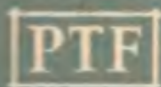


# POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK  
POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU  
WIEDZY FIZYCZNEJ



TOM IX

ZESZYT 4

---

1958

## RADA REDAKCYJNA

*Przewodniczący* — Szczepan Szczeniowski (Poznań),  
*Członkowie* — Władysław Kapuściński (Warszawa),  
Henryk Niewodniczański, czł. koresp. PAN (Kraków),  
Wojciech Rubinowicz, czł. rzec. PAN (Warszawa),  
Leonard Sosnowski (Warszawa)

## KOMITET REDAKCYJNY

*Redaktor Naczelny* — Ludwik Natanson (Warszawa)  
*Zastępca Redaktora Naczelnego* — Karol Majewski (Warszawa)  
*Red. Działu Fizyki Teoretycznej* — Przemysław Zieliński (Warszawa)  
*Red. Działu Fizyki Doświadczalnej* — Kazimierz Rosiński (Warszawa)  
*Sekretarz Redakcji* — Barbara Tulczyjew (Warszawa)

*Adres Redakcji:* Warszawa, Hoża 69

Maszynopisy prac należy nadsyłać w 2 egzemplarzach pod adresem redakcji.  
O przyjęciu do druku decyduje Rada Redakcyjna. Autorzy otrzymują  
25 odbitek bezpłatnie.

ZAKŁAD FIZYKI  
Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej  
w Lublinie

POLSKIE TOWARZYSTWO FIZYCZNE

# POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK POŚWIĘCONY UPOWSZECHNIANIU  
WIEDZY FIZYCZNEJ

TOM IX, ZESZYT 4

PAŃSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE

1958

**PANSTWOWE WYDAWNICTWO NAUKOWE**

**Warszawa 1, ul. Miodowa 10**

<b>Nakład 1750 egz. (1623 + 127)</b>	<b>Oddano do składania 22.V.58</b>
<b>Ark. wyd. 7,25. Ark. druk. 6,75</b>	<b>Podpisano do druku 25.IX.58</b>
<b>Druk. sat. III kl. 80 g. 70 × 100</b>	<b>Druk ukończono w październiku 1958.</b>
<b>Cena zł 15,—</b>	<b>Zamówienie nr 899/58</b> <span style="float: right;"><b>A-32</b></span>

**Drukarnia im. Rewolucji Październikowej, Warszawa**

*Tadeusz Piech*

Katedra Fizyki Technicznej AGH w Krakowie

## W 10 rocznicę śmierci profesora Konstantego Zakrzewskiego

W tym roku mija 10 lat od zgonu profesora Konstantego Zakrzewskiego, członka czynnego Polskiej Akademii Umiejętności, wieloletniego kierownika Zakładu Fizycznego Uniwersytetu Jagiellońskiego. Warto przy tej sposobności przypomnieć, zwłaszcza młodszemu pokoleniu, postać człowieka, który w rozwoju fizyki polskiej nowszych czasów odegrał poważną rolę.

Urodził się w Warszawie, 14 stycznia 1876, tam też pobierał początkowe nauki. Studia średnie w Państwowym Gimnazjum V przerwane zostały w roku 1893 aresztowaniem za należenie do tajnych organizacji młodzieżowych. Aresztowanie nie pociągnęło za sobą przykrejszych konsekwencji. Młody konspirator w drodze do więzienia zjadł kompromitujące go papiery, jakie miał przy sobie w chwili aresztowania. Skończyło się na kilkumiesięcznym pobycie w więzieniu śledczym, najpierw na historycznym „Pawiaku” w Warszawie, później w twierdzy petersburskiej. Z więzienia śledczego Zakrzewski został jednak zwolniony z tzw. „wilczym biletem” i osiedlony przymusowo na zapadłej wsi kieleckiej. „Wilczy bilet” nie pozwalał na kontynuowanie studiów w żadnym zakładzie naukowym imperium rosyjskiego. Wobec tego Zakrzewski przeszedł przez „zieloną granicę” do pozostającej pod zaborem austriackim Galicji i we Lwowie ukończył studia średnie, zdając tam w roku 1895 jako eksternista maturę.



W tymże samym roku zapisał się na wydział filozoficzny Uniwersytetu Jagiellońskiego. Jako miejsce wyższych studiów obrał krakowski uniwer-

sytet dlatego, że dla pragnących studiować fizykę był tu ośrodek o dużo lepszej atmosferze i tradycjach niż we Lwowie. Żywe tu jeszcze były wtedy tradycje prac W r ó b l e w s k i e g o, a kierownikiem laboratorium był godny jego następcą, o wyrobionej marce naukowiec i świetny pedagog, August Witkowski. Młody student musiał od razu zwrócić na siebie uwagę swoich przełożonych, bo już na drugim roku został demonstratorem przy laboratorium fizycznym uniwersytetu, z którym pozostał z małymi przerwami związany na całe życie, przechodząc kolejno coraz wyższe szczeble kariery naukowej.

I tak, studia kończy w roku 1900 uzyskaniem tytułu doktora. Potem wyjeżdża na parę miesięcy do Getyngi, następnie na dwa lata do Leydy. Habilituje się w roku 1908, a w trzy lata później zostaje już mianowany profesorem nadzwyczajnym fizyki doświadczalnej przy Uniwersytecie Jagiellońskim. W roku 1913 przenosi się do Lwowa, gdzie go zastaje pierwsza wojna światowa. Drugą wojnę przeżywa w Krakowie, do którego powraca w roku 1918. Umiera nagle, podczas pracy, 19 stycznia 1948 r.

Pierwszą samodzielną pracą Zakrzewskiego była opublikowana w wydawnictwach Akademii Umiejętności w Krakowie dysertacja doktorska pt.: *O sile elektromotorycznej wywołanej przez ruch cieczy w posrebrzonej rurze* (*Bull. de l'Ac. d. Crac.* 225—227, 1900 oraz *Phys. Zs.* 2, 146—147, 1900). Wykazał w niej młody doktorant całkowite opanowanie techniki eksperymentalnej, pomysłowość, która cechowała też zawsze wszystkie jego późniejsze prace, pozwalającą prostymi środkami podpatrzeć tajemnice natury, ponadto umiejętność teoretycznej interpretacji obserwowanego zjawiska. Wszystkie te, tak już wcześniej występujące cechy swojej indywidualności naukowej pogłębił następnie podczas studiów w laboratorium kryogenicznym w Leydzie. Przebywał tam dwa lata (1902—1904) jako asystent sławnego K a m e r l i n g h - O n n e s a. Nawiązał przy tej sposobności serdeczne stosunki z przebywającymi tam wówczas na studiach młodymi fizykami, między innymi z późniejszym kierownikiem laboratorium kryogenicznego w Leydzie K e e s o m e m, z którym i później utrzymywał żywy kontakt. Owocem pobytu w Leydzie były opublikowane wspólnie z K a m e r l i n g h - O n n e s e m trzy rozprawy, dotyczące określenia warunków współistnienia fazy ciekłej i gazowej mieszanin w niskich temperaturach (*Comm. from the Phys. Lab. Leiden, Suppl.* No 8 to No 85—96, 885—896, 1904; No 92, 191—206, 1904; No 92, 207—211, 1904). Doświadczenia nabytego w laboratorium lejdejskim nie wykorzystał niestety na gruncie krakowskim, dokąd później powrócił. Przyczyną tego było ubóstwo środków, jakimi wówczas zakład krakowski dysponował, a które nie pozwalało konkurować na większą skalę ze wspaniałe już wówczas rozwiniętymi pracowniami niskich temperatur za granicą. Zagadnienia ni-

skich temperatur, zwłaszcza metody ich wytwarzania, nie przestały go jednak interesować nigdy. W wiele lat później, w roku 1935, zainstalował w laboratorium krakowskim, co prawda na małą skalę, aparaturę do skraplania wodoru, opartą przez R u h e m a n a na zjawisku obniżenia temperatury gazu wskutek jego desorpcji w ciałach porowatych (*Fizyka i Chemia w Szkole*, VIII, 38—42, 1936).

Po powrocie z Leydy Z a k r z e w s k i zwraca na dłuższy czas uwagę na zagadnienia związane z teorią elektronową metali.

W nauce o elektryczności panowała w drugiej połowie XIX wieku teoria Maxwella. Dawała ona poprawny opis rozchodzenia się światła w próżni, nie była jednak w stanie wyjaśnić zachowania się światła przy przejściu przez materię. W szczególności nie potrafiła wytłumaczyć zjawiska dyspersji. Braki te miała uzupełnić teoria elektronowa metali. Wywodzi się ona z elektromagnetycznej teorii metali zbudowanej jeszcze przez M a x w e l l a. Po wprowadzeniu pojęcia elektronu rozbudował ją D r u d e, a Henryk Antoni L o r e n t z uzupełnił przez dodanie założeń dotyczących ruchu elektronów. Posłużył się on przy tym metodami statystycznymi, wprowadzonymi świeżo do teorii kinetycznej przez M a x w e l l a i B o l t z m a n n a. Z modelu metalu Lorentza można obliczyć związek tzw. „stałych optycznych” (tj. współczynnika załamania i współczynnika ekstynkcji) z innymi stałymi, dostępnymi bezpośrednio pomiarowi. Dla sprawdzenia więc założeń teorii elektronowej okazało się rzeczą konieczną doświadczalne przebadanie dyspersji stałych optycznych jak największej liczby metali.

Gdy Z a k r z e w s k i zainteresował się tą tematyką, materiału doświadczalnego było jeszcze bardzo mało. Wprawdzie już w roku 1890 D r u d e zapoczątkował te badania, lecz trudna technika pomiarowa nie zachęcała do zajmowania się tym problemem. Najczulszą i najdokładniejszą ze znanych wtedy metod wyznaczania stałych optycznych metali był pomiar eliptyczności światła odbitego od zwierciadeł metalowych, skąd przy pomocy wzorów F r e s n e l a można te stałe obliczyć. Prawie trzy lata poświęcił Z a k r z e w s k i na zaznajomienie się z tą trudną techniką pomiarową. Wynikiem tych studiów było opracowanie nowego typu analizatora eliptycznego, znanego w literaturze naukowej pod nazwą „analizatora Zakrzewskiego” (*Bull. de l'Acad.*, 1016, 1907), przyrządu służącego do pomiarów eliptyczności światła odbitego od zwierciadeł metalicznych. Od innych znanych typów analizatorów różni się tym, że oparty jest na metodzie półcieniowej, jest zatem czulszy od poprzednio używanych przyrządów nastawianych na maksimum ciemności w polu widzenia. Posiada ponadto i tę zaletę, że nie wymaga kalibracji.

W szeregu doskonałych prac pomiarowych *Zakrzewski* mierzy następnie dyspersję stałych optycznych platyny, grafitu, niklu i cynku, publikuje również szereg teoretycznych przyczynków do teorii *Druogo* i *Lorentza*. Wyniki badań w tej dziedzinie zarówno swoich jak i innych badaczy, streścił *Zakrzewski* w pięknej monografii *O dyspersji i ekstynkcji światła w metalach*, jaka się ukazała w 1913 roku, w XXIV tomie „Prac Matematyczno-Fizycznych” poświęconym pamięci *Augusta Witkowskiego*. Podaje w niej również wyniki dyskusji, która się przy tym rozwinęła. Okazało się bowiem, że w jednym tylko wypadku, mianowicie rtęci, wnioski wypływające z teorii *Lorentza* są zgodne z doświadczeniem. Założenia teorii nie odpowiadają zatem rzeczywistości. By uzyskać pewne wskazówki, jak je należy zmodyfikować, poczęto stosować tę teorię do innych jeszcze dziedzin zjawisk. Między innymi zbadano, jaki jest jej stosunek do teorii promieniowania ciała doskonale czarnego. Jak wynika z rozważań także samego *Zakrzewskiego*, teoria *Lorentza* prowadzi do wzoru *Rayleigha* na gęstość promieniowania ciała doskonale czarnego, wzoru niezgodnego z doświadczeniem. Pochodzi to, jak dziś wiemy stąd, że na czele teorii stoi założenie, iż do elektronów można stosować zasadę ekwipartycji energii. W cytowanej pracy *Zakrzewski* zwraca uwagę, że tę trudność dałoby się może usunąć przez wprowadzenie do teorii metali stosowanej już wtedy w innych działach fizyki molekularnej hipotezy kwantów *Plancka*. W wiele lat później pokazał *Sommerfeld*, że istotnie tą drogą można usunąć wiele trudności.

Okres pobytu w Krakowie, po powrocie z *Leydy*, był jak widzimy bardzo owocny. *Zakrzewski* należał do czołówki fizyków sprawdzających doświadczalnie teorię elektronową *Lorentza*. Zaczął nawet skupiać koło siebie współpracowników celem rozszerzenia badań, gdy te przygotowania przerwało w roku 1913 powołanie go na katedrę fizyki teoretycznej w Uniwersytecie *Lwowskim*. Pobyt we *Lwowie* zbiegł się z ciężkimi latami pierwszej wojny światowej. Podczas wojny, jak wiadomo, Muzy nie mają specjalnego pola do popisu, toteż poza dwoma drobnymi przyczynkami z termodynamiki nie zdołał *Zakrzewski* nawet rozpocząć żadnej poważniejszej pracy. Gdy w roku 1917 zmarł w Krakowie *Smoluchowski*, na opróżnioną przez niego katedrę Senat Uniwersytetu *Jagiellońskiego* powołał *Zakrzewskiego*, jako najbardziej godnego kierowania Zakładem, którego kolejnymi kierownikami byli tak wybitni fizycy, jak *Wróblewski*, *Witkowski*, *Smoluchowski*.

W tym drugim krakowskim okresie, trwającym z kilkuletnią przerwą wojenną przeszło trzydzieści lat, zorganizował tu *Zakrzewski* poważny ośrodek badań, skupiający i szkolący liczne grono młodych pracowników naukowych. Nie była to sprawa łatwa. Środki, jakie na ten cel mogło



przeznaczyć nasze młode odbudowujące się państwo, były nader skromne. Mimo tych trudności powstał ośrodek, który w okresie międzywojennym spełnił swoje zadanie. Miarą wyników pracy ośrodka to pięćdziesiąt z górą publikacji, jakie się w tym okresie ukazały pod firmą krakowskiego zakładu. To pokaźny zastęp samodzielnych pracowników naukowych, którzy rozsiani obecnie po różnych ośrodkach naukowych przeszli swojego czasu przez Zakład Fizyczny Uniwersytetu Jagiellońskiego jako Zakrzewskiego asystenci, doktoranci, względnie przeprowadzający u niego habilitację. W tym sensie uczniami Zakrzewskiego są: Jeżewski, Mięsowicz, Piekara, Piech, Rozental, Wesołowski, Jagielski, Gierula, Kozłowski. Liczba ich byłaby jeszcze większa: podczas wojny zginęli świeżo habilitowani docenci Dobiński i Dobrzyński.

W pracach ośrodka dominowały badania dielektrycznych własności ciał. Nietrudno zrozumieć, dlaczego Zakrzewski przeszedł do tej właśnie tematyki. Jak widzieliśmy, okres weryfikacji teorii Lorentza został definitywnie zakończony, a dalszy rozwój tego kierunku rozpocznie dopiero później Sommerfeld. Przy badaniach zaś dielektryków posługujemy się podobnymi jak tam modelami. Przecież debajowski model dielektryka wywodzi się z teorii elektronowej Lorentza, uzupełnionej założeniem o trwałych dipolach.

Z ważniejszych osiągnięć szkoły Zakrzewskiego w dziedzinie badań nad stałą dielektryczną należy wymienić opracowanie rezonancyjnej metody pomiaru pojemności, opracowanie nowego typu kondensatora, w którym ciało badane jest oddzielone od okładek warstwą dielektryka, a więc w którym można badać substancje atakujące okładki, wreszcie wykrycie niewytłumaczonego dotychczas „quasidipolowego” zachowania się pierwiastków z grupy chlorowców. Z jego również inspiracji rozpoczął Jeżewski badania nad własnościami elektrycznymi ciekłych kryształów. Prace te kontynuowane później w Zakładzie Fizyki AGH w Krakowie, częściowo wspólnie z Mięsowiczem, doprowadziły do wykrycia interesujących efektów — wpływu pola elektrycznego i magnetycznego na stałą dielektryczną i inne własności tych ciał.

Badania szkoły Zakrzewskiego nie ograniczały się do tej tylko wąskiej specjalności. Zajmowano się tu też badaniami lepkości, własności krótkich fal elektromagnetycznych, dyfrakcją elektronów, efektem Kerr'a, promieniami kosmicznymi. Choć Zakrzewski był inicjatorem i duszą większości prac wykonanych w Zakładzie, pozwalał wielkodusznie na nieumieszczanie w publikacjach swego nazwiska jako współautora. Nie narzucał jednak nigdy tematów, ani metod rozwiązania. Kierował pracami dyskretnie, pozwalając rozwijać się indywidualnościom z całą swobodą.

A doradzać w kłopotach umiał wybornie. Posiadał węż eksperymentatora, dzięki któremu potrafił zawsze zaproponować trafne rozwiązania doświadczalnych problemów. Jako potwierdzenie tego faktu niech służy następujący przykład.

W związku z pracą nad otrzymywaniem krótkich, słabo tłumionych fal elektromagnetycznych (*Bull. de l'Ac. Pol. des Sc.*, 248—256, 1932), wpada na śmiały pomysł przepuszczania fal silnie tłumionych przez rurę metalową o przekroju kwadratowym. Jak się okazało, otrzymuje się wtedy falę silnie obciążoną, ale za to słabo tłumioną. Była to właściwie zastosowana po raz pierwszy, a obecnie powszechnie w technice fal ultrakrótkich używana, zasada falowodu. Trudno powiedzieć, czy w historii wprowadzenia falowodu tego typu do techniki fal ultrakrótkich praca ta odegrała jakąś rolę, w każdym bądź razie była cytowana swego czasu w zagranicznej literaturze fachowej.

Sam **Zakrzewski**, poza kierowaniem pracami swoich uczniów, zajmuje się w ostatnich latach, oprócz wspomnianych już badań nad wytwarzaniem i absorpcją krótkich fal elektromagnetycznych, badaniami nad efektem Kerra oraz doświadczalnym sprawdzeniem praw Kirchhoffa. Po ostatniej wojnie, mimo braku przyrządów, czasu i spokoju, z ocalałych dosłownie szczątków dawnych przyrządów zakładowych zestawia aparaturę do badań polaryzacji światła w procesie emisji. Przy pracy tej spędza z zapalem ostatnie dni swego pracowitego życia.

Pedagogiczna działalność **Zakrzewskiego** nie ograniczała się tylko do funkcji wykładowcy i kierownika laboratorium naukowego. Literatura naukowa zawdzięcza mu kilka doskonałych, do dziś pod pewnymi względami niezastąpionych podręczników. Na opracowanym wspólnie z **Witkowskim** *Zarysie fizyki*, który doczekał się aż pięciu wydań, wykształciło się całe pokolenie polskich fizyków i przyrodników. Uniwersytecki podręcznik *O promieniotwórczości* był do czasu ukazania się polskiego przekładu podręcznika **Skłodowskiej** jedynym obszerniejszym wykładem tego przedmiotu w języku polskim. Starsi pamiętają dobrze wyczerpany już obecnie, opracowany wspólnie z **Natansonem**, wyborny podręcznik dla szkół gimnazjalnych pt. *Nauka fizyki*. Pod względem oryginalności ujęcia odbiega on wybitnie od stosowanego zwykle w tych wypadkach szablonu. Liczne artykuły popularne, jakie pozostawił po sobie w różnych czasopismach naukowych, cechowała zawsze oprócz umiejętności wykładu niezwykła swada literacka. Godnym wspomnienia jest odczyt, jaki wygłosił w rocznicę skroplenia składników powietrza na posiedzeniu Krakowskiego Oddziału Polskiego Towarzystwa Fizycznego, a który ukazał się następnie drukiem w *Przeglądzie Technicznym* (1938).

W uznaniu zasług naukowych Polska Akademia Umiejętności nadała Zakrzewskiemu w roku 1920 godność członka korespondenta, a w roku 1932 członka czynnego. Ponadto w tymże samym roku został odznaczony krzyżem komandorskim orderu „Odrodzenia Polski”.

Osobny rozdział jego działalności to udział w pracach organizacyjnych fizyki polskiej. Zawsze chętnie oddawał w tym celu swój czas i energię. Przed pierwszą wojną światową był przez wiele lat czynnym członkiem Zarządu Towarzystwa Przyrodników im. Kopernika, a gdy po odzyskaniu niepodległości organizuje się Polskie Towarzystwo Fizyczne, jest pierwszym przewodniczącym Krakowskiego Oddziału. W roku 1947 z jego głównie inicjatywy utworzyła Polska Akademia Umiejętności specjalną komisję pn. „Komisja Stacyj Badań Promieniowania Kosmicznego”. Miała ona na celu koordynować i w miarę możliwości subwencjonować badania prowadzone z tej dziedziny w Krakowie zarówno w Uniwersytecie jak i Akademii Górniczej. Dzięki pomocy finansowej tej Komisji została ukończona w Zakładzie Fizyki Akademii Górniczej poważna praca doświadczalna na temat promieni kosmicznych w kopalni soli w Wieliczce.

Odnaczał się niezwykle skromnością, wzbraniając się zawsze przed obejmowaniem szczytnych godności i stanowisk uniwersyteckich. Raz tylko zdołano go nakłonić do objęcia stanowiska Dziekana Wydziału Filozoficznego UJ w roku akademickim 1928/29. Pozostawił wtedy po sobie pamięć człowieka niezwykle taktownego, sprawiedliwego, podchodzącego do spraw urzędowych nie rygorystycznie, ale z pełnym wyrozumienia sercem. To serdeczne nastawienie do ludzi cechowało zawsze jego stosunki z kolegami, współpracownikami, uczniami. Mimo pozornej szorstkości posiadał rzadko spotykany, niezmiernie ujmujący sposób bycia. Ktokolwiek choćby raz miał się sposobność o tym przekonać, w tego pamięci pozostanie na zawsze wspomnienie niepospolitego uroku, jakim sobie ludzi przy osobistym ze sobą zetknięciu ujmował.

W czasie okupacji los dotknął go osobiście bardzo boleśnie. Stracił dwóch synów, Kazimierza, profesora Uniwersytetu Warszawskiego, rozstrzelanego w Palmirach pod Warszawą, oraz Władysława, inżyniera-architekta, zmarłego w obozie koncentracyjnym w Gros Rosen. Mimo tych ciężkich osobistych przeżyć reprezentował zawsze typ człowieka pełnego optymizmu i nadziei na przyszłość. W ponurych dniach okupacji dom Państwa Zakrzewskich stał się miejscem, gdzie można było zawsze znaleźć i radę w trudnych sytuacjach, i otuchę na przyszłość, a nierzadko i pomoc materialną. W stworzeniu tej prawdziwie rodzinnej atmosfery dzielnie pomagała Profesorowi jego żona, znana literatka, Helena Zakrzewska.

Taką była przedstawiona tu sylwetka jednego z twórców pierwszego w historii Polski niepodległej okresu fizyki polskiej. Okresu, jak widzie-

liśmy, trudnego, mającego jednak niewątpliwie pewne osiągnięcia. Może przyszłym pokoleniom omawiane tu problemy i troski wydadzą się błahe, wysiłki zmarnowane, sukcesy wątpliwe. Pamiętajmy jednak, że nauka była zawsze i będzie wytworem wspólnej pracy wielu ludzi. Że każdy najdrobniejszy nawet przyczynek zapewnia ciągłość jej rozwoju i chroni od skostnienia. Temu niech służy to wspomnienie o godnym szacunku i naśladowania wzorze człowieka nauki i nauczyciela.

W. Heisenberg

Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

## Model Lee i kwantyzacja nieliniowych równań pola\*<sup>1</sup>

### 1. Wstęp

W swojej analizie modelu Lee [2] Källena i Pauli [1] wskazali na fakt, że renormalizacja modelu źródła punktowego może być formalnie przeprowadzona jedynie przez wprowadzenie nieokreślonej metryki w przestrzeni Hilberta<sup>2</sup>. W tym wypadku pojawiają się dyskretne stany — „*duchy*” („*ghost-states*”) o ujemnej normie i przez to naruszona jest unitarność macierzy  $S$  w problemach rozpraszania. Nie można podać interpretacji poprzez prawdopodobieństwa kwantowe.

Z drugiej strony, w pewnych pracach dotyczących modelu teorii cząstek elementarnych [4] została wprowadzona nowa metoda kwantyzacji nieliniowych równań falowych również oparta na zastosowaniu nieokreślonej metryki w przestrzeni Hilberta. Całkowita przestrzeń Hilberta jest złożona z dwóch części, z których jedna, przestrzeń Hilberta I, zawiera wszystkie zwykłe stany układu i posiada metrykę dodatnią. Druga część, przestrzeń Hilberta II, zawiera stany innego rodzaju, które mogą być, przynajmniej częściowo, opisane jako „*duchy dipolowe*” („*dipole-ghosts*”), tj. stany złożone z jednego stanu zwykłego i jednego stanu — „*ducha*” o tej samej masie. Stany przestrzeni Hilberta II zmieniają komutator w taki sposób, że funkcje  $\delta$  i  $\delta'$  nie pojawiają się na stożku świetlnym i że funkcje falowe  $\psi$  i  $\psi^\dagger$  antykomutują w całej podprzestrzeni  $t = \text{const}$ . Takie zachowanie jest istotne dla zbieżności teorii. Wysłunięto argumenty wykazujące, że w tej metodzie kwantyzacji macierz  $S$  pozostaje unitarna, w przeciwieństwie do przypadku rozpatrywanego przez Källena i Pauliego; ale dotąd nie podano całkowitej analizy struktury teorii.

Stałe modelu Lee mogą być dobrane w taki sposób, aby energia stanów — „*duchów*” stała się równa energii zwykłych cząstek  $V$  (paragraf 2. 3

\* Artykuł jest tłumaczeniem pracy ogłoszonej w Nucl. Phys. 4, 532 (1957), wydrukowanym za zgodą autora i wydawcy.

<sup>1</sup> Zasadnicza część tej pracy powstała w wyniku rozległej korespondencji z W. Paulim, któremu autor jest wdzięczny za wiele wartościowych sugestii. R. Haag przyczynił się do rozdziałów 2 i 4.

<sup>2</sup> Metryka nieokreślona w przestrzeni Hilberta po raz pierwszy była wprowadzona przez Diraca [3].

obecnej pracy). Proces renormalizacji prowadzi w tym przypadku do sytuacji bardzo podobnej do tej, jaka się pojawia we wspomnianej wyżej nowej metodzie kwantyzacji: zrenormalizowane funkcje falowe  $\psi_v$  i  $\psi_v^*$  antykomutują w całej podprzestrzeni  $t = \text{const}$  i dodatkowe stany przestrzeni Hilberta II są „*dipolowymi duchami*” („*dipole ghosts*”). Wydaje się przeto, że analiza tego układu umożliwi jaśniejsze spojrzenie na strukturę i konsekwencje metody kwantyzacji naszkicowanej powyżej. W obecnej pracy zamierzamy przedstawić tę analizę i tym samym rozstrzygnąć zagadnienie, czy nieokreślona metryka w przestrzeni Hilberta może być użyta do opisu rzeczywistych zjawisk. W rozdziale 2 i 3 przedyskutujemy model Lee w specjalnym przypadku stanów „*duchów dipolowych*”. Problemy bardziej podstawowe, dotyczące struktury przestrzeni Hilberta z nieokreśloną metryką rozpatrzemy w rozdziale 4. Wyniki zostaną zastosowane do modelu Lee i przedyskutowane w rozdziałach 5 i 6.

## 2. Model Lee; część $N + \Theta$

### 2.1. Ogólny opis modelu Lee

W modelu Lee wprowadza się trzy typy cząstek:  $V$ ,  $N$  i  $\Theta$ . Oddziaływanie dopuszcza jedynie przejścia

$$V \rightarrow N + \Theta, \quad N + \Theta \rightarrow V.$$

Jeżeli przez  $n_v$ ,  $n_N$  i  $n_\Theta$  oznaczymy liczby tych cząstek, to dwie wielkości

$$n_1 = n_v + n_N, \quad n_2 = n_v + n_\Theta \quad (1)$$

są stałymi ruchu. Można więc pełny zbiór stanów układu podzielić na części odpowiadające ustalonym wartościom  $n_1$  i  $n_2$ .

