przez Infelda i Plebańskiego [59]. W metodzie tej rzutuje się ruch ciał przy pomocy promieni świetlnych na płaszczyznę w nieskończoności, która jest „równoległa“ do płaszczyzny ruchu (w przypadku gdy ruch nie jest płaski należy rzutować na dwie płaszczyzny w nieskończoności). Linie świata promieni świetlnych, będące zerowymi liniami geodezyjnymi, są geometrycznie dobrze określone. Jeżeli więc będzie się zmieniać układ współrzędnych za pomocą transformacji spełniającej warunek 1', to będą się zmieniać funkcje opisujące linie świata ciał i linie świata promieni świetlnych; nie będzie natomiast się zmieniać rzut ruchu na wspomnianą płaszczyznę w nieskończoności. W szczególności efekty fizyczne opisywane przez pozanewtonowskie równania ruchu nie będą zależeć od tego które z generatorów  $a_a$  zostały dobrane przy wyprowadzaniu tych równań. Powyższa konstrukcja jest dowodem, że w problemie ruchu można w sposób jednoznaczny otrzymywać wyniki fizyczne bez odwoływania się do wyróżnionych klas układów odniesienia proponowanych przez niektórych autorów ([28], [17], [18]).

3. Równania ruchu obracających się ciał. W metodzie *EIH* w jej pierwotnym sformułowaniu rozważano jedynie ruch nieobracających się ciał o kulistej symetrii. Również w pierwszych pracach Focka [5] i Papapetrou [16] rozważano tylko nieobracające się ciała. Równania ruchu obracających się ciał można podać posługując się zarówno opisem ciał przy pomocy singularności, jak i opisem przy pomocy ciągłego rozkładu materii. W przypadku ciągłego rozkładu materii takie równania zostały podane przez Focka [28], jednak w postaci nie przystosowanej do całkowania. Metoda Focka została rozwinięta przez Kalitzina [54], który również wyznaczył ruch ciał w ważniejszych przypadkach. Metodą Papapetrou posłużył się natomiast Haywood [35]; w pracy tej zaniebano jednak pewne istotne wyrazy, tak że końcowe równania nie różnią się w zasadzie od równań nieobracających się ciał. Metodę Infelda zastosował do przypadku ruchu obracających się ciał Tulczyjew [53] oraz

znajomość linii świata osobliwości (lub równań ruchu). Efekty fizyczne otrzymuje się z teorii rozpatrując łącznie ruch  $\xi^k = \xi^k(t)$  i pole metryczne. W szczególności można wytransformować dany wyraz w równaniach ruchu (lub go też wprowadzić) nie można natomiast wytransformować związanego z tym wyrazem efektu fizycznego, gdyż należy zawsze uwzględnić odpowiednią transformację pola (por. Infeld [19]). W każdym razie występowanie w wyższych rzędach wyrazów opisujących „tłumienie“ świadczy, że określonemu ruchowi newtonowskiemu odpowiada w wyższych rzędach metody przybliżeń więcej pól grawitacyjnych. Mianowicie: pole typu potencjałów stojących (2.4) oraz pola takie jak  $h_{0m}$ ,  $h_{0n}$ ,  $h_{00}$ , przypominające potencjały retardowane lub adwansowane. Aby jednak zbadać znaczenie fizyczne takich pól należałoby zbadać, czy powodują one sekularne zmiany w ruchu ciał będących źródłami tych pól.

W przypadku gdy przestrzeń w nieskończoności jest płaska (jak to ma miejsce w problemie ruchu) można przy fizycznej interpretacji wyników posłużyć się metodą sformułowaną przez Infelda i Plebańskiego [59]. W metodzie tej rzutuje się ruch ciał przy pomocy promieni świetlnych na płaszczyznę w nieskończoności, która jest „równoległa“ do płaszczyzny ruchu (w przypadku gdy ruch nie jest płaski należy rzutować na dwie płaszczyzny w nieskończoności). Linie świata promieni świetlnych, będące zerowymi liniami geodezyjnymi, są geometrycznie dobrze określone. Jeżeli więc będzie się zmieniać układ współrzędnych za pomocą transformacji spełniającej warunek 1', to będą się zmieniać funkcje opisujące linie świata ciał i linie świata promieni świetlnych; nie będzie natomiast się zmieniać rzut ruchu na wspomnianą płaszczyznę w nieskończoności. W szczególności efekty fizyczne opisywane przez pozanewtonowskie równania ruchu nie będą zależeć od tego które z generatorów  $a_a$  zostały dobrane przy wyprowadzaniu tych równań. Powyższa konstrukcja jest dowodem, że w problemie ruchu można w sposób jednoznaczny otrzymywać wyniki fizyczne bez odwoływania się do wyróżnionych klas układów odniesienia proponowanych przez niektórych autorów ([28], [17], [18]).

3. Równania ruchu obracających się ciał. W metodzie *EIH* w jej pierwotnym sformułowaniu rozważano jedynie ruch nieobracających się ciał o kulistej symetrii. Również w pierwszych pracach Focka [5] i Papapetrou [16] rozważano tylko nieobracające się ciała. Równania ruchu obracających się ciał można podać posługując się zarówno opisem ciał przy pomocy singularności, jak i opisem przy pomocy ciągłego rozkładu materii. W przypadku ciągłego rozkładu materii takie równania zostały podane przez Focka [28], jednak w postaci nie przystosowanej do całkowania. Metoda Focka została rozwinięta przez Kalitzina [54], który również wyznaczył ruch ciał w ważniejszych przypadkach. Metodą Papapetrou posłużył się natomiast Haywood [35]; w pracy tej zaniedbano jednak pewne istotne wyrazy, tak że końcowe równania nie różnią się w zasadzie od równań nieobracających się ciał. Metodę Infelda zastosował do przypadku ruchu obracających się ciał Tulczyjew [53] oraz

niezależnie od niego Riabuszko [43]. W pracy Riabuszki przyjęto jednak tensor energii pędu sprzeczny z warunkami całkowalności równań pola.

W pracy Tulczyjewa wprowadza się do równań pola tensor energii pędu w postaci

$$T^{a\beta} = \sum_{A=1}^N [t^{a\beta} \hat{\delta}(x - \xi^A) - t^{a\beta} \hat{\delta}(x - \xi^A)_{,r}], \quad (3.1)$$

gdzie  $t^{a\beta}$  i  $t^{r\alpha\beta}$  są symetryczne względem  $a$  i  $\beta$ . Równania ruchu materii opisywanej przez (3.1), będące warunkami całkowalności równań pola przybierają postać

$$\int_{\Omega} T^{a\beta}_{;\beta} \bar{d}_3 x = 0 \quad (3.2)$$

$$\int_{\Omega} (x^r - \xi^r) T^{a\beta}_{;\beta} \bar{d}_3 x = 0, \quad (3.3)$$

$$\int_{\Omega} (x^r - \xi^r) (x^s - \xi^s) T^{a\beta}_{;\beta} \bar{d}_3 x = 0 \quad (3.4)$$

(równania dla wyższych „momentów“ w przypadku tensora (3.1) są spełnione tożsamościowo)<sup>1</sup>. Równania (3.2)–(3.4) stanowią układ  $40N$  równań o  $43N$  niewiadomych  $t^{a\beta}$ ,  $t^{r\alpha\beta}$ ,  $\xi^s$ . Aby ten układ mógł jednoznacznie wyznaczać ruch, są potrzebne dalsze informacje o tensorze  $T^{a\beta}$ . Informacje takie można otrzymać z warunku korespondencji współrzędnych  $\xi^k$  ze współrzędnymi środka masy ciał rozciągniętych (patrz Michalska [61]). Z warunku tego dostaje się, że w najniższym rzędzie przybliżenia

$$t^{r00} = \frac{1}{2} \xi^i \xi^i, \quad t^{r0s} = \xi^i \xi^s, \quad t^{rst} = \xi^i \xi^j \xi^k, \quad (3.5)$$

gdzie  $S^{ki} = \frac{1}{2} \varepsilon^{kri} \bar{S}^{ri}$  jest wewnętrznym momentem pędu  $A$ -tego ciała ( $\varepsilon^{kri}$  jest symbolem permutacyjnym). Z punktu widzenia równań (3.2)–(3.4) równania (3.5) są założeniem je uzupełniającym<sup>2</sup>. Posługując się metodą przybliżeń *EIH*, można przy pomocy równań pola, równań (3.2) i (3.3) dla  $a = 0$ , symetrycznej części równań (3.3) oraz równań (3.4) wraz z warunkiem (3.5) otrzymać wielkości  $t^{a\beta}$  i  $t^{r\alpha\beta}$  w rzędzie potrzebnym do określenia pozanewtonowskich równań ruchu ( $t^{00}$ ,  $t^{00}$ ,  $t^{0k}$ ,  $t^{0k}$ ,  $t^{r0s}$ ,  $t^{rst}$ ). Równania (3.2) dla  $a = k$

<sup>1</sup> W przypadku ruchu ciał nieobracających się, warunkami całkowalności są równania (3.2) i (3.3). W rozdziale I były jednak dyskutowane tylko równania (3.2). Równanie (3.3) jest w tym przypadku warunkiem ograniczającym postać tensora energii pędu, tensor (1.8) jest zgodny z tym równaniem (por. [38]).

<sup>2</sup> Powyższy punkt widzenia nie jest jednak ogólnie przyjęty. W pracy Tulczyjewa [53] twierdzi się np., że tylko równania (3.2)–(3.4) (wraz z przyjmowanymi zawsze założeniami dotyczącymi zachowania się pola  $g_{\alpha\beta}$ ) wystarczają do jednoznacznego określenia wszystkich efektów fizycznych (zmian sekularnych) towarzyszących ruchowi. Tego rodzaju stwierdzenie jest słuszne w prostych przypadkach dyskutowanych w [53].

określają ruch postępowy ciał. Treść fizyczna tych równań była przedyskutowana przez Tulczyjewa. W szczególnym przypadku, gdy ruch odbywa się w płaszczyźnie prostopadłej do wektora  $s^k$  określonego przez wewnętrzne momenty  $S^k$  i  $\hat{S}^k$  obu ciał, otrzymuje się ruch po obracającej się elipsie. W ogólniejszym zaś przypadku okazuje się, że wektor orbitalnego momentu pędu  $L^k$  wykonuje precesję wokół wektora  $\vec{s}$  (ruch linii węzłów). Z antysymetrycznej części równań (3.3) i z równań ruchu postępowego otrzymuje się zasadę zachowania całkowitego momentu pędu (patrz [61]).

Równania ruchu wyprowadzone przy założeniu (3.1) opisują ruch ciał o kulistej symetrii. Wydaje się, że ruch ciał o bardziej złożonej strukturze można by otrzymać wprowadzając dalsze wyrazy multipolowe (zawierające wyższe pochodne  $\delta$ -funkcji). Przeliczalny zbiór wszystkich multipoli tworzy tzw. szkielet grawitacyjny ciała. Szkielet taki istnieje zawsze w klasycznej teorii potencjału. Dotychczas nie wiadomo jednak, czy istnieje on również w ogólnej teorii względności. Co więcej, otrzymane niedawno wyniki zdają się temu przeczyć. Mianowicie Michalska [62] wychodząc z metody zasady działania [55] i opisując ciała jako graniczny przypadek kropli cieczy doskonałej wyprowadziła pozanewtonowski lagrangian dla ruchu obracających się ciał. W lagrangianie tym ciała są opisywane nie tylko przy pomocy momentów multipolowych lecz również przy pomocy pewnych stałych strukturalnych, których pochodzenie związane jest z nieliniowością równań. Wynik ten świadczy, że dla dyskutowanego tam modelu nie istnieje szkielet grawitacyjny. Jeżeli w lagrangianie danym przez Michalską zaniedba się wyrazy opisujące odstępstwa ciał od symetrii kulistej, to otrzyma się wyniki Tulczyjewa. W pracy Michalskiej [63] stosując jako punkt wyjścia wspomniany lagrangian wyznaczono zmiany sekularne wszystkich parametrów określających orbity obracających się ciał.

## Dodatek

Infeld i Plebański w [31], [37] (por. też [39]) pokazali, że można skonstruować funkcję  $\hat{\delta}_3(x)$  spełniającą następujące warunki:

- 1)  $\hat{\delta}_3(x)$  ( $x = x_1, x_2, x_3$ ) jest funkcją o kulistej symetrii. Z formalnego punktu widzenia funkcję tę traktuje się jako funkcję mającą pochodne dowolnego rzędu.
- 2)  $\hat{\delta}_3(x) = 0$  dla  $x = 0$ .
- 3) Dla każdej funkcji ciągłej  $f(x)$

$$\int_{\Omega(x_0)} \hat{\delta}_3(x - x_0) f(x) d_3x = f(x_0),$$

gdzie  $\Omega(x_0)$  jest dowolnym otoczeniem przestrzennym punktu  $x_0$ .

4) dla każdego otoczenia  $\Omega(0)$  punktu  $x_0 = 0$

$$\int_{\Omega(0)} \hat{\delta}_3(x) |x|^{-p} d_3 x = 0 \quad p = 1, 2, \dots, k,$$

gdzie  $k$  jest dowolną ustaloną liczbą całkowitą;  $|x| = (x^s x^s)^{1/2}$ .

Pierwsze trzy z tych warunków charakteryzują zwykle używaną funkcję  $\delta$  Diraca. Warunek 4 jest uogólnieniem warunku 3 dla nieciągłej funkcji  $f(x) = |x|^{-p}$ . Nowa funkcja  $\hat{\delta}_3(x)$  pozwala określić skończoną część pól na liniach świata cząstek będących osobliwościami tych pól. Jeżeli  $\overset{A}{\xi}^k(x_0)$  jest linią świata  $A$ -tej cząstki, a  $\varphi(x^a, \overset{A}{\xi}^k, \overset{A}{\xi}^0, 0)$  jest danym rozwiązaniem równań pola, to

$$\frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi} = \int_{\Omega} \varphi \hat{\delta}_3(x - \overset{A}{\xi}) d_3 x \quad (\text{A.1})$$

( $\overset{A}{\Omega}$  jest otoczeniem  $\overset{A}{\xi}$ )  $\frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi}$  jest regularną funkcją  $x^0$ ,  $\overset{A}{\xi}^k$  i  $\overset{A}{\xi}^k, 0$ , zarówno gdy  $\varphi$  jest funkcją ciągłą oraz gdy  $\varphi$  zawiera osobliwości typu  $|x - \overset{A}{\xi}|^{-p}$ . Poza tym  $\frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi}$  ma te same własności transformacyjne co  $\varphi$ . Z (A.1) wynika, że operacja „węzykowania“ ma następujące własności

$$\frac{\overset{A}{\partial \varphi}}{\partial \overset{A}{\xi}^k} = \frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi, B_k} + \frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi, k} \delta_{AB} \quad (\text{po } A \text{ się nie sumuje}); \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\overset{A}{\varphi}, 0}{\varphi, 0} = \frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi, 0} + \frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi, s \overset{A}{\xi}^s, 0} = \frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi, \alpha \overset{A}{\xi}^{\alpha}, 0}. \quad (\text{A.3})$$

(A.2) oznacza, że operacja „węzykowania“ nie jest na ogół przemienne z różniczkowaniem względem  $\overset{A}{\xi}^k$ . Na ogół również operacja ta nie jest rozdzielna z mnożeniem pól przez siebie. Jednak jeżeli w otoczeniu punktu  $\overset{A}{\xi}$  pola  $\varphi$  i  $\psi$  mają rozwinięcie na szereg potęgowy postaci:

$$\sum_{m=-k}^0 a_{(2m-1)} |x - \overset{A}{\xi}|^{2m-1} + a_s (x^s - \overset{A}{\xi}^s) + a_{sr} (x^s - \overset{A}{\xi}^s) (x^r - \overset{A}{\xi}^r) + \dots,$$

czyli, gdy część osobliwa tego szeregu zawiera tylko nieparzyste potęgi  $|x - \overset{A}{\xi}|$ , to wtedy jest słuszne prawo rozdzielności

$$\frac{\overset{A}{\varphi \psi}}{\varphi \psi} = \frac{\overset{A}{\varphi}}{\varphi} \frac{\overset{A}{\psi}}{\psi}. \quad (\text{A.4})$$

Powyższą własność zakłada się w problemie ruchu, gdyż występujące tam funkcje mają rozwinięcia wspomnianego typu.

## Literatura

- [1] A. Einstein, J. Grommer, Sitzb. Berl. Akad., str. 2 (1927).
- [2] A. Einstein, L. Infeld, B. Hoffmann, Ann. Math., 39, 65 (1938).
- [3] H. P. Robertson, Ann. Math., 39, 101 (1938).
- [4] L. Infeld, Phys. Rev., 53, 836 (1938).
- [5] V. A. Fock, J. Phys. (USSR), 1, 81 (1939).
- [6] A. Einstein, L. Infeld, Ann. Math., 41, 455 (1940).
- [7] L. Infeld, P. R. Wallace, Phys. Rev., 57, 797 (1940).
- [8] P. R. Wallace, Amer. J. Math., 63, 729 (1941).
- [9] N. Hu, Proc. Roy. Irish Acad., 51A, 87 (1947).
- [10] A. Einstein, L. Infeld, Can. J. Math., 1, 209 (1949).
- [11] L. Infeld, A. Schild, Rev. mod. Phys., 21, 408 (1949).
- [12] N. Pietrowa, Ż. Eksper. Teor. Fiz., 19, 989 (1949).
- [13] A. E. Scheidegger, L. Infeld, Phys. Rev., 79, 201 (1950).
- [14] I. G. Fichtenholz, Ż. Eksper. Teor. Fiz., 20, 233, (1950).
- [15] L. Infeld, A. E. Scheidegger, Can. J. Math., 3, 195 (1951).
- [16] A. Papapetrou, Proc. Phys. Soc., 64A, 57 (1951).
- [17] A. Papapetrou, Proc. Phys. Soc., 64A, 302 (1951).
- [18] J. H. Haywood, Proc. Phys. Soc., 65A, 170 (1952).
- [19] L. Infeld, Can. J. Math., 5, 17 (1953).
- [20] A. E. Scheidegger, Rev. mod. Phys., 25, 451 (1953).
- [21] L. Infeld, Acta phys. Polon., 13, 187 (1954).
- [22] B. Bertotti, Nuovo Cimento, 12, 226 (1954).
- [23] R. Teisseyre, Acta phys. Polon., 13, 47 (1954).
- [24] L. Infeld, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 2, 163 (1954).
- [25] L. Infeld, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 3, 213 (1955).
- [26] H. J. Meister, A. Papapetrou, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 3, 163 (1957).
- [27] J. N. Goldberg, Phys. Rev., 99, 1873 (1955).
- [28] V. A. Fock, *Теория пространства времени и тяготения*, Moskwa 1955.
- [29] B. Bertotti, Nuovo Cimento, 2, 231 (1955).
- [30] A. Trautman, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 4, 439 (1956).
- [31] L. Infeld, J. Plebański, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 4, 687 (1956).
- [32] L. Infeld, J. Plebański, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 4, 757 (1956).
- [33] L. Infeld, J. Plebański, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 4, 763 (1956).
- [34] S. Bażański, Acta phys. Polon., 15, 363 (1956).
- [35] J. H. Haywood, Proc. Phys. Soc., 69A, 2 (1956).
- [36] B. Bertotti, Nuovo Cimento, 4, 898 (1956).
- [37] L. Infeld, J. Plebański, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 5, 51 (1957).
- [38] W. Tulczyjew, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 5, 297 (1957).
- [39] L. Infeld, Rev. mod. Phys., 29, 398 (1957).
- [40] V. A. Fock, Rev. mod. Phys., 29, 325 (1957).
- [41] S. Bażański, Acta phys. Polon., 16, 423 (1957).
- [42] B. Bertotti, Nuovo Cimento, 6, 755 (1957).
- [43] A. B. Riabuszko, Ż. Eksper. Teor. Fiz., 33, 1387 (1957).
- [44] P. T. Hoang, C. R. Acad. Sci. (Paris), 246, 61 (1958).
- [45] P. T. Hoang, Nuovo Cimento, 9, 647 (1958).
- [46] A. Trautman, *Lectures on General Relativity*, King's College. London (1958).
- [47] A. Trautman, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, 6, 627 (1958).
- [48] J. Moffat, Nuovo Cimento, 7, 107 (1958).
- [49] J. Moffat, R. Kerr, *preprint*.