Hamiltonian można zapisać w przestrzeni pędów w postaci

$$H = m_v \int \psi_v^*(\vec{p}) \psi_v(\vec{p}) d^3p + m_N \int \psi_N^*(\vec{q}) \psi_N(\vec{q}) d^3q + \int \omega(\vec{k}) a^*(\vec{k}) a(\vec{k}) d^3k - \frac{g_0}{\sqrt{4\pi}} \int \frac{f(\omega)}{\sqrt{2\omega}} \delta(\vec{p} - \vec{q} - \vec{k}) [\psi_v^*(\vec{p}) \psi_N(\vec{q}) a(\vec{k}) + a^*(\vec{k}) \psi_N^*(\vec{q}) \psi_v(\vec{p})] d^3p d^3q d^3k; \quad (2)$$

$\vec{p}$ ,  $\vec{q}$  i  $\vec{k}$  są tutaj wektorami pędu,  $\omega = (m_\Theta^2 + k^2)^{1/2}$ ;  $f(\omega)$  jest funkcją obciążenia.

Model źródła punktowego charakteryzuje  $f(\omega) = 1$ . W tym ostatnim przypadku Hamiltonian można reprezentować po prostu w zwykłej przestrzeni. Kładąc

$$\begin{aligned} a(\vec{x}) &= (2\pi)^{-3/2} \int \frac{a(\vec{k})}{\sqrt{2\omega}} e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} d^3k, \quad \varphi(\vec{x}) = a(\vec{x}) + a^*(\vec{x}), \\ \Pi(\vec{x}) &= \frac{(2\pi)^{-3/2}}{2i} \int \sqrt{2\omega} \left[ a(\vec{k}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} - a^*(\vec{k}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \right] d^3k, \\ a(\vec{x}) &= \frac{1}{2} \left[ \varphi(\vec{x}) + i \int \frac{e^{-m_\Theta|\vec{x}-\vec{x}'|}}{|\vec{x}-\vec{x}'|} \Pi(\vec{x}') d^3x' \right] \end{aligned} \quad (3)$$

i pomijając nieskończoną stałą addytywną w  $H$  otrzymuje się:

$$\begin{aligned}
 H = & m_v \int \psi_v^*(\vec{x}) \psi_v(\vec{x}) d^3x + m_N \int \psi_N^*(\vec{x}) \psi_N(\vec{x}) d^3x + \\
 & + \frac{1}{2} \int [II^2(\vec{x}) + (\text{grad } \varphi)^2 + m_\phi^2 \varphi^2] d^3x - \\
 & - g_0 \pi \sqrt{2} \int [\psi_v^*(\vec{x}) \psi_N(\vec{x}) a(\vec{x}) + a^*(\vec{x}) \psi_N^*(\vec{x}) \psi_v(\vec{x})] d^3x.
 \end{aligned} \quad (4)$$

Dla uproszczenia, w równaniach (2) i (4) założono, że energia cząstek  $V$  i  $N$  nie zależy od ich pędu. Pod tym względem model Lee różni się bardzo od modelu teorii cząstek elementarnych, dyskutowanego we wstępie, a także jest raczej daleki od rzeczywistości fizycznej.

Związki komutacyjne dla niezrenormalizowanych funkcji falowych są konwencjonalne:

$$\begin{aligned}
 \{ \psi_v^*(\vec{p}), \psi_v(\vec{p}') \} &= \{ \psi_N^*(\vec{p}), \psi_N(\vec{p}') \} = \delta(\vec{p}, \vec{p}'), \\
 \{ \psi_v(\vec{p}), \psi_v(\vec{p}') \} &= \{ \psi_N(\vec{p}), \psi_N(\vec{p}') \} = \dots = 0, \\
 [a(\vec{k}), a^*(\vec{k}')] &= \delta(\vec{k}, \vec{k}'), \\
 [a(\vec{k}), \psi_v(\vec{p})] &= 0, \\
 \{ \psi_v^*(\vec{x}), \psi_v(\vec{x}') \} &= \{ \psi_N^*(\vec{x}), \psi_N(\vec{x}') \} = \delta(\vec{x}, \vec{x}'), \\
 [II(\vec{x}), \varphi(\vec{x}')] &= -i \delta(\vec{x}, \vec{x}').
 \end{aligned} \quad (5)$$

W równaniach (2) i (4) można bez zmniejszenia ogólności położyć masę  $m_N$  równą zero, ponieważ ta stała ustala po prostu punkt zerowy skali energii w każdej części modelu. Możemy przeto założyć

$$m_N = 0. \quad (6)$$

## 2.2. Rozwiązanie równania Schrödingera dla części $\left( \begin{smallmatrix} N + \Theta \\ V \end{smallmatrix} \right)$

Najprostszy, nietrywialny przypadek modelu Lee otrzymujemy dla wartości  $n_1 = n_2 = 1$  charakteryzujących część  $\left( \begin{smallmatrix} N + \Theta \\ V \end{smallmatrix} \right)$ . W tej części ogólny stan można zdefiniować następująco

$$|\Phi\rangle = (c\psi_v^* + \psi_N^* \int \varphi(\vec{k}) a^*(\vec{k}) d^3k) |0\rangle. \quad (7)$$

Ponieważ kinetyczna energia cząstek  $N$  lub  $V$  została pominięta, możemy traktować położenie tych cząstek jako ustalone w początku układu. Operatory  $\psi_v^*$  i  $\psi_N^*$  bez wyszczególnionych argumentów będą się odnosić do kreacji cząstek  $V$  lub  $N$  w początku układu. Ze związków (5) otrzymujemy wtedy  $\{\psi_v^*, \psi_v\} = \{\psi_N^*, \psi_N\} = 1$ , Równanie (7) możemy uprościć, zapisując

$$\Phi = \begin{cases} c \\ \varphi(\vec{k}). \end{cases} \quad (8)$$

Działając hamiltonianem na  $\Phi$  otrzymujemy

$$H\Phi = \Phi' = \begin{cases} c' \\ \varphi'(\vec{k}), \end{cases} \quad (9)$$

gdzie

$$\begin{aligned} c' &= m_v c - \frac{g_0}{\sqrt{4\pi}} \int \frac{f(\omega)}{\sqrt{2\omega}} \varphi(\vec{k}) d^3k, \\ \varphi'(\vec{k}) &= \omega \varphi(\vec{k}) - \frac{g_0}{\sqrt{4\pi}} \frac{f(\omega)}{\sqrt{2\omega}} c. \end{aligned} \quad (10)$$

Jak widać z (10) oddziaływanie występuje tylko w stanach  $S$ . Ograniczając obliczenia do tych stanów można położyć  $\varphi(k) = \psi(k)/k(4\pi)^{1/2}$ . Ponieważ będziemy zajmowali się później jedynie granicznym przypadkiem źródła punktowego, możemy pominąć funkcję obciążenia  $f(\omega)$ , przeprowadzić całkowanie w przestrzeni  $\vec{k}$  lub  $\omega$  tylko do górnej granicy  $\hat{\omega}$  i przejść następnie z  $\hat{\omega}$  do nieskończoności. Równanie Schrödingera

$$H\Phi = E\Phi \quad (11)$$

daje dla stanów  $S$

$$(\omega - E)\psi(k) = \frac{g_0 k}{\sqrt{2\omega}} \cdot c, \quad (12a)$$

$$(m_v - E)c = g_0 \int \frac{k}{\sqrt{2\omega}} \psi(k) dk. \quad (12b)$$

W ciągłej części widma energii  $E = (m_\theta^2 + k_0^2)^{1/2} \geq m_\theta$  możemy zgodnie z (12a) położyć

$$\psi(k) = \delta(k - k_0) - \frac{g_0 k c}{(E - \omega + i\gamma)\sqrt{2\omega}} \quad (\gamma \rightarrow 0), \quad (13)$$

przy czym addytywny wyraz  $i\gamma$  ( $\gamma \rightarrow 0$ ) w mianowniku prowadzi w zwykły sposób do fal wychodzących. Wtedy z (12b) otrzymujemy

$$c \left[ m_v - E + g_0^2 \int \frac{k^2 dk}{2\omega(E - \omega + i\gamma)} \right] = \frac{g_0 k_0}{\sqrt{2\omega_0}}. \quad (14)$$



Wygodnie jest wprowadzić funkcję  $h(z)$  zmiennej zespolonej  $z$ :

$$h(z) = \frac{z - m_0}{g_0^2} + \int \frac{k^2 dk}{2\omega(\omega - z)}. \quad (15)$$

Jest to regularna, analityczna funkcja w płaszczyźnie  $z$  przeciętej wzdłuż osi rzeczywistej od  $z = m_0$  do  $+\infty$ . Jej wartości po obu stronach ( $\pm i$ ) przecięcia będziemy nazywali  $h^\pm$ :

$$h^\pm(E) = \bar{h}(E) \pm \pi i \frac{k_0}{2}; \quad (16)$$

$\bar{h}(E)$  jest funkcją rzeczywistą. Z (14) otrzymuje się

$$h^+(E)g_0c = -\frac{k_0}{\sqrt{2E}} \quad (17)$$

oraz

$$\psi(k) = \delta(k - k_0) + \frac{k k_0}{2\sqrt{\omega E} (E - \omega + i\gamma)h^+(E)}. \quad (18)$$

Faza fali rozproszonej wyraża się przez

$$e^{2i\delta(E)} \equiv S(E) = 1 - \frac{\pi i k_0}{h^+(E)} = 1 - \frac{h^+ - h^-}{h^+} = \frac{h^-}{h^+}, \quad (19)$$

a z wyrażenia (16)

$$\text{tg } \delta(E) = -\pi \frac{k_0}{2\bar{h}(E)}. \quad (20)$$

W punktowej części widma energii ( $E < m_0$ ) równanie (12a) prowadzi do

$$\psi(k) = \frac{g_0 k}{\sqrt{2\omega(\omega - E)}} \cdot c \quad (21)$$

i

$$h(E) = 0. \quad (22)$$

Stany własne widma punktowego wyznaczają zera funkcji  $h(E)$ , odpowiednie funkcje własne dane są przez (21).

### 2.3. Dyskusja funkcji $h(E)$

Całka po prawej stronie (15) jest rozbieżna liniowo w granicy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$ . Wygodnie jest zatem użyć związku

$$\frac{1}{\omega - z} = \frac{1}{\omega} + \frac{z}{\omega^2} + \frac{z^2}{\omega^2(\omega - z)} \quad (23)$$

i położyć

$$h(z) = a + bz + z^2 G(z), \quad (24)$$

gdzie

$$a = -\frac{m_v}{g_0^2} + \int \frac{k^2 dk}{2\omega^2}, \quad b = \frac{1}{g_0^2} \int \frac{k^2 dk}{2\omega^3}, \quad (25)$$

$$G(z) = \int \frac{k^2 dk}{2\omega^3(\omega - z)}. \quad (26)$$

W  $G(z)$  można od razu przejść do granicy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$  otrzymując, przy  $\xi = z/m_0$

$$2m_0 \overline{G(z)} = \frac{\pi}{2\xi^2} + \frac{1}{\xi} + \begin{cases} \frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi^2} \ln(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) & \text{dla } \xi \leq -1, \\ -\frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi^2} \left[ \frac{\pi}{2} + \arcsin \xi \right] & \text{dla } -1 \leq \xi \leq 1 \\ -\frac{\sqrt{\xi^2 - 1}}{\xi^2} \ln(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) & \text{dla } 1 \leq \xi. \end{cases} \quad (27)$$

Dla  $\xi > 1$  bierze się wartość główną całki. Całki występujące w (25) są rozbieżne w granicy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$ . Skończone wartości  $a$  i  $b$  mogą więc być otrzymane jedynie dla ujemnych wartości  $g_0^2$ , czyli urojonych  $g_0$ . Z (25) otrzymuje się w granicy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$

$$g_0^2 \sim -\frac{2}{\ln \hat{\omega}}, \quad m_v \sim -\frac{\hat{\omega}}{\ln \hat{\omega}}. \quad (28)$$

Källén i Pauli pokazali, że urojone wartości  $g_0$  są zgodne z założeniem samo-stowarzyszonego lub, jak będziemy dalej mówić, pseudo-hermitowskiego Hamiltonianu jedynie w przypadku wprowadzenia nieokreślonej metryki w przestrzeni Hilberta. Norma wszystkich stanów z nieparzystą liczbą cząstek  $V$  musi być brana ze znakiem ujemnym. Aby uwzględnić tę zmianę i jednocześnie zachować w mocy obliczenia paragrafów 2.2 i 2.3 niniejszej pracy, należy zastąpić pewne z podstawowych równań paragrafów 2.1 i 2.2 przez następującą, poprawioną wersję:

$$\{\psi_v^*(\vec{p}), \psi_v(\vec{p}')\} = -\delta(\vec{p}, \vec{p}'), \quad \{\psi_v^*(\vec{x}), \psi_v(\vec{x}')\} = -\delta(\vec{x}, \vec{x}'), \quad \{\psi_v^*, \psi_v\} = -1; \quad (5R)$$

$$\begin{aligned} H = & -m_v \int \psi_v^*(\vec{p}) \psi_v(\vec{p}) d^3p + m_N \int \psi_N^*(\vec{q}) \psi_N(\vec{q}) d^3q + \int \omega(\vec{k}) a^*(\vec{k}) a(\vec{k}) d^3k \\ & - \frac{g_0}{\sqrt{4\pi}} \int \frac{f(\omega)}{\sqrt{2\omega}} \delta(\vec{p} - \vec{q} - \vec{k}) [-\psi_v^*(\vec{p}) \psi_N(\vec{q}) a(\vec{k}) + \\ & + a^*(\vec{k}) \psi_N^*(\vec{q}) \psi_v(\vec{p})] d^3p d^3q d^3k \end{aligned} \quad (2R)$$

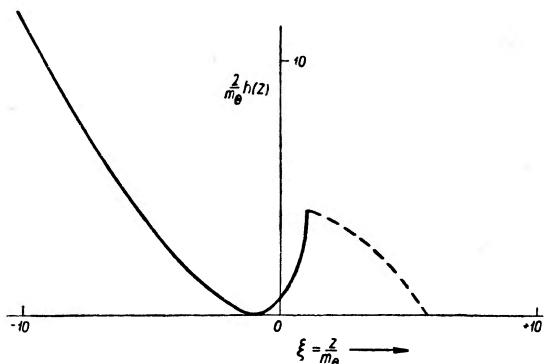
i analogicznie dla (4R) w zwykłej przestrzeni. Pseudo-hermitowski charakter  $H$  jest natychmiast widoczny z (2R). Ostatecznie

$$\Phi \rangle = (-c\psi_0^* + \psi_0^* \int \varphi(\vec{k}, a^*(\vec{k}, d^3k) | 0 \rangle. \tag{7R}$$

Po zastąpieniu równań (2), (5) i (7) przez (2R), (5R) i (7R) równania paragrafów 2.2 i 2.3 zachowują swą pierwotną postać, pomimo że  $g_0$  jest urojone. Własności przestrzeni Hilberta z metryką nieokreśloną będą rozpatrywane w rozdziale 4 tej pracy.

Na razie możemy zadowolić się dyskusją własności funkcji  $h(z)$  w granicy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$ . Ponieważ  $d^2h/dz^2 > 0$  dla  $z < m_\theta$  oraz  $(dh/dz)(-\infty) = -\infty$  i  $(dh/dz)(m_\theta) = +\infty$ , to funkcja  $h(z)$  ma dokładnie jedno minimum między  $z = -\infty$  i  $z = m_\theta$ . Stąd  $h(z)$  może mieć albo dwa zera na osi rzeczywistej, albo żadnego, zaś w granicznym przypadku dwa zera łączą się w jedno w punkcie, w którym krzywą  $h(z)$  styka się z osią rzeczywistą:  $h(z_0) = h'(z_0) = 0$ . W przypadku braku zer na osi rzeczywistej równanie  $h(E) = 0$  miałyby dwa zespolone pierwiastki. Jak będzie wykazane w rozdz. 4. istnienie pierwiastków zespolonych nie jest sprzeczne z pseudo-hermitowskim charakterem Hamiltonianu w nieokreślonej metryce w przestrzeni Hilberta.

Przypadek dwóch zer na osi rzeczywistej został rozpatrzony przez Källena i Pauliego [1] i nie musi być tu omawiany. Przypadek dwóch zespolonych pierwiastków ma pewien związek z przypadkiem rozpatrywanym przez Glasera i Källena [5] i z wcześniejszą



Rys. 1. Funkcja  $h(z)$  dla  $\xi_0 = -1$

pracą Heisenberga [8], ale prawdopodobnie nie może być użyty jako model rzeczywistych zjawisk w przyrodzie.

Jesteśmy tutaj zainteresowani głównie przypadkiem podwójnego pierwiastka na osi rzeczywistej, który odpowiada stanowi „ducha dipolowego” rozpatrywanemu we wcześniejszych pracach [4]. Jeżeli położenie tego podwójnego pierwiastka jest dane przez  $\xi_0 = z_0/m_\theta = E_0/m_\theta$ , to dla  $\xi_0 \ll 1$ ,  $\xi \ll 1$  znajdujemy:

$$h(z) = \frac{m_\theta}{2} \left[ \frac{1 - \xi\xi_0}{\sqrt{\xi_0^2 - 1}} \ln(-\xi_0 + \sqrt{\xi_0^2 - 1}) + \xi - \xi_0 + \sqrt{\xi^2 - 1} \ln(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}) \right]. \tag{29}$$

Rys. 1 przedstawia krzywą  $h(z)$  w przypadku szczególnym  $\xi_0 = -1$ .

## 2.4. Stany własne w przypadku stanu dipolowego

Sytuację opisaną równaniem (29) można uważać za przypadek graniczny, który może być otrzymany z dyskutowanego przez Källena i Pauliego przypadku dwu zer rzeczywistych, poprzez zmianę stałej  $a$  w równaniu (24). Zanim osiągnie się granicę, pierwiastek równania (22) o mniejszej wartości  $\xi$  odpowiada stanowi o normie ujemnej („*duchowi*”), drugi pierwiastek, o większej wartości  $\xi$  — stanowi zwykłemu. Powstaje pytanie, czy w granicznym przypadku otrzyma się jedno, czy dwa rozwiązania równania Schrödingera i jaka będzie norma tych stanów. Niech dwa rozwiązania równania Schrödingera przed osiągnięciem granicy będą  $\Phi$  i  $\Phi + \Delta\Phi$ , wartości własne  $E$  i  $E + \Delta E$ . Wtedy otrzymuje się

$$H(\Phi + \Delta\Phi) = (E + \Delta E)(\Phi + \Delta\Phi), \quad (30)$$

$$H\Phi = E\Phi,$$

a przez odjęcie i pominięcie członów wyższego rzędu otrzymuje się

$$H\Delta\Phi = E\Delta\Phi + \Delta E\Phi \quad (31)$$

lub

$$H \frac{\Delta\Phi}{\Delta E} = E \frac{\Delta\Phi}{\Delta E} + \Phi. \quad (32)$$

Z równań (30) i (32) dowiadujemy się, że w przypadku podwójnego pierwiastka otrzymuje się tylko jedno rozwiązanie równania Schrödingera. Ale przez połączenie tego rozwiązania ze stanami własnymi ciągłego widma energii nie otrzymaliby się zupełnej przestrzeni Hilberta układu. Dla uzyskania zupełności należałoby dodać stan określony przez

$$\Phi_{Dip} = \lim_{\Delta E \rightarrow 0} \frac{\Delta\Phi}{\Delta E}, \quad (33)$$

który nie spełnia równania Schrödingera, natomiast równanie (32).

Norma rozwiązania z widma punktowego równania (11) wynosi zgodnie z (21)

$$\langle \Phi | \Phi \rangle = \left[ |g_0^2| \int \frac{k' dk}{2\omega(\omega - E)^2} - 1 \right] |c^2|, \quad (34)$$

przy czym  $-1$  w nawiasie pochodzi od składowej z jedną cząstką  $V$ , której norma zgodnie z Källenem i Paulim powinna być brana ze znakiem ujemnym. Z równań (15) i (30) otrzymuje się

$$\langle \Phi | \Phi \rangle = |c^2 g_0^2| \frac{dh(E)}{dE} = |c^2 g_0^2| h'(E). \quad (35)$$

Ponieważ  $h'(E) = 0$  w punkcie podwójnego pierwiastka, stan  $\Phi$  spełniający w tym punkcie równanie Schrödingera posiada normę 0 ( $cg_0$  jest brane jako skończone nawet w granicy  $\omega \rightarrow \infty$ ). Nazwiemy więc ten stan stanem zerowym i oznaczymy go przez  $\Phi_0$ . Taki stan nie może być unormowany:

$$\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle = 0. \quad (36)$$

Oba stany  $\Phi_0$  i  $\Phi_{Dip}$  są ortogonalne do wszystkich stanów widma ciągłego, ale nie są ortogonalne do siebie. Oprócz tego  $\Phi_{Dip}$  nie jest jednoznacznie określona przez (32) lub (33), ponieważ pomnożenie  $\Phi$  przed przejściem do granicy w (33) przez pewną funkcję  $E$  zmieni w ogólności  $\Phi_{Dip}$  o człon addytywny postaci  $const. \cdot \Phi_0$ . Człon ten nie może być użyty aby uczynić  $\Phi_0$  i  $\Phi_{Dip}$  ortogonalne do siebie, gdyż norma  $\Phi_0$  znikła, ale można go użyć, aby uczynić normę  $\Phi_{Dip}$  również znikającą.

Dodamy więc do definicji  $\Phi_{Dip}$  postulat

$$\langle \Phi_{Dip} | \Phi_{Dip} \rangle = 0. \quad (37)$$

$\Phi_{Dip}$  zamiast równania Schrödingera spełnia w ogólności równanie

$$H\Phi_{Dip} = E\Phi_{Dip} + C \cdot \Phi_0. \quad (38)$$

Stany  $\Phi_0$  i  $\Phi_{Dip}$  posiadają odmienny charakter, co jest widoczne przy obliczaniu wartości oczekiwanej operatora  $H$  w tych stanach. Oczywiście jest wątpliwe, czy matematyczne wyrażenie dające w mechanice kwantowej wartość oczekiwaną może zachować interpretację fizyczną w przestrzeni Hilberta z nieokreśloną metryką; mimo to obliczenie tego wyrażenia jest interesujące. Z równań (30), (32), (36) i (37) otrzymuje się:

$$\bar{H}_{\Phi_0} = \frac{\langle \Phi_0 | H | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle} = \frac{\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle E_0}{\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle} = \frac{0}{0} (= E_0), \quad (39)$$

$$\bar{H}_{\Phi_{Dip}} = \frac{\langle \Phi_{Dip} | H | \Phi_{Dip} \rangle}{\langle \Phi_{Dip} | \Phi_{Dip} \rangle} = \frac{C \langle \Phi_{Dip} | \Phi_0 \rangle}{\langle \Phi_{Dip} | \Phi_{Dip} \rangle} = \infty. \quad (40)$$

W stanie dipolowym wartość oczekiwana energii jest nieskończona. Jeśli użyć obrazu Schrödingera, w którym wektor stanu zmienia się jako funkcja czasu zgodnie z

$$i \frac{\partial \Phi}{\partial t} = H\Phi \quad (41)$$

to z równań (30) i (38) znajduje się

$$\Phi_0(t) = e^{-iE_0 t} \Phi_0(0),$$

ale

$$\Phi_{Dip}(t) = e^{-iE_0 t} \Phi_{Dip}(0) - iCt e^{-iE_0 t} \Phi_0(0). \quad (42)$$

Zależność czasowa równania (42) została omówiona we wcześniejszej pracy [4] na temat rozszerzenia przestrzeni Hilberta o stany — „*duchy dipolowe*” i wskazuje na ścisłą analogię między modelem Lee w przypadku podwójnego pierwiastka i modelem wcześniejszym. Tego rodzaju wektor stanu prawdopodobnie nie może być użyty do opisu zjawisk rzeczywistych; będziemy więc musieli później przedyskutować w jaki sposób ten stan może być wykluczony z opisu matematycznego.

Zamiast używania funkcji falowej (8) w przestrzeni pędów, można przedstawić wektor stanu przez funkcję falową w zwykłej przestrzeni:

$$\Phi = \begin{cases} c \\ \varphi(\vec{x}) \end{cases}. \quad (43)$$

Przez transformację fourierowską wyrażenia (21) znajduje się dla  $\Phi_0$

$$\varphi(\vec{x}) = (2\pi)^{-3/2} \int \frac{d^3k e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} g_0 c}{\sqrt{8\pi\omega(\omega - E_0)}} = \frac{g_0 c}{4\pi i r} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ikr} k dk}{\sqrt{\omega(\omega - E_0)}}. \quad (44)$$

Funkcja  $\varphi(\vec{x})$  jest osobliwa w punkcie  $r = 0$ :

$$\varphi(\vec{x}) \approx \text{const. } r^{-3/2} \quad \text{dla } r \rightarrow 0. \quad (45)$$

A zatem  $\int |\varphi(\vec{x})|^2 d^3x$  jest rozbieżna logarytmicznie przy  $r = 0$ . Jej przyczynik do normy jest kompensowany przez człon  $-c^2$ , który staje się nieskończony przy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$ ,  $g_0 \rightarrow 0$ . Dla dużych wartości  $r$   $\varphi(\vec{x})$  maleje wykładniczo; człon wykładniczy ma postać

$$\begin{aligned} e^{-m\Theta r} & \text{ dla } E_0 \leq 0, \\ e^{-r\sqrt{m^2\Theta^2 - E_0^2}} & \text{ dla } E_0 \geq 0. \end{aligned}$$

Jeśli znajdzie się  $\Phi_{Dip}$  przez zróżniczkowanie wyrażen (43) i (44) ze względu na  $E$  i ominięcie przez to warunku (37), funkcja falowa dla  $\Phi_{Dip}$  zmienia się jak  $r^{-1/2}$  przy  $r = 0$ ; całka  $\int |\Phi(\vec{x})|^2 d^3x$  jest zbieżna i daje normę tego stanu, gdyż człon z  $c$  znika po różniczkowaniu. Przez dodanie członu const.  $\Phi_0$  można spełnić postulat (37).

## 2.5. Renormalizacja i reguły komutacyjne

Użyte w równaniu (7R) operatory  $\psi_v^*$ ,  $\psi_v$  spełniają reguły komutacyjne (5R)

$$\{\psi_v^*, \psi_v\} = -1. \quad (46)$$

Lewa strona może być traktowana jako suma przyczynków wszystkich stanów pośrednich (z pewnymi ograniczeniami, które będą omówione w pa-

ragrafie 4.1) równie dobrze widma punktowego jak i widma ciągłego. Jeśli funkcje własne stanów są właściwie unormowane, współczynnik  $c$  w każdej funkcji własnej jest identyczny z elementem macierzowym  $\psi_\nu$  odpowiadającym przejściu od próżni do tego stanu. Rozważamy najpierw przypadek dwu rozdzielonych pierwiastków równania  $h(E) = 0$ . Suma kwadratów modułów tych elementów macierzowych powinna — z pominięciem konsekwencji nieokreśloności metryki — być równa jedności zgodnie z równaniem (46), które jest po prostu innym sposobem wyrażania reguły sum Thomasa–Kuhna. Jeśli weźmie się współczynnik  $c$  dla stanów widma punktowego z równania (35) i dla widma ciągłego z (17), równanie (46) może być zapisane w postaci

$$\frac{1}{|g_0^2|} \left[ \sum_I \frac{1}{h'(E_I)} + \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{2Eh^+(E)h^-(E)} \right] = -1. \tag{47}$$

W granicy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$   $|g_0^2|$  znika. Przeto suma po stanach widma punktowego musi w tym przypadku kompensować przyczynę od widma ciągłego. Wpływ nieokreślonej metryki uwidoczni się w fakcie, że przyczynę od stanu o najniższej energii jest ujemny;  $h'(E_i)$  jest ujemna dla stanów „duchów”. Kompensowanie się dwu członów w równaniu (47) w przypadku  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$  i  $|g_0|^2 = 0$  może być sprawdzone przez zmianę drogi całkowania w (47).

Całka w równaniu (47) może być zapisana jako

$$\begin{aligned} g^2 &= \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{2\omega h^+(\omega)h^-(\omega)} = \int_{m_\theta}^\infty \frac{k d\omega}{2h^+(\omega)h^-(\omega)} \\ &= \int_{m_\theta}^\infty \frac{d\omega}{2\pi i} \left( \frac{1}{h^-(\omega)} - \frac{1}{h^+(\omega)} \right) = \int_C \frac{d\omega}{2\pi i h(\omega)} = - \sum_I \frac{1}{h'(E_I)}. \end{aligned} \tag{48}$$

Droga całkowania  $C$  zaczyna się od  $+\infty$  powyżej rozcięcia w płaszczyźnie  $\omega$ , dochodzi do punktu rozgałęzienia  $\omega = m_\theta$ , a stąd poniżej rozcięcia — do  $+\infty$ . Deformacja tej drogi do okręgu w nieskończoności pozostawia residualne całki wokół biegunów funkcji  $1/h(\omega)$ , co powoduje pojawienie się wyrazów  $-1/h'(E_I)$ .

W przypadku szczególnym pierwiastka podwójnego sytuacja jest zasadniczo taka sama i możemy z równania (29) obliczyć numeryczne wartości całki (48). Przez rozwinięcie funkcji  $h(E)$  względem potęg  $(E - E_0)$  w otoczeniu  $E_0$  ( $\xi_0 = E_0/m_\theta$ ) otrzymuje się

$$\begin{aligned} g^2 &= \lim_{E_1 \rightarrow E_2} \sum_I \frac{-1}{h'(E_I)} = \frac{2h'''(E_0)}{3[h''(E_0)]^2} \\ &= \frac{4[(\xi_0^2 - 1)^2 + 3(\xi_0^2 - 1) + 3\xi_0\sqrt{\xi_0^2 - 1} \ln(-\xi_0 + \sqrt{\xi_0^2 - 1})]}{3[\xi_0\sqrt{\xi_0^2 - 1} + \ln(\xi_0 + \sqrt{\xi_0^2 - 1})]^2}. \end{aligned} \tag{49}$$

Dla dużych ujemnych wartości  $\xi_0$  całka  $g^2$  dąży do wartości  $\frac{4}{3}$ ; dla  $\xi_0 \rightarrow 1$  dąży ona do zera.

Ponieważ wszystkie elementy macierzowe  $c$  stają się nieskończone w granicy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$ ,  $g_0 \rightarrow 0$ , wygodnie jest zrenormalizować operator  $\psi_v$  wprowadzając

$$\psi_{vr} = \frac{g_0}{g} \psi_v, \quad \psi_{vr}^* = \left(\frac{g_0}{g}\right)^* \psi_v^* = -\frac{g_0}{g} \psi_v^*. \quad (50)$$

Wówczas mamy w granicy  $\hat{\omega} \rightarrow \infty$

$$\{\psi_{vr}^*, \psi_{vr}\} = 0. \quad (51)$$

Jednakże przyczynki do komutatora od samych tylko zwykłych stanów ciągłych są równe jedności, podobnie jak w mechanice kwantowej; ta część jest kompensowana przez przyczynęk od „*duchów dipolowych*” właśnie tak, jak w metodzie kwantyzacji wspomnianej we wstępie.

Jeśli użyje się tej reprezentacji, w której operatory są funkcjami czasu  $t$ , wtedy komutator przyjmuje postać

$$\{\psi_{vr}^*(t), \psi_{vr}(t')\} = \frac{1}{g^2} \left[ \sum_i \frac{e^{iE_i(t-t')}}{h'(E_i)} + \int_0^\infty \frac{k^2 e^{iE(t-t')}}{2Eh^+(E)h^-(E)} dk \right]. \quad (52)$$

Znika on jedynie dla  $t = t'$  i posiada w ogólności wartości skończone dla  $t \neq t'$ . I znowu, zachowanie to bardzo dokładnie odpowiada zachowaniu się komutatora w wyżej wspomnianej metodzie kwantyzacji.

## 2.6. Zrenormalizowane równania falowe w zwykłej przestrzeni

Operatory  $\psi_v(\vec{x})$  lub  $\psi_v(\vec{p})$  mogą być zrenormalizowane w ten sam sposób jak  $\psi_v$ . Jeśli równania falowe wynikające z równania (4) wyrazić przez zrenormalizowane operatory  $\psi_{vr}(\vec{x})$ , to równania ostateczne nie będą zawierały żadnych stałych nieskończonych.

Niezrenormalizowane równania falowe mogą być wyprowadzone z równań (3) i (4)

$$i \frac{\partial \psi_v(\vec{x})}{\partial t} = m_v \psi_v(\vec{x}) - g_0 \pi \sqrt{2} \psi_N(\vec{x}) a(\vec{x}), \quad (53a)$$

$$i \frac{\partial \psi_N(\vec{x})}{\partial t} = m_N \psi_N(\vec{x}) - g_0 \pi \sqrt{2} a^*(\vec{x}) \psi_v(\vec{x}), \quad (53b)$$

$$\frac{\partial \Pi(\vec{x})}{\partial t} = \Delta \varphi(\vec{x}) - m_0^2 \varphi(\vec{x}) + \frac{g_0 \pi}{\sqrt{2}} [-\psi_v^*(\vec{x}) \psi_N(\vec{x}) + \psi_N^*(\vec{x}) \psi_v(\vec{x})] \quad (53c)$$



$$\frac{\partial \varphi(\vec{x})}{\partial t} = \Pi(\vec{x}) + \frac{ig_0\pi}{\sqrt{2}} \int d^3x' \frac{e^{-m_\theta |\vec{x}-\vec{x}'|}}{|\vec{x}-\vec{x}'|} [\psi_v^*(\vec{x}')\psi_N(\vec{x}') + \psi_N^*(\vec{x}')\psi_v(\vec{x}')]. \quad (53d)$$

Renormalizacja równań (53b, c, d) jest oczywista. W celu zrenormalizowania (53a) wygodnie jest scałkować (53b) i wyrazić  $\psi_N(\vec{x})$  w (53a) przez  $a^*(\vec{x})$  i  $\psi_v(\vec{x})$ . Równanie (53b) prowadzi do

$$\psi_N(\vec{x}, t) = ig_0\pi \sqrt{2} e^{-im_N t} \int_{-\infty}^t dt' e^{im_N t'} a^*(\vec{x}, t') \psi_v(\vec{x}, t') + \psi_N(\vec{x}, -\infty). \quad (54)$$

Zamiast (53a) otrzymujemy (kładąc znowu  $m_N = 0$ ):

$$i \frac{\partial \psi_v(\vec{x})}{\partial t} = m_v \psi_v(\vec{x}) - 2ig_0^2\pi^2 \int_{-\infty}^t a(\vec{x}, t) a^*(\vec{x}, t') \psi_v(\vec{x}, t') dt' - g_0\pi \sqrt{2} a^*(\vec{x}, t) \psi_N(\vec{x}, -\infty). \quad (55)$$

Wyrażenie  $a(\vec{x}, t) a^*(\vec{x}, t')$  może być zapisane jako

$$a(\vec{x}, t) a^*(\vec{x}, t') = s(t-t') + [a(\vec{x}, t) a^*(\vec{x}, t') - s(t-t')], \quad (56)$$

gdzie

$$s(t-t') = \langle 0 | a(\vec{x}, t) a^*(\vec{x}, t') | 0 \rangle = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\omega} e^{i\omega(t-t')}. \quad (57)$$

Rozważamy teraz wyrażenie

$$\frac{1}{g_0^2} \left( i \frac{\partial \psi_v(\vec{x})}{\partial t} - m_v \psi_v(\vec{x}) \right) + 2i\pi^2 \int_{-\infty}^t s(t-t') \psi_v(\vec{x}, t') e^{\gamma t'} dt', \quad (\gamma \rightarrow 0) \quad (58)$$

(człon  $e^{\gamma t'}$  ( $\gamma \rightarrow 0$ ) wprowadzono w celu zapewnienia zbieżności całki  $\int_{-\infty}^t$  w (58) ze względu na każdy człon przy  $t' \rightarrow -\infty$ ). Jeśli napiszemy

$$\psi_v(\vec{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(\vec{x}, z) e^{-izt} dz,$$

to transformacja fourierowska (58) na mocy równań (3) i (57), doprowadzi do

$$\left\{ \frac{z - m_v}{g_0^2} + \frac{2i\pi^3}{(2\pi)^3} \int \frac{4\pi k^0 dk}{2\omega i(\omega - z - i\gamma)} \right\} \chi(\vec{x}, z) e^{-izt} = h^+(z) e^{-izt} \chi(\vec{x}, z). \quad (59)$$

Tym samym operacja (58) może być wyrażona w postaci

$$\begin{aligned} \frac{1}{g_0^2} \left( i \frac{\partial \psi_v(\vec{x})}{\partial t} - m_v \psi_v(\vec{x}) + 2i\pi^2 \int_{-\infty}^t s(t-t') \psi_v(\vec{x}, t') dt' \right) = \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi(t-t') dt' \psi_v(\vec{x}, t'), \end{aligned} \quad (60)$$

gdzie

$$\chi(t - t') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dz h^+(z) e^{-iz(t-t)}. \quad (61)$$

Z przetransformowania drogi całkowania znajduje się

$$\chi(t - t') = 0 \quad \text{dla} \quad t' - t > 0.$$

W końcu więc zrenormalizowane równania falowe są następujące

$$\begin{aligned} & g \int_{-\infty}^t dt' \chi(t - t') \psi_{vr}(\vec{x}, t') = \\ & = -2i\pi^2 g \int_{-\infty}^t [a(\vec{x}, t) a^*(\vec{x}, t') - s(t - t')] \psi_{vr}(\vec{x}, t') dt' - \pi\sqrt{2} a(\vec{x}, t) \psi_N(\vec{x}, -\infty), \end{aligned} \quad (62a)$$

$$i \frac{\partial \psi_N(\vec{x})}{\partial t} = -\pi g \sqrt{2} a^*(\vec{x}) \psi_{vr}(\vec{x}), \quad (62b)$$

$$\frac{\partial \Pi(\vec{x})}{\partial t} = \Delta \varphi(\vec{x}) - m_{\otimes}^2 \varphi(\vec{x}) + \frac{\pi g}{\sqrt{2}} [\psi_{vr}^*(\vec{x}) \psi_N(\vec{x}) + \psi_N^*(\vec{x}) \psi_{vr}(\vec{x})], \quad (62c)$$

$$\frac{\partial \varphi(\vec{x})}{\partial t} = \Pi(\vec{x}) - \frac{i\pi g}{\sqrt{2}} \int d^3x' \frac{e^{-m_{\otimes} |\vec{x} - \vec{x}'|}}{|\vec{x} - \vec{x}'|} [\psi_{vr}^*(\vec{x}') \psi_N(\vec{x}') - \psi_N^*(\vec{x}') \psi_{vr}(\vec{x}')]. \quad (62d)$$

Te równania falowe nie zawierają żadnych stałych nieskończonych i można w tym miejscu zapomnieć, że zostały otrzymane poprzez proces renormalizacji. Wartość stałej sprzężenia  $g$  zależy od położenia stanu — „*ducha dipolowego*” i vice versa. Związki komutacyjne są konwencjonalne z wyjątkiem związków typu  $\{\psi_{vr}^*(\vec{x}, t), \psi_{vr}(\vec{x}', t')\}$ , które są równe zeru dla  $t = t'$  i zostały omówione przedtem (§ 2.5). N i e można podać skończonego hamiltonianu wyrażonego przez zrenormalizowane funkcje falowe w jednakowym czasie  $t$ . Takie wyrażenie rzeczywiście nie może istnieć, ponieważ na mocy równania (52) musiałyby komutować z  $\psi_{vr}$  lub  $\psi_{vr}^*$  w tym samym czasie, co jest sprzeczne z

$$i \frac{\partial \psi_{vr}}{\partial t} = [H, \psi_{vr}].$$

Równania (62) zawierają dwa operatory nielocalne; operator

$$\frac{e^{-m_{\otimes} |\vec{x} - \vec{x}'|}}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

jest bezpośrednią konsekwencją nielokalności oddziaływania, co zostało w modelu Lee założone od początku. W relatywistycznej teorii rzeczywistych cząstek elementarnych nie powinien pojawić się. Drugi operator  $\chi(t - t')$  jest konsekwencją postępowania renormalizacyjnego; również nie powinien pojawić się w realistycznej teorii fal materialnych. Ze względu na to nielokalny charakter modelu Lee wygląda na raczej daleki od rzeczywistości.

We wspomnianym we wstępie modelu teorii cząstek elementarnych zamiast raczej skomplikowanych równań (62a — d) występują proste nieliniowe równania spinorowe dla jednej funkcji falowej, której komutator jest odpowiednikiem  $\{\psi_{vr}^*(\vec{x}, t), \psi_{vr}(\vec{x}', t')\}$ . W modelu tym nie ma operatorów nielokalnych, za zbieżność teorii odpowiedzialny jest pewien niekonwencjonalny komutator, który znika przy  $t = t'$ .

### 3. Część $N + 2\Theta$

Teorię wyżej omówionego typu można użyć do opisu zjawisk rzeczywistych jedynie jeśli macierz  $S$  jest unitarna i jeśli żadne stany o normie ujemnej nie mogą być kreowane w procesach rozproszeniowych. Zgodnie z pracą Källena i Pauliego zbadamy najpierw zachowanie się macierzy  $S$  w części  $N + 2\Theta$ .

#### 3.1. Funkcje falowe w przestrzeni pędów

W tej części modelu wektor stanu można przedstawić przez dwie funkcje falowe odpowiednio jednej i dwu zmiennych

$$\Phi = \begin{cases} \varphi(\vec{k}) \\ \varphi(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \end{cases} \quad (63)$$

Po zastosowaniu hamiltonianu otrzymuje się

$$H\Phi = \Phi' = \begin{cases} \varphi'(\vec{k}) \\ \varphi'(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \end{cases}, \quad (64)$$

gdzie

$$\varphi'(\vec{k}) = (m_v + \omega)\varphi(\vec{k}) - \frac{2g_0}{\sqrt{4\pi}} \int \frac{d^3k'}{\sqrt{2\omega'}} \varphi(\vec{k}, \vec{k}'), \quad (65a)$$

$$\varphi'(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = (\omega_1 + \omega_2)\varphi(\vec{k}_1, \vec{k}_2) - \frac{g_0}{2\sqrt{4\pi}} \left( \frac{\varphi(\vec{k}_2)}{\sqrt{2\omega_1}} \right) + \frac{\varphi(\vec{k}_1)}{\sqrt{2\omega_2}}. \quad (65b)$$

Jeżeli wektor stanu odpowiada energii  $E > 2m_0$ , to z równań (11) i (65b) otrzymujemy

$$\varphi(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \varphi_0(\vec{k}_1, \vec{k}_2) + \frac{g_0}{2\sqrt{4\pi(\omega_1 + \omega_2 - E - i\gamma)}} \left[ \frac{\varphi(\vec{k}_2)}{\sqrt{2\omega_1}} + \frac{\varphi(\vec{k}_1)}{\sqrt{2\omega_2}} \right], \quad (66)$$

gdzie  $\varphi_0(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  jest dowolną funkcją  $\vec{k}_1$  i  $\vec{k}_2$  spełniającą warunek

$$(\omega_1 + \omega_2 - E)\varphi_0(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = 0. \quad (67)$$

Wstawienie tego wyniku do równania (65a) daje

$$h^+(E - \omega)\varphi(\vec{k}) = -\frac{1}{8\pi} \int \frac{d^3k' \varphi(\vec{k}')}{\sqrt{\omega\omega'(\omega + \omega' - E - i\gamma)}} - \varphi_0(\vec{k}), \quad (68)$$

gdzie

$$\varphi_0(\vec{k}) = \frac{2}{g_0\sqrt{4\pi}} \int \frac{d^3k' \varphi_0(\vec{k}_1, \vec{k}')}{\sqrt{2\omega'}}. \quad (69)$$

Rozpatrujemy jedynie przypadek zerowego całkowitego momentu pędu.

Wtedy  $\varphi(\vec{k})$  jest funkcją tylko bezwzględnej wartości  $k$ .

Równanie (68) wskazuje, że  $\varphi(\vec{k})$  jako funkcja  $k$  posiada osobliwość w punkcie  $\omega = \omega_c = E - E_0$ , przy czym  $E_0$  jest energią stanu — „*ducha dipolowego*”. Ponieważ w tym punkcie  $h^+(E - \omega)$  ma zero podwójne, zachowanie się funkcji  $\varphi(\vec{k})$  zależy od tego, czy prawa strona równania (68) w punkcie krytycznym znika, czy nie znika. Jeśli prawa strona jest różna od zera, to dostajemy zachowanie się funkcji  $\varphi(\vec{k})$  typu

$$\varphi(\vec{k}) = a\delta(E - E_0 - \omega) + b\delta'(E - E_0 - \omega) + \frac{\chi(\vec{k})}{(E - E_0 - \omega)^2}, \quad (70)$$

przy czym możemy być zmuszeni dodać w mianowniku ostatniego członu wyraz  $+i\gamma$  ( $\gamma \rightarrow 0$ ). Rozwiązania takie będą istniały z pewnością, ale może być trudno znaleźć dla nich interpretację fizyczną. Transformacja Fouriera od przestrzeni pędów do zwykłej przestrzeni pokazuje, że rozwiązanie typu (70) nie odpowiada wchodzącym i wychodzącym falom kulistym postaci  $e^{\pm ik_e r}/r$ ; odpowiada ono wyrażeniom postaci  $[(a + \beta r)/r] e^{\pm ik_e r}$ , które z trudem można zinterpretować. A więc rozwiązania typu (70) nie mogą być użyte do opisu zjawisk rzeczywistych. Rozwiązania te należą do przestrzeni, którą dalej nazywamy przestrzenią Hilberta II.

Inny typ rozwiązania otrzymuje się, jeśli prawa strona równania (68) znika w punkcie krytycznym. Wtedy dostajemy

$$\varphi(\vec{k}) = a\delta(E - E_0 - \omega) + \frac{\chi(\vec{k})}{E - E_0 - \omega + i\gamma}. \quad (71)$$

Zauważamy, co jest bardzo ważne, że dowolny czynnik  $\alpha$  przed funkcją  $\delta$  w (71) może być użyty do sprowadzenia do zera prawej strony (68) w punkcie krytycznym. Można więc znaleźć grupę rozwiązań równania (68) o zachowaniu typu (71), ale nie można dowolnie wybrać stałej  $\alpha$ .

Wstawienie (71) do warunku znikania prawej strony (68) przy  $\omega = \omega_c = E - E_0$  daje

$$\alpha \frac{k_c}{2\omega_c - E_0} = -\frac{1}{8\pi} \int \frac{d^3k' \chi(\vec{k}')}{\sqrt{\omega_c \omega' (\omega_c + \omega' - E - i\gamma)(E - E_0 - \omega' + i\gamma)} - \varphi_{0i}(\vec{k}_c)}. \quad (72)$$

Ostatni człon  $\varphi_{0i}(\vec{k}_c)$  znika, ponieważ zgodnie z (67) i (69)  $\varphi_{0i}(\vec{k})$  może być różne od zera jedynie, jeśli  $m_0 \leq \omega \leq E - m_0$ . Ostateczne równanie całkowe na  $\chi(\vec{k})$  ma postać

$$\chi(\vec{k}) = -\frac{1}{8\pi} \frac{(\omega_c - \omega)^2}{\hbar^+(E - \omega)} \int \frac{d^3k' \chi(\vec{k}')}{\sqrt{\omega \omega' (\omega + \omega_c - E)(\omega + \omega' - E - i\gamma)(\omega_c + \omega' - E - i\gamma)} - \frac{\omega_c - \omega}{\hbar^+(E - \omega)} \varphi_{0i}(\vec{k})}. \quad (73)$$

Prawa strona jest w punkcie  $\omega = \omega_c$  regularna automatycznie, przeto funkcja  $\chi(\vec{k})$  jest także regularna.

Rozwiązania typu (71) zachowują się tak samo, jak zwyczajne rozwiązania problemów rozproszeniowych w mechanice kwantowej. Należą one do przestrzeni, którą dalej nazywamy przestrzenią Hilberta I.

### 3.2. Interpretacja funkcji falowych w zwykłej przestrzeni

Wektor stanu  $\Phi$  można w zwykłej przestrzeni przedstawić dwiema funkcjami

$$\Phi = \begin{cases} \varphi(\vec{x}) \\ \varphi(\vec{x}_1, \vec{x}_2), \end{cases} \quad (74)$$

które mogą być otrzymane z (63) przez transformację fourierowską. Ponieważ  $\varphi(\vec{k})$  i  $\varphi(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  mają w punktach  $k = k_c$  i  $k_1 = k_c$  lub  $k_2 = k_c$  osobliwości typu (71), to odpowiadające im funkcje  $\varphi(\vec{x})$  i  $\varphi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  zawierają części zachowujące się dla dużych wartości  $r$  jak fale wchodzące i wychodzące postaci  $e^{\pm ik_c r}/r$ . Z porównania (65a) i (66) z (21) wynika, iż dla dużych wartości  $r$  — w przestrzeni pędów odpowiada to wartościom  $k$  i  $k_1$  lub  $k_2$  bliskim  $k_c$  ( $|k - k_c| \ll k_c$ ) — te części funkcji falowej (74)

można zapisać jako iloczyn  $e^{\pm ik_c r}/r$  i funkcji falowej stanu zerowego  $\Phi_0$  części  $N + \Theta$ . Oprócz tych członów funkcja falowa zawiera fale wchodzące i wychodzące, a odpowiadające im wartości  $k$  spełniają warunek  $\omega_1 + \omega_2 = E$ , co jest widoczne z postaci mianownika  $\omega_1 + \omega_2 - E - i\gamma$  w równaniu (66).

Funkcja falowa (74) dopuszcza więc następującą interpretację: Mamy wchodzące i rozproszone fale dwu cząstek  $\Theta$  uderzających jedną cząstkę  $N$ . Fale wchodzące można wybrać dowolnie biorąc odpowiednią funkcję  $\varphi_0(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ . Poza tym mamy fale wchodzące i wychodzące jednej cząstki  $\Theta$  uderzającej cząstkę  $V$  w stanie zerowym  $\Phi_0$ . Te wchodzące fale nie mogą być wybrane dowolnie, ich amplitudę określa warunek (72).

W rozdziale 4 omówimy szczegółowo co należy rozumieć przez stwierdzenie, że funkcję falową, lub jej część, można dla dużych  $r$  zapisać jako iloczyn zależnej od  $r$  fali kulistej i funkcji własnej części  $N + \Theta$ . Pokażemy, że norma takiego stanu jest równa iloczynowi norm poszczególnych czynników. A więc stan, w którym asymptotyczna fala kulista jest połączona z funkcją własną  $\Phi_0$  części  $N + \Theta$  posiada normę zerową. Nie daje on przyczynków do wartości oczekiwanych energii lub pędu. Inne stany, w których asymptotycznie fale dwu oddzielnych cząstek  $\Theta$  są połączone z falą pojedynczej cząstki  $N$  posiadają normę dodatnią, ponieważ każdy czynnik ma normę dodatnią.

### 3.3. Unitarność macierzy $S$

Dla rozwiązań ogólnych typu (70) byłoby trudno zdefiniować macierz rozpraszania, gdyż, jak wskazywaliśmy w paragrafie 3.1., rozwiązania te nie przedstawiają fal wchodzących i wychodzących. Gdyby spróbować zdefiniować macierz  $S$  poprzez proces graniczny — wychodząc z przypadku dwu rozdzielonych zer równania  $h(E) = 0$  i dążąc do granicy „*ducha dipolowego*” — taka macierz z pewnością nie spełniałaby równania  $\sum_l |S_{lk}^2| = 1$ . Zatem rozwiązań ogólnych typu (70) nie można użyć do opisu zjawisk rzeczywistych.

Jednakże dla rozwiązań typu (71) (przestrzeń Hilberta I) można zdefiniować macierz  $S$  w zwykły sposób, ponieważ takie rozwiązania przedstawiają fale wchodzące i wychodzące. Szczegółowe obliczenia dotyczące unitarności tej macierzy  $S$  zostaną podane w rozdziale 5 po wyjaśnieniu ogólnych własności przestrzeni Hilberta w przypadku „*ducha dipolowego*”. Może więc w tym paragrafie wystarczy podać prosty dowód unitarności macierzy  $S$  korzystający jedynie z asymptotycznego zachowania się funkcji falowych.

Należałoby tu podkreślić, że termin „unitarność” w odniesieniu do macierzy  $S$  nie jest jednoznaczny. Jeśli używamy konsekwentnie nieokreślonej

metryki w przestrzeni Hilberta (patrz rozdz. 4), to hamiltonian jest samostowarzyszony a macierz  $S$ , która jest związana z wyrażeniem  $e^{iHt}$  poprzez proces graniczny  $t \rightarrow \infty$ , spełnia równanie  $S^*S = 1$  i w tym sensie jest unitarna nawet w przypadku rozpatrywanym przez Källena i Pauliego. Nazwiemy tę własność „pseudo-unitarnością”, a termin „unitarność” zarezerwujemy dla szczególnych przypadków, kiedy równanie  $S^*S = 1$  jest identyczne z równaniem  $\sum_l |S_{lk}^2| = 1$ . Właśnie to równanie jest potrzebne do interpretacji fizycznej.

Funkcje falowe (74) asymptotycznie są sumami wyrazów, które albo oznaczają dwie oddzielne cząstki  $\Theta$  i jedną cząstkę  $N$  (człony o normie dodatniej), albo jedną cząstkę  $\Theta$  i cząstkę  $V$  w stanie  $\Phi_0$  (człony o normie zerowej). Stan  $\Phi_{Dip}$  asymptotycznie nie pojawia się. Macierz  $S$  przeprowadza fale wchodzące w fale wychodzące. Zatem macierz  $S$  jest macierzą transformacyjną w przestrzeni Hilberta o półokreślonej metryce; stany o normie ujemnej nie występują w tej przestrzeni. Tym samym macierz  $S$  musi być unitarna a nie tylko pseudounitarna. Bezpośrednie obliczenia potwierdzają później ten wynik.

W oparciu o wyniki poprzednich rozdziałów można już zauważyć, że wygodnie będzie podzielić całą przestrzeń Hilberta na dwie części. Przestrzeń Hilberta I zawiera wszystkie „zwykłe” rozwiązania równania  $H\Phi = E\Phi$ , tj. rozwiązania o widmie ciągłym w części  $N + \Theta$  oraz rozwiązania typu (71). Przestrzeń Hilberta II zawiera bardziej ogólne rozwiązania typu (70) oraz stan  $\Phi_{Dip}$  części  $N + \Theta$ . Stan  $\Phi_0$  może być włączony do przestrzeni Hilberta I, ale jest on stanem wirtualnym, który nie posiada energii i pędu. Macierz  $S$  jest unitarna w przestrzeni Hilberta I; tylko ta przestrzeń może być użyta do opisu zjawisk rzeczywistych.

### 3.4. Stany widma punktowego w części $N + 2\Theta$

Może się zdarzyć, że równanie Schrödingera  $H\Phi = E\Phi$  będzie miało rozwiązania dla  $E < m_\Theta$  lub dla zespolonych wartości  $E$ .