- [50] J. Moffat, *J. Math. a. Mech.*, **8**, 771 (1959).
- [51] J. Moffat, *preprint*.
- [52] L. Infeld, *Ann. Phys.*, (New York), **6**, 341 (1959).
- [53] W. Tulczyjew, *Acta phys. Polon.*, **18**, 37 (1959).
- [54] S. Kalitzin, *Nuovo Cimento*, **11**, 178 (1959).
- [55] J. Plebański, S. Bazański, *Acta phys. Polon.*, **18**, 307 (1959).
- [56] A. Peres, *Nuovo Cimento*, **11**, 617 (1959).
- [57] A. Peres, *Nuovo Cimento*, **11**, 644 (1959).
- [58] A. Peres *Nuovo Cimento*, **13**, 439 (1959).
- [59] L. Infeld, J. Plebański, *Motion and Relativity*, PWN, Warszawa 1960.
- [60] V. A. Fock, *Ż. Eksper. Teor. Fiz.*, **38**, 108 (1960).
- [61] R. Michalska, *Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III*, **8**, 233 (1960).
- [62] R. Michalska, *Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III*, **8**, 237 (1960).
- [63] R. Michalska, *Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III*, **8**, 247 (1960).
- [64] S. Bazański, w druku w zbiorze *Recent Developments in General Relativity*, PWN. Warszawa 1961



Oleg Czyżewski i Roman Hołyński

Zakład VI Instytutu Badań Jądrowych  
Kraków

## Wielorodna generacja cząstek w zderzeniach nukleon-nukleon i $\pi$ -mezon-nukleon w przedziale energii akceleratorowych

### Wstęp

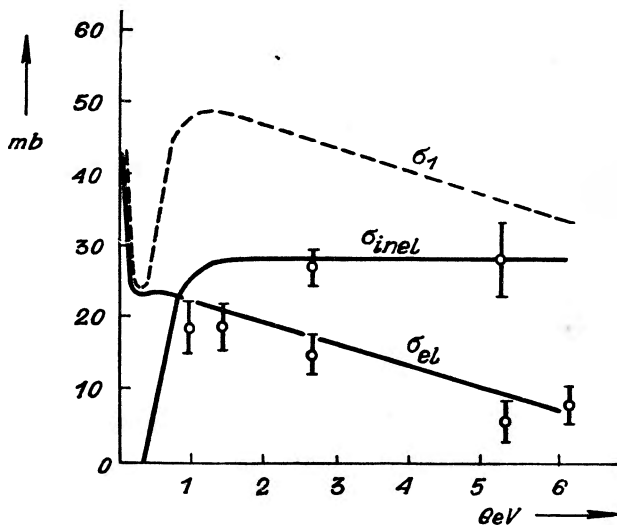
Zagadnienie wielorodnej generacji mezonów wiąże się blisko z naszymi wyobrażeniami o nukleonach. W okresie, kiedy wydawało się, że teorie statystyczne, zapoczątkowane słynną teorią Fermiego, tłumaczą w zadowalający sposób zjawisko wielorodnej generacji, można było sobie wyobrazić nukleon jako ciało bez struktury. Tymczasem w zakresie najwyższych energii ( $> 10^{11}$  eV) zdają się zarysowywać fakty świadczące, że procesu wielorodnej produkcji nie możemy opisać przy pomocy teorii statystyczno-hydrodynamicznych<sup>1</sup>. Ostatnio badania wielorodnej produkcji w zakresie energii akceleratorowych natrafiają również na szereg trudności w interpretacji tego zjawiska przy pomocy teorii statystycznej i wydaje się, że do nowych koncepcji interpretacyjnych musimy wprowadzić strukturę nukleonu.

Próg generacji mezonów  $\pi$  w układzie środka masy dwóch zderzających się nukleonów wynosi 140 MeV, co odpowiada w układzie laboratoryjnym 290 MeV. Poniżej tej energii zderzenia są tylko elastyczne. Przekrój czynny na zderzenia elastyczne  $\sigma_{el}$  maleje ze wzrostem energii, a przekrój czynny na zderzenia nieelastyczne  $\sigma_{inel}$  rośnie w zakresie od 290 MeV do 1 GeV i tu osiąga wartość, która w przedziale energii do 10 GeV nie ulega większej zmianie. Rys. 1 przedstawia zależność przekrojów czynnych elastycznego, nieelastycznego i pełnego od energii.

Prace dotyczące nieelastycznych zderzeń  $n-n$  i  $\pi-n$  prowadzone są zasadniczo w czterech ośrodkach: Brookhaven (kosmotron 2,75 GeV), Berkeley (bawatron 6,36 GeV), Dubna (synchrofazotron 9,2 GeV) oraz CERN w Genewie (uruchomiony ostatnio akcelerator 28 GeV). Prace, które zostaną omówione poniżej pochodzą głównie z Berkeley i Dubny. Wyniki otrzymane w tej dziedzinie w CERN nie są jeszcze opublikowane i pewne skąpe dane pochodzą z prywatnych komunikatów. Prace dotyczące wielorodnej generacji w prze-

<sup>1</sup> Na ten temat porównaj artykuł: J. Bartke, R. Hołyński, „Postępy Fizyki”, 10, 309 (1959).

dziale energii akceleratorowych dają szereg cennych charakterystyk tych procesów jak: krotność generowanych mezonów, ich rozkład kątowy i energetyczny, szacują współczynnik nieelastyczności tych zderzeń itd. Długość fali de Broglie'a nukleonu w układzie środka masy dla energii 2,24 BeV (Brookhaven) wynosi  $\lambda = 1,92 \cdot 10^{-14}$  a dla 9 BeV  $\lambda = 0,96 \cdot 10^{-14}$ , a więc znacznie



Rys. 1. Zależność przekrojów czynnych na zderzenie  $p$ - $p$ : elastycznego  $\sigma_{el}$ , nieelastycznego  $\sigma_{inel}^{non}$  i pełnego  $\sigma_t$  od energii

mniej niż promień oddziaływania nukleonu; można więc oczekiwać, że doświadczenia te dadzą też pewne informacje o strukturze nukleonu.

### Dane doświadczalne dotyczące zderzeń proton-nukleon

Przegląd danych doświadczalnych rozpoczniemy od prac wykonanych w Laboratorium Wysokich Energii w Dubnej. W szeregu tych prac uzyskano bardzo podobne rezultaty i można podać dla nich wiele wspólnych wniosków. W pracy N. P. Bogaczew i inni [1] badano rozkłady kątowe i energetyczne cząstek wtórnych generowanych w zderzeniach proton-nukleon. Praca jest wykonana techniką emulsyjną. Blok emulsji typu NIKFI-R naświetlony był wiązką protonów przyspieszonych w synchrofazotronie do energii 9 BeV. Następnie przeszukując klisze wzdłuż śladów pierwotnych protonów szukano oddziaływań jądrowych. Na długości 978 m znaleziono 2673 przypadki tego typu i wyznaczono średnią drogę swobodną interakcji równą  $37,3 \pm 0,3$  cm. Większość tych oddziaływań to zderzenia protonów z różnego rodzaju jądrami emulsji, a tylko nieliczne przypadki to zderzenia protonu ze swobodnym protonem (jądrem wodoru) lub protonu z quasi-swobodnym nukleonem. Autorzy zastosowali szereg kryteriów, które pozwoliły wybrać stosunkowo czystą próbkę

zderzeń proton-nukleon. Wybrano 170 przypadków z parzystą liczbą śladów (zderzenia proton-proton) oraz 110 przypadków z nieparzystą liczbą śladów (zderzenia proton-neutron). Średnia liczba śladów naładowanych wynosiła  $3,22 \pm 0,12$  dla zderzeń  $p-p$  i  $2,62 \pm 0,13$  dla zderzeń  $p-n$ . Tabela I podaje

Tabela I

krotność	1	2	3	4	5	6	7	8
$p-p$		$45,8 \pm 5,2$		$44,7 \pm 5,1$		$8,8 \pm 2,3$		$1,2 \pm 0,8$
$p-n$	$33,6 \pm 5,5$		$52,7 \pm 7,9$		$12,7 \pm 3,4$		$0,9 \pm 0,9$	

w procentach liczbę zderzeń  $p-p$  i  $p-n$  w zależności od liczby śladów naładowanych.

W pracy [1] identyfikację i wyznaczenie energii przeprowadzono tylko dla cząstek powolnych, o jonizacji większej od 1,4 jonizacji minimalnej. Wyznaczono energie 53 protonów i 9 mezonów  $\pi$  w zderzeniach  $p-p$  i 22 protonów i 5 mezonów  $\pi$  w zderzeniach  $p-n$ .

Dane te pozwalają wysnuć pewne wnioski o rozkładzie kątowym protonów w układzie środka masy (C. M.) i oszacować procent energii pierwotnego nukleonu przekazanej na generację cząstek wtórnych. Dla zderzeń  $p-p$  w przedziale  $155^\circ$ — $180^\circ$  w układzie C. M. znaleziono 53 protony. Założenie o ich izotropowym rozkładzie w układzie C. M. jest bezsensowne, gdyż wtedy na badanych 170 oddziaływań otrzymamy 1230 protonów<sup>2</sup>. A więc rozkład kątowy protonów w układzie C. M. powinien być silnie anizotropowy. Jeżeli założymy, że po zderzeniu wśród cząstek wtórnych mamy jeden lub dwa protony, to kąt połówkowy w układzie C. M. tak dla przedniej jak i tylnej hemisfery będzie odpowiednio  $20^\circ$  lub  $30^\circ$ . Średni pęd zidentyfikowanych protonów wynosi  $1380 \pm 40$  MeV/c w zderzeniach  $p-p$  i  $1250 \pm 50$  MeV/c w zderzeniach  $p-n$ . Mając te dane można ocenić energię przekazaną przez cząstkę pierwotną mezonom w układzie laboratoryjnym

$$E_{nlab} = 2\gamma_c(E - \bar{E}_p),$$

gdzie  $E$  — energia protonu w układzie C. M. przed zderzeniem

$\bar{E}_p$  — średnia energia protonu po zderzeniu

i ocenić, że

$$\frac{E_{nlab}}{E} = 30\%.$$

Wynik ten jest raczej dolną granicą tego stosunku, ponieważ zidentyfikowane były tylko protony w przedziale kątów  $150^\circ$ — $180^\circ$ . Można jednak spodziewać

$$^2 \frac{53}{\frac{1}{2} \int_{155^\circ}^{180^\circ} \sin\vartheta d\vartheta} = \frac{0,53}{0,047} = 1230.$$

się, że średni pęd protonów lecących w kącie mniejszym od  $155^\circ$  w układzie C. M. nie będzie znacząco różny i że stosunek  $\frac{E_{\pi \text{lab}}}{E}$  nie ulegnie większej zmianie.

Wynik ten pozwala obliczyć średnią energię mezonu  $\pi$  (przy założeniu, że w jednym zderzeniu wśród cząstek wtórnych jest jeden proton), która wynosi w układzie laboratoryjnym około 800 MeV a w układzie C. M. około 340 MeV.

W celu otrzymania rozkładów kątowych cząstek wtórnych w układzie C. M. transformujemy zmierzone kąty laboratoryjne przy pomocy wzoru <sup>3</sup>:

$$\gamma_c \text{tg } \Theta_i = \frac{\sin \bar{\Theta}_i}{m + \cos \bar{\Theta}_i}, \quad (1)$$

gdzie  $\gamma_c = 1/\sqrt{1-\beta_c^2}$ ,  $\beta_c$  — prędkość środka masy w układzie laboratoryjnym  
 $m = \beta_c/\beta_i$  — oznacza stosunek prędkości układu środka masy względem układu laboratoryjnego do prędkości cząstki transformowanej.

W zderzeniach dostatecznie wysokiej energii możemy założyć, że  $m = 1$  i wtedy

$$\gamma_c \text{tg } \Theta_i = \text{tg } \frac{\bar{\Theta}_i}{2} \quad (2)$$

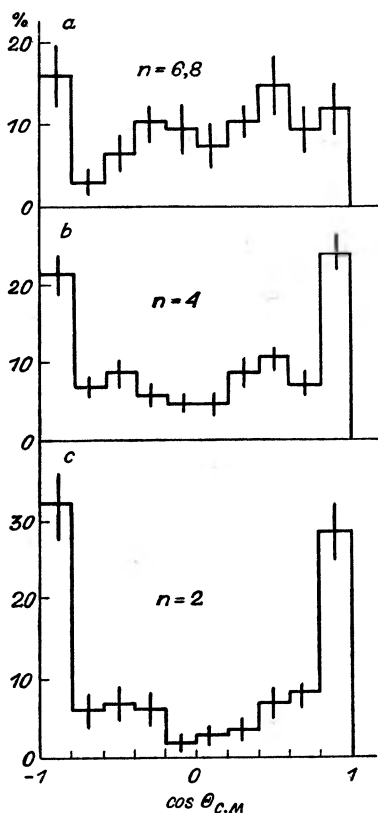
Rysunki 2a, b, c i 3a, b, c przedstawiają rozkłady kątowe cząstek wtórnych (przy założeniu  $m = 1$ ) w zderzeniach  $p-p$  i  $p-n$  dla różnych krotności. Widać, że dla  $n = 2$  i  $n = 3$  rozkład jest silnie anizotropowy, a ze wzrostem krotności anizotropia maleje. Podane uprzednio argumenty każą oczekiwać silnie anizotropowego rozkładu kąтового dla wtórnych protonów, co zgodne jest z otrzymanymi rozkładami kątowymi i zachwianiem się ich ze zmianą krotności.

Praca Wan-Szu-Fena i innych [2] jest powtórzeniem i kontynuacją pracy [1]. W pracy [1] przeprowadzono identyfikację i pomiar energii tylko dla cząstek powolnych (o jonizacji większej od 1,4 jonizacji minimalnej). W pracy [2] metodą pomiaru wielokrotnego rozproszenia kulombowskiego i z pomiaru jonizacji postarano się zmierzyć energię i zidentyfikować cząstki szybkie o jonizacji mniejszej od 1,4 jonizacji minimalnej. Identyfikacja cząstek pozwoliła wykreślić oddzielnie rozkłady kątowe protonów i mezonów oraz podać ich rozkłady energetyczne. Rozkład kątowy wtórnych protonów jest silnie anizotropowy (rys. 4a, b). Rozkład kątowy mezonów  $\pi$  też wykazuje pewną, aczkolwiek znacznie mniejszą, anizotropię (rys. 5). Rysunek 6 przedstawia rozkład energetyczny protonów w tylnej hemisferze.

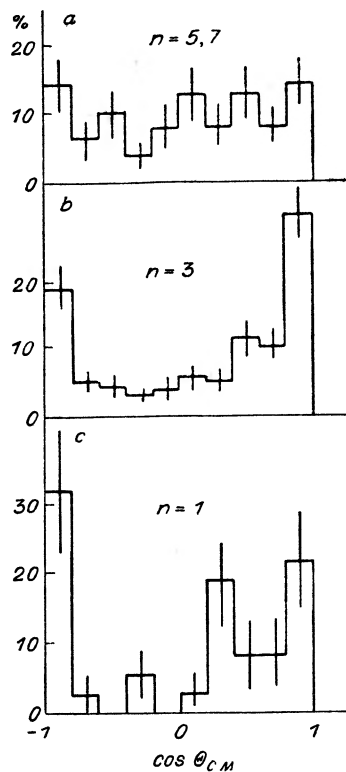
Autorzy pracy [2] dysponują takim samym materiałem pod względem statystycznym jak autorzy pracy [1] i potwierdzają szereg jej wniosków dotyczących procentowego składu gwiazd o różnych krotnościach, średniej energii protonów i mezonów  $\pi$  oraz analogicznie jak w [1] wnioskują, że pierwotny proton przekazuje na generację mezonów  $\pi$  około 35% swojej energii, co daje współczynnik nieelastyczności  $K = 0,5$ .

<sup>3</sup> Symbole z kreską u góry oznaczają wielkości w C. M.

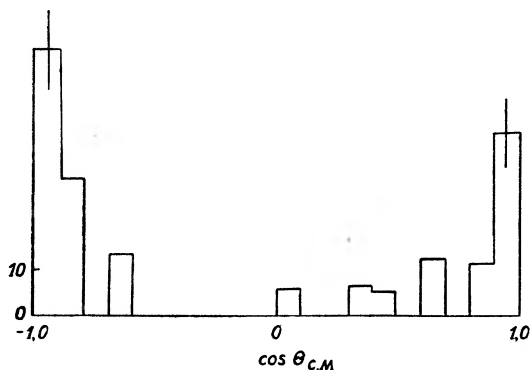
Analogicznym problemom przy energii 6,2 BeV poświęcone są prace Daniela i innych [3] oraz Kalbacha i innych [4]. Prace te wykonane są też techniką emulsyjną, a blok emulsji typu Ilford-G5 naświetlony był wiązką protonów przyspieszonych w bewatronie.