Rozróżniamy dwie możliwości:

$$a) E_0 + m_\Theta \leq E < 2m_\Theta \quad (E \text{ rzeczywiste}) \quad (75a)$$

$$b) E < E_0 + m_\Theta \text{ i rzeczywiste, lub } E \text{ zespolone.} \quad (75b)$$

W obu wypadkach równanie (68) należy zastąpić przez

$$h^+(E - \omega)\varphi(\vec{k}) = -\frac{1}{8\pi} \int \frac{d^3k' \varphi(\vec{k}')}{\sqrt{\omega\omega'}(\omega + \omega' - E)}. \quad (76)$$

W przypadku pierwszym (75a) funkcja  $\varphi(\vec{k})$  znowu ma osobliwość w punkcie  $\omega = \omega_c = E - E_0 \geq m_\Theta$ . Dokładnie jak w paragrafie 3.1. musimy rozróżniać pomiędzy dwoma typami rozwiązań (70) i (71). I znowu podanie

fizycznej interpretacji rozwiązań typu (70) nie będzie możliwe; będą one należały do przestrzeni Hilberta II. Jednakże rozwiązania typu (71) — o ile istnieją — mogą być zinterpretowane. Na pierwszy rzut oka wydawałoby się, że rozwiązania te nie opisują stanów własnych widma punktowego, ale stany promieniotwórcze, które mogą rozpaść się na cząstkę  $\Theta$  i cząstkę  $V$  w stanie  $\Phi_0$ . Rzeczywiście, funkcje własne zawierają człon oznaczający wychodzącą (i wchodzącą!) falę cząstki  $\Theta$  mnożoną przez funkcją własną  $\Phi_0$ . Jednak fala ta nie niesie energii i pędu, lub prościej — nie wynosi „normy” na zewnątrz układu. Dlatego nie prowadzi ona do żadnego rozpadu stanu, który pozostaje w związku z tym prawdziwym stanem widma punktowego. Dla dużych odległości od początku układu funkcja własna zachowuje się formalnie jak  $\Phi_0 e^{\pm ikr/r}$ . Całka z kwadratu modułu tej funkcji falowej po przestrzeni współrzędnych byłaby rozbieżna, gdyby nie znikanie przyczynku od dużych odległości z powodu zerowej normy  $\Phi_0$ . Jeśli zatem istnieją stany tego rodzaju, posiadają one skończoną całkę normy, a później pokażemy jeszcze, że norma ich jest dodatnią. Funkcje własne określone są przez rozwiązania jednorodnego równania (73), które mogą istnieć tylko dla wartości własnych punktowego widma energii  $E$ . Jeśli rozwiązania takie istnieją, to odpowiadające im stany należą do przestrzeni Hilberta I.

W drugim przypadku (75b) funkcja  $\varphi(\vec{k})$  nie ma żadnej osobliwości dla rzeczywistych wartości  $\vec{k}$ , ponieważ  $E - E_0 < m_0$  lub  $E$  jest zespolone.

Funkcja  $\varphi(\vec{k})$  nie może więc zawierać członu postaci  $a\delta(E - E_0 - \omega)$  (jak w (71)), który byłby potrzebny do sprowadzenia do zera prawej strony równania (68) w punkcie  $\omega = \omega_c = E - E_0$  (na płaszczyźnie zespolonej). W przypadku (75b) nie można znaleźć rozwiązań typu (71). Jeśli rozwiązania o widmie punktowym równania  $H\Phi = E\Phi$  w zakresie  $E < E_0 + m_0$  lub dla zespolonych wartości  $E$  w ogóle istnieją, to należą do przestrzeni Hilberta II. W rozdziale 5 pokażemy, że w zagadnieniach rozproszonych, dla których wychodzi się ze stanu w przestrzeni Hilberta I, mogą być kreowane stany widma punktowego jedynie typu pierwszego (71); stany typu (70) lub o wartościach energii  $E < E_0 + m_0$  lub o zespolonej wartości  $E$  nie mogą pojawić się jako fale wychodzące.

#### 4. Ogólne własności przestrzeni Hilberta o nieokreślonej metryce

Ponieważ w poprzednich oraz w dalszych obliczeniach szeroko stosujemy rozpatrywaną przez Källena i Pauliego metrykę nieokreśloną, w tym rozdziale zbierzemy niektóre z najważniejszych wzorów ogólnych dotyczących tej metryki.



4.1. Reprezentacja wektorów i operatorów w nieokreślonej metryce

Jeśli przestrzeń Hilberta  $\Omega$  jest rozpięta na pewnej liczbie wektorów stanu  $\Phi_n\rangle$ , to dowolny wektor stanu  $\Psi\rangle$  tej przestrzeni może być zdefiniowany za pomocą dwóch zespołów składowych.

Możemy napisać albo

$$\Psi\rangle = \Phi_l\rangle \cdot \Psi^l, \tag{77}$$

przy czym rozumie się, że musi być wykonane sumowanie, jeśli ten sam wskaźnik powtarza się jako dolny i górny.  $\Psi^l$  nazwane są wtedy kontrawariantnymi składowymi  $\Psi$ . Lub też można położyć

$$\Psi_l = \langle \Phi_l | \Psi \rangle. \tag{78}$$

$\Psi_l$  są kowariantnymi składowymi  $\Psi$ . Metrykę określa związek

$$g_{ik} = \langle \Phi_i | \Phi_k \rangle. \tag{79}$$

Z (79) otrzymujemy

$$g_{ik} = g_{ki}^*, \tag{80}$$

a ze związków (77), (78) i (79)

$$\Psi_l = g_{lk} \Psi^k. \tag{81}$$

Za pomocą  $\Phi_n\rangle$  można ogólnie zbudować „odwrotny” układ wektorów stanu  $\Phi^n\rangle$ , określony przez

$$\langle \Phi^k | \Phi_l \rangle = \delta_{kl}. \tag{82}$$

Z (77) i (82) otrzymuje się

$$\Psi^l = \langle \Phi^l | \Psi \rangle. \tag{83}$$

Normę  $\Psi$  można obliczyć ze składowych zgodnie z (77)—(82):

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = \langle \Psi | \Phi_l \rangle \Psi^l = \Psi_l^* \Psi^l = \Psi^{*l} \Psi_l = \Psi^{*l} \Psi^k g_{lk} = \Psi_l^* \Psi_k g^{lk}. \tag{84}$$

Podobnie określamy iloczyn skalarny jako

$$\langle X | \Psi \rangle = X_l^* \Psi^l. \tag{85}$$

Mnożenie macierzy przedstawiających operatory prowadzi do

$$\begin{aligned} {}_k(AB)_l &= \langle \Phi_k | AB | \Phi_l \rangle = \langle \Phi_k | A | \Phi_m \rangle {}^m B_l = {}_k A_m {}^m B_l \\ &= \langle \Phi_k | A | \Phi_m \rangle \langle \Phi^m | B | \Phi_l \rangle = \langle \Phi_k | A | \Phi_m \rangle g^{mn} \langle \Phi_n | B | \Phi_l \rangle \\ &= {}_k A_m g^{mn} {}_n B_l. \end{aligned} \tag{86}$$

Przeto zwykle określenie, że przy mnożeniu macierzy „należy sumować po wszystkich stanach pośrednich” powinno być używane z ostrożnością. Określenie to jest właściwe jedynie w przypadku specjalnym ortogonalnego

układu wektorów stanu  $\Phi_n$ , tj. jeżeli  $g^{ik} = \delta_{ik} g^{ii}$ . W przypadku K ä l l e n a i P a u l i e g o rozwiązania własne równania Schrödingera określają zupełny ortogonalny układ wektorów stanu. Ale w przypadku dipola układ ten nie jest zupełny; aby otrzymać układ zupełny, należy dodać  $\Phi_{Dip}$ , ale stan  $\Phi_{Dip}$  nie jest ortogonalny do  $\Phi_0$ .

Operator hermitowski lub samostowarzyszony określany jest ogólnie przez

$$\langle \Phi_k | A | \Phi_l \rangle = \langle \Phi_l | A | \Phi_k \rangle^* \quad \text{lub} \quad {}_k A_l = ({}_l A_k)^* \quad (87)$$

W przypadku metryki nieokreślonej będziemy używali dla operatora o tej własności nazwy „pseudohermitowski” (lub „samostowarzyszony”), a nazwę „hermitowski” zarezerwujemy dla przypadku metryki dodatnio określonej — analogicznie do definicji „pseudounitarności” i „unitarności” w paragrafie 3.3. W tym sensie operator  $B^*$  sprzężony pseudohermitowsko czyli pseudostowarzyszony do operatora  $B$  określony jest przez

$$\langle \Phi_k | B^* | \Phi_l \rangle = \langle \Phi_l | B | \Phi_k \rangle^*$$

lub

$${}_k (B^*)_l = ({}_l B_k)^*. \quad (87a)$$

Operator  $B$  jest pseudohermitowski jeśli  $B^* = B$ . Wartość oczekiwana operatora pseudohermitowskiego jest rzeczywista; lecz może być ona nieokreślona lub nieskończona jak w (39) i (40).

#### 4.2. Stany własne równania $H\Psi = E\Psi$

Pewne z wektorów stanu  $\Phi_n$  mogą być stanami własnymi hamiltonianu:

$$H | \Phi_n \rangle = \Phi_m \rangle {}^n H_n = \Phi_m \rangle \delta_n^m E_n = \Phi_n \rangle E_n. \quad (88)$$

Wartości własne  $E_n$ , które są elementami diagonalnymi  ${}^n H_n$ , nie muszą być rzeczywiste, ponieważ pseudohermitowski charakter  $H$  prowadzi jedynie do  $({}^n H_n)^* = {}_n H^n$ . Wartości własne w ogólności nie są identyczne z wartościami oczekiwanymi; są one, jednakże, identyczne, jeśli norma stanu  $n$  nie znika. W tym przypadku, w analogii do (39), otrzymuje się

$$\bar{H} = \frac{{}_n H_n}{g_{nn}} = \frac{g_{nm} {}^m H_n}{g_{nn}} = \frac{g_{nn} E_n}{g_{nn}} = E_n. \quad (88a)$$

Równanie pseudostowarzyszone do równania na  $\Phi_m$  jest następujące

$$\langle \Phi_m | H = E_m^* \langle \Phi_m. \quad (89)$$

Mnożąc równanie (88) z lewej strony przez  $\langle \Phi_m$ , (89) z prawej strony przez  $\Phi_n \rangle$  i odejmując, znajdujemy

$$(E_n - E_m^*) \langle \Phi_m | \Phi_n \rangle = 0. \quad (90)$$

W przypadku  $n = m$  wnioskujemy z równania (90), że wartości własne  $E_n$  muszą być rzeczywiste, kiedy norma  $\Phi_n\rangle$  jest różna od zera; oraz że norma musi zniknąć, kiedy wartość własna jest zespolona. Dla  $n \neq m$  z równania (90) wynika ortogonalność  $\Phi_n\rangle$  i  $\Phi_m\rangle$ , jeśli  $E_n \neq E_m^*$ . Jeżeli  $E_n = E_m^*$  to  $\Phi_n\rangle$  i  $\Phi_m\rangle$  w ogólnej nie będą ortogonalne.

Jeżeli przestrzeń Hilberta  $\Omega$  zawiera podprzestrzeń  $\Omega'$ , która jest przekształcana w siebie przez  $H$ , wtedy podprzestrzeń  $\Omega'_\perp$ , zawierająca wszystkie wektory ortogonalne do wszystkich wektorów  $\Omega'$ , również jest przekształcana w siebie przez  $H$ . Wynika to z

$$\langle \Psi_2 | H \Psi_1 \rangle = 0 = \langle \Psi_1 | H \Psi_2 \rangle^* \tag{91}$$

jeśli  $\Psi_1$  należy do  $\Omega'$  a  $\Psi_2$  do  $\Omega'_\perp$ .

To jednak nie dowodzi zupełności przestrzeni  $\Omega' + \Omega'_\perp$ , ponieważ w metryce nieokreślonej  $\Omega'$  i  $\Omega'_\perp$  mogą mieć pewne wspólne elementy o normie zero. Jeśli  $\Phi_1\rangle, \dots, \Phi_r\rangle$  są elementami  $\Omega'$ , warunkiem, że wektor  $\Psi$  będzie ortogonalny do wszystkich wektorów  $\Phi_i\rangle$ , jest

$$\Phi_i^i \Psi_i = 0 \quad \text{dla } i = 1, 2, \dots, r. \tag{92}$$

Jeżeli liczba wektorów niezależnych przestrzeni  $\Omega$  wynosi  $n$ , to  $r$  równań (92) ma  $n - r$  niezależnych rozwiązań. Jedynie jeśli są one niezależne także od  $\Phi_1\rangle, \dots, \Phi_r\rangle$ , to wtedy  $\Omega' + \Omega'_\perp$  tworzy przestrzeń zupełną  $\Omega$ :

$$\Omega' + \Omega'_\perp = \Omega. \tag{93}$$

Wśród pierwotnych wektorów stanu części  $\binom{N + \Theta}{V}$  znajduje się tylko jeden o normie ujemnej — wektor stanu jednej cząstki  $V$ . W tym specjalnym przypadku dowolny układ niezależnych wektorów stanu może zawierać tylko jeden wektor o normie ujemnej. Jakikolwiek wektor ortogonalny do niego musi mieć normę dodatnią. Jeśli więc istnieją dwa pierwiastki równania  $h(E) = 0$ , jeden odnoszący się do stanu „*ducha*” o normie ujemnej, to pierwiastki zespolone tego równania nie mogą istnieć. Jeśli nie ma pierwiastków rzeczywistych, to równanie musi mieć dwa — i tylko dwa — sprzężone pierwiastki zespolone.

### 4.3. Norma stanów rozdzielnych („*product-states*”)

Niech  $O(R_1)$  będzie operatorem, który kreuje jedną lub kilka cząstek lub stanów złożonych wewnątrz obszaru  $R_1$  zwykłej przestrzeni. Operator  $O(R_1)$  mógłby być dla ustalenia określony przez pewne wyrażenia postaci  $\int \varphi(\vec{x}_1, \vec{x}_2) \psi_N^*(\vec{x}_1) \mathbf{a}^*(\vec{x}_2) d^3x_1 d^3x_2$ , gdzie  $\varphi(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  jest funkcją malejącą dostatecznie szybko do zera kiedy  $\vec{x}_1$  lub  $\vec{x}_2$  zbliża się do ograniczenia obszaru  $R_1$ . Wtedy

$$O(R_1) | 0 \rangle \tag{94}$$

określa stan, w którym próżnia została zachowana na zewnątrz obszaru  $R_1$ . Norma jego dana jest przez

$$N_1 = \langle 0 | O^*(R_1) O(R_1) | 0 \rangle. \quad (95)$$

$O(R_2)$  może odnosić się do innego obszaru  $R_2$ , który jest rozłączny z obszarem  $R_1$ . Wtedy  $O(R_2)$  i  $O^*(R_2)$  komutują lub antykomutują z  $O(R_1)$  i  $O^*(R_1)$ , gdyż funkcje falowe w odległych punktach przestrzeni zawsze komutują lub antykomutują. Wektor stanu

$$O(R_2) \cdot O(R_1) | 0 \rangle \quad (96)$$

opisuje stan, w którym próżnia została zachowana na zewnątrz obszaru  $R_1 + R_2$ . W stanie tym spotykamy sytuację opisaną przez stan  $O(R_1) | 0 \rangle$  w obszarze  $R_1$  oraz przez stan  $O(R_2) | 0 \rangle$  w obszarze  $R_2$ .

Norma tego stanu dana jest jako iloczyn norm stanów pojedynczych:

$$\begin{aligned} N_{12} &= \langle 0 | O^*(R_1) O^*(R_2) O(R_2) O(R_1) | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | O^*(R_1) O(R_1) O^*(R_2) O(R_2) | 0 \rangle \\ &= \langle 0 | O^*(R_1) O(R_1) | 0 \rangle \langle 0 | O^*(R_2) O(R_2) | 0 \rangle \\ &= N_1 \cdot N_2. \end{aligned} \quad (97)$$

Wynik jest niezależny od typu metryki. W metryce nieokreślonej jeden z czynników  $N_1$  lub  $N_2$  może być równy zero i dla obliczeń innych rozdziałów ważne jest to, że wtedy norma stanu rozdzielnego również znika.

W obliczeniach praktycznych operatory tworzące stany stacjonarne lub pakiety falowe nie będą całkowicie zniknęły na zewnątrz skończonego obszaru  $R_1$ . Zwykle będą poza tym obszarem mały wykładniczo. W przypadku tym równanie (97) będzie jeszcze słuszne asymptotycznie dla dużych odległości między obszarami  $R_1$  i  $R_2$ . Dokładniejsze zbadanie warunków, przy których spełnione jest równanie (97), przedstawi później Haag [9].

#### 4.4. Zachowanie asymptotyczne funkcji falowych

Energia oddziaływania w hamiltonianie (4) maleje wykładniczo (zgodnie z (3) i (4)) wraz ze wzrostem odległości między cząstkami, do których się odnosi. Przeto dla dużych odległości między cząstkami lub stanami związanymi poszczególne części całego układu zachowują się tak, jakby innych części nie było. Prowadzi to do zwykłego kwantowego zachowania, o ile nie istnieją asymptotycznie stany rozdzielne, zawierające jako czynnik stan  $\Phi_{Dip}$ . Wszystkie inne stany części  $\begin{pmatrix} N + \Theta \\ V \end{pmatrix}$ , włączając stan  $\Phi_0$ , są szczególnymi rozwiązaniami równania Schrödingera, co prowadzi do periodycznej zależności od czasu typu  $\Phi(t) = \Phi(0) e^{-iEt}$ . Jednakże zachowanie układu jest odmienne, jeśli stany rozdzielne pojawiają się asymptotycznie zawierając

jako czynnik stan  $\Phi_{Dip}$ . Z równania (42) widać, że  $\Phi_{Dip}$  działa jako źródło wytwarzające w sposób ciągły stan  $\Phi_0$ , co jest również prawdziwe dla stanu rozdzielonego zawierającego jako czynnik  $\Phi_{Dip}$ . Jeśli więc funkcja własna zawiera części, które są asymptotycznie takimi stanami rozdzielonymi, to części te będą prowadziły do ciągłej produkcji stanów rozdzielnych zawierających jako czynnik  $\Phi_0$ . Skutkiem tego może być liniowy wzrost w czasie takiego stanu rozdzielonego z czynnikiem  $\Phi_0$  jak w równości (42); lub przy rozwiązaniu stacjonarnym typu (70) liniowy wzrost z odległością od centrum rozpraszającego, czyli przyczynek postaci

$$\Phi_0 \frac{\alpha + \beta r}{r} e^{\pm ikr}.$$

Przeto całą przestrzeń Hilberta można podzielić na dwie części. Przestrzeń Hilberta I składa się ze wszystkich wektorów stanu reprezentowanych przez funkcje własne nie zawierające asymptotycznie stanów rozdzielnych z czynnikiem  $\Phi_{Dip}$ . Przestrzeń Hilberta II zawiera resztę. Funkcje własne przestrzeni Hilberta I zachowują się asymptotycznie jak funkcje własne w zwykłej mechanice kwantowej; w przestrzeni pędów te funkcje własne posiadają tylko proste bieguny w krytycznych punktach odpowiadających stacjonarnym stanom widma punktowego. Funkcje własne przestrzeni Hilberta II mogą mieć w przestrzeni pędów bieguny podwójne i mogą zachowywać się asymptotycznie jak  $\Phi_0[(\alpha + \beta r)/r] e^{\pm ikr}$ . Asymptotyczne części funkcji własnych w przestrzeni Hilberta I można interpretować w zwykły sposób, mogą być więc użyte do opisu zjawisk rzeczywistych. Jednakże nie można interpretować lokalnego zachowania tych funkcji własnych, ponieważ przyczynki od stanów  $\varphi(\vec{k}_1, \dots)$   $\Phi_{Dip}$  prowadziłyby ewentualnie do prawdopodobieństw ujemnych, które nie mają sensu. Teoria ta jest więc zasadniczo teorią macierzy  $S$ , w której nie istnieje lokalny hamiltonian i nie można podać lokalnego opisu.

## 5. Wyższe części modelu Lee

### 5.1. Unitarność macierzy $S$ w częściach $\begin{pmatrix} N + z\Phi \\ V + (z-1)\Theta \end{pmatrix}$

Przestrzeń Hilberta części  $\begin{pmatrix} N + z\Theta \\ V + (z-1)\Theta \end{pmatrix}$  utworzona jest przez wektory stanu przedstawiające „stany rozdzielne” składające się z  $z$  cząstek  $\Theta$  i jednej cząstki  $N$ , lub z  $(z-1)$  cząstek  $\Theta$  i jednej cząstki  $V$ . Zamiast używać tych wektorów stanu można określić tę samą przestrzeń Hilberta przez inny zbiór wektorów, w którym każdy „stan rozdzielny” utworzony jest

przez jeden stan części  $\binom{N + \Theta}{V}$  i  $(z-1)$  cząstek  $\Theta$ . W dalszych obliczeniach będziemy oznaczać funkcje własne cząstek  $\Theta$  ich pędem  $\vec{k}_i$ , a stany układu  $\binom{N + \Theta}{V}$  indeksem  $\vec{g}$ , przy czym  $\vec{g}$  jest pędem padającej cząstki  $\Theta$  widma ciągłego, podczas gdy stany  $\Phi_0$  i  $\Phi_{DiP}$  oznaczone są przez  $\vec{g} = 0$  i  $\vec{g} = D$ . Ogólny wektor stanu części  $\binom{N + z\Theta}{V + (z-1)\Theta}$  można więc scharakteryzować przez podanie  $(\vec{k}_i, \vec{g})$  lub jakiejś liniowej kombinacji takich wyrażań. Stan  $\Phi_{\vec{k}_i, \vec{g}}$  byłby stacjonarnym stanem układu, jeśli nie byłoby oddziaływania między cząstkami  $\Theta$  i układem  $\binom{N + \Theta}{V}$ . Kiedy próbujemy znaleźć rozwiązanie równania Schrödingera

$$H\Psi = E\Psi \quad (98)$$

opisującego rozpraszanie z cząstek  $\Theta$  na cząstce  $N$  lub  $(z-1)$  cząstek  $\Theta$  na cząstce  $V$ , to możemy scharakteryzować stan  $\Psi$  przez pędy  $\vec{k}'_i$  i  $\vec{g}'$  cząstek wchodzących.

Pamiętając, że aby otrzymać w przestrzeni Hilberta I stan rozproszeniowy, może być potrzebna, zgodnie z rzodziałem 3, pewna domieszka stanów  $(\vec{k}'_i, 0)$ , oznaczymy przez  $(\vec{k}'_i, \vec{g}')$  pewną liniową superpozycję fal padających. Funkcje własne tych stanów będą wyrażone poprzez zmienne  $(\vec{k}'', \vec{g}'')$ . Możemy więc funkcję własną zapisać jako macierz transformacyjną w postaci

$$\Psi_{\vec{k}'_i, \vec{g}'}^{\rightarrow} \rangle = \Phi_{\vec{k}'', \vec{g}''}^{\rightarrow} \rangle \cdot \vec{k}'', \vec{g}'' \Psi_{\vec{k}'_i, \vec{g}'}^{\rightarrow} . \quad (99)$$

Jeśli  $\Phi_{\vec{k}, \vec{g}}^{\rightarrow}$  jest zbiorem wektorów stanu „odwrotnym” do zbioru  $\Phi_{\vec{k}, \vec{g}}^{\rightarrow}$ , czyli jeśli

$$\langle \Phi_{\vec{k}'', \vec{g}''}^{\rightarrow} | \Phi_{\vec{k}'', \vec{g}''}^{\rightarrow} \rangle = \delta(\vec{k}'', \vec{k}'') \delta(\vec{g}'', \vec{g}'') = \vec{k}'', \vec{g}'' 1_{\vec{k}'', \vec{g}''} , \quad (100)$$

to mamy

$$\vec{k}'', \vec{g}'' \Psi_{\vec{k}'_i, \vec{g}'}^{\rightarrow} = \langle \Phi_{\vec{k}'', \vec{g}''}^{\rightarrow} | \Psi_{\vec{k}'_i, \vec{g}'}^{\rightarrow} \rangle . \quad (101)$$

Równanie Schrödingera (98) można zapisać jako

$$\vec{k}'', \vec{g}'' H_{\vec{k}'', \vec{g}''} \vec{k}'', \vec{g}'' \Psi_{\vec{k}'_i, \vec{g}'}^{\rightarrow} = \vec{k}'', \vec{g}'' \Psi_{\vec{k}'_i, \vec{g}'}^{\rightarrow} \cdot E_{\vec{k}'', \vec{g}''} . \quad (102)$$

Hamiltonian  $H$  można rozbić na część  $U$ , która może być nazwana energią własną cząstek  $\Theta$  i  $\begin{pmatrix} N + \Theta \\ V \end{pmatrix}$ , oraz na drugą część  $V$ , nazwaną energią oddziaływania. Część pierwszą matematycznie charakteryzuje fakt zawierania czynnika  $\delta(\vec{k}'', \vec{k}')$ :

$$H = U + V \quad ; \quad \vec{k}'' \vec{g}'' U_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow} = \delta(\vec{k}'', \vec{k}') \vec{g}'' u_{\vec{g}'}^{\rightarrow}. \quad (103)$$

Macierz  $\vec{g}'' u_{\vec{g}'}^{\rightarrow}$ , składa się głównie z elementów diagonalnych przedstawiających energię odosobnionych cząstek  $\Theta$  i układu  $\begin{pmatrix} N + \Theta \\ V \end{pmatrix}$ . Istnieje jednak jeden element poza diagonalą odpowiadający stałej  $C$  w równaniu (38), którego istnienie powoduje fakt, że  $\Phi_{Dip}$  nie jest rozwiązaniem równania Schrödingera. Ostatecznie otrzymujemy

$$\vec{g}'' u_{\vec{g}'}^{\rightarrow} = \delta(\vec{g}'', \vec{g}') (\sum \omega_i + E_{\vec{g}'}^{\rightarrow}) + \delta(\vec{g}'', 0) \cdot \delta(\vec{g}', D) \cdot C. \quad (104)$$

Kładąc

$$\sum \omega_i + E_{\vec{g}'}^{\rightarrow} = E_{\vec{k} \vec{g}}^{\rightarrow} \quad (105)$$

równanie Schrödingera przyjmuje postać

$$\begin{aligned} (E_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow} - E_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow}) \vec{k}'' \vec{g}'' \Psi_{\vec{k} \vec{g}}^{\rightarrow} + \delta(\vec{g}'', 0) \vec{k}'' D \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow} \cdot C + \\ + \vec{k}'' \vec{g}'' V_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow} \cdot \vec{k}'' \vec{g}'' \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow} = 0. \end{aligned} \quad (106)$$

Z równania (106) wynika, że elementy macierzowe  $\vec{k}'' \vec{g}'' \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow}$  w ogólności mają osobliwość w punkcie, dla którego  $E_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow} - E_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow} = 0$ . Będzie to zawsze biegun pierwszego rzędu, z wyjątkiem jednego przypadku: Jeśli element  $\vec{k}'' D \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow}$  ma w tym punkcie biegun pierwszego rzędu, to zgodnie z (106) element  $\vec{k}'' \vec{g}'' \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow}$  będzie miał w tym samym punkcie biegun drugiego rzędu. Jeśli jednak  $\vec{k}'' D \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow}$  jest regularny w punkcie  $E_{\vec{k}' D}^{\rightarrow} - E_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow} = 0$ , to  $\vec{k}'' \vec{g}'' \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow}$  ma znów biegun pierwszego rzędu w tym punkcie.

Możemy więc scharakteryzować stany przestrzeni Hilberta I warunkiem, że element  $\vec{k}'' D \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}^{\rightarrow}$  ma być regularny w punkcie krytycznym.

Jeśli warunek ten jest spełniony, to funkcję falową  $\Psi$  można zapisać w zwykły sposób jako

$$\begin{aligned} \vec{k}' \vec{g}' \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'} &= \vec{k}' \vec{g}' 1_{\vec{k}' \vec{g}'} + \\ &+ \frac{\vec{k}' \vec{g}' r_{\vec{k}' \vec{g}'}}{2\pi i (E_{\vec{k}' \vec{g}'} - E_{\vec{k}'' \vec{g}''} + i\gamma)} (\gamma \rightarrow 0), \end{aligned} \quad (107)$$

gdzie

$$\begin{aligned} r &= 2\pi i W \Psi \\ (\vec{k}' \vec{g}' W_{\vec{k}' \vec{g}'} &= \vec{k}' \vec{g}' V_{\vec{k}' \vec{g}'} + \delta(\vec{g}'', 0) \delta(\vec{g}', D) \cdot C). \end{aligned} \quad (108)$$

Elementy macierze  $\vec{k}' \vec{g}' r_{\vec{k}' \vec{g}'}$  znikają w punkcie  $E_{\vec{k}' \vec{g}'} - E_{\vec{k}' \vec{D}} = 0$ , ponieważ inaczej elementy  $\vec{k}' \vec{g}' \Psi_{\vec{k}' \vec{g}'}$  mogłyby nie być regularne w tym punkcie. Macierz rozpraszania

$$S = 1 + R \quad (109)$$

określana jest przez

$$\vec{k}' \vec{g}' R_{\vec{k}' \vec{g}'} = \delta(E_{\vec{k}' \vec{g}'} - E_{\vec{k}'' \vec{g}''}) \cdot \vec{k}' \vec{g}' r_{\vec{k}' \vec{g}'}. \quad (110)$$

A więc

$$\vec{k}' \vec{g}' R_{\vec{k}' \vec{g}'} = 0. \quad (111)$$

(Z definicji (109) i (110) macierzy rozpraszania wynika, że nie ma stanów rozdzielnych zawierających jedną lub kilka cząstek  $\Theta$  i układ  $\begin{pmatrix} N + \Theta \\ V \end{pmatrix}$ ). Jeśli takie stany istnieją, to równania (109) i (110) nie określają macierzy rozpraszania w zwykłym sensie, ale macierz związaną z jej zwykłą postacią pewną transformacją, która będzie omówiona w paragrafie 5.2).