Rys. 2a, b, c. Rozkłady kątowe cząstek wtórnych w układzie C. M. dla zderzeń  $p-p$  dla różnych krotności [1]

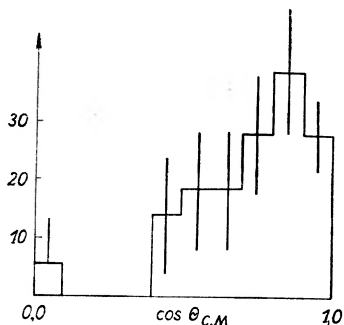


Rys. 3a, b, c. Rozkłady kątowe cząstek wtórnych w układzie C. M. dla zderzeń  $p-n$  dla różnych krotności [1]

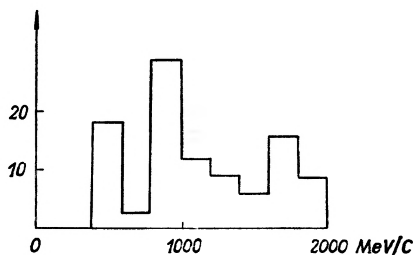


Rys. 4a, b. Rozkłady kątowe w układzie C. M. wtórnych protonów w zderzeniach  $p-p$  i  $p-n$  [2]

W pracy [3] metodą scanningu po śladach pierwotnych protonów znaleziono 491 zderzeń nieelastycznych. Stosując ogólnie przyjęte kryteria, 196 spośród nich uznano za zderzenia protonu ze swobodnym lub quasi-swobodnym nukleonem. Metodą pomiaru jonizacji i rozpraszania kulombowskiego identyfi-

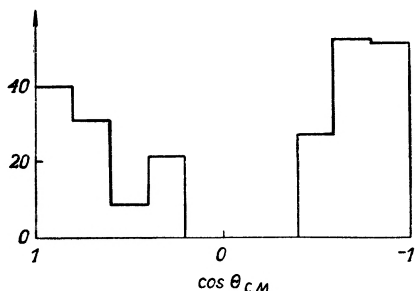


Rys. 5. Rozkład kątowy mezonów  $\pi$  w układzie C. M. (obie połówki w układzie C. M. po założeniu symetrii zsypane razem) [2]



Rys. 6. Rozkład pędów protonów w tylnej hemisferze w układzie C. M. [2]

kowano cząstki wtórne i wyznaczano ich energie. Wyniki tej pracy można zebrać w następujących punktach: Średnia krotność mezonów naładowanych w zderzeniu proton-nukleon jest  $1,5 \pm 0,18$ . Rozkład kątowy mezonów  $\pi$  w układzie C. M. wykazuje pewną, wydaje się, znaczącą anizotropię (rys. 7). Średnia

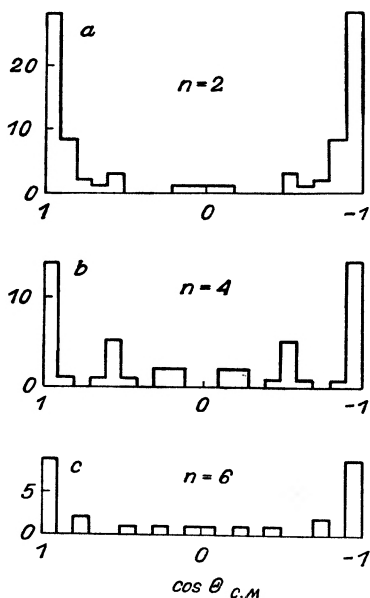


Rys. 7. Rozkład kątowy mezonów  $\pi$  w układzie C. M. [3]

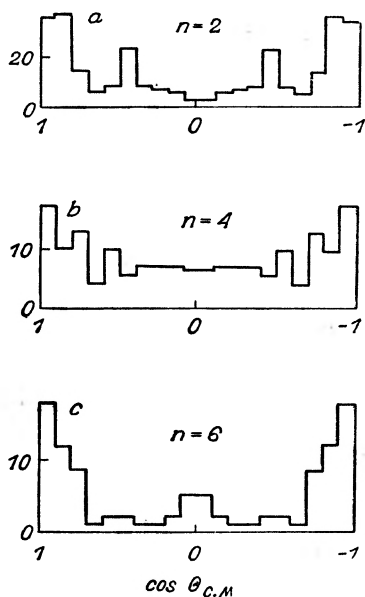
energia mezonów  $\pi$  w układzie C. M. równa się  $290 \pm 45$  MeV. Wtórne protony są silnie skolimowane w kierunku przód — tył. Identyfikacja cząstek prowadzi do wniosku, że w układzie laboratoryjnym w kącie mniejszym od  $10^\circ$  około 70% cząstek stanowią protony, a reszta to mezony, a w kącie większym od  $10^\circ$  tylko około 30% cząstek to protony, a reszta to mezony. Współczynnik nieelastyczności jako stosunek energii przekazanej na generację mezonów do całkowitej energii w C. M. oceniony był dwoma niezależnymi metodami: a) ze średniej energii i krotności mezonów  $\pi$  w C. M. b) ze średniej energii protonów po zderzeniu. Obie te metody dają wartość około 0,43, która wydaje się niezależna od krotności.

Wyniki te są w zupełnej zgodności z rezultatami otrzymanymi w pracy Kalbacha i innych [4], w której do analizy nieelastycznych zderzeń  $p-p$  wybrano 315 przypadków.

Rysunki 8a, b, c przedstawiają rozkład kątowy protonów w gwiazdach o krotności 2, 4 i 6.



Rys. 8a, b, c. Rozkłady kątowe wtórnych protonów ze zderzeń  $p-p$  w gwiazdach o różnej krotności [4]



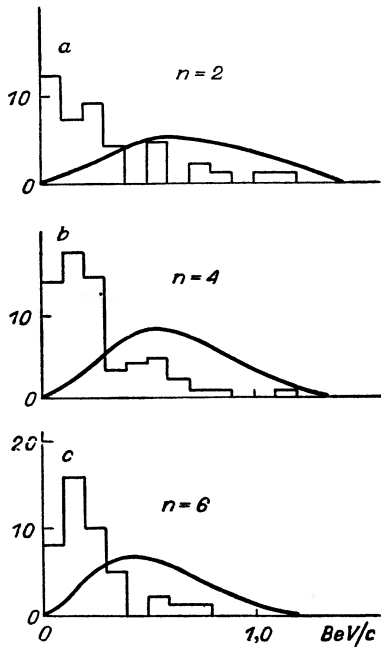
Rys. 9a, b, c. Rozkłady kątowe mezonów  $\pi$  ze zderzeń  $p-p$  w gwiazdach o różnej krotności [4]

Rysunki 9a, b, c przedstawiają rozkład kątowy mezonów dla tych krotności. Wykresy 8 i 9 wykonane są przy założeniu idealnej symetrii w C. M. (każda cząstka liczona jest dwukrotnie).

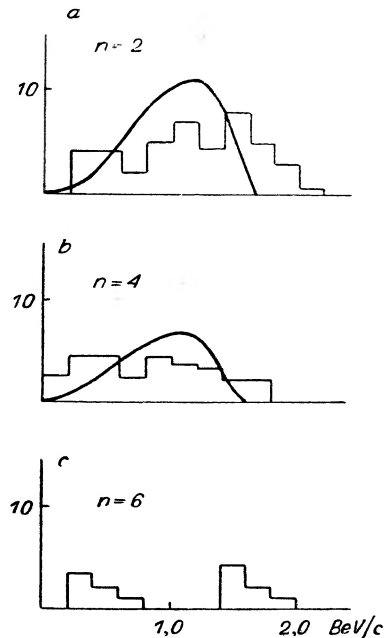
Rysunki 10a, b, c i 11a, b, c przedstawiają rozkłady pędowe mezonów  $\pi$  i protonów w układzie C. M. Krzywe ciągłe odpowiadają przewidywaniom teorii statystycznej.

Zebrałe powyżej fakty doświadczalne dotyczące nieelastycznych zderzeń protonów z nukleonami porównywano głównie z wynikami dwóch teorii. Jedną z nich była teoria statystyczna Fermiego, drugim poglądem teoretycznym, który zaproponowano właśnie w związku z powyższymi doświadczeniami jest model nukleonów wzbudzonych lub tzw. izobarów. Teoria statystyczna nie może bowiem wytłumaczyć szeregu wyżej wymienionych efektów doświadczalnych takich, jak silna anizotropia w rozkładach kątowych wtórnych nukleonów, które starają się zachować swój pierwotny kierunek, rozkładów pędowych mezonów i protonów itd. Fakty te wskazują na istotny udział zderzeń peryferyjnych, a więc takich, w których mamy stosunkowo małą wymianę energii

i pędu, a zderzające się nukleony mało odchylają się od swego pierwotnego kierunku. Zderzenia takie stara się opisać model izobarowy. W myśl tego modelu, w chwili zderzenia, jeden lub obydwaj ze zderzających się nukleonów zostają wzbudzone do izobarowych, krótkotrwałych stanów, które później rozpadają się niezależnie z emisją mezonów  $\pi$ . Rezonans ten wypada właśnie



Rys. 10a, b, c. Rozkłady pędów mezonów  $\pi$  z gwiazd o różnej krotności w układzie C. M.



Rys. 11a, b, c. Rozkłady pędów wtórnych protonów z gwiazd o różnej krotności w układzie C. M.

dla tych energii, dla których energia w układzie środka masy wystarcza na wytworzenie masy spoczynkowej mezonu  $\pi$ . Tak więc pewne fakty doświadczalne przynajmniej w przypadku małych krotności wytwarzanych mezonów zdają się świadczyć na korzyść modelu izobarowego. Model ten natrafia jednak na szereg trudności w interpretacji przypadków z dużą krotnością.

### Oddziaływanie pion-nukleon

Dla oddziaływania pion-nukleon procesem analogicznym do produkcji dwu mezonów w zderzeniu nukleon-nukleon jest produkcja jednego mezonu. Dla niskich energii, rzędu 1 BeV, może on być dobrze opisany przez model izobarowy, podany przez Lindenbauma i Sternheimera [5], który w tym wypadku bardzo dobrze zgadza się z doświadczeniem (Alles-Borelli et al. [6]).



Proces produkcji większej ilości mezonów dochodzi do głosu dopiero przy energii kilku BeV, np. dla energii 1,3 BeV Fowler et al. [9] znaleźli bardzo niewiele takich wypadków. Tabela II podaje ilość gwiazd o różnej ilości ramion powstałych w oddziaływaniach pion-proton oraz pion-neutron dla różnych energii.

Tabela II  
Oddziaływanie  $\pi$ - $n$

Ilość ramion w gwieździe	1	3	5	7	z pracy:
Energia (BeV)					
1,5	88,7 (55)	11,3 (7)	—	—	[16]
4,5	43,3 (29)	44,8 (30)	11,9 (8)	—	[10]
7	23,1 (56)	59,1 (143)	14,9 (36)	2,9 (7)	[14]

Oddziaływanie  $\pi$ - $p$

Ilość gwiazd w procentach, w nawiasach liczby bezwzględne

Ilość ramion w gwieździe	2	4	6	8	10	12	14	z pracy:
Energia (BeV)	nieel.							
1,4	95,8 (91)	4,2 (4)	—	—	—	—	—	[2]
1,5	95,7 (22)	4,3 (1)	—	—	—	—	—	[15]
4,5	66,3 (65)	28,6 (28)	5,1 (5)	—	—	—	—	[10]
5	60,4 (64)	36,8 (39)	2,8 (3)	—	—	—	—	[11]
7	50,8 (142)	43,6 (122)	5,0 (14)	0,6 (2)	—	—	—	[14]
16	9,2 (12)	51,5 (67)	28,5 (37)	9,2 (12)	0,8 (1)	— (0)	0,8 (1)	[17]

Mimo tak wyraźnej zmiany charakteru procesu w interesującym nas obszarze energii całkowity przekrój czynny na oddziaływanie pion-nukleon zmienia się z energią powoli; przekrój czynny na zderzenia elastyczne maleje, zaś przekrój czynny na oddziaływanie nieelastyczne praktycznie się nie zmienia (tab. III).

Problemowi oddziaływania mezonów  $\pi^-$  o energii 4,5 BeV z nukleonami poświęcona jest praca Walkera [10]. Szukał on oddziaływań tego typu w paczce emulsji jądrowych, naświetlonych wiązką mezonów  $\pi^-$  z Bevatronu. Znalazł on 128 zderzeń, uznanych za oddziaływanie  $\pi^-p$  oraz 68 oddziaływań, uznanych za  $\pi^-n$ . Oczywiście wszystkie oddziaływania tego ostatniego

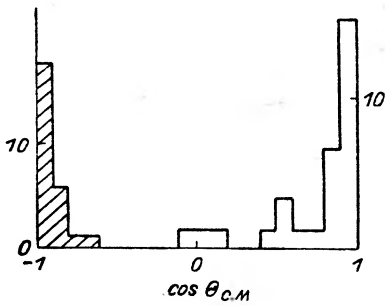
Tabela III

$E$ (BeV)	$\sigma_t$ mb	$\sigma_{el}$ mb	z pracy:
1,3	$26,4 \pm 2,2$	$7,4 \pm 1,0$	[7], [13]
1,4	$29 \pm 3$	$7,0 \pm 1,0$	[8], [9]
4,5	$28,0 \pm 2,6$	$6,0 \pm 1,5$	[10]
5	$22,5 \pm 2,4$	$4,7 \pm 1,0$	[11]
6,8	$30 \pm 5$	$5,5 \pm 0,5$	[12]

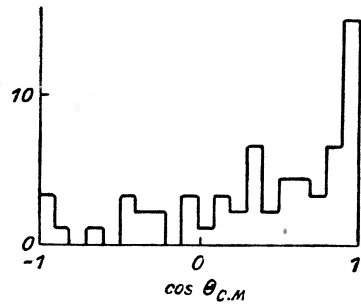
typu, jak również część oddziaływań protonowych, odnoszą się do nukleonów quasi-swobodnych. Walker mierzył kąty cząstek wtórnych, jonizację i rozpraszanie kulombowskie. Umożliwiło to wyznaczenie energii oraz zidentyfikowanie pewnej liczby cząstek wtórnych. Wyniki Walkera nie różnią się wiele od wyników otrzymanych przez Maenchena et al. [11].

Autorzy tej pracy przeanalizowali 15 000 zdjęć z wodorowej komory dyfuzyjnej, naświetlanej wiązką mezonów  $\pi^-$  o energii około 5 BeV. Komora umieszczona była w polu magnetycznym. Znaleziono ogółem 137 zderzeń mezonów z protonami. Mierzono kąty cząstek wtórnych, krzywizny torów oraz jonizację; ten ostatni pomiar pozwalał na identyfikację znacznej części cząstek dodatnich; wszystkie cząstki ujemne uznano za mezony  $\pi^-$ . Każdy wypadek transformowano do układu środka masy  $\pi$ -nukleon, sporządzając bilans pędu i energii; pozwalało to wyznaczyć kąty, energie i masy ewentualnych cząstek neutralnych. Rozkłady kątowe i rozkłady pędów, otrzymane w pracach Walkera i Maenchena, podane są na rysunkach 12—23.

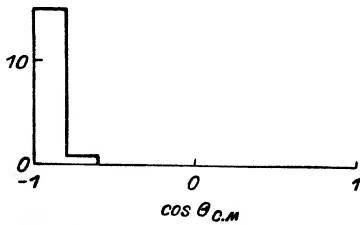
Wnioski z obu powyższych prac przedstawiają się następująco: Dla gwiazd dwuramiennych nieelastycznych, w których produkowany jest najwyżej jeden mezon naładowany, widoczne jest silne *wypikowanie* do przodu w układzie środka masy mezonów, do tyłu zaś — protonów. Pędy cząstek produkowanych w tych zderzeniach są wyższe niż cząstek produkowanych w gwiazdach wieloramiennych. Obraz taki stoi w wyraźnej sprzeczności z modelem izobarowym, w każdym razie z modelem 3/2, 3/2, dla którego dodatkowy mezon powinien raczej lecieć wraz z nukleonem, a więc w naszym wypadku do tyłu w układzie środka masy  $\pi-N$ . Jest to również wyraźnie widoczne dla pewnej liczby oddziaływań  $\pi^- + n \rightarrow 2\pi^- + p$ , w których wyprodukowany mezon leci wraz z mezonem pierwotnym w kierunku przeciwnym do lotu protonu. Walker sugeruje, że jest to wynikiem oddziaływania czy raczej zderzenia mezonu  $\pi$  z mezonem  $\pi$  z chmury mezonowej nukleonu (model Dysona i Takedy dla 1 BeV).



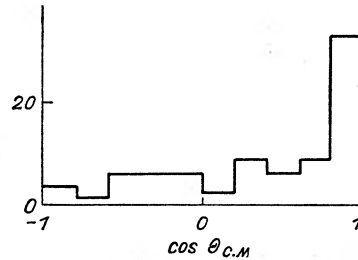
Rys. 12. Rozkład kątowy protonów i mezonów  $\pi^-$  z reakcji:  $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p + ?$  (w układzie C. M.). Protony zakreskowano [10]



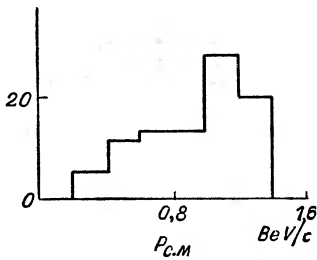
Rys. 13. Rozkład kątowy mezonów z reakcji:  $\pi^- + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + N + ?$  (w układzie C. M.) [10]



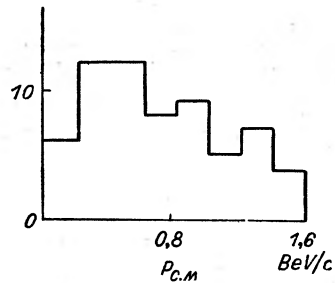
Rys. 14. Rozkład kątowy zidentyfikowanych protonów z gwiazd dwuramiennych (w układzie C. M.) [11]



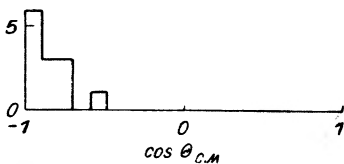
Rys. 15. Rozkład kątowy mezonów  $\pi^-$  z gwiazd dwuramiennych (w układzie C. M.) [11]



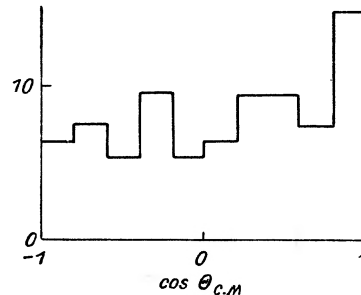
Rys. 16. Rozkład pędów protonów z reakcji  $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p + ?$  [10]



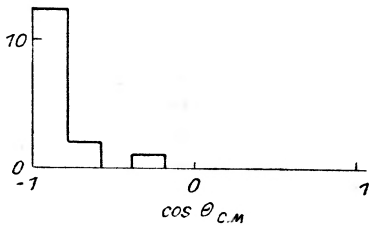
Rys. 17. Rozkład pędów mezonów  $\pi^-$  z gwiazd dwuramiennych [11]



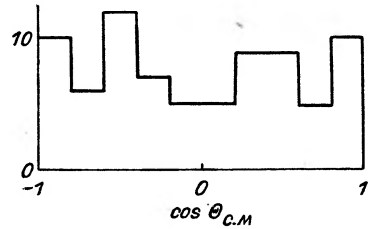
Rys. 18. Rozkład kątowy protonów z gwiazd czteroramiennych (w układzie C. M.) [10]



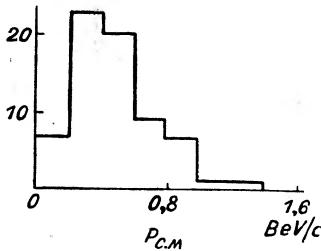
Rys. 19. Rozkład kątowy mezonów  $\pi^-$  z gwiazd czteroramiennych (w układzie C. M.) [10]



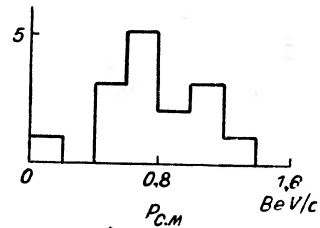
Rys. 20. Rozkład kątowy zidentyfikowanych protonów z gwiazd cztero- i sześcioramiennych (w układzie C. M.) [11]



Rys. 21. Rozkład kątowy mezonów  $\pi^-$  z gwiazd cztero- i sześcioramiennych (w układzie C. M.) [11]



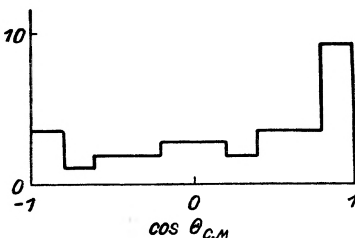
Rys. 22. Rozkład pędów mezonów  $\pi^-$  z gwiazd cztero- i sześcioramiennych (w układzie C. M.) [11]



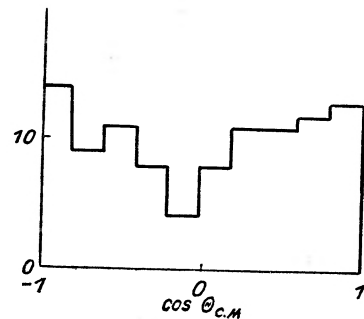
Rys. 23. Rozkład pędów w układzie C. M. zidentyfikowanych protonów z gwiazd cztero- i sześcioramiennych [11]

Jakościowo model ten dobrze tłumaczy produkcję jednego czy dwóch mezonów poprzez oddziaływanie  $\pi-\pi$ .

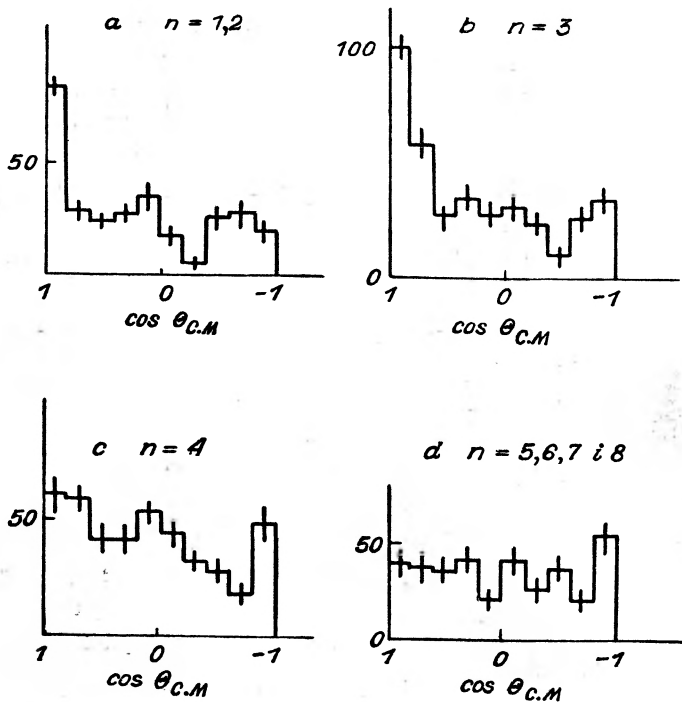
Dla gwiazd wieloramiennych zarówno Maenchen, jak i Walker obserwują silną asymetrię protonów, które jak poprzednio przejawiają tendencję do zachowania kierunku lotu w układzie środka masy. Mezony wykazują niewielkie odstępstwa od symetrii i izotropii, przy czym pęd mezonów lecących do przodu jest nieco większy niż lecących do tyłu. Na rysunkach 24 i 25 przedstawiono rozkłady kątowe mezonów z gwiazd cztero i sześcioramiennych po podzieleniu ich na grupy o pędzie większym i mniejszym niż 600 MeV/c.



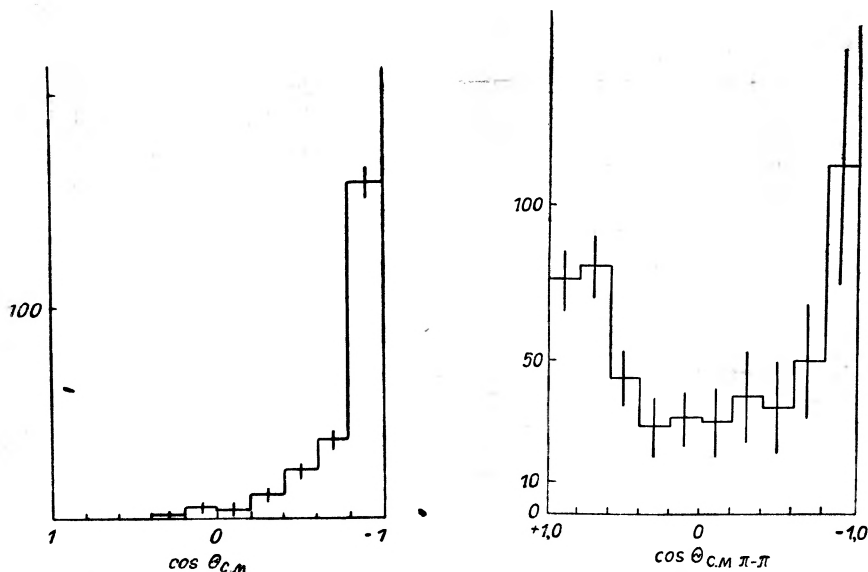
Rys. 24. Rozkład kątowy mezonów  $\pi^-$  o pędach  $\geq 600$  MeV/c z gwiazd cztero- i sześcioramiennych (w układzie C. M.) [10]



Rys. 25. Rozkład kątowy mezonów  $\pi^-$  o pędach  $< 600$  MeV/c z gwiazd cztero- i sześcioramiennych (w układzie C. M.) [10]



Rys. 26a, b, c, d. Rozkłady kątowe mezonów  $\pi$  z gwiazd o różnych krotnościach (w układzie C. M.) [14]

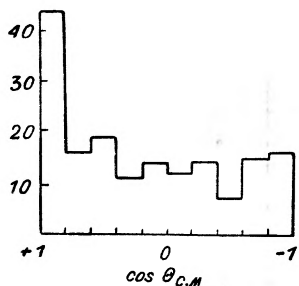


Rys. 27. Rozkład kątowy protonów wtórnych ze wszystkich gwiazd (w układzie C. M.) [14]

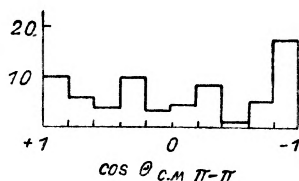
Rys. 28. Rozkład kątowy mezonów o pędach  $\geq 0,5$  BeV/c w układzie środka masy  $\pi-\pi$  [14]

Produkcja większej liczby mezonów jest zjawiskiem trudniejszym do nawet jakościowej interpretacji niż produkcja pojedyncza, w każdym razie zawodzi tu teoria statystyczna Fermiego, która przewiduje symetrię rozkładów kątowych. Walker sugeruje następującą interpretację zjawiska: mezon oddziałując z nukleonem „wybija” z jego chmury mezonowej jeden czy parę mezonów, wzbudzając równocześnie nukleon, który rozpadając się wysyła dalsze mezony. Mezony „wybite” lecą do przodu, wysyłane przez nukleon lecą razem z nim do tyłu, całość daje przybliżoną symetrię i izotropię. Obraz taki nie pretenduje oczywiście do ścisłości.

Dla energii 6,8 BeV oddziaływanie  $\pi$ - $N$  badali metodą klisz jądrowych Bielakow et al. w Dubnej [14]. Znaleźli oni 293 oddziaływania mezonów z protonami oraz 242 z neutronami. Obraz, jaki otrzymali, nie różni się jakościowo od obrazu dla 5 BeV. Protony zachowują swój kierunek lotu w układzie środka masy, mezony zaś w gwiazdach niskokrotnych są wypikowane do przodu, w wysokokrotnych są bliskie izotropii (rys. 26—27). Jeśli podzieli się wszystkie mezony na dwie grupy — o pędach niższych i wyższych niż 0,5 BeV/c, i następnie te ostatnie przedstawi się w układzie środka masy  $\pi$ - $\pi$  (ten drugi pion jest „wirtualnym” pionem chmury mezonowej nukleonu), to w układzie tym dostajemy rozkład symetryczny i anizotropowy (rys. 28). Autorzy uważają, że fakt ten świadczy o tym, iż część przynajmniej mezonów produkowana jest przez oddziaływanie  $\pi$ - $\pi$ .



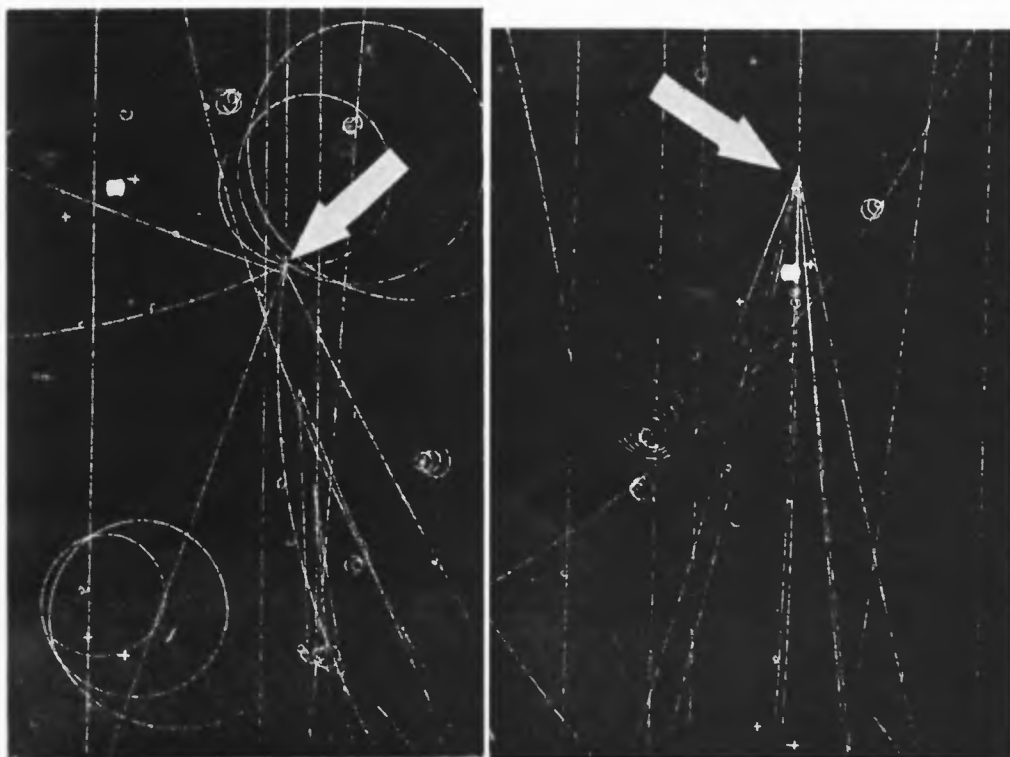
Rys. 31. Rozkład kątowy wszystkich mezonów  $\pi^-$  z oddziaływania  $\pi^-$ - $p$  dla energii pierwotnej  $\sim 16$  BeV [17]



Rys. 32. Rozkład kątowy mezonów o pędach  $\geq 0,6$  BeV/c w układzie środka masy  $\pi$ - $\pi$  [17]

Również dla znacznie wyższych energii, mianowicie dla mezonów  $\pi^-$  o pędzie 16 BeV/c oddziałujących z protonami w wodorowej komorze pęcherzykowej (rys. 29 i 30)<sup>4</sup> zjawisko generacji mezonów wygląda podobnie. Na rysunku 31 podany jest otrzymany przez Bartkego [17] rozkład kątowy mezonów  $\pi^-$  z 70 tego typu gwiazd. Jeżeli wybierze się mezony o pędzie w środku masy  $\pi$ - $p$  większym niż 0,6 BeV/c, a następnie przetransformuje do układu  $\pi$ - $\pi$ , to otrzymuje się rozkład podany na rysunku 32. Symetria tego rozkładu świadczy, zdaniem autorów, na korzyść oddziaływania  $\pi$ - $\pi$ .

<sup>4</sup> Autorzy dziękują mgrowi J. Bartkemu z CERN-u za przesłanie zdjęć.



Rys. 29 i 30. Gwiazdy z oddziaływania  $\pi^-p$  w wodorowej komorze pęcherzykowej (CERN). Energia pierwotnych mezonów  $\sim 16$  BeV

## Oddziaływanie pion-jądro

Oddziaływanie  $\pi^-$ -jądro badane było dla energii 4,5 BeV przez H. H. Aly et al. [18]. Pakiet emulsji jądrowych naświetlono wiązką mezonów  $\pi^-$  z Bevatronu. Znalaziono 200 interakcje mezonów z jądrami emulsji. Autorzy mierzyli kąty relatywistycznych cząstek wtórnych, a jeśli położenie toru w kliszy na to pozwalało, również jonizację i rozpraszanie kulombowskie. Wszystkie gwiazdy klasyfikowano według ilości torów „czarnych“ i „szarych“ ( $N_h$ ) oraz torów o jonizacji minimum ( $n_s$ ).

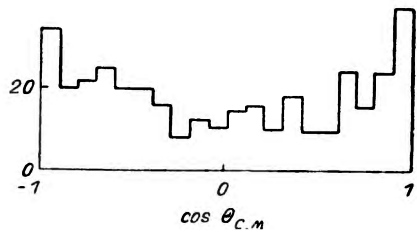
Autorzy dzielą cały materiał na dwie grupy: gwiazdy o  $N_h \leq 7$ , co odpowiada zderzeniom z protonami, lekkimi jądrami i peryferycznym zderzeniom z ciężkimi jądrami i gwiazdy o  $N_h > 7$ , co odpowiada zderzeniom z ciężkimi jądrami. Grupy te wyraźnie się różnią laboratoryjnymi rozkładami kątowymi. Kąt połówkowy dla  $N_h > 7$   $\vartheta_{1/2} = (43,2 \pm 4,2)^\circ$ , natomiast dla zderzeń z  $N_h \leq 7$   $\vartheta_{1/2} = (27,0 \pm 2,7)^\circ$ . Jak widać, różnica jest znacząca. Autorzy analizując ten fakt sugerują, że w drugim wypadku chodzi o zderzenie z „cięższym partnerem“: ilość oddziałujących z mezonem  $\pi$  nukleonów byłaby w tym wypadku większa. Zakładając symetrię w układzie środka masy autorzy wyznaczają średnią masę partnera zderzenia dla obu grup. Wyniki przedstawiają się następująco (w jednostkach masy protonu):

$$N_h > 7 \quad M = \left( 2,38 \pm \begin{matrix} 0,9 \\ 0,4 \end{matrix} \right) m_p$$

$$N_h \leq 7 \quad M = \left( 0,77 \pm \begin{matrix} 0,36 \\ 0,19 \end{matrix} \right) m_p .$$

Rozkład kątowy w tak otrzymanym środku masy jest oczywiście symetryczny, cechuje go wyraźna anizotropia (rys. 33). Autorzy nie podają niestety

Rys. 33. Rozkład kątowy cząstek wtórnych z oddziaływania  $\pi^-$ -jądro dla energii 4,5 BeV (w układzie środka masy) [18]



rozkładów kątowych dla różnych krotności, porównanie ich nie jest więc możliwe. Fakt, że „masa partnera“ dla zderzeń z ciężkim jądrem jest większa niż dla pozostałych zderzeń, nie musi świadczyć o tym, że jest to zderzenie z więcej niż jednym nukleonem na raz, jak sugeruje to teoria hydrodynamiczna. Jeżeli mechanizm zderzenia jest typu „kaskady“, wynik będzie taki sam.



## Wnioski

Jak się zdaje, następujące cechy są wspólne dla oddziaływania  $\pi$ -nukleon i nukleon-nukleon w obszarze energii 5—10 BeV: nukleony, niezależnie od ilości produkowanych mezonów, zachowują swój kierunek lotu, a pędy nukleonów i mezonów są tym większe, im mniej mezonów zostało wyprodukowanych. Mezony są produkowane bardziej izotropowo w układzie środka masy, przy czym anizotropia maleje z ilością mezonów. Niewątpliwie statystyki nie są zbyt bogate. Rozkłady kątowe, zarówno jak rozkłady pędów, są niedokładne, obraz zmian tych rozkładów z energią jest niepełny.

Interpretacja teoretyczna omówionych powyżej wyników nie jest bynajmniej zadowalająca. Teoria statystyczna na pewno ich nie tłumaczy, najważniejsza niezgodność z nią to fakt asymetrii w oddziaływaniu  $\pi$ -nukleon i proton-neutron. Czy model izobarowy może tłumaczyć te zjawiska, nie można jeszcze powiedzieć, pewne próby tego rodzaju (Tamm, Czerniawski [19]) zdają się świadczyć, że jest to możliwe. Druga ewentualność, to szukanie rozwiązania na drodze wprowadzenia struktury nukleonu, która na pewno jakoś jest zaangażowana w proces wielorodnej produkcji mezonów. Jeżeli zachowanie kierunku lotu nukleonów jest cechą charakterystyczną zderzenia peryferyjnego nukleon-nukleon czy  $\pi$ -nukleon, to już sam fakt, że takich zderzeń jest dużo — że jest ich większość — jest sam w sobie bardzo interesujący. Jeżeli założymy, że zderzenie peryferyjne jest to zderzenie z „chmurą mezonową“ nukleonu, musimy dojść do wniosku, że rozmiary rdzenia nukleonu, „koru“ są małe w porównaniu z rozmiarami nukleonu.

Również, choć pośrednio, może dostarczyć informacji o strukturze nukleonu badanie oddziaływań nukleonów czy mezonów z jądrami. Nie rozstrzygnięta jest jak dotąd sprawa mechanizmu oddziaływania z jądrem, zwłaszcza z jądrem ciężkim, dla interesującego nas zakresu energii. Może tu wchodzić w rachubę mechanizm typu kaskady, kolejnych, o coraz niższej energii zderzeń wewnątrz jądra lub jakiś mechanizm równoczesnego oddziaływania z większą ilością nukleonów. Tak w jednym, jak w drugim przypadku wyniki muszą zależeć od rodzaju przyjętego oddziaływania z pojedynczym nukleonem, a więc od założenia jakiejś struktury nukleonu.