Możemy teraz przytoczyć dowód M o e l l e r a unitarności macierzy  $S$ . Ze (108) i równania stowarzyszonego otrzymujemy

$$\Psi^* r + r^* \Psi = 0. \quad (112)$$

Pomnożenie tego równania przez funkcję  $\delta$  od początkowej i końcowej energii i zastąpienie  $\Psi$  wyrażeniem (107) daje

$$R^* + R + R^* R = 1 \quad (113)$$

lub

$$S^* S = 1. \quad (114)$$

Wzór ten dowodzi na razie tylko pseudounitarności macierzy  $S$ . Unitarność, która jest własnością zasadniczą przy interpretacji fizycznej, wy-



nika ze (114) w powiązaniu z (111). Fale padające stanów przestrzeni Hilberta I nie zawierają stanów  $(\vec{k}', D)$ . To samo, zgodnie z (111), jest słuszne dla fal wychodzących. Macierze  $R$  i  $S$  działają więc w przestrzeni Hilberta o pół-określonej metryce, gdyż stany początkowy i końcowy są liniowymi kombinacjami stanów  $(\vec{k}', \vec{g}')$  o normie dodatniej oraz stanów  $(k', 0)$  o normie zero.

Przestrzeń o metryce pół-określonej może być rozpięta na układzie wektorów ortogonalnych; pewne z nich mają normę zero:  $g_{ll}=0$ , inne mogą być unormowane do jedności  $g_{ll} = 1$ . W tym przypadku najogólniejszą transformację „ortogonalną” można określić jako

$$\Phi'_k \rangle = \Phi_l \rangle^l a_{lk}, \quad (115)$$

gdzie  $\Phi'_k \rangle$  i  $\Phi_l \rangle$  są układami wektorów ortogonalnych.

Wektory  $\Phi'_k \rangle$  muszą spełniać warunek

$$\langle \Phi'_l | \Phi'_k \rangle = ({}^r a_l)^{*s} a_k \cdot g_{rs} = ({}^r a_l)^{*s} a_k \cdot \delta_{rs} \cdot g_{rr} = g'_{lk} = \delta_{lk} \cdot g'_{ll}. \quad (116)$$

Gdy stan „początkowy”  $l$  posiada normę skończoną i jest unormowany do jedności  $g'_{ll} = 1$ , wtedy otrzymujemy

$$\sum_r |{}^r a_l|^2 = 1, \quad (117)$$

gdzie sumowanie jest przeprowadzone tylko po wszystkich stanach  $r$  o normie dodatniej. Rozpisanie wyrażenia (114) na składowe daje dla ortogonalnego układu w metryce pół-określonej:

$$\delta_k^l = ({}^l S^*)^m {}^m S_k = ({}^l S^*)^r g_{rm} \cdot {}^m S_k = ({}^r S^l)^* g_{rr} \cdot {}^r S_k = ({}^r S_l)^* g^r \cdot g_{rr} \cdot {}^r S_k, \quad (118)$$

lub w analogii do (117)

$$\sum_r |{}^r S_l|^2 = 1, \quad (119)$$

co oznacza, że macierz  $S$  jest unitarna.

## 5.2. Stacjonarne stany widma punktowego w częściach $\begin{pmatrix} N+z\theta \\ V+(z-1)\theta \end{pmatrix}$

Poprzednie wnioski nie dowodzą tego, że istotnie można zbudować stany przestrzeni Hilberta I. Aby pokazać budowę funkcji własnych dla wyższych części modelu Lee, musimy powtórzyć obliczenia paragrafu 3.1. Po ponownym zastosowaniu oznaczeń paragrafu 3.1. jako równanie Schrödingera otrzymujemy równania

$$\varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}) \left( E - m_0 - \sum_1^{z-1} \omega_i \right) = - \frac{zg_0}{\sqrt{4\pi}} \int \frac{d^3k_z \varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_z)}{\sqrt{2\omega_z}}, \quad (120)$$

$$\varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_z) \left( E - \sum_1^z \omega_i \right) = - \frac{g_0}{z\sqrt{4\pi}} \sum_{i=1}^z \frac{\varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{i-1}, \vec{k}_{i+1}, \dots, \vec{k}_z)}{\sqrt{2\omega_i}}.$$

Jeśli  $\varphi_0(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_z)$  jest dowolnym rozwiązaniem równania

$$\varphi_0(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_z) \left( E - \sum_1^z \omega_i \right) = 0, \quad (121)$$

to z równań (120) otrzymuje się

$$\begin{aligned} & \varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}) h^+ \left( E - \sum_1^{z-1} \omega_i \right) = \\ & = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d^3k_z}{\sqrt{2\omega_z} \left( E - \sum_1^z \omega_i + i\gamma \right)} \sum_{i=1}^{z-1} \frac{\varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{i-1}, \vec{k}_{i+1}, \dots, \vec{k}_z)}{\sqrt{2\omega_i}} - \\ & - \varphi_0(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}), \end{aligned} \quad (122)$$

gdzie

$$\varphi_0(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}) = \frac{z}{g_0\sqrt{4\pi}} \int \frac{d^3k_z \varphi_0(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_z)}{\sqrt{2\omega_z}}. \quad (123)$$

W analogii do (71) próbujemy jako rozwiązanie odpowiadające stanowi przestrzeni Hilberta I założyć

$$\varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}) = a(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}) \delta \left( E - E_0 - \sum_1^{z-1} \omega_i \right) + \frac{\chi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})}{E - E_0 - \sum_1^{z-1} \omega_i + i\gamma} \quad (124)$$

Współczynnik  $a(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  może być wyznaczony z warunku znikania prawej strony (122) w punkcie  $E - E_0 - \sum_1^{z-1} \omega_i = 0$ ; eliminację  $a(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  ułatwia symetria  $\varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  i  $a(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  względem pędu  $\vec{k}_i$ .

Używając oznaczenia  $\omega_{ci} = E - E_0 - \sum_1^{z-1} \omega + \omega_i$  definiujemy funkcję  $a(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  przez wyrażenie

$$\int d^3k_{z-1} a(\vec{k}_0, \dots, \vec{k}_{z-1}) \delta\left(E - E_0 - \sum_1^{z-1} \omega_i\right) \\ = - (E_0 - \omega_{c,z-1}) \sqrt{\omega_{c,z-1}} \int \frac{d^3k_{z-1} \chi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})}{\sqrt{\omega_{z-1}} (E_0 - \omega_{z-1} + i\gamma) (\omega_{c,z-1} - \omega_{z-1} + i\gamma)} \quad (125)$$

i zamiast (73) otrzymujemy

$$\chi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}) = \\ = \frac{\left(E - E_0 - \sum_1^{z-1} \omega_i\right)^2}{8\pi h^+ \left(E - \sum_1^{z-1} \omega_i\right)} \sum_1^{z-1} \int \frac{d^3k_z \chi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{i-1}, \vec{k}_{i+1}, \dots, \vec{k}_z)}{\sqrt{\omega_i \omega_z} (\omega_i - E_0) \left(\sum_1^z \omega_i - E - i\gamma\right) (\omega_z - E_0 - i\gamma)} \\ - \frac{E - E_0 - \sum_1^{z-1} \omega_i}{h^+ \left(E - \sum_1^{z-1} \omega_i\right)} \cdot \varphi_{0i}(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}). \quad (126)$$

Prawa strona jest w punkcie  $E - \sum_1^{z-1} \omega_i = E_0$  regularna automatycznie, funkcja  $\chi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  jest więc również regularna.

Funkcje własne przestrzeni Hilberta I charakteryzuje fakt, że spełniają one nie tylko równania (120) ale także (124) i (126).

Jeśli równanie jednorodnego typu (120) prowadzi do stacjonarnych stanów widma punktowego części  $\left(\frac{N+(z-1)\Theta}{V+(z-2)\Theta}\right)$ , to stany te mogą, być może, pojawić się wraz z wychodzącą cząstką  $\Theta$  w problemie rozproszeniowym (120) części  $\left(\frac{N+z\Theta}{V+(z-1)\Theta}\right)$  jako stany końcowe. Można to było zauważyć w funkcjach własnych  $\varphi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  lub  $\chi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  na podstawie faktu, że dla odpowiadających wartości  $\vec{k}$  lub  $\omega$  posiadają one bieguny pojedyncze. Jeżeli  $E_s$  byłaby energią stanu stacjonarnego, to pojedyncze bieguny musiałyby występować dla  $\omega_i = E - E_s$ . W sąsiedztwie bieguna, powiedzmy  $\omega_1 = E - E_s$ , możemy napisać ( $\gamma \rightarrow 0$ ):

$$\chi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1}) = \frac{\psi(\vec{k}_1; \vec{k}_2, \dots, \vec{k}_{z-1})}{E - E_s - \omega_1 + i\gamma} + \text{mniejsze wyrazy} \quad (127)$$

(127) odpowiada w zwykłej przestrzeni fali wychodzącej  $e^{ik_1 r_1 / r_1}$  pomnożonej przez funkcję  $\vec{x}_2, \dots, \vec{x}_{z-1}$  kątów  $\varphi_1$  i  $\vartheta_1$  odnoszących się do  $\vec{x}_1$ . Kiedy wstawimy do równania (126)  $\chi(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  wyrażone w (127) i przejdziemy do granicy  $\omega_1 \rightarrow E - E_s$ , to widzimy,  $\psi(\vec{k}_1, \vec{k}_2, \dots, \vec{k}_{z-1})$  rozpatrywana jako funkcja  $\vec{k}_2, \dots, \vec{k}_{z-1}$  musi spełniać jednorodne równanie (126) (bez członu  $\varphi_{oi}$ ) z liczbą zmiennych  $z - 2$  i całkowitą energią  $E_s$ .

Jest to ważny wynik, ponieważ pokazuje, że tylko te stacjonarne stany widma punktowego części  $\left( \begin{matrix} N + (z-1)\Theta \\ V + (z-2)\Theta \end{matrix} \right)$  mogą pojawić się wśród stanów końcowych, które należą do rozwiązań równania (126), czyli do przestrzeni Hilberta I. Jeśli istnieją stacjonarne stany widma punktowego określone nie równaniem (126) a (120), to stany te nie mogą być kreowane w problemach rozproszeniowych wyższych części modelu Lee, o ile zaczyna się od rozwiązania należącego do przestrzeni Hilberta I, czyli od rozwiązania równania (126).

Kiedy zbierze się wyniki paragrafów 5.1. i 5.2. wydaje się rzeczą bardzo prawdopodobną, że norma stacjonarnych stanów widma punktowego w przestrzeni Hilberta I musi być dodatnia. W paragrafie 5.1. pokazaliśmy, że  $\sum_r |{}^r S_l|^2 = 1$ , gdzie sumowanie przeprowadzone jest po wszystkich stanach  $(\vec{k}, \vec{g})$  ( $(\vec{k}, D)$  nie pojawia się) o tej samej energii całkowitej w przestrzeni Hilberta z metryką pół-określoną. Jeśli w niższych częściach modelu Lee istnieją stany widma punktowego, to wektory stanu stanów własnych w tych niższych częściach można wyrazić jako kombinacje liniowe wszystkich wektorów postaci  $(\vec{k}, \vec{g})$ ,  $(\vec{k}, 0)$  oraz  $(\vec{k}, D)$ . Transformacja, która prowadzi od  $(\vec{k}, \vec{g})$ ,  $(\vec{k}, 0)$  i  $(\vec{k}, D)$  do tych stanów własnych przeprowadza w podprzestrzeni o danej energii całkowitej stany  $r$  elementów macierzowych  ${}^r S_l$  w stany własne o tej samej energii, ale stany  $(\vec{k}, D)$  nie biorą udziału w tej transformacji, gdyż  $\sum_{\vec{k}, \vec{g}} R_{\vec{k}, \vec{g}}^{\vec{k}, D} = 0$ . Transformacja przeprowadzana na stanach  $r$  elementów  ${}^r S_l$  w podprzestrzeni o danej energii ma więc miejsce w przestrzeni Hilberta o pół-określonej metryce i należy do typu rozpatrywanego z okazji (117). Norma stanów widma punktowego musi tym samym być dodatnia. Jednak należy zaznaczyć, że prawdziwość tego rozumowania jest związana z pewnymi cechami dotyczącymi analitycznego zachowania funkcji falowych. W przypadku stacjonarnych stanów widma punktowego konieczne jest dla podprzestrzeni o danej energii, aby przynajmniej jeden z pędów cząstek  $\vec{k}_i$  był urojony lub zespolony.

Możemy tutaj założyć, że macierz  $S$  jest analityczna w tym obszarze i że do obliczenia normy muszą wystarczyć residua wokół biegunów na urojonej osi  $k$  w taki sam sposób, jak w przypadku zwykłej teorii przestrzeni Hilberta o dodatniej metryce (por. M o e l l e r [6]); musimy jednak odłożyć dowód tego założenia do późniejszej dokładnej dyskusji stacjonarnych stanów widma punktowego.

Nie wiemy na razie, czy istnieją w modelu Lee stacjonarne stany widma punktowego wyższych części modelu. Natomiast w modelu określonym przez nieliniowe równanie spinorowe [4] istnienie stacjonarnych stanów widma punktowego jest bardzo prawdopodobne, gdyż przybliżenie Tamma — Dancoffa prowadzi do takich stanów w przestrzeni Hilberta I.

Tą samą metodą, której użylibyśmy tu do rozpatrzenia własności stacjonarnych stanów widma punktowego, można także zastosować do dowodu następującej własności macierzy  $S$ :

$$\begin{aligned} \vec{k}'_1 \vec{k}'_2 \dots \vec{k}'_n \vec{g}' \dots S_{\vec{k}'_1 \vec{k}'_2 \dots \vec{k}'_n \vec{g}'} = \delta(\vec{k}'_1 \vec{k}'_1) \vec{k}'_2 \dots \vec{k}'_n \vec{g}' \dots S_{\vec{k}'_2 \dots \vec{k}'_n \vec{g}'} \\ + \text{wyrazy bez czynnika } \delta(\vec{k}'_1 \vec{k}'_1). \end{aligned} \quad (128)$$

Wzór ten można interpretować tak, że jedna cząstka może przejść na dużej odległości od centra rozpraszającego nie zaburzając rozpraszania innych cząstek.

### 5.3. Przestrzenie Hilberta I i II w innych częściach modelu Lee

W rozdziałach poprzednich odróżnialiśmy stany przestrzeni Hilberta I od stanów przestrzeni Hilberta II poprzez ich zachowanie asymptotyczne w zwykłej przestrzeni według następującego schematu: Z założenia „jedynie pojedynczych biegunów w przestrzeni pędów” wynika zachowanie asymptotyczne w zwykłej przestrzeni postaci  $e^{\pm ikr}/r$  lub  $e^{-kr}/r$ , o ile wszystkie inne zmienne za wyjątkiem  $r$  są ustalone (oczywiście dla fal padających może być dopuszczalna pewna kombinacja fal płaskich). Kiedy fale wchodzące opisują stany rozdzielne składające się tylko z oddzielnych stanów przestrzeni Hilberta I, wtedy dodając odpowiedni „stan zerowy” (człon z  $a(\vec{k}_1, \dots, \vec{k}_{z-1})$  w (124)) zawsze można utworzyć stan rozproszeniowy w przestrzeni Hilberta I. Z drugiej strony, wychodzące fale danego stanu rozproszeniowego w przestrzeni Hilberta I zawierają tylko związane stany widma punktowego należące do przestrzeni Hilberta I w odpowiedniej niższej części modelu Lee. W tej mierze stany przestrzeni Hilberta I tworzą „układ niemieszający” („*noncombining term system*”), pomimo że rozwinięcie funkcji własnych względem funkcji własnych części  $\begin{pmatrix} N + \Theta \\ V \end{pmatrix}$  zawiera

stan  $\mathcal{D}_{DiP}$  należący do przestrzeni Hilberta II. Do opisu lokalnego zachowania funkcji własnych potrzebna jest cała przestrzeń Hilberta z nieokreśloną metryką; ale do opisu zachowania asymptotycznego wystarcza przestrzeń Hilberta z metryką pół-określoną. Nie można więc podać fizycznej interpretacji zachowania lokalnego za pomocą prawdopodobieństw.

Rozciągnięcie tego ogólnego schematu na części modelu z wieloma cząstkami  $N$  lub  $V$  napotyka na trudność wspomnianą w paragrafie 2.1., mianowicie, że energie kinetyczne cząstek  $N$  i  $V$  zostały w równaniach (2) i (4) pominięte lub innymi słowy, że przyjęto nieskończoną bezwładność tych cząstek. Zastosowania ogólnego schematu można spodziewać się tylko wtedy, jeśli cząstki  $N$  i  $V$  mogą poruszać się, tak że są ostatecznie albo zupełnie rozdzielone, albo związane razem w stanie stacjonarnym. Tym samym zanim można by stosować schemat ogólny, byłoby najpierw konieczne udoskonalenie modelu Lee pod tym względem i założenie skończonej (choćby bardzo dużej) bezwładności cząstki  $N$  i  $V$ . Jakkolwiek nie można zauważyć jakiejś poważnej trudności w rozwijaniu teorii po dokonaniu tej zmiany, jednak nie pójdziemy tutaj tą drogą i ograniczymy obliczenia do modelu Lee w jego pierwotnej postaci.

## 6. Przyczynowość

Ponieważ stany przestrzeni Hilberta I przeznaczone są do opisu rzeczywistych zjawisk zachodzących wśród cząstek elementarnych, pojawia się pytanie, w jakim stopniu opis ten mógłby być nazwany przyczynowym. W następnych paragrafach zamierzamy jedynie krótko omówić związane z tym zagadnienia, właściwe zbadanie odkładamy do późniejszej pracy.

### 6.1. Formalne kryteria przyczynowości

W kilku ostatnich pracach [7] na temat własności macierzy  $S$  użyte jest następujące formalne kryterium przyczynowości: Jeżeli macierz  $S$  dotyczy asymptotycznych operatorów pola  $A_{in}(\vec{x})$  i  $A_{out}(\vec{x})$ , to macierz ta nazywana jest „kauzalną”, o ile  $A_{in}(\vec{x})$  i  $A_{out}(\vec{x})$  mogą być interpolowane przez operator pola  $A(\vec{x})$ , który spełnia  $[A(\vec{x}), A(\vec{x}')] = 0$  dla odległości przestrzennych  $\vec{x} - \vec{x}'$ . To formalne kryterium nie może być właściwie zastosowane do modelu Lee, ponieważ model ten nie jest relatywistyczny. Może być jednak sprawdzone dla nieliniowego równania spinorowego wspomnianego we wstępie. Tutaj operatory pola istotnie komutują dla odległości przestrzennych, co jest również prawdziwe w modelu Lee dla operatorów w wyróżnionym czasie  $t = \text{const}$ . Kryterium jest więc formalnie spełnione. Ale w wymienionych wyżej pracach milcząco zakładano, że operatory  $A(\vec{x})$

działają na tę samą przestrzeń Hilberta o metryce dodatniej co i  $A_{out}(\vec{x})$  i  $A_{in}(\vec{x})$ . Jednakże w naszym przypadku przestrzeni Hilberta I operatory asymptotyczne działają w przestrzeni Hilberta o pół-określonej metryce, podczas gdy operatory pola działają na zupełną przestrzeń Hilberta o nie-określonej metryce. Wydaje się, że różnica ta nie jest ważna dla wielu wniosków, przykładem pewne wyniki wiążące się ze związkami dyspersyjnymi; lecz może być ważne dla innych. Nie próbujemy tutaj analizować różnic między konsekwencjami tych dwóch grup założeń.

## 6.2. Domieszka stanów rozdzielnych ze stanami $\Phi_0$

Konieczność dodania do fal wchodzących pewnej domieszki stanów rozdzielnych ze stanem  $\Phi_0$  w celu otrzymania stanu rozproszeniowego w przestrzeni Hilberta I wydaje się na pierwszy rzut oka źródłem poważnego odchylenia od przyczynowości. Wchodzące fale z  $\Phi_0$  nie mogą ujawnić się w doświadczeniach, ponieważ na mocy  $\langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle$  nie dają one przyczynków do żadnej wartości oczekiwanej. Ale musiałyby one już być ustalone przed rozpoczęciem doświadczenia i wydaje się więc, że to wymaga spełnienia przez poprzednie wydarzenia warunków bardzo szczególnych. Z drugiej strony, jeżeli całkowity układ z włączeniem, o ile to możliwe, przyrządów pomiarowych i obserwatora opisany jest przez wektor stanu przestrzeni Hilberta I, to jest to słuszne także dla każdej części układu, która na tyle jest oddalona od reszty, że można ją traktować jako niezależną. Przeto te fale z  $\Phi_0$  występują automatycznie w poprawnej ilości, o ile cały układ znajdował się na początku w stanie przestrzeni Hilberta I. Nie widać pod tym względem żadnego bezpośredniego niebezpieczeństwa grożącego zwykłym doświadczalnym kryteriom przyczynowości.

Jakkolwiek stany rozdzielne ze stanem  $\Phi_0$  nie mogą być obserwowane bezpośrednio i musiałyby być zaliczone do pól „wirtualnych”, jednak należą one do całej matematycznej osnowy teorii i będą tym samym wpływać pośrednio na wielkości obserwowane. Szczególnie zachowanie asymptotyczne każdego stanu widma punktowego w postaci sferycznej funkcji zerowej typu  $\Phi_0 e^{ikr}/r$  sugeruje możliwość istnienia między układami złożonymi sił o dalekim zasięgu, wytwarzanych pośrednio przez fale wirtualne. W przypadku nieliniowego równania spinorowego metoda Tamm-Dancoffa istotnie prowadzi do sił typu kulombowskiego o dalekim zasięgu, do pojęcia naboju i w ogólności do elektrodynamiki. Czy podobne cechy można wynaleźć w modelu Lee nie zostało jeszcze zbadane.

## 7. Wnioski

Niniejsze omówienie modelu Lee zostało podjęte w celu rozstrzygnięcia zagadnienia, czy metryka nieokreślona w przestrzeni Hilberta może być użyta do opisu zjawisk rzeczywistych. Wyniki obliczeń wykazały, że wprowadzenie metryki nieokreślonej poprzez „*duchy dipolowe*” pozwala na podzielenie zupełnej przestrzeni Hilberta na dwie części — I i II, które można w pewnym sensie traktować jako „układy niemieszające”. Asymptotyczne części rozwiązań przestrzeni Hilberta I mogą mieć interpretację i być jakościowo użyte do opisu zjawisk rzeczywistych.

Analiza obecna dotyczy tylko modelu Lee i jest jeszcze zagadnieniem otwartym, w jakiej mierze może być przeniesiona na nieliniowe równania spinorowe, użyte jako model teorii cząstek elementarnych. Ten ostatni model badany był na razie wyłącznie nową metodą Tamma-Dancoffa. Aby otrzymać związek między obliczeniami tej pracy i prac wcześniejszych, to z jednej strony można by spróbować znaleźć w przypadku modelu Lee rozwiązania znormalizowanych równań (62) stosując nową metodę Tamma-Dancoffa; z drugiej strony można by rozwinąć nowe metody całkowania dla modelu spinorowego, prowadzące do przedstawień bardziej podobnych do omawianych tutaj dla modelu Lee. Dopiero po ustaleniu związku między schematami matematycznymi można będzie podać dokładną analizę matematycznej budowy modelu spinorowego.

Zagadnienia przyczynowości może mogłyby być najlepiej omówione dla modelu spinorowego, ponieważ jest on relatywistycznie niezmienniczy oraz nie wykazuje tych cech nielokalności, które zostały zauważone dla modelu Lee w paragrafie 2.6. tej pracy. Pozostaje sprawdzić, w jakim stopniu związki dyspersyjne i podobne zależności są słuszne dla modelu spinorowego. Wydaje się, że w każdym przypadku model ten dostarcza interesującego przykładu na zastosowanie tych ogólnych własności macierzy  $S$ , które były badane w wielu ostatnich pracach.

*Tłumaczyła B. Tulczyjew*

## Literatura

1. G. Källén i W. Pauli, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. **30** (1955) z. 7.
2. T. D. Lee, Phys. Rev. **95**, 1329 (1954).
3. P.A.M. Dirac, Proc. Roy. Soc. A **180**, 1 (1942). Por. także W. Pauli, Rev. of Mod. Phys. **15**, 175 (1943).



4. W. Heisenberg, *Nachr. Gött. Akad. Wiss.* 111 (1953); *Zs. f. Naturf.* **9a**, 292 (1954);  
W. Heisenberg, F. Kortel i H. Mitter, *Zs. f. Naturf.* **10a**, 425 (1955);  
W. Heisenberg, *Zs. f. Physik* **144**, 1 (1956); *Nachr. Gött. Akad. Wiss.* 27 (1956);  
R. Ascoli i W. Weisenberg, *Zs. f. Naturf.* **12a**, 177 (1957).
5. V. Glaser i G. Källen, *Nuclear Physics* **2**, 706 (1956).
6. Chr. Moeller, *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **23** (1945) z. 1; **24** (1946) z. 19.
7. H. Lehmann, K. Symanziki i W. Zimmermann, *Nuovo Cimento* (w druku).
8. W. Heisenberg, *Zs. f. Naturf.* **6a**, 281 (1951).
9. R. Haag, referat na międzynarodowej konferencji w Lille (czerwiec 1957).

Jan Nikliborc

Katedra Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Wrocławskiego

## Polowa mikroskopia jonowa

W dążeniu do osiągnięcia wysokich zdolności rozdzielczych największe sukcesy przypadły w udziale — jak dotąd — polowej mikroskopii jonowej; uzyskana rozdzielczość około  $3 \text{ \AA}$  umożliwiła oglądanie na ekranie luminescencyjnym mikroskopu obrazów pojedynczych atomów sieci krystalicznej.

Mikroskopia jonowa została wynaleziona w r. 1951 przez E. M ü l l e r a [1], twórcę polowej mikroskopii elektronowej, z której powstała w poszukiwaniu coraz lepszych rozwiązań. Zarówno pod względem konstrukcji aparatury jak i metody pracy obie dziedziny są bardzo zbliżone.

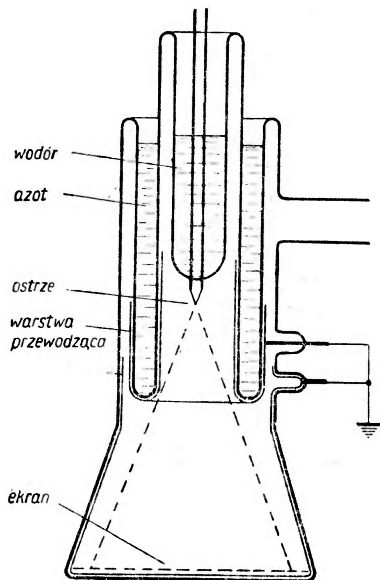
Niniejszy artykuł stanowi ciąg dalszy ogłoszonych w „Postęпах Fizyki” dwóch referatów [2] i [3]; w pierwszym omówiono doświadczalne i teoretyczne podstawy polowej emisji elektronów, w drugim konstrukcję i ważniejsze osiągnięcia polowej mikroskopii elektronowej.