Problem wielorodnej produkcji przy energiach akceleratorowych jest więc problemem otwartym. Prowadzi się w tej dziedzinie szereg prac, przede wszystkim w ZIBJ w Dubnej, gdzie do dyspozycji są protony o energii 9 BeV i mezony  $\pi^-$  o energii 8 BeV. Ostatnio rozpoczęto prace o tej tematyce w CERNie, gdzie dzięki protonom 30 BeV i mezonom 16 BeV zakres energii objętej badaniami znacznie się rozszerzył. Informacje otrzymywane dotychczas w tym zakresie z promieniowania kosmicznego, które pozostanie na długo, jeśli nie na zawsze, jedynym źródłem informacji o najwyższych energiach, nie są z natury rzeczy pełne z powodu braku dokładnych danych o energii cząstki pierwotnej, a w przedziale energii akceleratorowych zarysowują się już zjawiska, które

dawniej widziano tylko dla energii powyżej  $10^{11}$  eV, np. anizotropia rozkładów kątowych czy mały współczynnik nieelastyczności w zderzeniach  $n-n$ .

W ZSRR budowany jest obecnie akcelerator, który przyspieszy protony do energii 50 BeV, co znowu rozszerzy zakres energii, dla których możliwe jest dokładne badanie procesu wielorodnej produkcji mezonów. Nie znaczy to wcale, aby niższe energie nie były w dalszym ciągu interesujące. Jak już wspomnieliśmy, statystyki są nawet dla niskich energii dalekie od zadowalających i powtórzenie tych prac z zebraniem bogatszego materiału byłoby bardzo pożądane.

#### Literatura

- [1] N. P. Bogaczew, S. A. Buniatow, I. M. Gramienicki, W. B. Lubimow, J. P. Mieriekow, M. J. Podgoriecki, W. N. Sidorow, D. Tuwdiendorż, *Ż. Exper. Teor. Fiz.*, **37**, 1225 (1959).
- [2] Wan-Szu-Fen, T. Wiszki, I. M. Gramienicki, W. G. Griszyn, N. Dołchażaw, R. M. Lebiediew, A. A. Nomofiłow, M. J. Podgoriecki, W. N. Strielcow. *Preprint—Dubna* (1960)<sup>5</sup>.
- [3] R. R. Daniel, N. Kameswara Rao, P. K. Malchotra, Y. Tsusuki. *Preprint, Bombay* (1959)<sup>5</sup>.
- [4] R. Kalbach, J. Lord, C. Tsao. *Phys. Rev.*, **113**, 325 (1959).
- [5] R. B. Sternheimer, S. J. Lindenbaum, *Phys. Rev.*, **109**, 1723 (1958).
- [6] V. Alles-Borelli, S. Bergia, E. Perez Ferreira, P. Waloschek. *Nuovo Cimento*, **14**, 211 (1959).
- [7] J. Leitner, *Praca doktorska, Uniwersytet Columbia* (nie publikowane).
- [8] W. D. Walker, J. Crussard, *Phys. Rev.*, **98**, 1416 (1955).
- [9] L. M. Eisberg, W. B. Fowler, R. M. Lea, W. D. Shephard, R. D. Shutt, A. M. Thorndike, W. L. Whitemore. *Phys. Rev.*, **97**, 797 (1958).
- [10] W. D. Walker. *Phys. Rev.*, **108**, 872 (1957).
- [11] G. Maenchen, W. B. Fowler, W. M. Powell, R. W. Wright. *Phys. Rev.*, **108**, 850 (1957).
- [12] Wan Gan-czan, Wan Cu-esen, Din Da-caio, W. G. Iwanow, D. W. Katyszew, E. N. Kładiecka, L. A. Kulkina, Nguen Din Ty, A. W. Nikitin, S. Otwinowski, M. N. Gołowiow, R. Sosnowski, M. D. Szafranow. *Z.I.B.J., Dubna* (preprint).
- [13] Cool, Piccioni, Clark. *Phys. Rev.*, **103**, 1082 (1956).
- [14] W. A. Bielakow, Wan-Szu-Feń, W. W. Głagolew, N. Dołchażaw, P. M. Lebiediew, N. N. Mielnikowa, W. A. Nikitin, W. Petrzyłka, W. A. Swipidow, M. Suk, K. D. Tołstow. *Preprint, Dubna* 1960.
- [15] W. D. Walker, J. Crussard, M. Koshiba. *Phys. Rev.*, **94**, 736 (1954).
- [16] W. D. Walker, J. Crussard, M. Koshiba. *Phys. Rev.*, **95**, 852 (1954).
- [17] J. Bartke. *Komunikat prywatny*, 1960.
- [18] H. H. Aly, J. G. M. Duthie, C. M. Fisher. *Phil. Mag.*, **4**, 993 (1959).
- [19] I. Tamm. *Materiały IX Konferencji Fizyki Wysokich Energii*, Kijów 1959.

<sup>5</sup> Prace referowane na IX Konferencji Fizyki Wysokich Energii w Kijowie.

*Alojzy Wrzeciono*

Zakład Ferromagnetyków  
Instytut Fizyki PAN  
Poznań

## Destylacja i sublimacja manganu

### I. Metody otrzymywania manganu

W skali przemysłowej względnie czysty mangan otrzymuje się trzema sposobami:

- 1) poprzez redukcję krzemem,
- 2) poprzez redukcję aluminotermiczną,
- 3) na drodze elektrolitycznej.

Materiał wyjściowy stanowi ruda manganowa, uprzednio odpowiednio przygotowana do wyżej wymienionych procesów. Najczystszy mangan uzyskuje się metodą ostatnią.

W osobnej tabelce [1] zestawiono na podstawie danych zaczerpniętych z prac Carapella i Hultgrena [2], Mantella [3] oraz Deana [4] skład procentowy manganu elektrolitycznego produkowanego obecnie w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej.

Z tabelki powyższej wynikałoby, że maksymalna czystość jest rzędu 99,3%; jeśli zaniedbać zawartość wodoru, który łatwo można usunąć, to czystość dochodzi do 99,5%. W tabelce nie uwzględniono jednak, że mangan elektrolityczny łatwo się na powietrzu utlenia. Stąd też mangan elektrolityczny znajdujący się w handlu jest zawsze mniej lub więcej utleniony. Można przyjąć, że jego czystość jest z tej racji praktycznie na pewno mniejsza od 99,3%.

W obecnym stadium rozwoju metalurgii problem czystości pojawia się przy usuwaniu ostatniej dziesiątej części procentu zanieczyszczeń. Trudności uzyskania metalu o czystości 99,90% są znikomo małe w porównaniu z tymi, jakie należy pokonać celem usunięcia każdej dalszej setnej procentu domieszek. Każdy metal zawierający mniej niż 0,05% zanieczyszczeń uważa się za techniczne osiągnięcie. W technice duża czystość chemiczna metali i stopów nie jest na ogół ważna, natomiast w pracy badawczej fizyka czy chemika odgrywa często decydującą rolę.

W literaturze, oprócz metod stosowanych obecnie na skalę przemysłową, opisano jeszcze kilka innych sposobów otrzymywania manganu metalicznego. Większość z nich posiada jednak tylko znaczenie historyczne, ponieważ nie ma

obecnie żadnego praktycznego znaczenia. Do nich należy redukcja tlenku manganu węglem, redukcja soli manganu różnymi metalami, redukcja tlenku manganu wodorem.

Jak dotąd otrzymano najczystszy mangan na drodze destylacji względnie sublimacji w próżni.

Skład chemiczny manganu elektrolitycznego (%)

domieszki	wg Deana [4]	wg Carapella i Hultgrena [2]	wg Mantella [3]
żelazo	0,0015	0,002	0,001
miedź	0,001	brak	<0,001
arsen	0,0005	nie oznaczono	brak
kobalt	0,0025	brak	"
nikiel	0,0025	"	"
ołów	0,0025	nie oznaczono	"
molibden	0,001	"	"
krzem	nie oznaczono	0,001	"
magnez	"	0,005	<0,001
wapń	"	0,001	<0,001
tytan, wanad, glin	"	ślady	brak
węgiel	0,002	nie oznaczono	0,004
wodór	0,015	"	nie oznaczono
siarka w postaci siarczku	0,017	"	0,0135
siarka w postaci siarczanu	0,014	"	brak
nie rozpuszczające się w 10% kwasie siarkowym	0,002	"	nie oznaczono
nie rozpuszczające się w kwasie octowym rozcieńczonym 1:4	0,002	"	"

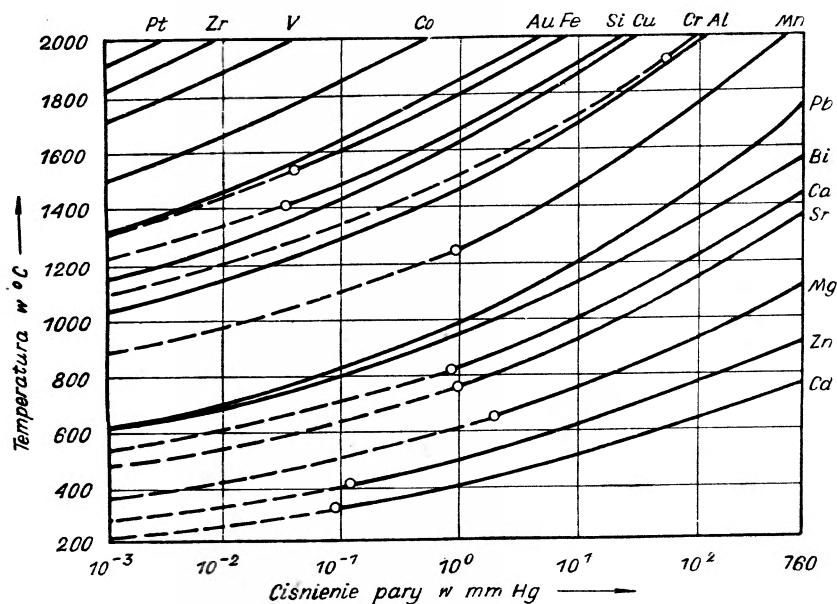
Mangan destylowany względnie sublimowany może być materiałem wyjściowym do oczyszczania metodą topienia strefowego.

## II. Destylacja i sublimacja metali w próżni

Destylacja względnie sublimacja metali w próżni jest jedną z metod ich oczyszczania. Ma ona zastosowanie na ogół tylko w laboratorium, ale obecnie zaczyna ją coraz częściej stosować nawet przemysł.

Ażeby przy pomocy tych procesów rozdzielić mieszaniny dwu i więcej substancji, potrzebna jest dokładna znajomość zależności ciśnienia ich par od temperatury, by dla każdego poszczególnego przypadku dobrać odpowiedni zakres roboczej temperatury. Na rys. 1 podano wykresy zależności ciśnienia par od temperatury dla niektórych ważniejszych metali. Sporządzono je na podstawie danych zaczerpniętych z prac Kelleya [5], Brewera [6], Mar-

shalla, Dornte'a i Nortona [7] oraz Baura i Brunera [8], zestawionych w tabelkę przez Dushmana [9]. Kółeczka wrysowane w poszczególne krzywe oznaczają punkty potrójne. Tak więc linia ciągła oznacza przebieg ciśnienia pary nad stopionym metalem (tzn. w przypadku destylacji), a linia przerywana ciśnienie pary nad ciałem stałym (tzn. w przypadku sublimacji). Im większe są różnice w ciśnieniach par składników, tym łatwiej można je opisywać metodą rozdzieliczą.

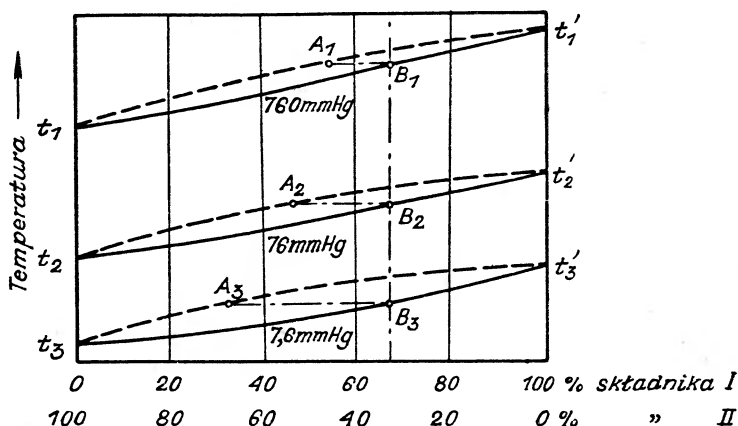


Rys. 1. Zależność ciśnienia par niektórych ważniejszych metali od temperatury

Gdy metale przeznaczone do destylacji względnie sublimacji zawierają związki nieorganiczne, które nie dysocjują (w danych warunkach pracy), ale posiadają określony punkt wrzenia, należy w każdym poszczególnym przypadku stwierdzić, czy te temperatury wrzenia leżą powyżej lub poniżej temperatury wrzenia dla danego metalu, ażeby go otrzymać albo w postaci kondensatu lub jako pozostałość w tyglu.

Materiał wyjściowy mogą stanowić metale nie mieszające się ze sobą, tzn. takie, które po stopieniu układają się w warstwy w zależności od ich ciężaru właściwego, tak że warstwa o mniejszym ciężarze właściwym wywiera ciśnienie hydrostatyczne na warstwę niżej położoną, co powoduje wzrost jej temperatury wrzenia. Jeśli ciśnienia par poszczególnych metali są do siebie zbliżone, metal cięższy może wtedy dopiero wyparowywać, gdy warstwa metalu lżejszego wyparowała, przy czym ciśnienie par tej ostatniej może być nawet nieco niższe. Gdy jednak ciśnienie par warstwy niższej jest znacznie większe od ciśnienia par warstwy wyżej położonej, metal niżej położony może wyparowywać przez nią przy tworzeniu się pęcherzyków.

Rozważmy przebieg krzywej skraplania oraz krzywej temperatury wrzenia idealnej mieszaniny dwóch ciał (tj. takich, które mieszają się między sobą w każdym stosunku) w zależności od ciśnienia (rys. 2). Linia przerywana oznacza krzywą skraplania, a linia ciągła krzywą wrzenia. Gdy destylację takiej mieszaniny przeprowadzimy w próżni, wtedy nie tylko obniży się temperatura wrzenia, ale wzrośnie również różnica w składzie procentowym cieczy i pary, co ułatwia separację składników. Ilustruje to na rys. 2 rozsuwanie się punktów A i B, leżących na równoległej do osi składu procentowego, wraz ze wzrostem próżni.



Rys. 2. Krzywe skraplania oraz krzywe temperatury wrzenia idealnej mieszaniny dwóch ciał dla trzech różnych ciśnień

W wielu wypadkach można przez destylację w próżni uniknąć mieszanin azeotropowych ograniczających separację składników.

Podstawowe znaczenie ma uprzednie odgazowanie materiału wyjściowego przy możliwie jak najwyższej próżni. Stopień uprzedniego odgazowania warunkuje wysokość próżni w czasie destylacji względnie sublimacji. Im wyższa próżnia, tym mniejsze niebezpieczeństwo utlenienia się oczyszczanego metalu lub utworzenia związków chemicznych z azotem.

Jeżeli oczyszczony metal otrzymuje się jako pozostałość w tyglu, postać osadzanej na kondensatorze (element aparatury, chłodzony najczęściej bieżącą wodą, na którym osadza się kondensat) składowej nie odgrywa poważniejszej roli. Jeśli jednak metal rafinowany jest kondensatem, wtedy konstrukcji kondensatora należy poświęcić więcej uwagi.

Na strukturę kondensatu można wpływać regulując odpowiednio temperaturę kondensatora — w zależności od niej kondensat będzie drobno- lub gruboziarnisty.

Ze względu na powolny przebieg procesów dyfuzyjnych w przypadku sublimacji, wskazana jest duża powierzchnia parowania, tzn. daleko idące rozdrobnienie materiału wyjściowego.

Maksymalna prędkość parowania danego metalu wyraża się według Langmuira wzorem

$$\omega_m = p_0 \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}}, \quad (1)$$

gdzie  $\omega_m$  — maksymalna prędkość parowania,  $\frac{\text{g}}{\text{cm}^2 \cdot \text{sec}}$ ;

$p_0$  — ciśnienie pary,  $\frac{\text{dyna}}{\text{cm}^2}$ ;

$M$  — ciężar drobinowy, g;

$R$  — stała gazowa,  $8,3 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{mol} \cdot \text{stop}}$ ;

$T$  — temperatura, °K.

Parowanie z prędkością  $\omega_m$  może zachodzić tylko przy wysokiej próżni ( $< 10^{-3}$  mm Hg) i kiedy prędkość parowania jest tak mała, że średnia droga swobodna drobin metalu jest większa od odległości między kondensatorem i powierzchnią parowania. Mówimy wtedy o parowaniu molekularnym.

Gdy prędkość parowania jest znaczna, drobin pary zderzają się między sobą; na skutek czego część z nich wróci na powierzchnię parowania. Prędkość parowania  $\omega$  będzie zatem równa różnicy między  $\omega_m$  i prędkością powracania  $\omega_p$ :

$$\omega = \omega_m - \omega_p. \quad (2)$$

Rzeczywista prędkość destylacji jest wyznaczona nie tyle prędkością parowania, ile prędkością unoszenia pary znad powierzchni parowania [10]. Ażeby ją wyliczyć, co nie jest rzeczą łatwą, należy uwzględnić: 1) gradient ciśnienia par; 2) ciśnienie gazu; 3) geometrię aparatury.

Kiedy odległość między powierzchnią parowania i powierzchnią kondensatora jest mała w porównaniu z wymiarami komory próżniowej, wtedy wpływ jej ścian można zaniedbać i prędkość unoszenia będzie w pierwszym rzędzie wyznaczona prędkością dyfuzji pary. Jeżeli ciśnienie gazu jest mniejsze od ciśnienia cząstkowego pary, to prędkość destylacji będzie równa prędkości dyfuzji w kierunku gradientu ciśnienia

$$\omega = DM \frac{p_1 - p_2}{X}, \quad (3)$$

gdzie  $p_1$  — ciśnienie cząstkowe pary nad powierzchnią parowania;

$p_2$  — ciśnienie cząstkowe pary nad powierzchnią kondensatora;

$X$  — efektywna odległość między powyższymi powierzchniami;

$D$  — współczynnik dyfuzji;

$M$  — ciężar drobinowy.

Pary w procesie destylacji działają jak pompa dyfuzyjna i porywają drobin gazu znad powierzchni parowania w kierunku kondensatora. Ciśnienie gazu jest więc tutaj mniejsze niż w pozostałych częściach aparatury. Z tej przyczyny

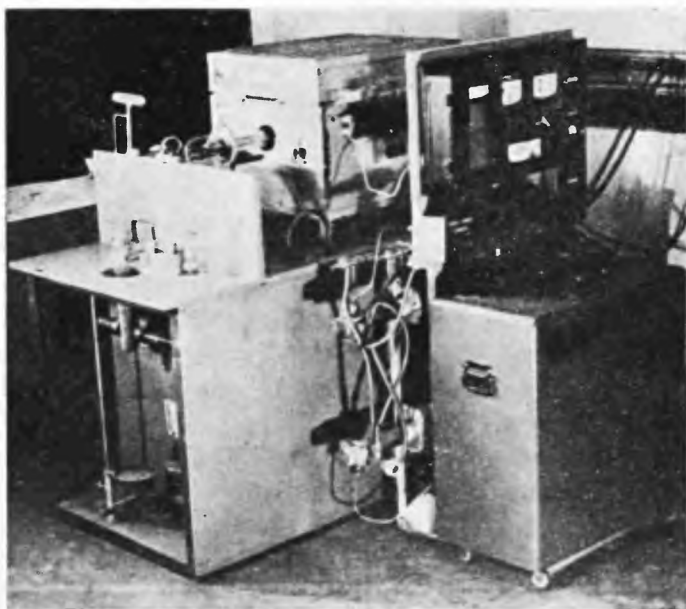




raturę podwyższa się powoli, ażeby zabezpieczyć dobre odgazowanie na gorąco. Odgazowanie trwa zawsze kilka godzin. Następnie podwyższa się temperaturę powyżej punktu topnienia manganu i teraz zaczyna się właściwy proces destylacji, trwający również kilka godzin. Dopiero po wystygnięciu można wpuścić do aparatury powietrze.

Gayler podaje, że otrzymał w ciągu pięciu godzin 0,765 kg manganu destylowanego z 2,721 kg manganu aluminotermicznego. Najczystsze próbki nie zawierały praktycznie krzemu, glinu, żelaza i fosforu. Znajdowały się w nich ślady siarki i 0,012% wapnia.

Guillaud przeprowadzał destylację przy ciśnieniu gazu (powietrze)  $10^{-3}$  mm Hg, w temperaturze 1350—1400: C. W tych warunkach ciśnienie pary wynosiło 2—3 mm Hg. Po trzech godzinach otrzymywał z 1 kg substancji wyjściowej 0,3—0,4 kg destylowanego manganu o czystości 99,98% do 99,99%.

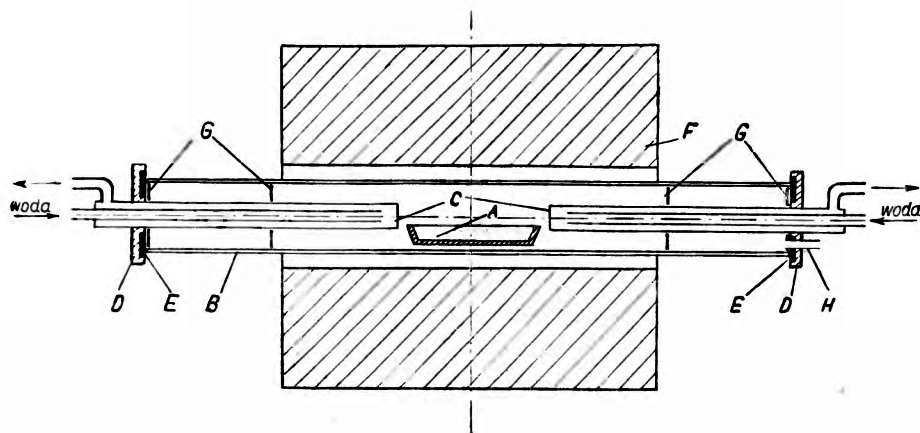


Rys. 4. Aparatura do sublimacji manganu zbudowana w Zakładzie Ferromagnetyków I. F. PAN

W zakładzie Ferromagnetyków I.F. PAN zbudowano aparaturę do sublimacji manganu, która nie wymaga pieca indukcyjnego (rys. 4). Wydatnej pomocy przy jej budowie udzielił inż. K. Nesteruk, za co pragnę mu na tym miejscu podziękować. Na rys. 5 podano szkic tej aparatury.

Surowiec wyjściowy (mangan elektrolityczny) znajduje się w czółenku z czystego tlenku glinu *A* (wykonanego przez Instytut Materiałów Ogniotrwałych w Gliwicach) w środku szerokiej rury kwarcowej *B*. W osi rury kwarcowej są umieszczone symetrycznie dwa kondensatory *C*, których statywy *D*

wraz z uszczelkami gumowymi *E* szczelnie ją zamykają. Część środkowa rury kwarcowej znajduje się w piecu oporowym *F* (wykonanym przez Zakład Grzejnictwa Elektrycznego Politechniki Łódzkiej). Ażeby zabezpieczyć uszczelki gumowe przed silnym promieniowaniem, pochodzącym z pieca, umieszczono w rurze kwarcowej reflektory *G*.



Rys. 5. Szkic aparatury do sublimacji manganu zbudowanej w Zakładzie Ferromagnetyków I. F. PAN

Początkowo chciano nałożyć na części rury kwarcowej znajdujące się poza piecem, celem chłodzenia, spirale miedziane z przepływającą wodą. Okazało się to zbyt kosztowne. Zupełnie wystarczyło obłożyć je zwilżoną watą. Im lepsza jest bowiem próżnia, tym mniej grzeją się powyższe części.

W skład agregatu próżniowego wchodzi olejowa pompa rotacyjna oraz rtęciowa pompa dyfuzyjna. Wysokość próżni można kontrolować przy pomocy próżniomierza oporowego oraz rurki do wyladowań.

Urządzenia do automatycznej regulacji temperatury pieca zaprojektował i wykonał mgr H. Szydłowski, za co mu na tym miejscu pragnę podziękować.

Po dobrym odpompowaniu rury kwarcowej (próżnia rzędu  $10^{-4}$  mm Hg) poprzez wylot *H* i stopniowym odgazowaniu w coraz wyższych temperaturach rozpoczyna się właściwy proces sublimacji. Pary manganu osiadają na końcach kondensatorów, gdzie tworzą plasterki (rys. 6), które po skończonej operacji można łatwo zdjąć.

Na ściankach rury kwarcowej mangan nie osiada.

Czółenko może pomieścić około 100 g manganu elektrolitycznego w postaci cienkich płytek. W ciągu siedmiu godzin uzyskuje się ze 100 g surowca około 50 g manganu sublimowanego.

Sublimację przeprowadzano w temperaturze około  $1000^{\circ}$  C.

Analiza wykazała, że czystość otrzymanego manganu sublimowanego (będącego  $\alpha$ -Mn, w przeciwieństwie do elektrolitycznego, który jest  $\gamma$ -Mn) wynosi 99,99%.

Mangan destylowany względnie sublimowany nie utlenia się na powietrzu, posiada ładny połysk metaliczny, jest bardzo kruchy i daje się łatwo sproszkować.

Jedną z próbek manganu sublimowanego przechowuje się już od przeszło dwóch lat, ażeby na niej obserwować ewentualny powolny proces utleniania. Jak dotąd nie zauważono żadnej korozji.



Rys. 6. Plasterek sublimowanego manganu

P. profesorowi S. Szczeniowskiemu pragnę gorąco podziękować za nieustanne poparcie, jakiego mi użył w czasie budowy ostatnio opisanej aparatury.

Wiele cennych uwag dotyczących jej budowy zawdzięczam śp. profesorowi S. Lorii.

#### Literatura

- [1] A. H. Sully, *Manganese*, London 1955.
- [2] L. A. Carapella i R. Hultgren, R. Tech. Publ. Amer. Inst. min. (metall) Engrs, No. 1405 (1941).
- [3] C. L. Mantell, Trans. Electrochem. Soc., **94**, 232 (1948).
- [4] R. S. Dean, *Electrolytic Manganese and its Alloys*, New York 1952.
- [5] K. K. Kelley, Bureau of Mines Bulletin, 383, 1935.
- [6] L. Brewer, *The Thermodynamic and Physical Properties of the Elements*, Report for the Manhattan Project, 1946.
- [7] A. L. Marshall, R. W. Dornte i F. J. Norton, J. Amer. Chem. Soc., **59**, 1161 (1937).
- [8] E. Baur i R. Bruner. Helv. Chim. Acta, **17**, 958 (1934).
- [9] S. Dushman, *Scientific Foundations of Vacuum Technique*, New York 1949.
- [10] H. U. Saint-Clair, *Destylacja metali przy obniżonym ciśnieniu*, wykład wygłoszony w Nowym Jorku (1957) (przekład rosyjski z angielskiego).
- [11] E. Tiede i E. Birnbräuer, Z. anorg. Chem., **87**, 129 (1914).
- [12] M. L. V. Gayler, J. Iron St. Inst., **115**, 393 (1927).
- [13] J. B. Friauf, Trans. Amer. Soc. Steel Treat., **18**, 1246 (1930).
- [14] Ch. Guillaud, J. Rech. C.N.R.S., **1**, 15 (1947).
- [15] E. L. Holland-Merten, *Handbuch der Vakuumtechnik*, Halle (Saale) 1953.

## Międzynarodowa Konferencja Fizyki Półprzewodników w Pradze

Konferencja Fizyki Półprzewodników w Pradze odbywała się w dniach od 29 sierpnia do 2 września 1960 r. Urządzona była staraniem Czechosłowackiej Akademii Nauk. Sekretarzem Konferencji był M. Matyas, program naukowy opracowywał J. Tauc. Konferencja zgromadziła około 800 uczestników. Spis abstraktów Konferencji liczy 266 pozycji, z tego około 200 referatów i komunikatów wygłoszono na posiedzeniach, które odbywały się w czterech salach równolegle.

Konferencję otworzył w uroczystej sesji wstępnej senior fizyków ciała stałego akademik A. F. Joffe, który mówił o nowych drogach badań nad półprzewodnikami, oraz W. Shockley, który przedstawiał zagadnienia dotyczące złącz  $p-n$ . Obecni byli w Pradze zarówno J. Bardeen, jak W. H. Brattain. J. Bardeen przewodniczył pierwszej sesji szczegółowej, na której W. Kohn (La Jolla, California) dał przegląd obecnego stanu teorii pasmowej. Wyjaśniło się w ostatnich latach znaczenie pasm elektronowych przy uwzględnieniu współdziałania między elektronami. Rozwinięły się metody rachunkowe pozwalające w przybliżeniu, ale ilościowo to współdziałanie uwzględnić, takie jak metoda quasi-potencjału, efektywnego potencjału odpychającego itp. Przykładem są prace E. Antoneika (Instytut Fizyki Technicznej, Praga) oraz nowe rachunki J. C. Phillipsa (Royal Society Mond Laboratory, Cambridge), który uzyskał zdumiewające zgodności przerw energetycznych liczonych z wartościami wyznaczonymi doświadczalnie.

F. Herman (RCA, Princeton) ukazał perspektywy daleko posuniętej automatyzacji rachowania struktury pasmowej. Duże maszyny liczące pozwolą na przeprowadzenie iteracji w celu samouzgodnienia potencjału krystalicznego.

W ogólności jednak odnosiło się wrażenie, że teoria poziomów elektronowych w półprzewodnikach wydaje się wyczerpana. Na Konferencji brakło wielu teoretyków, którzy do niedawna pracowali nad półprzewodnikami, było natomiast wielu przedstawicieli laboratoriów przemysłowych rozwijających się i rozszerzających badania półprzewodnikowe z myślą o zastosowaniach technicznych.

W dyskusjach młodzi Rosjanie parokrotnie występowali z programem zastosowania nowych metod teorii pola do zagadnienia wielu ciał w półprzewodnikach ale rezultatów wykonanych jeszcze nie pokazywali.

Najważniejszym teoretycznie i najciekawszym tematem Konferencji był niewątpliwie problem ekscytanów. Przewidywania teorii zostały sprawdzone w wielu konkretnych przypadkach. Przede wszystkim R. J. Elliott (Clarendon Laboratory, Oxford) szczegółowo zinterpretował doświadczalne wyniki Grossa, Nikitina i Baumeistera w  $\text{Cu}_2\text{O}$ . Seria nowych wyników szkoły S. Nikitina (Laboratoire de Spectroscopie et d'Optique du Corps Solide, Strasbourg) potwierdziła znakomicie teorię Elliotta.

Duży postęp nastąpił w wykazywaniu mechanizmu dwukwantowego wzbudzeń optycznych w  $\text{ZnS}$  i  $\text{CdS}$ , przy czym obserwuje się luminescencję „*anti-Stokes*“. Piękne doświadczenia tego typu referowali R. E. Halsted, E. F. Apple, J. S. Prener i W. W. Piper (General Electric Research Laboratory, Schenectady, New York) oraz I. Broser, Ruth Broser-Warminsky i H. J. Schulz (Institut für Elektronenmikroskopie am Fritz-Haber Institut, Berlin-Dahlem) i inni.

Poważnie naprzód posunęły się doświadczenia nad absorpcją i odbiciem światła spolaryzowanego w kryształach o wyróżnionej osi  $c$ , takich jak heksagonalne CdS, ZnS, a dalej SiC i in. Subtelną strukturę krzywych dyspersji dobrze interpretuje się na zasadzie reguł wyboru, wynikających wprost z teorii grup. Tego rodzaju doświadczenia, zwłaszcza w obecności stałego pola magnetycznego, dostarczają najbardziej dokładnych, najdalej idących informacji o strukturze pasmowej i bardzo ściśle wiążą się z szeregiem zagadnień praktycznych luminescencji. J. J. Hopfield i D. G. Thomas (Bell Telephone Laboratories, Murray Hill) interpretowali magnetoabsorpcję optyczną w CdS, W. J. Choyke i L. Patrick (Westinghouse Research Labs., Pittsburgh) absorpcję międzypasmową w SiC, A. Łempicki, J. L. Birman, H. Samelson i G. Neumark (General Telephone & Electronics Inc., Bayside, New York) badali wnikliwie polaryzującą luminescencję centrów, przeważnie miedziowych, w CdS i ZnS.

W pewnym związku z tymi zagadnieniami Rosjanie wspomnieli w dyskusji, że S. I. Piekarczyk podał teorię, już sprawdzoną doświadczalnie, która pozwala stwierdzić w odpowiednich warunkach zależność stałych optycznych nie tylko od samej częstotliwości światła ale od wektora falowego fotonu padającego.

Interesująca była dalej praca rosyjska o możliwości, zrealizowanej już eksperymentalnie, przesunięcia krawędzi absorpcji w stronę długofalową przez przyłożenie silnego pola elektromagnetycznego (L. V. Keldysz, V. S. Wawilow i K. I. Bricin Instytut Fizyczny Lebediewa, Moskwa).

Wreszcie rozwinęły się badania efektu Zeemana ekscytonów (B. Lax, MIT, Massachusetts), dalej pomiary efektu Faradaya (B. Lax; T. S. Moss i A. K. Walton, Royal Aircraft Establishment, Farnborough; L. D. Gurewicz, I. P. Ipatowa i Z. I. Urickij, Instytut Fizyki Technicznej, Leningrad).

Bardzo obiecujące są wszelkiego rodzaju doświadczenia nad rezonansami w półprzewodnikach. Bada się rezonans: a) cyklotronowy elektronów przewodnictwa (E. D. Palik, G. S. Picus, S. Teitler, R. F. Wallis, United States Naval Research Laboratory, Washington), b) ciężkich dziur w germanie, przy czym obserwuje się poziomy Landaua o masach ujemnych (G. S. Dousmanis, R. C. Duncan Jr., J. J. Thomas, R. C. Williams i B. Rosenblum, RCA, Princeton), c) spinowy elektronów przewodnictwa (G. Lancaster i E. E. Schneider, University of Durham, Newcastle upon Tyne), d) spinowy elektronów z płytek donorów (G. Feher, Bell Telephone Labs.; Laura M. Roth, MIT, Massachusetts). Teorię rezonansu paramagnetycznego elektronów zlokalizowanych w centrach omówił M. F. Deigen (Instytut Fizyki Akademii Nauk, Kijów).

Cztery sekcje poświęcone były zjawiskom transportu. Były to sekcje: I procesy rozpraszania, II gorące elektrony, III efekty galwanomagnetyczne, IV efekty różne. Jedno tylko zagadnienie naszkicuje w tym miejscu. Jak podkreślił we wstępnym referacie C. Herring ważnym pytaniem, jakie wymaga odpowiedzi w konkretnych przypadkach, jest pytanie, czy przewodnictwo w półprzewodnikach domieszkowych odbywa się w pasmach, czy raczej elektrony „skaczą” pomiędzy centrami domieszek charakteryzującymi się zlokalizowanymi funkcjami falowymi. W związku z doświadczeniami w najniższych temperaturach (1–10° K) nad przewodnictwem germanu z małymi domieszkami galu (M. Cuevas i H. Fritzsche, University of Chicago) istnieje cały szereg prób interpretacji teoretycznej (E. Abrahams i A. Miller, Rutgers University, New Jersey; Y. Toyozawa, Institute of Solid State Physics, Tokyo).

Poza tym dużą rolę w zjawiskach transportu przypisuje się obecnie procesom wielofononowym (E. O. Kane, Hughes Products, Newport Beach, California; R. N. Hall, General Electric Research Laboratory, i inni).

Od czasu poprzedniej Konferencji postęp w pewnych dziedzinach był nieznaczny tylko, na przykład w teorii rekombinacji Auger (A. R. Beattie i P. T. Landsberg, Dept. of Natural Philosophy, University of Aberdeen). Efekty zderzeń wzajemnych nośników na przewodnictwo germanu typu  $n$  i  $p$  omówione w pracy T. P. McLeana i E. G. S. Paige (Royal

Radar Establishment, Malvern) wskazały na znaczny, dochodzący czasem do 40% ich udział w zmniejszeniu ruchliwości. Podobne zagadnienia odgrywają rolę we wstrzykiwaniu nośników z elektrod metalowych do półprzewodników (M. A. Lampert i A. Rose, RCA, Princeton). Można było stwierdzić, iż sprawa zderzeń elektronowo-elektronowych jest bardzo aktualna, ale równocześnie tak trudna, że postęp rachunków teoretycznych wydaje się wprost nierealny. Pesymistyczny referat D. L. Dextera (Institute of Optics, Rochester) o jonizacji zderzeniowej bardzo słusznie oceniał sytuację.

Referowano na tej Konferencji, jak zwykle, wiele nowych wyników dotyczących centrów w kryształach jonowych (trzy sekcje), własności powierzchniowych (dwie sekcje), „radiation damage“, termoelektryczności i fotoprzewodnictwa.