### 1. Budowa i działanie mikroskopu jonowego

Budowa polowego mikroskopu jonowego (*Field ion microscope, Feldionenmikroskop*) nie różni się od elektronowego, (patrz [3]), który może być stosowany również jako jonowy; różnica polega na sposobie użycia. W mikroskopie elektronowym ostrze stanowi katodę, natomiast w mikroskopie jonowym ostrze jest anodą. Jeżeli jednak chodzi o uzyskanie najwyższych rozdzielczości, wówczas ostrze chłodzi się ciekłym wodorem. Rys. 1 [4] przedstawia konstrukcję mikroskopu jonowego przeznaczonego do stosowania w niskich temperaturach; do chłodzenia użyto ciekłego wodoru i azotu.

Do bańki mikroskopu wprowadza się gaz, zwykle hel lub wodór, pod ciśnieniem rzędu tysięcznych tora. Jony gazu powstające w silnym polu elektrycznym przy końcu ostrza (por. § 3) poruszają się w polu ku ekranowi, który pobudza do świecenia. Aby wytworzyć koło wierzchołka ostrza dostatecznie silne pola rzędu  $10^8 \text{ V/cm}$ , stosuje się ostrza przeważnie o bardzo małych promieniach krzywizny — kilkaset do tysiąca  $\text{ \AA}$ . Takie ostrza otrzy-

muje się najczęściej w samym mikroskopie, bądź bombardowaniem jonami ostrza grubszego, tzn. przez rozpylanie katodowe podczas wyładowania



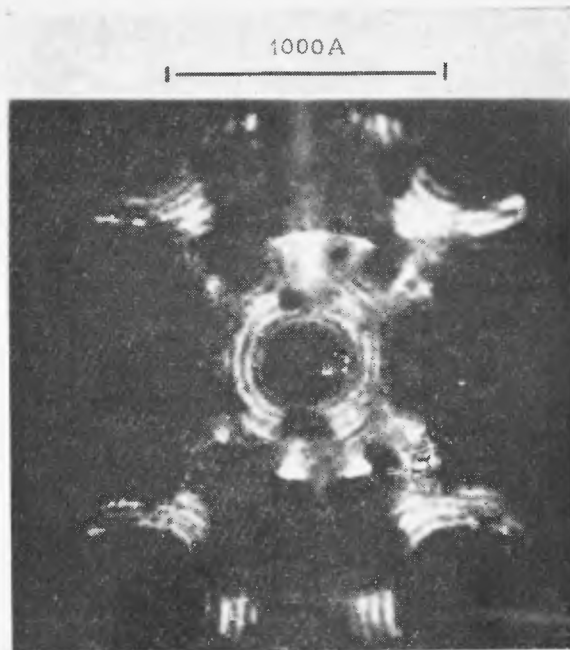
Rys. 1. Schemat polowego mikroskopu jonowego przystosowanego do badań w niskich temperaturach

w 1951 roku zdjęciem jonowym; Müller zastosował wówczas wodór. W porównaniu z obrazem elektronowym (rys. 3 [1]) obraz jonowy jest znacznie subtelniejszy. Wielki krok naprzód zrobiono jednakże dopiero dzięki zastosowaniu ostrzy chłodzonych ciekłym wodorem i helu jako gazu wypełniającego bańkę. Fotografie 4 i 5 przedstawiają helowe obrazy ostrzy wolframowych [7, 8], fot. 6 [4] również helowy obraz ostrza renu. Widoczne, zwłaszcza na rys. 5 i 6, rozdzielenie sieci krystalicznej na atomy stanowi szczytowe osiągnięcie mikroskopii. Porównanie rys. 4, 5 i 6 z 2 świadczy wymownie o osiągniętym w ciągu kilku ostatnich lat postępie. Użycie ostrzy o promieniach krzywizny kilkaset Å pozwala wytwarzać potrzebne wysokie pola rzędu  $10^8$  V/cm nie przekraczając napięć kilkunastu kV. Otrzymano już obrazy jonowe przy zastosowaniu różnych gazów a nawet par cezu i rtęci [8, 9], jednakże najlepsze wyniki osiągnięto przy użyciu helu; stosowano ciśnienia aż do  $2,5 \cdot 10^{-3}$  Tr helu bez przebicia w gazie, nieznacznie tylko tracąc na ostrości obrazów. Oprócz regularnych struktur sieciowych udało się obserwować różne nieregularności na powierzchni ostrza, wśród nich niektóre interpretowano jako dyslokacje [4, 8, 9].

(ostrze jest wtedy katodą) [5], bądź metodą odparowania tlenków [6]; proces ostrenia zostaje zakończony desorpcją elektryczną (por. § 5), tzn. odparowaniem w polu elektrycznym wystarczającym do pokonania sił spójności atomów na powierzchni wierzchołka ostrza. Napięcie między elektrodami podczas pracy mikroskopu jonowego wynosi, zależnie od promienia krzywizny ostrza i rodzaju gazu, kilkanaście lub kilkadziesiąt kV, natężenie prądu, dochodzące do około  $10^{-7}$  A jest przynajmniej o rząd mniejsze, niż w polowym mikroskopie elektronowym.

## 2. Obrazy jonowe

Zamieszczone na rys. 2, 4, 5 i 6 fotografie przedstawiają kilka spośród dość już licznych zdjęć jonowych. Fotografia na rys. 2 [1] jest pierwszym, ogłoszonym



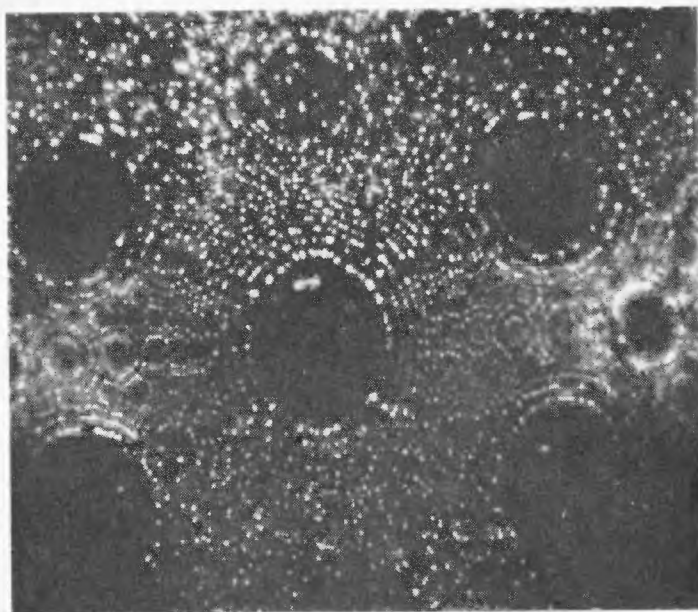
Rys. 2. Pierwszy opublikowany obraz jonowy ostrza wolframowego



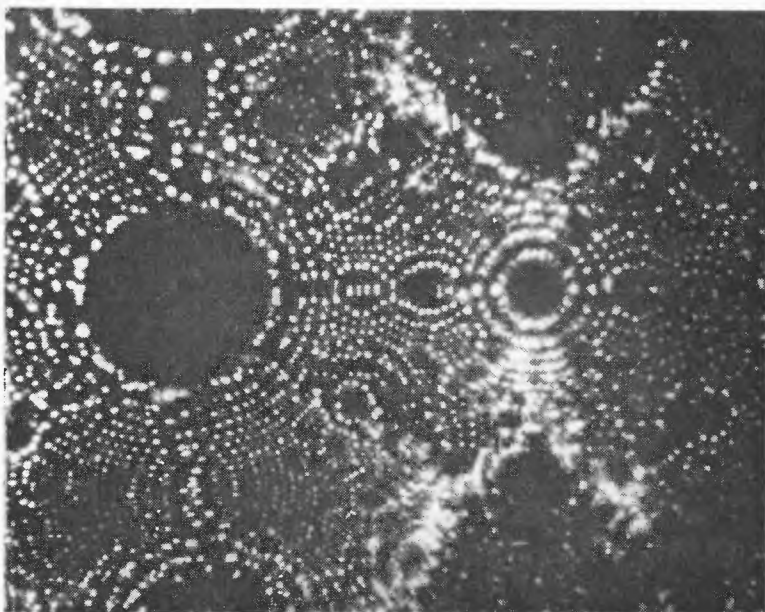
3. Obraz elektronowy ostrza, którego obraz jonowy przedstawia rys. 2



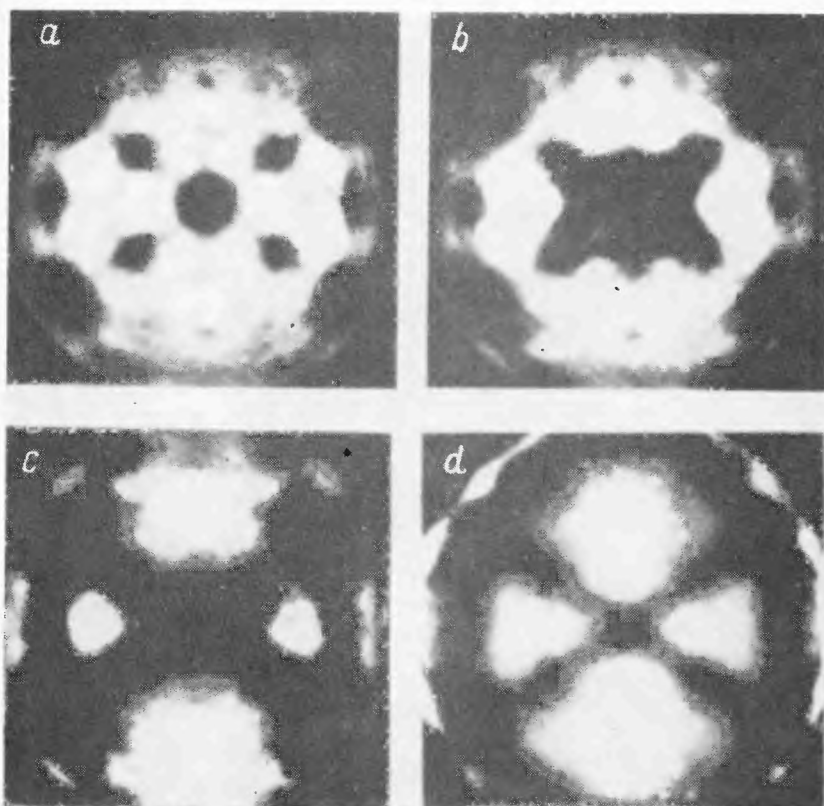
Rys. 4 Jonowy obraz helowy ostrza wolframowego; widoczne stopnie sieciowe płaszczyzn 011;  $r = 1000 \text{ \AA}$ ,  $V = 23 \text{ kV}$ ,  $p = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ tora}$ .  $T = 300 \text{ }^\circ\text{K}$



Rys. 5. Jonowy obraz helowy ostrza wolframowego o  $r = 950 \text{ \AA}$  ze ścianką 011 w środku i czterema ścianami 112, po wyżarzeniu w  $2000 \text{ }^\circ\text{K}$  i desorpcji polem przy  $22 \text{ kV}$  w temp.  $21 \text{ }^\circ\text{K}$   
 $p = 2 \cdot 10^{-4} \text{ tora}$ ,  $V = 19 \text{ kV}$



Rys. 6. Jonowy obraz helowy ostrza renu

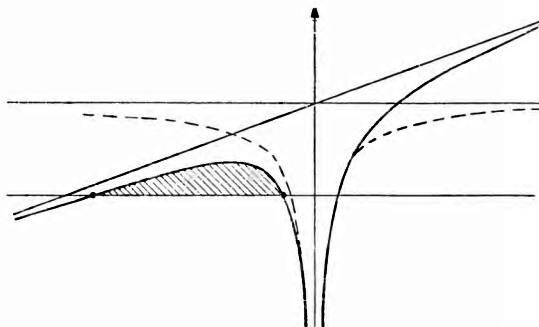


Rys. 13. Desorpcja elektryczna baru z wolframu

### 3. Mechanizm powstawania obrazów

Müller przypuszczał początkowo [1], po otrzymaniu pierwszych obrazów jonowych przy użyciu wodoru, że obrazy powstają na skutek desorpcji elektrycznej (por. § 5). Dokładna analiza zjawisk zachodzących w mikroskopie jonowym wskazuje jednak, że mechanizm jest odmienny. Inghram i Gomer [10, 11, 12] zastosowali spektrometr masowy połączony z mikroskopem jonowym do pomiarów rozkładu energii jonów, tworzących obraz; w tym celu w bańce mikroskopu zrobiono małeńki otwór, przez który jony dostawały się do spektrometru. Wiązka jonów była tak skolimowana, że spektrometr „widział” tylko małą część (ok.  $400 \text{ \AA}^2$ ) ścianki 110, tworzącej wierzchołek ostrza.

Otóż okazało się przy użyciu  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ , że energie jonów nie były równe maksymalnej energii, możliwej przy danym napięciu przyspieszającym, lecz były od niej niższe i to tym bardziej, im wyższe było natężenie pola na ostrzu; równocześnie widmo energetyczne ulegało rosnącemu ze wzrostem pola różnieniu. Te obserwacje tłumaczą się w sposób naturalny, jeżeli się przyjmie, że poruszające się ku wierzchołkowi ostrza cząsteczki gazu zostają w jego pobliżu zjonizowane, gdy bariera potencjału zostanie tak obniżona, aby było możliwe z dostatecznym prawdopodobieństwem tunelowe przejście elektronu (rys. 7). Z pomiarów Inghrama i Gomera wynikało, że — przy zastosowaniu silnych pól — jonizacja zachodziła nawet już w odległości  $100 \text{ \AA}$  od ostrza. Rola ostrza sprowadza się wtedy do stworzenia strefy jonizacyjnej w jego sąsiedztwie.

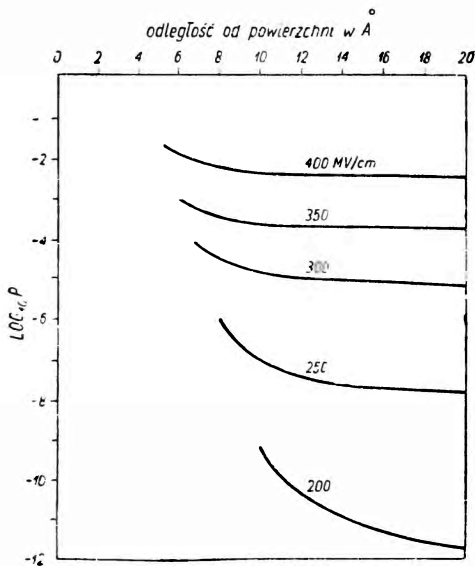


Rys. 7. Autojonizacja atomu w silnym polu zdaleka od ostrza

Zjawisko jonizacji atomów w silnym polu, tzw. autojonizacji, było obserwowane już dość dawno w wodrze przez Rausch von Traubenberga [13], teoretycznie było badane przez Lanczosa [14] i Oppenheimera [15]. Niezależnie od Inghrama i Gomera, F. Kirchner i H. Kirchner [16] zastosowali koncepcję autojonizacji do mikroskopii polowej opierając się na spostrzeżeniu, że zachodzą zmiany w adsorpcyjnym elektronowym obrazie emisyjnym, jeżeli między dwoma kolejnymi obserwacjami obrazów elektronowych (ostrze jest podczas tych obserwacji oczywiście katodą) przyłoży się na pewien czas przeciwne pole elektryczne (ostrze jest wtedy dodatnie) do ostrza pokrytego warstwą adsorpcyjną.

Pomiary Inghrama i Gomera zostały potwierdzone przez Müllerera i Bahadura [17], którzy mierzyli rozkład energii jonów metodą hamującego potencjału, podobnie jak Müller mierzył rozkład energii elektronów (por. art. w „Postęпах Fizyki” [2]).

Możemy sobie wytworzyć następujący pogląd na mechanizm powstawania obrazów. Poruszające się ku ostrzu cząsteczki (atomy) są polaryzowane w polu ostrza; w związku z tym ilość cząsteczek dostających się w bliskie sąsiedztwo ostrza jest większa (wg grubych oszacowań Müllerera [17] kilkakrotnie) niż obliczona z kinetycznej teorii gazów, gdyż idukowane dipole są w niejednorodnym polu przyciągane ku ostrzu siłą  $aE \frac{dE}{dr}$  ( $a$ -polaryzowalność,  $E$ -natężenie pola). Müllerer i Bahadur obliczyli [17] w przy-



Rys. 8. Logarytm prawdopodobieństwa jonizacji atomu helu na drodze jednego Å, poruszającego się ku ostrzu

bliżeniu prawdopodobieństwo  $P$ , że zbliżający się do ostrza atom zostanie zjonizowany (tunelowo) w odległości między  $d \text{ Å}$  ( $(d-1) \text{ Å}$ ) od ostrza. W tym celu obliczyli współczynnik przenikliwości  $D(d)$  bariery potencjału przy założeniu, że całkowity potencjał w punkcie, w którym znajduje się elektron, może być przedstawiony jako suma następujących czterech członów: potencjału jonu, potencjału pola zewnętrznego, potencjału przyciągania elektronu przez jego „obraz” w metalu (potencjał „siły obrazowej”, por. [2]) i na koniec członu pochodzącego od odpychania elektronu przez „obraz” jonu w metalu. Prawdopodobieństwo  $P$  jonizacji na drodze jednego Å wyraża

się jako iloczyn współczynnika przenikliwości  $D(d)$  przez częstotliwość  $\nu$ , z jaką elektron uderza o barierę potencjału zdeformowaną polem, zgodnie z rys. 7 (przyjęto dla argonu  $1,5 \times 10^{16}$ , dla helu  $2,4 \times 10^{16} \text{ sek}^{-1}$ ) oraz przez czas przelotu na drodze jednego Å. Rys. 8 przedstawia wyniki obliczeń dla helu. Należy podkreślić, że sąsiedztwo metalu (ostrza) zwiększa prawdopodobieństwo jonizacji atomu, gdyż potencjał siły obrazowej dodatkowo obniża barierę potencjału. Inghram i Gomer [12] oszacowali ten wpływ dla atomowego wodoru i obliczyli średni czas życia dla „swobodnego” atomu wodoru ( $\tau_1$ ) i dla atomu znajdującego się w najmniejszej odległości  $d_{\min}$



(por. niżej) od metalu, w której jeszcze jest możliwa jonizacja ( $\tau_2$ ). Wyniki obliczeń dla kilku natężeń przedstawia tabela 1. Przytoczone liczby są poprawne co najwyżej co do rzędu wielkości z uwagi na aproksymacje w rachunkach.

Istnienie wspomnianej poprzednio krytycznej odległości  $d_{\min}$  pochodzi stąd, że gdy  $d < d_{\min}$ , wówczas poziom podstawowy atomu wypada poniżej poziomu Fermiego dla metalu; elektron nie znajduje zatem w metalu po-

Tabela 1

Srednie okresy życia atomów wodoru w silnych polach.  $\tau_1$  odnosi się do swobodnych atomów,  $\tau_2$  do atomów w odległości  $d_{\min}$  od powierzchni wolframu

$E \text{ V/\AA}$	$\tau_1$ sek	$\tau_2$ sek	$\tau_1/\tau_2$
0,5	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-4}$	300
1,0	$1,6 \cdot 10^{-10}$	$1,2 \cdot 10^{-12}$	130
1,5	$1,6 \cdot 10^{-13}$	$8 \cdot 10^{-15}$	20
2,0	$1,7 \cdot 10^{-14}$	$2 \cdot 10^{-15}$	8

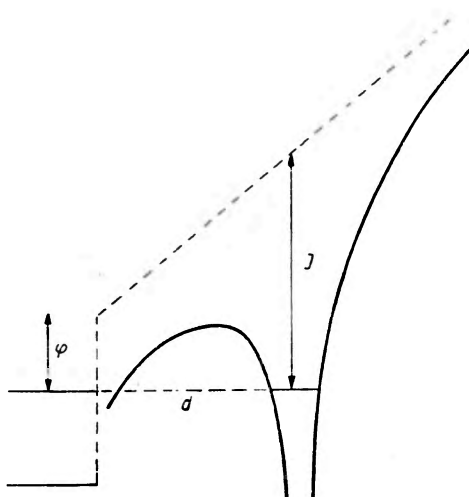
ziomu niezajętego. Odległość  $d_{\min}$  zależy od natężenia pola elektrycznego, potencjału jonizacyjnego  $I$  atomu i pracy wyjścia  $\varphi$  metalu i może być w przybliżeniu obliczona z wzoru

$$d_{\min} = \frac{eI - \varphi}{eE} \text{ jak ilustruje rys. 9.}$$

Resumując powyższe wywody dochodzimy do wniosku, że dokoła ostrza powstaje strefa jonizacji rozciągająca się od  $d_{\min}$  do odległości, w której prawdopodobieństwo jonizacji praktycznie spada do zera. Pełne prawdopodobieństwo jonizacji podczas drogi ku ostrzu wynosi  $\int_0^{\infty} P dx$ .

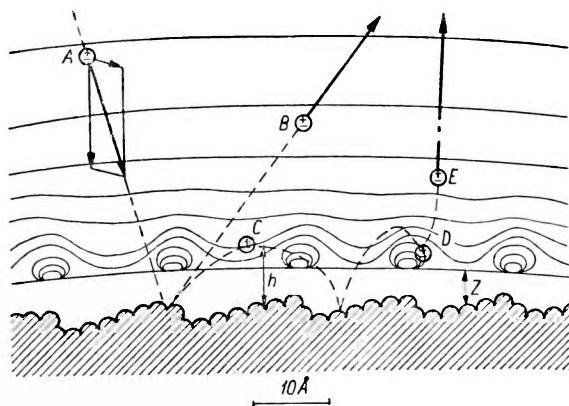
Jeżeli  $\int_0^{\infty} P dx < 1$ , wówczas

atom może osiągnąć powierzchnię ostrza nie ulegając jonizacji. Gdy ostrze ma temperaturę pokojową a jako gazu użyto helu, wtedy adsorpcja nie zachodzi, atom odbija się od ostrza. Jeżeli jednak ostrze jest chłodzone ciekłym wodorem lub helem, wtedy — dzięki zwiększonemu współczynnikowi akomodacji — atom helu opuszcza ostrze z energią kinetyczną, odpo-



Rys. 9. Autojonizacja atomu w silnym polu przy ostrzu

wiadającą temperaturze obniżonej. Ponieważ na spolaryzowany atom działa w niejednorodnym polu nad ostrzem siła skierowana ku powierzchni ostrza, atom helu może wykonać jeden lub więcej skoków, zanim zostanie zjonizowany lub zanim niezjonizowany opuści strefę jonizacyjną; stosunki te przedstawia obrazowo rys. 10 [4]. Przedstawiony wyżej pogląd znajduje poparcie w stwierdzonym doświadczalnie wzroście natężenia prądu przy



Rys. 10. Ruch atomów blisko ostrza; w temperaturze pokojowej atom A zostaje elastycznie odbity (B); w temperaturze niskiej może nastąpić jonizacja (C D E)

obniżeniu temperatury ostrza oraz w tym, że obraz jonowy na ekranie znika, gdy ostrze zostanie ogrzane do kilkuset stopni powyżej temperatury pokojowej.

Aby powstał obraz jonowy powierzchni ostrza, jonizacja musi zachodzić głównie blisko jego powierzchni, w odległości przekraczającej wprawdzie  $d_{\min}$ , lecz tak małej, że atomistyczna struktura powierzchni kształtuje przebieg powierzchni ekwipotencjalnych.

#### 4. Zdolność rozdzielcza mikroskopu jonowego

Na podstawie tego, co powiedziano w poprzednim paragrafie o zjawiskach zachodzących w mikroskopie jonowym, można ustalić optymalne warunki powstawania obrazów jonowych. Należy dążyć do tego, aby ograniczyć strefę jonizacyjną praktycznie do wąskiego pasa leżącego blisko powierzchni ostrza. Jeśli ostrze jest chłodzone, wówczas atom helu, który dotarł do powierzchni ostrza, opuszcza ją z prędkością styczną, która może osiągnąć wartość  $(2kT_{\text{ostrze}}/m)^{1/2}$ , więc znacznie mniejszą niż odpowiadająca temperaturze pokojowej. Uzyskuje się w ten sposób dwie korzyści: po pierwsze mała składowa styczna prędkości jest bardzo korzystna dla zdolności rozdzielczej, po wtóre odparowujący z powierzchni atom osiąga małą wy-

sokość skoku, jak to widzimy na rys. 10, i przy właściwym doborze temperatury ostrza i natężenia pola może nastąpić jonizacja w odległości nieznacznie większej niż  $d_{\min}$ ; zagęszczone warstwicę na rysunku oznaczają zwiększone prawdopodobieństwo jonizacji w sąsiedztwie atomów wystających z powierzchni ostrza (lokalne zwiększenie pola). Jeżeli wysokość skoków jest zbyt mała, wtedy atomy pozostają stale w strefie wzbronionej jonizacji (poniżej  $d_{\min}$ ) i oddalają się ostatecznie ku nóżce ostrza. Jeżeli natomiast wysokość skoków jest zbyt wielka, wówczas jonizacja zachodzi w miejscach, w których wpływ atomistycznej struktury zbyt mało lub wcale się nie zaznacza. Dobór optymalnych warunków jest dość trudny, gdyż — wg M ü l l e r a — niewielkie odchylenia od optimum psują znacznie ostrość obrazu.

Obliczenie zdolności rozdzielczej — oczywiście bardzo grube — przebiega podobnie jak w przypadku elektronów (por. „Postępy Fizyki” [3]).

Uwzględniając wpływ dyfrakcji oraz składowej stycznej elektronów opuszczających metal na wielkość tarczy rozmycia na ekranie otrzymaliśmy wówczas na zdolność rozdzielczą wzór:

$$\delta = \left( \frac{2\hbar\tau}{mM} + \frac{4(\bar{v}_t)^2\tau^2}{M} \right)^{1/2},$$

gdzie  $M$  oznacza powiększenie obrazu. Stosując ten wzór do mikroskopu jonowego będziemy rozumieli przez  $m$  masę jonu, przez  $\tau$  czas przelotu jonu przez bańkę,  $\bar{v}_t$  — składową styczną (poprzączną) prędkości jonów poruszających się od ostrza ku ekranowi. Podstawiając  $M = \frac{R}{\beta r}$  ( $R$  i  $r$  promienie krzywizny bańki i ostrza,  $\beta$  współczynnik rzędu jedności zależny od geometrii pętli) i  $\tau \approx R(m/2eU)^{1/2}$  ( $U$  napięcie między ostrzem i ekranem) otrzymujemy

$$\delta = \left( \frac{2\hbar\beta r}{(2emU)^{1/2}} + \frac{2\beta^2 r^2 m(\bar{v}_t)^2}{eU} \right)^{1/2}.$$

Pierwszy człon pod pierwiastkiem, uwzględniający wpływ dyfrakcji, jest około 100 razy mniejszy niż w przypadku elektronów ze względu na masę jonu i wyższe napięcie  $U$ . Drugi człon zawiera podwójną poprzęczną energię kinetyczną jonu  $m(\bar{v}_t)^2$  nie większą niż  $kT_{\text{gaz}}$ , jeżeli chodzi o jony powstałe z atomów nadlatujących do strefy jonizacyjnej z bardziej od ostrza oddalonych części bańki. Umieszczając cały mikroskop w kąpieli o niskiej temperaturze można uczynić  $kT$  bardzo małym i w ten sposób uzyskać wysoką zdolność rozdzielczą. Trzeba jednakże pamiętać o poważnej roli jonów powstałych z atomów odbitych od powierzchni ostrza (por. poprzedni paragraf). Aby to uwzględnić, M ü l l e r [17] przyjmuje, że średnia kinetycz-

na energia jonów wyraża się wzorem  $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT + \frac{1}{2}aE^2$ , a wzór na zdolność rozdzielczą przyjmuje wtedy postać

$$\delta = \left( \frac{2\hbar\beta r}{(2meU)^{1/2}} + \frac{\pi^2\beta^2 r^2 (3kT + aE^2)}{8eU} \right)^{1/2}$$

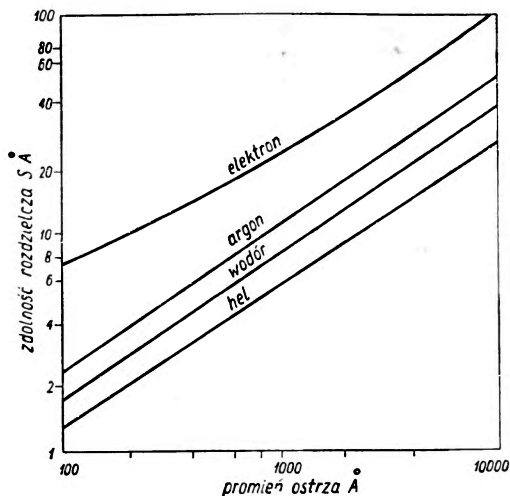
Ten wzór upraszcza się jeszcze, jeżeli się pominie człon dyfrakcyjny (pierwszy) jako mały w porównaniu z drugim i posłuży pewnym półempirycznym wzorem na natężenie pola; wtedy ostatecznie [8]:

$$\delta = \pi\beta r^{1/3} [(3kT + aE^2)/eE]^{1/2}$$

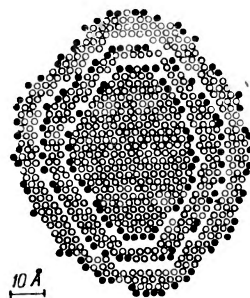
$3kT$  jest nawet w temperaturze pokojowej dużo mniejsze niż  $aE^2$ .