Ważna przez swoje perspektywy była sekcja nowych materiałów półprzewodnikowych. Wiele nadziei budzą półprzewodniki organiczne. We wstępnym referacie C. G. B. Garrett (Bell Telephone Laboratories, Murray Hill) wyróżnił ich dwie klasy: kryształy molekularne takie jak antarcen i kompleksy, w których możliwe jest przenoszenie się ładunku, jak perylene iodine. Intensywne badania nad przewodnictwem, fotoprzewodnictwem, rezonansem spinowym i in. powierzchniowymi, współczynnikami Seebecka, własnościami optycznymi, rezonansem spinowym i in. prowadzone są obecnie w wielu laboratoriach amerykańskich.

Fizycy z Leningradu referowali wiele danych dotyczących półprzewodników stopniowych (W. P. Żuze i A. R. Regel, Instytut Półprzewodników AN). Wreszcie bardzo interesujące są tlenki metali przejściowych, takie jak na przykład  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  (G. H. Jonker, Philips Research Laboratories, Eindhoven), czy samoistny półprzewodnik rutil,  $\text{TiO}_2$  (H. R. P. Frederikse, W. R. Hosler i J. H. Becker, National Bureau of Standards, Washington).

W szczególności ferryty, mówili wszyscy na Konferencji, wymagają intensywnej pracy teoretycznej. Ich struktury krystaliczne są przeważnie bardzo skomplikowane, ich struktury elektronowe znane są w stopniu zupełnie niedostatecznym, początkowym w najlepszym razie.

Dużo czasu na Konferencji poświęcone było dyskusowaniu o własnościach związków  $A^{\text{III}}B^{\text{V}}$ , większość prac dotyczyła GeAs i InAs, dalej związków selenu i telluru, wreszcie CdSb i ZnSb.

Ogromny rozwój zastosowań półprzewodników do coraz szerszej klasy problemów stawia przed półprzewodnikami wymagania wzrastające, którym można sprostać tylko sięgając po nowe związki i substancje. Otrzymanie ich uwarunkowane jest opanowaniem zupełnie nowej, często bardzo trudnej technologii. Konieczne jest następnie wielostronne badanie własności, elektronowych w pierwszym rzędzie, tych nowych półprzewodników. Niezliczone ilości pomiarów wykonywane są obecnie w laboratoriach, zwłaszcza technicznych. Wiedza o półprzewodnikach staje się coraz bardziej robocza i dzięki temu coraz bardziej użytkowa. Fizyka półprzewodników staje się techniką półprzewodników.

Projektowano w Pradze, że najbliższa Konferencja Półprzewodników ma się odbyć w Exeter, następna z kolei w Paryżu. „Jeśli będzie jeszcze o czym mówić“ powiadali ludzie pod koniec sesji.

*Maciej Suffczyński*

A. JUCYS, J. LEVINSON, V. VANAGAS, *Matematический аппарат теории момента количества движения*, Wilno 1960

Redakcja *Postępów Fizyki* otrzymała egzemplarz monografii autorów litewskich, poświęconej momentowi pędu w mechanice kwantowej. Książka napisana została na podstawie wykładów, które jeden z autorów miał w Wileńskim Państwowym Uniwersytecie im. W. Kapsukas.

Technika operowania momentem pędu w mechanice kwantowej jest niezbędna w wielu dziedzinach fizyki, w szczególności w fizyce atomowej i jądrowej. Dawniejsze zastosowania w fizyce atomowej w spektroskopii w szczególności, i odpowiadające im metody opisane zostały w klasycznych podręcznikach Condon i Shortleya, Wignera, Van der Waerdena. Jednakże zakres zastosowań rozszerzył się bardzo, w szczególności w fizyce jądrowej. Rozwinięte zostały dzięki pracom Wignera, Racah i innych autorów nowe metody. W tej sytuacji powstała potrzeba napisania monografii, odpowiadających współczesnym wymaganiom. Z tą myślą napisana została książka autorów wileńskich, która może być użyteczna na równi z analogicznymi podręcznikami Edmondsa i Rose'a.

Rozdział I zawiera standardową technikę składania dwóch momentów pędu. Uogólnienie na dowolną ilość wektorów zawiera rozdział II. Cztery dalsze rozdziały poświęcone są technikom specjalnym. W szczególności przedstawione są obszernie metody graficzne. Ostatni, VII rozdział, poświęcony jest operatorom tensorowym, technice liczenia elementów macierzyowych operatorów. W dodatku podany jest obszerny zbiór wzorów.

Cechą charakterystyczną metody przedstawienia użytej przez autorów jest posługiwanie się *explicite* teorią grup. W książce podane są m. in. wyniki prac własnych autorów. Również nacisk położony na metody graficzne jest rzeczą wyróżniającą książkę. Z tego względu monografia autorów litewskich nie pokrywa się z dobrze znaną książką Edmondsa i może być niezależnie użyteczna.

Przemysław Zieliński

### G. Hertz członkiem Czechosłowackiej Akademii Nauk

Wybitny fizyk niemiecki — G. Hertz, laureat Nagrody Nobla, profesor Uniwersytetu Lipskiego, został wybrany członkiem zwyczajnym Czechosłowackiej Akademii Nauk w Pradze.

### Członkowie zagraniczni Amerykańskiej Akademii Nauk

W maju 1960 r. Amerykańska Akademia Nauk wybrała na swoich honorowych członków zagranicznych następujących fizyków: Otto Hahna (Max Planck Gesellschaft, Göttingen), Lwa D. Landaua (Uniwersytet Moskiewski), Lise Meitner (Uniwersytet Sztokholmski), Paula Scherrera (ETH, Zurych), Henryka van de Hulsta (Uniwersytet w Leidzie).

### Laval członkiem Académie des Sciences

Na zebraniu w dniu 9 maja 1960 r. francuska Akademia Nauk wybrała w drugim głosowaniu Jean Lavalą na swego członka, na miejsce niedawno zmarłego Jean Cabanresa. Wybór podlega zatwierdzeniu przez rząd Republiki Francuskiej.

### Nagroda Forda

Nagrodę Forda za pokojowe zastosowanie energii jądrowej otrzymali w r. 1960 Alvin M. Weinberg, dyrektor Oak Ridge National Laboratory i Walter H. Zinn, do niedawna dyrektor Argonne National Laboratory. W tym roku nagroda wynosi po 37 500 dolarów dla każdego z laureatów.

### Medal Einsteina

Złoty Medal i Nagrodę Einsteina za r. 1960 w wysokości 5000 dolarów otrzymał Leo Szillard.

Nagroda Einsteina została ufundowana w r. 1949 przez L. L. Straussa. Medal Einsteina jest przyznawany corocznie za wybitne osiągnięcia w dziedzinie matematyki i fizyki.

### R. Rompe członkiem honorowym Węgierskiej Akademii Nauk

Węgierska Akademia Nauk wybrała na swego członka honorowego znanego niemieckiego specjalistę w dziedzinie fizyki ciała stałego — R. Rompego, profesora Uniwersytetu Humboldta w Berlinie.

### 300 lat Royal Society

Królewskie Towarzystwo Londyńskie obchodziło w tym roku trzechsetną rocznicę swego założenia.

Royal Society, którego rola ograniczała się początkowo do organizowania zebrań naukowych prowadzi obecnie bardzo szeroką działalność — reprezentuje Zjednoczone Królestwo w Międzynarodowej Radzie Stowarzyszeń Naukowych, kieruje pracami National Physical Laboratory, jest odpowiedzialne za fundusze uchwalane przez Parlament na badania naukowe, prowadzi działalność wydawniczą, organizuje kongresy naukowe.

W skład Royal Society wchodzi około 600 członków rzeczywistych (*Fellows*) i członków zagranicznych (*Foreign Members*).



## 25 lat Komisji Akustyki Akademii Nauk ZSRR

W grudniu 1960 r. mija 25 lat od utworzenia Komisji Akustyki przy Akademii Nauk ZSRR. W pracach Komisji bierze udział 40 stałych członków oraz wielu ekspertów powoływanych dorywczo.

Poza badaniami z teorii akustyki Komisja zajmuje się także akustyką fizjologiczną i akustyką budowlaną (między innymi projekty sal widowiskowych w warszawskim Pałacu Kultury były konsultowane z Komisją Akustyki).

Komisja wydaje czasopisma poświęcone akustyce: *Akusticzeskij Żurnal* i *Problemy Fizjologiczeskoj Akustiki*, oraz zajmuje się sprawami słownictwa i standaryzacji.

## UIPPA

W dniach od 6 do 9 września 1960 r. odbyło się w Ottawie X Ogólne Zebranie Międzynarodowej Unii Fizyki Czystej i Stosowanej (*Union Internationale de Physique Pure et Appliquée — UIPPA*). W zebraniu wzięło udział około 70 delegatów reprezentujących 21 krajów: Australię, Brazylię, Chiny (Formoza), Czechosłowację, Finlandię, Francję, Hiszpanię, Holandię, Izrael, Japonię, Kanadę, Meksyk, Niemiecką Republikę Demokratyczną, Niemiecką Republikę Federalną, Polskę, Szwajcarię, Szwecję, Włochy, Wielką Brytanię, Stany Zjednoczone i Związek Socjalistycznych Republik Radzieckich. Delegatami z Polski byli J. Weysenhoff i L. Natanson.

Na porządku dziennym znalazł się szereg ważnych spraw, między innymi wysłuchano sprawozdań Komitetu Wykonawczego i Komisji Unii, przyjęto sprawozdanie finansowe i uchwalono preliminarz budżetowy na następny okres trzyletni.

Zebranie Ogólne uchwaliło jednomyślnie przyjąć w poczet członków Unii Chińską Republikę Ludową. Również jednomyślnie przyjęto Pakistan i Rumunię, a poważną większością głosów — Chiny-Formozę.

Dokonano zmiany statutu Unii przez

wprowadzenie stanowiska pierwszego wiceprezesa, który w razie potrzeby zastępuje Prezesa. Aczkolwiek nowy statut nie zawiera w tym przedmiocie żadnego wyraźnego postanowienia, istnieje zamiar wprowadzenia zwyczaju aby pierwszy wiceprezes wybrany na daną kadencję był wybierany na Prezesa Unii na następną kadencję.

W wyniku wyborów prezesem Unii został H. J. Bhabha (Indie), a pierwszym wiceprezesem — L. Néel (Francja). Na wiceprezesów wybrano: D. I. Blochinewa (ZSRR), C. J. Gortera (Holandia), G. Herzberga (Kanada), H. H. Nielsena (USA), F. Seitz (USA), H. Stauba (Szwajcaria), E. Rudberga (Szwecja), F. C. A. Trendelenburga (NRF) i J. Weysenhoffa (Polska).

Sekretarzem Generalnym pozostał P. Fleury (Francja), a jego zastępcą wybrano C. C. Butlera (Wielka Brytania). Dwaj fizycy polscy zostali wybrani ponownie do Komisji Unii — M. Danysz do Komisji Promieniowania Kosmicznego, a L. Sosnowski do Komisji Półprzewodników.

Utworzoną nową komisję Fizyki Jądrowej Niskich Energii w składzie: A. Bohr (Dania), T. W. Bonner (USA), P. M. Endt (Holandia), B. Flowers (Wielka Brytania), I. Frank (ZSRR), P. Huber (Szwajcaria), A. de Shalit (Izrael).

Na wniosek Komisji Mas Jądrowych, referowany przez jej przewodniczącego J. Mattauca (NRF) Zebranie Ogólne postanowiło zalecić przyjęcie nowej jednostki masy atomowej równej jednej dwunastej masy jądra izotopu  $^{12}\text{C}$ . Nowa jednostka różni się od przyjętej przez chemików jednostki równej jednej szesnastej średniej masy atomów naturalnego tlenu tylko o 0,04 promille, a więc w praktyce przez wprowadzenie nowej jednostki nastąpi zrównanie tak zwanej skali fizycznej i tak zwanej skali chemicznej mas jądrowych i atomowych.

Na ostatnim posiedzeniu szef delegacji polskiej — J. Weysenhoff zaprosił w imieniu Polskiego Komitetu Narodowego Unii na następne Zebranie Ogólne do Polski. Odbędzie się ono prawdopodobnie w Krakowie w r. 1963.

### VIII sesja Rady Naukowej ZIBJ

W dniach od 24 do 28 maja 1960 r. odbyła się w Dubnie VIII sesja Rady Naukowej Zjednoczonego Instytutu Badań Jądrowych.

Dyrektor ZIBJ prof. D. I. Błochincew zapoznał zebranych z projektem prac ZIBJ na lata 1961—65.

Sprawę współpracy ZIBJ z ośrodkami państw członkowskich przedstawił wicedyrektor Instytutu — prof. Wan Gan Czan.

#### Konferencja na temat struktury jąder atomowych

W dniach od 29 sierpnia do 3 września 1960 r. odbyła się w Kingston w Kanadzie konferencja na temat struktury jąder atomowych. Była ona zorganizowana pod patronatem Międzynarodowej Unii Fizyki Czystej i Stosowanej przez Atomic Energy of Canada Ltd, Kanadyjską Narodową Radę Badań Naukowych, Uniwersytet Królowej w Kingston, Kanadyjskie Stowarzyszenie Fizyków. Koszty konferencji pokryli rząd Kanady, Międzynarodowa Unia Fizyki Czystej i Stosowanej, rząd prowincji Ontario oraz 23 kanadyjskie concerny przemysłowe.

Przewodniczącym konferencji był W. B. Lewis (Chalk River), wiceprzewodniczącym V. F. Weisskopf (MIT), a sekretarzem L. G. Elliott (Chalk River).

Poszczególne zagadnienia były tematem referatów zbiorczych, po których zwykle toczyła się bardzo żywa dyskusja. Nie mniej ciekawe dyskusje toczyły się nieoficjalnie przy kawie w przerwach posiedzeń.

Posiedzenia konferencji poświęcone były następującym zagadnieniom:

I. Otwarte problemy struktury jądrowej: referenci — R. E. Peierls (Birmingham) i D. H. Wilkinson (Oxford).

II. Podstawy fizyczne modeli jądrowych: referenci K. A. Brückner (La Jolla) — Siły nukleon-nukleon, C. Bloch (Saclay) — Własności nieograniczonej materii jądrowej, A. De Shalit (Rehovoth) — Modele jąder skończonych.

III. Ogólne własności materii jądrowej referenci G. E. Brown (Kopenhaga) — Podstawy modelu optycznego i oddziaływania wprost w teorii jądrowej, M. Walt (Palo Alto) — Sprężyste i niesprężyste rozpraszanie prędkich neutronów, P. C. Gugelot (Amsterdam) — Reakcje i rozpraszanie cząstek naładowanych, L. Rosen (Los Alamos) — Polaryzacja sprężyste rozproszonych protonów i neutronów, D. S. Saxon (Los Angeles) — Parametry potencjału w modelu optycznym, Kucharew (Charków) — Sprężyste rozproszenie protonów.

IV. Mechanizmy reakcji jądrowych: referenci — A. Zucker (Oak Ridge) — Badanie struktury jąder przy pomocy ciężkich jonów, Almquist (Chalk River) — Prace prowadzone w Chalk River nad oddziaływaniem ciężkich jonów z jądrami, Baż (Moskwa) — Reakcje z ciężkimi jonami, D. A. Bromley (Yale) — Mechanizmy reakcji z udziałem jąder o masie 2 i 3, R. Eisberg (Minneapolis) — Oddziaływania wprost (prócz strippingu), N. Austern (Pittsburgh) — Teorie oddziaływań wprost, S. Yoshida (Pittsburgh) — Konkurencja między oddziaływaniem wprost a oddziaływaniem poprzez jądro złożone.

V. Właściwości poszczególnych poziomów (część I): referenci — E. B. Paul (Harwell) — Jądra o powłokach zbliżonych do zamkniętych oraz jądra w powłoce  $1p$ , Jacob (Sao Paulo) — Reakcje p-p na  $^{16}\text{O}$  i  $^{40}\text{Ca}$  przy energiach 440 MeV i 115 MeV, J. P. Elliott (Southampton) — Model powłokowy, H. E. Gove (Chalk River) — Systematyka jąder w zakresie od  $^{16}\text{O}$  do  $^{40}\text{Ca}$ .

VI. Właściwości poszczególnych poziomów część II: referenci — I. Perlman (Berkeley) — Rotacje jąder zdeformowanych, P. N. Stelson (Oak Ridge) — Oscylacje jąder sferycznych lub prawie sferycznych, B. R. Mottelson (Kopenhaga) — Ruchy kolektywne w jądrze.

VII. Statystyka poziomów jądrowych i olbrzymie rezonanse dipolowe: referenci — J. A. Harvey (Oak Ridge) — Oddziaływanie rezonansowe neutronów powolnych, J. P. Schiffer (Argonne) — Funkcje mocy i ogólny zarys widma poziomów, T. Ericson (Berkeley) — Jądro złożone, L. Katz

(Saskatoon) — Olbrzymi rezonans dipolowy w reakcjach fotojądrowych, J. S. Levinger (Louisiana) — Olbrzymi rezonans dipolowy w reakcjach fotojądrowych część II, Szewczenko (Charków) — Oddziaływania rezonansowe neutronów, Dawydow (Moskwa) — Poziomy jąder zdeformowanych, Jaffe (USA) — Podwójny stripping.

VIII. Rozszczepienie jądrowe: referenci — J. J. Griffin (Los Alamos) — Rozszczepienie jądrowe a struktura jąder — część I, G. C. Hanna (Chalk River) — Rozszczepienie jądrowe a struktura jąder — część II.

IX. Podsumowanie wyników konferencji: referent — V. F. Weisskopf (MIT).

Pełny tekst referatów oraz dyskusji oraz zgłoszone na konferencję prace własne będą opublikowane przez Toronto University Press.

Uczestnicy konferencji zwiedzili kanadyjski ośrodek badań jądrowych w Chalk River.

#### Fizyka wysokich energii i cząstek elementarnych

Institut Fizyki Akademii Nauk Armeńskiej SRR w Erywaniu zorganizował w dniach od 30 maja do 4 czerwca 1960 r. wszechzwiązkową konferencję na temat fizyki wysokich energii i cząstek elementarnych.

Bardzo interesujący referat wygłosił W. I. Goldanski o oddziaływaniu kwantów  $\gamma$  i elektronów z materią. Badając rozproszenie sprężyste kwantów  $\gamma$  o energii 40—70 MeV na protonach i obliczając przekroje czynne różniczkowe tego rozproszenia dla różnych kątów referent obliczył elektryczną i magnetyczną polaryzację protonu.

N. G. Afanasjew omówił program badań struktury jąder przy pomocy akceleratora liniowego w Fizyko-Technicznym Instytucie Akademii Nauk Ukrainiejskiej SRR.

L. B. Okuń przedstawił analizę teoretyczną słabych oddziaływań cząstek elementarnych. M. I. Dadajan z Instytutu Fizyki im. Lebidiewa opisał metodę rejestracji cząstek naładowanych przy pomocy licznika iskrowego, opracowaną w tym Instytucie.

W. N. Gribow, I. R. Pomeranczuk i W. B. Berestecki z Instytutu Fizyki Teoretycznej i Doświadczalnej Akademii Nauk ZSRR referowali zagadnienia bilansu energetycznego w zderzeniach wysokiej energii ( $\geq 10^{14}$  eV).

Duże zainteresowanie wzbudziły badania N. L. Grigorowa i współpracowników na temat oddziaływań wysokiej energii prowadzone przy pomocy „kalorymetru jonizacyjnego“.

#### Synchrotron Instytutu Lebidiewa

Od r. 1959 działa w Instytucie Fizyki im. Lebidiewa synchrotron przyspieszający elektrony do energii 680 MeV. Jest on zbudowany w oparciu o model synchrotronu na energii 10 GeV. Jako iniektor służy tu generator Van de Graaffa, dający napięcie 800 kV. Natężenie wiązki akceleratora wynosi  $(5-6) \times 10^8$  elektronów/impuls. W przyszłości generator Van de Graaffa będzie zastąpiony transformatorem impulsowym, co pozwoli na zwiększenie prądu elektronowego do  $10^{10}$  elektronów/impuls.

Magnes synchrotronu ma 4 sektory kołowe po  $86^\circ$  z prostoliniowymi wkładkami długości 67 cm. Średni promień sektorów kołowych wynosi 200 cm. Przekrój komory próżniowej  $6 \times 30$  cm. Czas przyspieszania wynosi 0,6 sek, jeden cykl przyspieszający przypada na 5 sek. Częstość przyspieszającego pola szybkozmiennego na początku przyspieszania jest 19 Mc/sek, a w obszarze synchrotronowym — 20,6 Mc/sek.

#### Sklep izotopowy w Moskwie

W Moskwie, w Alei Lenina, został otwarty pierwszy sklep izotopowy.

W sprzedaży jest cały asortyment izotopów trwałych i promieniotwórczych oraz materiały ochronne, wyposażenie laboratoriów izotopowych itp. Sklep ma również gwarantować właściwą dostawę izotopów krótkożytych.

### Reaktor izraelski

W czerwcu 1960 r. w ośrodku badań jądrowych pod Tel-Awivem osiągnął stan krytyczny reaktor badawczy typu basenowego o mocy 1 MW.

### Korespondencja Newtona

Brytyjskie Towarzystwo Królewskie wydało pod redakcją prof. H. W. Turnbulla pierwszy tom korespondencji Sir Izaaka Newtona, obejmujący listy z lat 1661—1675. W okresie tym powstała większość prac Newtona z optyki, nowe idee w zakresie analizy matematycznej i pierwsze prace z teorii grawitacji. Listy opatrzone są komentarzami redaktora, wyjaśniającymi tło listów względnie ich treść.

### Goście w Polsce

W pierwszych dniach września 1960 r., po Konferencji Półprzewodników w Pradze, bawili w Polsce przez jeden do dwóch dni wybitni specjaliści fizyki ciała stałego, zaproszeni przez IF PAN i IBJ. Byli to profesorowie David L. Dexter (Rochester), Joseph Callaway (Riverside, California), Richard L. Petritz (Dallas, Texas) i R. Bałkański (Paryż).

Profesor Dexter jest wybitnym teoretykiem specjalizującym się w teorii własności optycznych półprzewodników i kryształów jonowych. Jego prace z nowoczesnej teorii ekscytonów oraz z teorii przesunięcia krawędzi absorpcji pod wpływem dyslokacji mają znaczenie trwale w teorii półprzewodników.

Profesor Callaway wykonał wiele rachunków struktury pasmowej metali i półprzewodników walencyjnych a obecnie pracuje nad zastosowaniem teorii pasmowej do teorii ferrytów.

Dr R. L. Petritz jest autorem cennych prac z teorii fotoprzewodnictwa i własności elektrycznych i optycznych półprzewodników. Pracuje obecnie w wielkiej firmie Texas Instruments Inc., prowadzącej roz-

ległe badania doświadczalne i teoretyczne półprzewodników jako też produkcję elementów półprzewodnikowych. Dr. Petritz interesował się żywo pracownikami półprzewodnikowymi prof. L. Sosnowskiego w IF PAN. Z Warszawy Dr Petritz udał się do Moskwy i Leningradu, aby zwiedzić tamtejsze pracownie i zakłady naukowe.

Dr Bałkański jest autorem ważnych prac, które dowiodły doświadczalnie istnienia ekscytonów. Wydaje się, iż obecnie laboratorium École Normale Supérieure w Paryżu stanowi po Malvern i Leningradzie jeden z najpoważniejszych ośrodków badań ekscytonowych w Europie.

### Profesor P. Blackett w Polsce

Dnia 10 września 1960 r. przybył do Warszawy na zaproszenie pełnomocnika do Spraw Energii Jądrowej, ministra J. Billiga, profesor Patrick Blackett, F.R.S., laureat Nobla z 1947 r. Profesor Blackett jest obecnie dyrektorem Wydziału Fizyki Imperial College w Londynie.

W dniu 11 września Profesor Blackett udał się do Nieborowa, gdzie przeprowadził rozmowę z profesorem Leopoldem Infeldem. Nazajutrz zwiedził Ośrodek Badań Jądrowych w Świerku, oprowadzany przez profesora Pawła Nowackiego.

13 września wygłosił odczyt w Pałacu Staszica na temat „*Magnetyzm skał, przesuwanie się kontynentów i dawne klimaty świata*”. Odczyt zgromadził fizyków i geofizyków, którzy z wielkim zainteresowaniem wysłuchali przeglądu nowych wyników badań, stwierdzających wyraźnie fakt przesuwania się kontynentów. Istnieją niewątpliwe korelacje namagnesowania skał, danych paleontologicznych, botanicznych i klimatologicznych wskazujące na przesuwanie się lądów, zwłaszcza Ameryki Południowej, Afryki, Indii i Australii. Różnorodne dane są zdumiewająco konsystentne.

14 września profesor Blackett udał się do Krakowa, gdzie profesor Henryk Niewodniczański pokazał mu Krakowski Ośrodek Badań Jądrowych w Bronowicach.

Profesor Blackett był już raz w Krakowie w roku 1947 na Międzynarodowym Zjeździe Unii Fizycznej.

Z Polski Profesor Blackett udał się do Budapesztu.

#### Międzynarodowa Konferencja Półprzewodników w Pradze

Międzynarodowe Konferencje Półprzewodników, które odbywały się w latach: 1950 w Reading, 1954 w Amsterdamie, 1956 w Garmisch-Partenkirchen, 1958 w Rochester, są największymi zgromadzeniami fizyków ciała stałego na świecie.

Ostatnia Konferencja tego typu została urządzona w Pradze w dniach od 29 sierpnia do 2 września 1960 r.

Przewidywany był udział około 500 uczestników, przyjechało ich 800. Przeważali raczej pracownicy instytutów typu przemysłowego. Wygłoszono przeszło 200 komunikatów i referatów przegląadowych.

#### Max von Laue

Dnia 24 kwietnia 1960 r. zmarł w Berlinie wskutek wypadku samochodowego Max von Laue, znakomity fizyk niemiecki.

Max Felix Theodor von Laue urodził się 9 października 1879 r. w Pfaffendorf pod Koblencją. Po ukończeniu gimnazjum rozpoczął studia fizyki w uniwersytecie sztrasburskim, zapewne wbrew życzeniu ojca, który pragnął dla niego kariery w armii pruskiej. W 1899 r. Max von Laue przeniósł się do Getyngi, gdzie znalazł się pod urokiem wielkiego matematyka Dawida Hilberta. W latach 1902—1904 słuchał wykładów Plancka w Berlinie. W r. 1903 uzyskał stopień doktora na podstawie pracy *Das Studium der Interferenzerscheinungen an planparallelen Platten*. W r. 1905 został docentem Uniwersytetu Berlińskiego i współpracownikiem Plancka. W tymże roku Einstein ogłosił swoje przełomowe prace o teorii zjawiska fotoelektrycznego i o szczególnej teorii względności. Laue jeden z pierwszych zaczął pracować w dziedzinie teorii względności. Te jego badania jak

również badania z dziedziny termodynamiki, teorii promieniowania i jego fenomenologiczna teoria nadprzewodnictwa niesłusznie są dziś zaćmione przez wielkie odkrycie ugięcia promieni X. W r. 1910 Laue wydał pierwszą obszerną monografię o teorii względności.

Od r. 1909 Max von Laue przebywał w Monachium gdzie znalazł się w atmosferze sprzyjającej pracy, która go doprowadziła do największego odkrycia. W. C. Röntgen był tam jeszcze czynny, a katedrę fizyki teoretycznej po Boltzmannie objął Sommerfeld, zdecydowany zwolennik poglądu, że promienie X mają naturę falową. Był tam również Paul von Groth, mineralog i krystalograf. Rozwijając znaną teorię siatek dyfrakcyjnych jednowymiarowych do teorii siatki trójwymiarowej i opierając się na przyjętej teorii kryształów, von Laue zaproponował eksperyment, który z jego zalecenia wykonali W. Friedrich i P. Knipping. Doświadczenie dało wynik przewidziany przez Lauego — wiązka promieni X przechodząc przez kryształ uległa ugięciu dając na kliszy obraz dyfrakcyjny. Było to odkrycie ogromnego znaczenia, które zapoczątkowało ważną gałąź zarówno w dziedzinie widm promieni X, jak i zagadnień strukturalnych. W r. 1914 Max von Laue otrzymał Nagrodę Nobla.

Po niedługim okresie pracy w Zurychu i Frankfurcie von Laue powrócił do Berlina, gdzie objął katedrę fizyki teoretycznej i wspólnie z Einsteinem kierował Kaiser Wilhelm Institutem. Przez długi czas przewodniczył na słynnych seminariach, zwanych „Laues Colloquium“. Skupiały one świetne grono fizyków, między innymi brali w nim udział Planck, Nernst, Einstein, Schrödinger, Lise Meitner, a później Debye i G. Hertz, J. von Neumann, Leo Szilard, E. Wiegner i F. London.

W okresie regimie'u narodowo-socjalistycznego von Laue okazał wielkość swojego charakteru odważnie przeciwstawiając się panującej tyranii. Był jedynym członkiem Pruskiej Akademii Nauk, który wyraził uroczysty protest przeciwko usunięciu z niej Einsteina. W r. 1943 otrzymał naganą od ministra oświaty za wymienienie nazwiska

Einsteina w czasie wykładu. Zareagował na to przez opublikowanie wkrótce później pracy *Ein relativistischer Beweis für das Wiensche Verschiebungsgesetz*. Przy końcu wojny von Laue znalazł się w miejscowości Hechingen. Po wojnie wszystkie siły skierował w odbudowę nauki niemieckiej.

Max von Laue był między innymi członkiem Papieskiej Akademii Nauk, londyńskiego Towarzystwa Królewskiego, dożywotnim honorowym prezesem Międzynarodowej Unii Krystalograficznej.

### Wander J. de Haas

Dnia 26 kwietnia 1960 r. zmarł Wander J. de Haas, znakomity fizyk holenderski.

De Haas urodził się w r. 1878 w Lisse koło Lejdy. Był uczniem Lorentza, Kuetena i Kamerlingh Onnesa. W r. 1911 uzyskał stopień doktorski na podstawie pracy o ściśliwości pary wodoru w pobliżu punktu wrzenia. Następnie przeniósł się do Berlina, gdzie współpracował z Einsteinem. Pracuje nad wykazaniem istnienia cząsteczkowych prądów Ampera w substancjach ferromagnetycznych, co doprowadza do wykrycia tak zwanego efektu Einsteina—de Haasa.

W czasie I wojny światowej de Haas powrócił do Holandii, gdzie został początkowo profesorem politechniki w Delft, później uniwersytetu w Groningen, a od r. 1924 uniwersytetu w Lejdzie. Wspólnie z W. H. Keesomem był dyrektorem Laboratorium Niskich Temperatur w Lejdzie

(później nazwanym Laboratorium Kamerlingh Onnesa. Mając 70 lat wycofał się w r. 1948 na emeryturę.

Poza odkryciem efektu Einsteina—de Haasa najważniejszymi osiągnięciami de Haasa są badania (wspólnie z van Alfvénem) nad zachowaniem się elektronów w metalach, prace nad demagnetyzacją adiabatyczną, badania nad mechanizmem przewodzenia ciepła w kryształach, badanie penetracji pola magnetycznego w głąb nadprzewodników.

De Haas był odznaczony francuską Legią Honorową i Orderem Lwa Holenderskiego. W latach 1948—51 był prezesem Międzynarodowego Instytutu Niskich Temperatur.

### Jean Thibaud

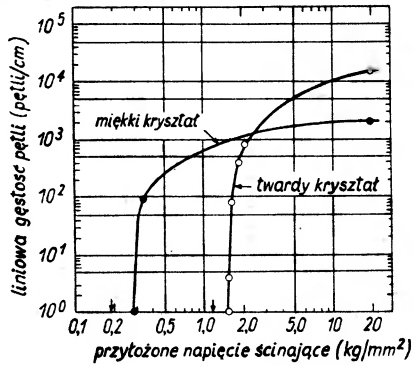
W dniu 29 maja 1960 r. zmarł na atak serca w wieku 59 lat Jean Thibaud, dyrektor Lyońskiego Instytutu Fizyki Jądrowej i członek Rady Naukowej francuskiego Komisariatu Energii Atomowej.

Jean Thibaud urodził się w Lyonie, kształcił się na Uniwersytecie Paryskim, gdzie w r. 1925 uzyskał stopień doktorski. W latach 1921—35 był asystentem M. de Broglie'a. W tym czasie opublikował wspólną pracę z A. Soltanem na temat długofalowego promieniowania X. W r. 1935 został profesorem Uniwersytetu Lyońskiego. W latach wojennych był profesorem Sorbony (1940—41) i dyrektorem Ecole de Physique et Chimie (1941—45). Po wojnie powrócił do Lyonu i objął stanowisko dyrektora Instytutu Fizyki Jądrowej.

## ERRATA

„Prędkość dyslokacji, gęstość dyslokacji i deformacja plastyczna kryształów fluorku litu” — W. G. Johnston i J. J. Gilman (Postępy Fizyki, **11** 419 (1960)).

Str. rys.	jest	powinno być
424 4	<i>Plaszczyzna ślizgania <math>\{110\}</math> Kierunek ślizgania <math>\langle 1\bar{1}0 \rangle</math></i>	<i>Plaszczyzna poślizgu <math>\{110\}</math> Kierunek poślizgu <math>\langle 110 \rangle</math></i>
427 8	$1/T \times 10^{-3}$	$1/T \times 10^3$
436 14	Zamiast zamieszczonego rysunku powinien być rysunek następujący:	



445 22	Strzałka przy $\delta_m$ powinna wskazywać na maksimum krzywych.
452 wiersz 1 od dołu	1953, p. 32. <span style="float: right;">1953, p. 62.</span>

# P O L S K I E   T O W A R Z Y S T W O   F I Z Y C Z N E

## ZARZĄD

Przewodniczący  
Prof. dr ALEKSANDER JABŁOŃSKI

czł. koresp. PAN

Wiceprzewodniczący  
Prof. dr J. ROLIŃSKI  
Doc. dr T. SKALIŃSKI

Sekretarz  
Dr D. FRĄCKOWIAK

Skarbnik  
Doc. dr M. MAJEWSKA

## PRZEWODNICZĄCY ODDZIAŁÓW TOWARZYSTWA

*Gdańsk* – Prof. dr IGNACY ADAMCZEWSKI  
*Gliwice* – Prof. mgr IRENA POSTĘPSKA  
*Kraków* – Doc. dr ANDRZEJ HRYNKIEWICZ  
*Lublin* – Doc. dr WŁODZIMIERZ ŻUK  
*Łódź* – Prof. dr FELIKS WIŚNIEWSKI  
*Poznań* – Prof. dr FELIKS KARAŚKIEWICZ  
*Szczecin* – Doc. dr JÓZEF KONARSKI  
*Toruń* – Dr STANISŁAW ŁĘGOWSKI  
*Warszawa* – Prof. dr WITOLD ŁANIECKI  
*Wrocław* – Prof. dr JÓZEF MAZUR

ADRES ZARZĄDU: WARSZAWA, ul. HOZA 69



## T R E Ś Ć

A. Jabłoński — Peter Pringsheim (na 80 rocznicę Jego urodzin, 19 marca 1961 r). . . . .	3
George E. Uhlenbeck — O pewnych nowych osiągnięciach mechaniki statystycznej (tłum. B. Średniawa) . . . . .	7
Henry A. Boorse — Niektóre aspekty doświadczalne nadprzewodnictwa (tłum. A. Grohman) . . . . .	19
B. Średniawa — O różnicy mas protonu i neutronu, część II . . . . .	39
S. Bażański — Zagadnienie ruchu w ogólnej teorii względności. . . . .	55
O. Czyżewski i R. Holyński Wielorodna generacja cząstek w zderzeniach nukleon-nukleon i $\pi$ -mezon-nukleon w przedziale energii akceleratorowych . . . . .	71
A. Wrzeczono — Destylacja i sublimacja manganu . . . . .	89

## ZE ZJAZDÓW I KONFERENCJI

Międzynarodowa Konferencja Fizyki Półprzewodników w Pradze (M. Suffczyński). . . . .	99
--	----

## RECENZJE

A. Jucys, J. Levinson, V. Vanagas — Matematyczny aparat teorii momenta koliczestwa dwizenija, Wilno 1960 (P. Zieliński) . . . . .	103
---	-----

KRONIKA . . . . .	105
-------------------	-----

## Warunki prenumeraty czasopisma

## „POSTĘPY FIZYKI” — dwumiesięcznik

Cena w prenumeracie zł 90.— rocznie, zł 45.— półrocznie

## Zamówienia i wpłaty przyjmują:

1. Przedsiębiorstwo Upowszechnienie Prasy i Książki „Ruch”, Kraków, ul. Worcella 6, konto PKO nr 4-6-777.
2. Urzędy pocztowe i listonosze.
3. Księgarnie „Domu Książki”.

Prenumerata ze zleceniem wysyłki za granicę 40% drożej. Zamówienia dla zagranicy przyjmuje Przedsiębiorstwo Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch”, Warszawa, ul. Wilcza 46, konto PKO nr 1-6-100.024.

Bieżące numery można nabyć lub zamówić w księgarniach „Domu Książki” oraz w Ośrodku Rozpowszechniania Wydawnictw Naukowych Polskiej Akademii Nauk — Wzorcownia Wydawnictw Naukowych PAN — Ossolineum — PWN, Warszawa, Pałac Kultury i Nauki (wysoki parter).

Tylko prenumerata zapewnia regularne otrzymywanie czasopisma.