Przyjmując dla helu  $a = 0,24 \times 10^{-24} \text{ cm}^3$ ,  $\beta = 1,5$   $r = 1000 \text{ \AA}$ ,  $E = 325 \times 10^6 \frac{\text{woltów}}{\text{cm}}$  otrzymuje się  $\delta = 5,6 \text{ \AA}$ . Rys. 11 przedstawia obliczoną zależność  $\delta$  od promienia  $r$  ostrza dla kilku gazów.

Ponieważ jonizacja zachodzi nie na ostrzu lecz w odległości kilku  $\text{\AA}$  (5—10) od ostrza, więc należy oczekiwać, że lokalne zwiększenie natężenia



Rys. 11. Zdolność rozdzielcza  $\delta$  w zależności od promienia ostrza  $r$



Rys. 12. Schematyczny rysunek pierwszych trzech płaszczyzn sieciowych 011 wierzchołka ostrza wolframu

pola będzie się zaznaczać przede wszystkim nad atomami położonymi na narożach i brzegach stopni sieciowych, takimi jak np. zaznaczone schematycznie czarno na rys. 12 przedstawiającym pierwsze trzy płaszczyzny sieciowe (110) na wierzchołku ostrza wolframowego. Jest to zgodne z wynikami obserwacji.

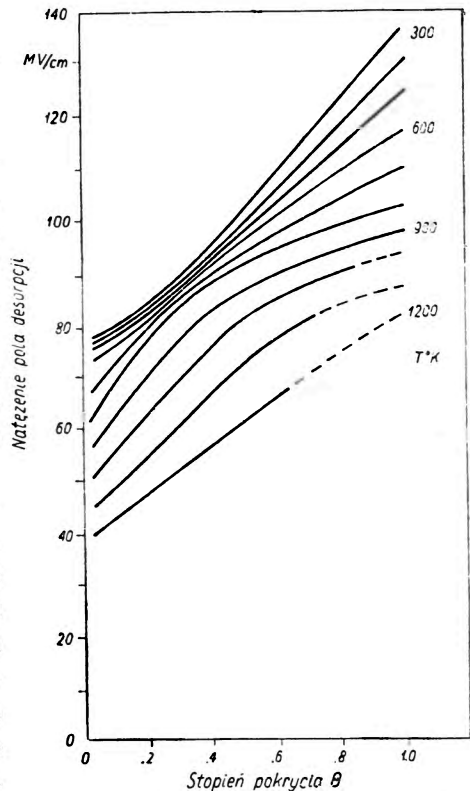
Badając przydatność różnych gazów do mikroskopii jonowej Müller stwierdził, że najlepiej nadaje się hel, a to dzięki małej polaryzowalności (por. ostatni i przedostatni wzór) i wysokiemu potencjałowi jonizacyjnemu. Wprawdzie mała polaryzowalność powoduje małą jasność obrazu, gdyż mniej wydatnie wzrasta dopływ atomów wciągniętych polem do strefy jonizacyjnej, ale zostaje to przynajmniej częściowo skompensowane stosunkowo wysokim ciśnieniem. Podczas gdy w wodorze, azocie, tlenie, parach rtęci nie można pójść poza  $10\mu$  z powodu wyładowania, przy użyciu helu Müller dochodził do  $50\mu$  ciśnienia. Wysoki potencjał jonizacyjny redukuje dziedzinę jonizacji do bliskiego (oczywiście jednak powyżej  $d_{min}$ ) sąsiedztwa wierzchołka ostrza.

### 5. Desorpcja elektryczna; jonowy mikroskop desorpcyjny

Jeżeli na ostrze wydatnie pokryte warstwą adsorpcyjną działa dostatecznie silne pole elektryczne, wówczas warstwa adsorpcyjna zostaje zdarta. Stwierdził to po raz pierwszy Müller w r. 1941 [18].

Dotychczas przeprowadzono badania desorpcji kilku metali z wolframu — wtedy zaadsorbowane atomy miały charakter elektrododatni — i niektórych gazów, wśród nich tlenu, mającego charakter elektroujemny; jednakże dziedzina ta jest dotychczas mało zbadana. Przedmiotem pomiaru jest zazwyczaj natężenie pola potrzebnego do desorpcji. Skuteczność pola o danym natężeniu bada się obserwując — po zmianie biegunowości — obrazy elektronowe ostrza.

Tytułem przykładu zostaną omówione wyniki doświadczeń z barem adsorbowanym na wolframie [17]. Po przyłożeniu pola  $90$  MV/cm na okres kilku sekund do dodatniego ostrza o stopniu pokrycia  $\Theta = 0,35$  i temperaturze pokojowej nie obserwowano żadnych zmian w emisyjnym obrazie elektronowym po zmianie biegunowości. Jednakże nieznaczne zwiększenie pola do  $92$  MV/cm powoduje usu-



Rys. 14. Zależność natężenia pola desorpcji baru z sąsiedztwa ściany 011 wolframu od stopnia pokrycia

nięcie warstwy w sąsiedztwie ścianki 011; przy dalszym wzroście pola wzrasta stopień oczyszczenia ostrza, przy 110 MV/cm pozostaje jeszcze tylko adsorpcyjna warstwa w okolicy 111 i 100; gdy pole osiąga 125 MV/cm desorbuje się 111, a po osiągnięciu natężenia 150 MV/cm desorpcja baru z wierzchołka ostrza jest zupełna; tylko na brzegach obrazu, odpowiadających częściom powierzchni ostrza o słabszym polu obraz zachował jeszcze charakter adsorpcyjny. Zdjęcia jednej serii obserwacji Müller'a podano na rys. 13 [17]. Wyniki badań przeprowadzonych w różnych temperaturach i przy różnych stopniach pokrycia ostrza ujęte w formie wykresów, przedstawia rys. 14 [17]; stwierdzony doświadczeniem fakt, że ze wzrostem stopnia pokrycia rośnie wielkość pola desorpcji tłumaczy się tym, że natężenie pola dipoli, mającego swe źródło w sąsiednich spolaryzowanych polem zewnętrznym zaadsorbowanych atomach, jest kierowane przeciwnie niż pola zewnętrzne. Natomiast podwyższenie temperatury ostrza ułatwia desorpcję; gdy bowiem migracja atomów baru odbywa się swobodnie po powierzchni ostrza, wówczas desorpcja zachodzi całkowicie przy natężeniu pola potrzebnym do desorpcji z krawędzi 110, gdzie wiązanie jest najslabsze.

Pomiary progowych pól desorpcji z różnych miejsc na ostrzu mogą rzucić światło na wielkość sił i prawidłowości rządzące selektywnym charakterem adsorpcji.

Zjawisko desorpcji elektrycznej można interpretować [17] jako przejście jonu dodatniego o ładunku  $ne$  ponad barierą obniżoną polem elektrycznym (efekt Schottkyego, por. „Postępy Fizyki” [2]). Praca desorpcji  $Q$  może być zatem wyrażona wzorem

$$Q = Q_0 - (n^3 e^3 E)^{1/2},$$

gdzie  $Q_0$  oznacza energię wiązania jonu a  $(n^3 e^3 E)^{1/2}$  jest obniżeniem wysokości bariery, obliczonym analogicznie do przypadku elektronowego ([2], równ. 4). W oparciu o taką koncepcję Müller [17] obliczył natężenie pola desorpcji baru i otrzymał wyniki dobrze zgodne z doświadczeniem, co prawda przyjmując nieco dowolnie niektóre wartości liczbowe potrzebnych do obliczenia wielkości fizycznych; dla desorpcji toru z wolframu wyniki obliczeń przekraczają o 40% wartości doświadczalnie wyznaczone.

Niedawno [17] zostały zapoczątkowane próby wykorzystania desorpcji do konstrukcji jonowego desorpcyjnego mikroskopu polowego. Użyteczność takiego urządzenia polega na możliwości wydatnego zmniejszenia poprzecznej składowej prędkości jonu poruszającego się ku ekranowi. Ta składowa, ograniczająca zdolność rozdzielczą, jest dość duża w mikroskopach, wykorzystujących autojonizację atomów gazu w strefie jonizacyjnej nad ostrzem. Jeżeli natomiast wykorzystuje się desorpcję elektryczną a poprzedzającą ją adsorpcja trwa dostatecznie długo w porównaniu z okresem

drżania atomu, wówczas desorbowany jon ma „składową” energii, styczną do powierzchni, równą średnio  $kT_{ostrza}$ ; obniżenie temperatury ostrza może tu zatem znakomicie poprawić rozdzielczość. Ponieważ jony zdarte polem z ostrza mogą dać tylko krótkotrwały słaby impuls prądowy, więc zastosowano technikę impulsową. Czas repetycji musi być tak dobrany, by w przerwach między impulsami powstawała warstwa jednoatomowa o żądanym stopniu pokrycia ( $\Theta$ ), natomiast długość trwania impulsu i jego wysokość powinny zapewnić desorpcję. Dotychczasowe próby natrafiają jednak na trudność związaną z małą jasnością obrazu na ekranie, przy użytych przez autorów stosunku długości impulsu do czasu repetycji równym 1/1000. Natężenie pola desorpcji dla użytego do tych doświadczeń azotu wynoszące około 500 MV/cm leży już na granicy spójności sieci samego wolframu.

Doświadczenia wykonane z czystym wolframem dowiodły, że dostatecznie silnym polem przekraczającym ok. 500 MV/cm można odrywać jony sieci krystalicznej wolframu, zwłaszcza takie, które są słabiej związane, a więc wystają ze ścianek lub są umieszczone na narożach i krawędziach. Można w ten sposób badać rozkład sił wiązania wzdłuż całej powierzchni ostrza; można również ściągać całe warstwy i w ten sposób badać kryształ w głąb. Korzystając z rozdzielczości pozwalającej obserwować pojedyncze atomy udało się [4] oglądać różne interesujące szczegóły na powierzchni np. dyslokacje oraz wpływ pola na konfigurację powierzchni.

Müller opracował bardzo pomysłowy sposób obserwacji zmian — zwłaszcza niewielkich — konfiguracji atomów na powierzchni ostrza. Czarno-biała kopia fotografii, zrobionej przed zmianą, zostaje oświetlona światłem zielonym, a kopia drugiej fotografii, zrobionej po zmianie (np. po usunięciu polem kilku atomów i pojawieniu się kilku nowych) światłem czerwonym; następnie doprowadza się oba obrazy (optycznie) do koincydencji i fotografuje wypadkowy obraz na filmie barwnym; atomy, które nie zmieniły położenia wydają się żółte, te które były tylko na pierwszym obrazie są zielone, a te które były tylko na drugim czerwone. W ten sposób nie tylko można zaobserwować nieliczne zmiany wśród tysięcy widocznych na zdjęciu atomów, ale — znając natężenie pola desorpcji — wnosić o energii wiązania usuniętych atomów.

### Uwagi końcowe

Polowa mikroskopia jonowa jest dyscypliną bardzo młodą, gdyż licząca zaledwie kilka lat rozwoju; mimo tego może zapisać na swoim koncie piękne osiągnięcia. Jak dotąd objęto obserwacjami w skali atomowej przede wszystkim trudnotopliwe metale; główny wysiłek był skoncentrowany na uzyskaniu największych zdolności rozdzielczych. Dalszy etap polegający na wy-

zyskaniu zdobytych możliwości w celu otrzymania informacji o strukturach powierzchniowych został dopiero zapoczątkowany; studium defektów sieciowych, np. dyslokacji, skutków bombardowania jonami (rozpylanie katodowe) etc. przy pomocy tej metody — to w tej chwili raczej program na przyszłość niż jego realizacja. To samo odnosi się do mikroskopii desorpcyjnej. Dalszy postęp będzie zależał od pokonania trudności technicznych.

#### Literatura

1. E. W. Müller, Z. Phys., **131**, 136 (1951).
2. J. Nikliborc, Post. Fiz. **8**, 23 (1957).
3. J. Nikliborc, Post. Fiz. **8**, 673 (1957).
4. E. W. Müller, J. Appl. Phys. **28**, 1 (1957).
5. E. W. Müller, Z. Phys. **106**, 132 (1937).
6. E. W. Müller, Z. Phys. **108**, 668 (1938).
7. E. W. Müller, Z. Naturf. **11a**, 88 (1956).
8. R. H. Good., E. W. Müller, Hb. d. Phys. **21**, 176 (1956).
9. M. Drechsler, G. Pankow, R. Vanselow, Z. phys. Chem. **4**, 249 (1955).  
M. Drechsler, G. Pankow, *Proceedings of the third International Conference on Electron Microscopy*, London 1954, 405.
10. M. G. Inghram, R. Gomer, J. Chem. Phys. **22**, 1279 (1954).
11. M. G. Inghram, R. Gomer, J. Am. Chem. Soc. **77**, 500 (1955).
12. M. Inghram, R. Gomer, Z. Naturf. **10a**, 863 (1955).
13. Rausch von Traubenberg, R. Gebauer, Zs. f. Phys. **56**, 254 (1929); **62**, 289 (1930).
14. C. Lanczos, Z. Phys. **62**, 518, (1930); **65**, 431 (1930); **68**, 204 (1931).
15. J. R. Oppenheimer, Phys. Rev. **31**, 66 (1928).
16. F. Kirchner, Naturwiss **41**, 136, 54;  
F. Kirchner, H. Kirchner, Z. Naturf. **10a**, 394 (1955).
17. E. W. Müller, K. Bahadur, Phys. Rev. **102**, 624 (1956).  
E. W. Müller, Phys. Rev. **102**, 618 (1956).
18. E. W. Müller, Naturwiss, **29**, 533 (1941).



*Jerzy Janik,*

Instytut Fizyki Uniwersytetu Jagiellońskiego

## Neutrony jako narzędzie badań substancji magnetycznych

### 1. Wstęp

Termin „substancje magnetyczne” został użyty w tytule dla oznaczenia ferro —, antiferro — i ferrimagnetyków. W tym sensie będzie on używany w niniejszym artykule. Artykuł ten nie będzie się więc zajmował zagadnieniami związanymi z rozpraszaniem neutronów na paramagnetykach, zagadnieniami dotyczącymi polaryzacji neutronów itp. — nie obejmuje on zatem całokształtu zagadnienia magnetycznego rozpraszania neutronów przez substancje, tylko pewien jego wycinek.

Ponadto należy podkreślić, że rozdział 3 dotyczący zagadnień strukturalnych kryształów magnetycznych potraktowany jest w niniejszym artykule szkicowo. Została natomiast przeprowadzona szczegółowa dyskusja zagadnień związanych z możliwością badania przy pomocy neutronów zjawisk takich, jak zachowanie się substancji magnetycznych w okolicy punktu Curie, oraz różnych możliwości nieelastycznych oddziaływań neutronów z siecią krystaliczną.

### 2. Podział substancji magnetycznych

Substancje magnetyczne można podzielić na trzy grupy; a mianowicie na: ferromagnetyki, antiferromagnetyki i ferrimagnetyki. Podział ten uzasadniony jest strukturą magnetyczną kryształów tych trzech typów substancji.

Idealny ferromagnetyk (w temp.  $0^{\circ}$  K) stanowi siatkę krystaliczną jonów o równoległe ustawionych momentach magnetycznych. Kryształ ferromagnetyczny zatem posiada pewien wypadkowy moment magnetyczny (przykład: Fe, Ni, Co).

Idealny antiferromagnetyk (w  $0^{\circ}$  K) stanowi układ dwóch podsiatek krystalicznych, przy czym momenty magnetyczne jonów jednej są antyrównoległe do momentów magnetycznych jonów drugiej; co do bezwzględnej wielkości momenty te są równe, tak że jako całość kryształ nie wyka-

zuje żadnego makroskopowego momentu magnetycznego (przykład:  $\text{MnO}$ ,  $\text{MnF}_2$ ).

Idealny ferrimagnetyk (w  $0^\circ \text{K}$ ) składa się również z dwóch podsiatek o antyrównoległych momentach magnetycznych jonów, ale momenty te nie są tu równe co do bezwzględnej wartości, tak że jako całość kryształ posiada pewien wypadkowy moment magnetyczny (przykład:  $\text{Fe}_3\text{O}_4$ , inne ferryty o ogólnym wzorze  $\text{MeFe}_2\text{O}_4$ ).

Ze wzrostem temperatury występuje we wszystkich trzech typach substancji pewien stopień nieporządku, który w ferro- i w ferrimagnetykach powoduje stopniowy spadek magnetyzacji. W pewnej temperaturze, zwanej punktem Curie (a dla antiferromagnetyków czasem punktem Néela) uporządkowanie momentów magnetycznych w ogóle znika i wszystkie trzy typy substancji stają się zwykłymi paramagnetykami.

Przez długi czas nie wprowadzano rozróżnienia pomiędzy ferromagnetykami i ferrimagnetykami. A jednak rozróżnienie tych dwóch typów substancji nie jest jedynie konsekwencją różnicy ich mikrostruktury. Pewne makroskopowe własności, jak np. zależność wypadkowego momentu magnetycznego od temperatury, mogą być różne dla ferro- i ferrimagnetyków.

### 3. Badanie struktury substancji magnetycznych metodami neutronograficznymi

Wyznaczanie struktury krystalicznej substancji magnetycznych stanowi obszar badań, w którym metody neutronograficzne posiadają znaczną przewagę nad metodami rentgenograficznymi, powszechnie używanymi w badaniach krystalograficznych.

W wypadku ferro- i ferrimagnetyków wyższość ta nie jest może tak silnie uwydatniona jak w wypadku antiferromagnetyków, chociaż i dla tych pierwszych substancji jest ona istotna.

Umieszczając kryształ magnetyczny na stoliku spektrometru neutronowego i zmieniając kąt jego ustawienia względem wiązki padających monochromatycznych neutronów, otrzymuje się szereg maksimów odpowiadających odbiciom braggowskim neutronów od różnych płaszczyzn krystalograficznych badanego kryształu.

Maxima te otrzymuje się dla kątów spełniających warunek Bragga:  $n\lambda = 2d \sin \vartheta$ , gdzie  $\lambda$  oznacza długość fali de Broglie'a padających na kryształ neutronów,  $d$  — odległość między płaszczyznami sieci krystalicznej odpowiedzialnymi za odbicie,  $\vartheta$  — kąt pomiędzy kierunkiem wiązki neutronów a płaszczyzną kryształu,  $n$  — rząd odbicia. Amplituda braggowskiego odbicia od płaszczyzny, która scharakteryzowana jest wskaźnikami Millera  $h, k, l$  dana jest wzorem [1]

$$q_{hkl} = 2N_c d^2 F_{hkl},$$

gdzie  $N_c$  oznacza liczbę komórek jednostkowych kryształu na jednostkę objętości,  $F_{hkl}$  zaś — czynnik strukturalny, który wyraża się następującym wzorem

$$F_{hkl}^2 = F_{(jadr)hkl}^2 + Q^2 F_{(magn)hkl}^2.$$

Znaczenie poszczególnych wielkości występujących w tym wzorze jest następujące:

$$Q^2 = 1 - (\vec{\varepsilon} \cdot \vec{\kappa})^2,$$

gdzie:  $\vec{\varepsilon}$  jest wektorem jednostkowym w kierunku prostopadłym do odbijającej płaszczyzny,  $\vec{\kappa}$  zaś jest wektorem jednostkowym w kierunku momentów magnetycznych płaszczyzny odbijającej neutrony.

$$F_{(jadr)hkl}^2 = \left| \sum b \exp 2\pi i \left( \frac{hx}{a_0} + \frac{ky}{b_0} + \frac{lz}{c_0} \right) \right|^2 \cdot e^{-2W},$$

gdzie sumowanie rozciąga się na wszystkie atomy komórki jednostkowej kryształu;  $a_0, b_0, c_0$  oznaczają rozmiary komórki jednostkowej;  $x, y, z$  współrzędne atomów w komórce;  $b$  — oznacza amplitudę rozproszenia jądrowego neutronów przez atom.

$$F_{(magn)hkl}^2 = \left| \sum p \exp 2\pi i \left( \frac{hx}{a_0} + \frac{ky}{b_0} + \frac{lz}{c_0} \right) \right|^2 \cdot e^{-2W},$$

gdzie  $p$  oznacza amplitudę rozproszenia magnetycznego neutronów przez atom i wyraża się wzorem

$$p = \frac{e^2 \gamma}{mc^2} \cdot Sf$$

( $S$  oznacza spin danego atomu,  $\frac{e^2}{mc^2}$  — odnosi się do elektronu,  $\gamma$  oznacza moment magnetyczny neutronu w magnetonach jądrowych,  $f$  zaś — pewien formfaktor atomowy, zależny od rozlokowania w atomie elektronów odpowiedzialnych za moment magnetyczny).

Wykładnik  $W$  występujący w wyrażeniu  $e^{-2W}$  wyraża się wzorem

$$W = \frac{6h^2}{m_A k \Theta} \cdot \frac{\sin^2 \vartheta}{\lambda^2} \left[ \frac{\varphi(x)}{x} + \frac{1}{4} \right],$$

gdzie  $m_A$  oznacza masę jąder płaszczyzny odbijającej kryształu,  $k$  — stałą Boltzmanna,  $\Theta$  — temperaturę Debye'a kryształu,  $x = \Theta/T$  ( $T$  — temperatura, w której przeprowadza się pomiary),  $\varphi(x)$  zaś zdefiniowane jest wzorem

$$\varphi(x) = \frac{1}{x} \int_0^x \frac{\xi d\xi}{e^\xi - 1}.$$

Z tego co zostało powiedziane widać, że natężenie maksimum braggowskich, które otrzymujemy w doświadczeniu, pochodzi od rozpraszania jądrowego i rozpraszania magnetycznego neutronów. Innymi słowy każde maximum braggowskie może mieć swoją składową jądrową i składową magnetyczną. Jaki jest udział każdej z tych składowych w danym maksimum zależy od wielkości  $p$  i  $b$  występujących we wzorach na  $F_{(magn)hkl}$  i  $F_{(jadr)hkl}$ .

Na tabl. 1. podane są przykładowo natężenia rozpraszanych neutronów obu składowych dla różnych maksimum braggowskich kryształu magnetytu  $Fe_3O_4$  w temperaturze pokojowej.

Tablica 1

Odbicie	Obliczone natężenie			Zmierzone natężenie
	Magnet.	Jądr.	Całkow.	
111	902	32	934	860
220	125	218	343	360
311 } 222 }	112	948	1060	1070
400	116	649	765	780
331	94	16	110	135
422 } 333 }	20	670	690	700
511 } 440 }	32	1692	1724	1730
531 }				

Na podstawie powyższych rozważań łatwo domyśleć się w jaki sposób, przy pomocy otrzymanego doświadczalnie neutronogramu, wyznaczyć można strukturę kryształu. Na ogół nie mamy do czynienia z wyznaczaniem całkiem nieznanej struktury, tylko raczej z wyborem pomiędzy stosunkowo niewielką liczbą możliwości. Wykonując dla każdej z tych możliwości obliczenia przy pomocy przytoczonych powyżej wzorów, możemy porównać teoretycznie obliczane rozłożenie i natężenie maksimum braggowskich z mierzonymi doświadczalnie i w ten sposób wybrać, spośród kilku możliwych, aktualnie istniejącą strukturę.

Taki jest ogólny zarys metody neutronografii stosowanej niekoniecznie do magnetycznych kryształów. (Oczywiście w wypadku kryształów niemagnetycznych  $p = 0$ , czyli  $F_{(magn)hkl}^2 = 0$  i trzeba rozważać tylko rozproszenie jądrowe).

W wypadku kryształów magnetycznych chodzi nie tylko o wyznaczenie położenia jonów w siatce krystalicznej, ale również o wyznaczenie kierunków momentów magnetycznych tych jonów i wielkości tych momentów.

W tym celu trzeba umieć rozróżnić pomiędzy jądrową i magnetyczną częścią rozproszenia, tzn. umieć ocenić, jaki procent maksimum braggowskiego spowodowany jest rozproszeniem jądrowym, a jaki — rozproszeniem magnetycznym.

Dla ferro- i ferrimagnetyków rozróżnienie to jest do zrealizowania przy użyciu zewnętrznego pola magnetycznego. Jeżeli bowiem dobierzemy tak kierunek tego pola, żeby był on równoległy do wektora  $\vec{\varepsilon}$ , to otrzymamy  $q^2 = 0$ , czyli  $F_{hkl}^2 = F_{(jadr)hkl}^2$ . Mamy więc w ten sposób całkowicie wyeliminowane rozproszenie magnetyczne, całe zaś otrzymane w tych okolicznościach maksimum braggowskie jest spowodowane rozproszeniem jądrowym. Wykonując ten pomiar bez pola i z polem i odejmując od siebie uzyskane wyniki uzyskujemy wyizolowaną część rozproszenia. (W wypadku pomiaru bez pola substancji nienamagnetyzowanej bierze się wartość średnią  $q^2$ , która wynosi  $\frac{2}{3}$ ). Można też używać pola skierowanego w różnych kierunkach i brać pod uwagę różne wartości  $q^2$ . Wielkości i kierunki momentów magnetycznych otrzymuje się następnie z porównania z doświadczeniem wartości  $p$  obliczonych przy podstawieniu za  $S$  i  $f$  wartości wynikających z kilku konkurujących ze sobą modeli.

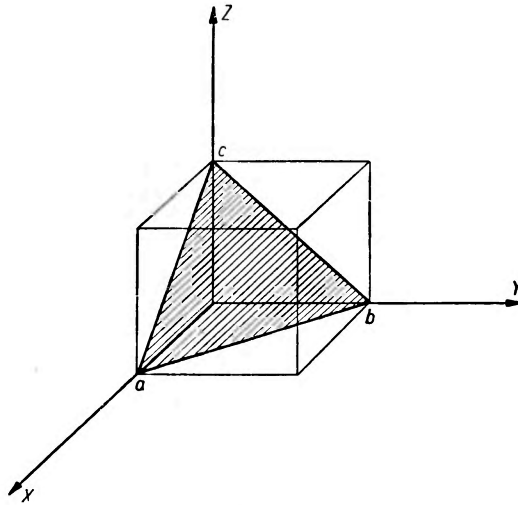
Możliwość stosowania zewnętrznego pola magnetycznego zawodzi w wypadku antiferromagnetyków, które w wyniku antyrównoległego ustawienia momentów magnetycznych jonów nie wykazują wypadkowego makroskopowego momentu magnetycznego. Antiferromagnetyki posiadają jednak pewną właściwość, która znakomicie ułatwia sprawę badającemu je przy użyciu neutronów. Tą właściwością jest fakt, że w wyniku antyrównoległego ustawienia momentów magnetycznych jednostkowa komórka magnetyczna kryształu posiada krawędzie dwa razy większe niż jednostkowa komórka chemiczna tego samego kryształu. Zdejmując więc neutronogram kryształu antiferromagnetycznego otrzymuje się maksima braggowskie pochodzenia czysto magnetycznego w miejscach odpowiadających wartościom stałej siatki równym  $2d_{hkl}$ . Wystąpienie tych maksimów jest oczywistym dowodem sprzężenia antiferromagnetycznego w kryształach. Wielkości i kierunki momentów magnetycznych otrzymuje się analizując dla tych maksimów wielkość  $p$  podobnie jak w przypadku kryształów ferro- i ferrimagnetycznych.

Należy jeszcze zaznaczyć, że wzór na  $p$  podany powyżej wyprowadzony został przez Halperna i Johnsona [2] przy założeniu, że całkowity moment magnetyczny jonu w kryształach pochodzi od jego spinu  $S$ , bowiem orbitalny kręt jest przez działanie pola krystalicznego wygaszany. Jakkolwiek założenie to jest w przybliżeniu spełnione w większości substancji krystalicznych, ważność jego może być w pewnych wypadkach kwestionowana.

#### 4. Zagadnienia związane z nieelastycznym rozpraszaniem neutronów w substancjach magnetycznych

Przed przedyskutowaniem tych zagadnień trzeba zrobić pewną dygresję dotyczącą tzw. „siatki odwrotnej” i możliwości geometrycznego przedstawienia warunku Bragga przy jej pomocy.

W tym celu musimy streścić elementarne wiadomości dotyczące sposobu oznaczania i rozróżniania płaszczyzn krystalograficznych. Jak wiado-

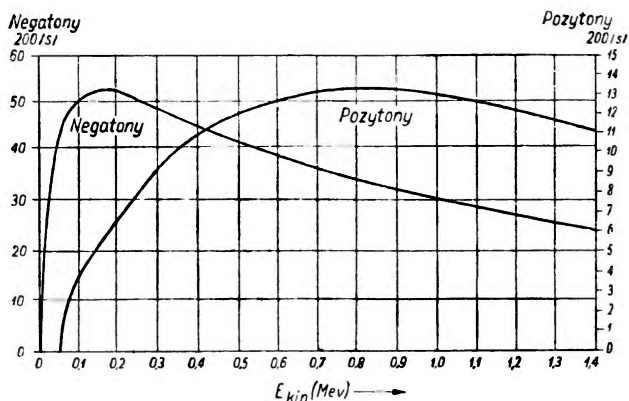


Rys. 1

mo, płaszczyzny te charakteryzuje się przy pomocy tzw. wskaźników Millera  $h, k, l$ . Wskaźniki te definiuje się w następujący sposób: Bierze się układ współrzędnych związany z kryształem. Dana płaszczyzna, która ma być scharakteryzowana przecina oś  $X$  w punkcie, który wyraża się pewnym ułamkiem rozmiaru  $a$  komórki jednostkowej. Analogicznie, ta sama płaszczyzna przecina oś  $Y$  w punkcie, który wyraża się pewnym ułamkiem rozmiaru  $b$  komórki jednostkowej, oś  $Z$  zaś w punkcie wyrażonym ułamkiem rozmiaru  $c$ . Odwrotności tych ułamków zredukowane do najmniejszych liczb całkowitych zdefiniowane są jako wskaźniki  $h, k, l$ . W wypadku jeżeli dana płaszczyzna jest równoległa do którejś z osi  $X, Y$  lub  $Z$  wtedy odpowiedni wskaźnik Millera równa się 0. Na rys. 1. przedstawiona jest przykładowo płaszczyzna 1, 1, 1 kryształu kubicznego.

Przy pomocy wskaźników Millera możemy dla danego kryształu zawierającego cały układ płaszczyzn skonstruować tzw. „siatkę odwrotną”. Jest to układ punktów, z których każdy reprezentuje jedną z płaszczyzn. Każdy z tych punktów posiada współrzędne takie, jakie wskaźniki  $h, k, l$

rozpraszanie kulombowskie. W przypadku elektronów spolaryzowanych poprzecznie występuje przy rozpraszaniu na jądrach o dużej liczbie atomowej pewna azymutalna asymetria. Z tej wielkości można określić stopień polaryzacji. Mechanizm prowadzący do powstania tej asymetrii można objaśnić w sposób następujący. Przy rozpraszaniu elektronów na jądrze o ładunku  $Ze$  zachowuje się ono w pewnym stopniu jak impuls prądu płynącego w kierunku przeciwnym do ruchu elektronu. Oddziaływanie momentu



Rys. 3. Zależność od energii współczynnika asymetrii 200S dla rozpraszania spolaryzowanych poprzecznie elektronów przy kącie rozpraszania  $90^\circ$

magnetycznego tego elektronu z liniami kołowego pola magnetycznego wspomnianego prądu albo dodaje się do działania sił elektrostatycznych (rutherfordowskich), albo się odejmuje w zależności od tego czy spolaryzowany elektron mija jądro z prawej czy też z lewej strony. W związku z tym przekrój czynny będzie inny na rozpraszanie w lewo niż na rozpraszanie w prawo i wyrazi się wzorem

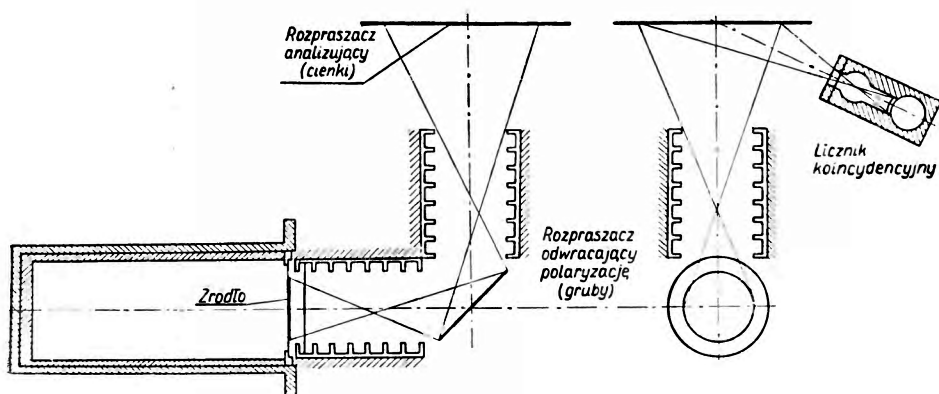
$$\sigma = \sigma_0(1 + S \sin \varphi);$$

$\varphi$  oznacza kąt pomiędzy spinem elektronu a płaszczyzną rozproszenia. Wielkość 200 S jest pokazana na rys. 3. Dokładniejszą jej wartość można znaleźć w pracy S h e r m a n a [6].

Z rys. 3 widzimy, że wielkość S dla pozytonów jest znacznie mniejsza niż analogiczna wielkość dla elektronów. Jest to związane z tym, że pozyton rozpraszany na skutek odpychania przechodzi dalej od jądra niż elektron rozpraszany siłami przyciągania.

Opisana metoda była stosowana w pomiarach polaryzacji podłużnej ujemnych cząstek beta [1, 2, 3, 4, 5]. Ponieważ jest ona czuła jedynie na polaryzację poprzeczną, pomiędzy źródłem i rozpraszaczem umieszczono jedno z trzech opisanych poprzednio urządzeń do zamiany polaryzacji. Na rys. 4 pokazano schemat aparatury używanej przez A l i c h a n o w a

i in. [3]. Dokładność pomiaru wynosi w tym przypadku 5%. Jest to dokładność stosunkowo duża; w innych pracach tego typu nie była lepsza niż 10%. Jak widać z tabeli zamieszczonej na końcu artykułu, metoda rozpraszania kulombowskiego jest jedną z najdokładniejszych. Wiąże się to z dość dużą wartością parametru  $S$  (np. dla  $\beta = 0,9$ ;  $\Theta = 150^\circ$  i  $Z = 80$  wynosi on 0,5) oraz  $\sigma_0$  — dziesiątki barnów). Trudnością, która nie pozwala jednak uzyskać dużej wydajności aparatury, jest konieczność stosowania cienkich roz-



Rys. 4. Aparatura do pomiaru polaryzacji podłużnej elektronów używana przez Alichanowa. Po zamianie polaryzacji na poprzeczną poprzez rozpraszanie na grubym rozpraszaczu mierzy się asymetrię przy rozproszeniu na analizatorze (cienkiej folii złotej)

praszaczy rzędu  $0,1 \text{ mg/cm}^2$ . Przy większych grubościach wielokrotne rozproszenie daje tło uniemożliwiając dokładny pomiar  $S$ .

Fraunfelder [7] i Wu [8] wykorzystali do pomiaru polaryzacji elektronów z  $Y^{90}$ ,  $Au^{198}$ ,  $P^{32}$  i  $Pr^{144}$  zależność przekroju czynnego na rozpraszanie elektronu na elektronie od wzajemnego ustawienia spinów. Dla przypadku rozpraszania elektronu spolaryzowanego podłużnie zależność ta została podana przez Bincera [9]. Jak wynika z jego obliczeń interesująca nas wielkość — stosunek przekrojów czynnych przy ustawieniu spinów równoległym i antyrównoległym jest skomplikowaną funkcją energii cząstki padającej i kąta rozpraszania. Przy ustalonej energii zależność kątowa jest tego typu, że posiada minimum dla kąta  $\pi/2$  — w układzie środka masy. W układzie laboratorium oznacza to, że obydwa elektrony, rozproszony i wybity, wylatują symetrycznie w stosunku do kierunku padania elektronu pierwotnego. Dla rozproszenia tego typu zależność stosunku przekrojów czynnych przy spinach równoległych i antyrównoległych  $\Phi_p/\Phi_a$  wyraża się wzorem

$$\frac{\Phi_p}{\Phi_a} = \frac{(\gamma - 1)^2}{4(2\gamma^2 - 2\gamma + 1)}$$



gdzie  $\gamma$  oznacza energię całkowitą w jednostkach  $mc^2$ . Wyrażenie to znika dla  $\gamma = 1$ , a dla  $\gamma \rightarrow \infty$  dąży do  $\frac{1}{8}$ . Trochę inaczej zachowuje się  $\Phi_p/\Phi_a$  dla rozpraszania pozytonów, jednakże dla tych samych kątów rozproszenia co dąży ono do  $\frac{1}{8}$ , gdy  $\gamma$  dąży do  $\infty$  i równa się jedności dla  $\gamma = 1$ .

W doświadczeniach Frauenfeldera [7] i Wu [8] badano tylko polaryzację negatonów. Stosowana metoda była w obydwu pracach podobna. Cienka folia z ferromagnetyka umieszczona pod kątem  $\Theta \approx 30^\circ$  do wiązki była rozpraszaczem, zawierającym spolaryzowane elektrony. Grubość jej wynosiła parę  $mg/cm^2$ . Obydwa elektrony wybiegające symetrycznie pod kątem  $\Theta^*$  spełniającym zależność

$$\sin \Theta^* = 2/(\gamma + 3)$$

były rejestrowane przy pomocy liczników, działających w koincydencji. Mierzono jak zależy ilość zliczeń od kierunku namagnesowania folii. Obserwowana asymetria  $\delta = 2(N_p - N_a)/(N_p + N_a)$  wynosiła około 7%. Przy oszacowaniu jaka była polaryzacja  $P$  wiązki pierwotnej należało wziąć pod uwagę zarówno wielkość  $\Phi_p/\Phi_a$  jak i stopień polaryzacji elektronów w folii —  $f$ . Wielkości te są związane następującą zależnością:

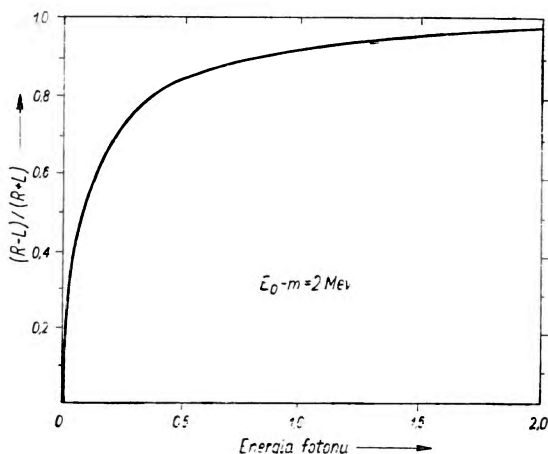
$$P = -\frac{S}{2} f \omega s \Phi \cdot \frac{1 - \Phi_p/\Phi_a}{1 + \Phi_p/\Phi_a},$$

Dla żelaza namagnesowanego do nasycenia  $f$  wynosi 8%, natomiast dla ferromagnetycznego stopu użytego przez Wu 5%. Przy określeniu tej wielkości należy skorzystać z zależności pomiędzy indukcją  $B$  i polem  $H$

$$B = H + 4\pi N\mu,$$

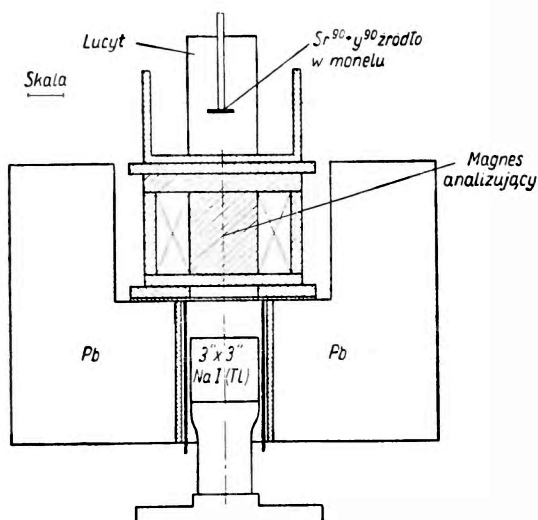
gdzie  $N$  jest ilością spolaryzowanych elektronów w  $cm^3$  ferromagnetyka a  $\mu$  momentem magnetycznym elektronu.

Przy pomocy badania zależności przekroju czynnego na rozpraszanie elektron-elektron od wzajemnej orientacji ich spinów można określić także polaryzację poprzeczną. Jednakże na razie doświadczenia takie nie zostały wykonane.



Rys. 5. Zależność stopnia polaryzacji kołowej kwantów promieniowania hamowania wysyłanych „do przodu” przez elektrony o energii 2 MeV. spolaryzowane poprzecznie

M. Goldhaber [11] do stwierdzenia podłużnej polaryzacji elektronu wykorzystał występowanie polaryzacji kołowej promieniowania hamowania. Jak obliczył K. W. Mc V o y [10] kwanty tego promieniowania emitowane w kierunku biegu podłużnie spolaryzowanych elektronów są spolaryzowane kołowo. Dla energii elektronów 2MeV spolaryzowanych dodatkowo ( $\vec{p} \vec{\sigma} > 0$ ) zależność polaryzacji kołowej od energii kwantu podaje rys. 5. Rys. 6 przedstawia szkic aparatury używanej przez G o l d h a b e r a. Elektrony wybiegające ze źródła  $Sr^{90} + Y^{90}$  przy przejściu przez otaczającą



Rys. 6. Aparatura używana do pomiaru polaryzacji kołowej promieniowania hamowania

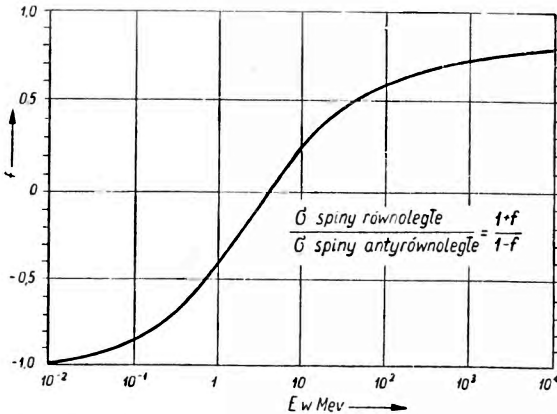
to źródło warstwę monelu (stop Ni 60%, Cu 33%, Fe 6,5%, Z efektywne 28) emitują kwanty X. Całość jest osłonięta licytowym filtrem, pochłaniającym elektrony bez emisji promieniowania wtórnego. Jako rejestratora używano licznik scyntylacyjny z dyskryminacją amplitudy. W celu pomiaru polaryzacji kwantów X użyto filtru z namagnesowanego do nasycenia żelaza. Filtr ten zawierał  $\sim 8\%$  elektronów spolaryzowanych wzdłuż biegu tych kwantów. Ponieważ przekrój czynny na rozproszenie komptonowskie spolaryzowanego kołowo promieniowania X zależy od orientacji spinu elektronu, współczynnik pochłaniania żelaza wykazuje pewną różnicę przy namagnesowaniu równoległym i antyrównoległym do kierunku padania kwantów. Niestety różnica ta wynosi zaledwie 1,7% i to tylko dla energii kwantów około 3 MeV, dla innych zaś jest ona jeszcze mniejsza. Dlatego też dokładność pomiaru w omawianym doświadczeniu jest bardzo mała i wyniki noszą raczej jakościowy charakter.

Do badania polaryzacji pozytonów można poza efektami opisanymi dotychczas wykorzystać anihilację. Teoretyczną stroną tego zagadnienia zajął się L. A. P a g e [12]. Z jego obliczeń wynikało, że przekrój czynny na anihilację pozytonu w locie zależy od wzajemnego ustawienia spinów padającego pozytonu oraz anihilującego z nim elektronu targetu.

Na wykresie na rys. 7 jest pokazana zależność wielkości  $f$  od energii pozytonu. Wielkość ta jest zdefiniowana przez wyrażenie

$$f = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2 + \sigma_1}.$$

gdzie  $\sigma_2$  i  $\sigma_1$  są przekrojami całkowitymi na anihilację dla spinów równoległych i antyrównoległych o ile pozyton jest spolaryzowany podłużnie.

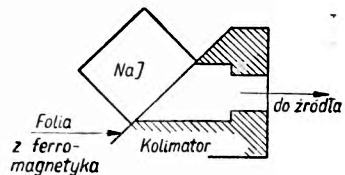


Rys. 7. Zależność stosunku przekrojów czynnych na anihilację w locie przy równoległym i antyrównoległym ustawieniu spinów pozytonu i negatonu w przypadku podłużnej polaryzacji pozytonu

H. C. R. (50% Ni, 50% Fe). Folia ta po namagnesowaniu do nasycenia posiadała około  $8 \cos \Theta$  % elekttronów o spinach ustawionych wzdłuż wiązki równoległe lub antyrównoległe w zależności od kierunku namagnesowania. Ustawiony za folią kryształ NaJ liczył kwanty anihilacji, przy tym dyskryminator amplitudy odrzucał impulsy, pochodzące z anihilacji w spoczynku zachodzącej w kryształ. Niestety mimo stosowania bardzo silnego źródła (100 mC) dokładność pomiaru była niewielka, stwierdzono jednak bardzo znaczną polaryzację pozytonów.

Istnieje jeszcze jeden sposób pomiaru podłużnej polaryzacji pozytonów poprzez ich anihilację w locie. Związany on jest z pomiarem polaryzacji kwantów  $\gamma$  wysyłanych w tym procesie. Jak pokazały obliczenia P a g e' a, przy anihilacji pozytonów podłużnie spolaryzowanych w ten sposób, że  $\vec{\sigma} \vec{p} > 0$  jeden z emitowanych kwantów, a mianowicie bardziej energetyczny, jest silnie spola-

Jak widać wielkość ta równa się zeru dla energii pozytonów około 4 MeV, jednakże już dla energii 1 MeV wynosi  $-0,4$ , co odpowiada stosunkowi przekrojów czynnych  $\sigma_2/\sigma_1 = 3/7$ . Tę silną zależność przekroju czynnego od wzajemnego zorientowania spinów wykorzystał F r e n k e l. Używany przez niego detektor przedstawia rys. 8. Poprzez ołowiany kolimator monoenergetyczna wiązka pozytonów z  $\text{Ga}^{66}$  padała na umieszczoną pod kątem  $\Theta$  folię z ferromagnetycznego stopu



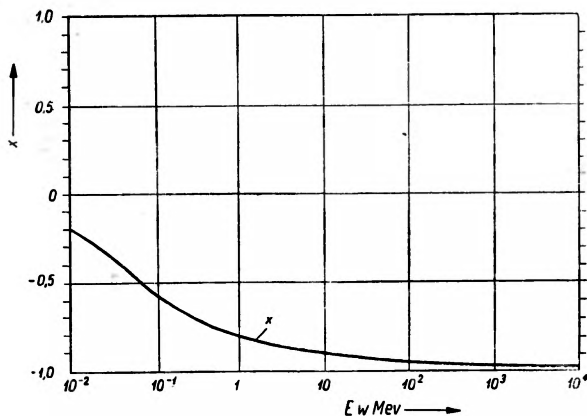
Rys. 8. Aparatura do porównania przekrojów czynnych na anihilację w locie podłużnie spolaryzowanych pozytonów przy równoległym i antyrównoległym ustawieniu spinów pozytonu i negatonu

ryzowany kołowo. Wykres na rys. 9 pokazuje, jak wielkość  $x = \frac{\sigma_R - \sigma_L}{\sigma_R + \sigma_L}$  zależy od energii.  $\sigma_R$  jest tu przekrojem czynnym na anihilację, w której bardziej energetyczny kwant jest spolaryzowany prawoskrętnie, a  $\sigma_L$  — gdy jest on spolaryzowany lewoskrętnie. Jak się okazuje,  $X$  nie przechodzi przez zero, jak to miało miejsce w przypadku  $f$ , i dlatego pomiar polaryzacji pozytonów poprzez pomiar polaryzacji bardziej energetycznego kwantu  $\gamma$  jest czuły dla całego zakresu energii.

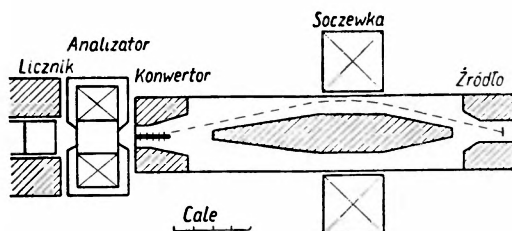
Doświadczenia, polegające na wyznaczeniu wielkości  $X$  były wykonane przez M. Deutscha i in. [13] w celu określenia polaryzacji pozytonów emitowanych przez  $\text{Ga}^{66}$  i  $\text{Cl}^{34}$ . Szkic aparatury używanej przez nich w tym celu pokazuje rys. 10. Spektrometr z cienką soczewką ogniskował na konwertorze wykonanym z lucytu pozytony o energii 3 MeV. Powstałe przy tym kwanty rejestrował licznik z NaJ, przy czym dyskryminator wybierał kwanty o energii większej niż 2 MeV. Polaryzację kwantów mierzono podobnie jak w pracy Goldhabera z promieniowaniem hamowania stosując filtr z namagnesowanego żelaza. Mierząc pochłanianie przy równoległym i antyrównoległym polu wyznaczano znak i stopień polaryzacji kołowej, a więc wielkość  $X \cdot P$ , gdzie  $P$  jest stopniem polaryzacji pozytonów. Dokładność pomiaru wynosiła ok. 10%.

Poprzez anihilację w locie można również wyznaczyć poprzeczną polaryzację pozytonów. W tym celu należy rozporządzać targetem, zawierającym poprzecznie spolaryzowane elektrony. Oznaczając przez  $\sigma_I$  przekrój czynny na anihilację przy antyrównoległym ustawieniu spinów oraz przez  $\sigma_{II}$  przekrój czynny przy ustawieniu równoległym, możemy zdefiniować wielkość  $f_{\perp} = (\sigma_{II} - \sigma_I) / (\sigma_{II} + \sigma_I)$ . Jej zależność od energii pokazuje rys. 11. Niestety  $f_{\perp}$  różni się znacznie od zera dopiero poniżej 0,5 MeV, a więc dla większych energii metoda ta jest mało czuła. Istnieje jednak inna możliwość wykorzystania anihilacji w locie dla celów pomiaru polaryzacji poprzecznej. Polega ona na występowaniu azymutalnej asymetrii w intensywności emisji kwantów w kierunku równoległym do spinów  $I_0$  i w kierunku do nich prostopadłym  $I_{\pi/2}$ . Można obliczyć dla spinów antyrównoległych wielkość  $\varepsilon_I = (I_{\pi/2} - I_0) / I_{\pi/2} + I_0$  oraz dla spinów równoległych wielkość  $\varepsilon_x = (I_0 - I_{\pi/2}) / I_0 + I_{\pi/2}$ . Na rys. 11 pokazane są zależności tych wielkości od energii dla przypadku, gdy obydwie kwanty są emitowane symetrycznie względem kierunku padania pozytonu (pod kątem  $\pi/2$  w układzie środka masy). Jak widać asymetria dla dużych energii jest bardzo znaczna. Jednakże jak na razie nie wykonano jeszcze doświadczeń, wykorzystujących te efekty.

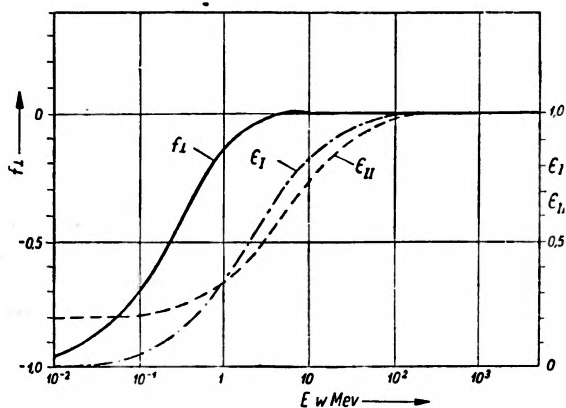
Poza anihilacją w locie S. S. Hanna i R. S. Preston [14] celem zmierzenia polaryzacji pozytonów badali ich anihilację w spoczynku, za-



Rys. 9. Polaryzacja kołowa kwantu powstałego w wyniku anihilacji podłużnie spolaryzowanego pozytonu i wysłanego pod kątem mniejszym niż  $90^\circ$  w układzie środka masy względem kierunku pędu pozytonu. Kwant ten można odróżnić od towarzyszącego mu i wysłanego w kierunku przeciwnym ponieważ posiada większą energię



Rys. 10. Aparatura do pomiaru polaryzacji pozytonów przez pomiar polaryzacji kołowej kwantów anihilacji. Przez dyskryminację wysokości impulsu z licznika scyntylacyjnego wybiera się tylko kwanty wyemitowane pod kątem mniejszym niż  $90^\circ$  w układzie środka masy

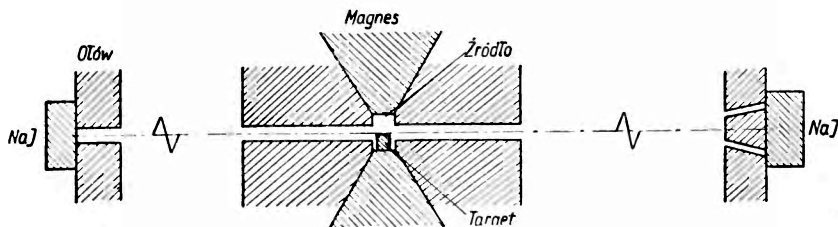


Rys. 11 Zależność energetyczna parametrów, których określa stopień polaryzacji poprzecznej pozytonów. Definicja parametrów w tekście artykułu

chodzącą na spolaryzowanych elektronach żelaza. Jak wynika z różnych doświadczeń w metalach pozytony nie tworzą pozytonium, lecz po spowolnieniu anihilują poprzez oddziaływanie z gazem elektronowym. Mogą być przy tym wysłane albo dwa, albo też trzy kwanty  $\gamma$  w zależności od wzajemnej orientacji spinów, oddziaływających cząstek. W omawianym doświadczeniu pozytony były zatrzymywane w żelazie namagnesowanym równoległe do kierunku ich lotu. Jeżeli ich polaryzacja wynosi  $P_p$  a polaryzacja elektronów  $P_e$ , to przy polu równoległym do spinu pozytonów (spin elektronu w żelazie jest wtedy antyrównoległy) mamy zwiększoną ilość elektronów ze spinem przeciwnym niż pozytony, co powiększy prawdopodobieństwo dwukwantowej anihilacji. Na odwrót, gdy kierunek pola zostanie zmieniony w namagnesowanym żelazie, będzie więcej elektronów o spinach równoległych do spinów pozytonów i prawdopodobieństwo anihilacji dwukwantowej będzie mniejsze. Oznaczając przez  $N_+$  i  $N_-$  ilość zarejestrowanych dwukwantowych rozpadów w przypadku pola równoległego i antyrównoległego otrzymamy

$$\frac{N_+}{N_-} = \frac{1 + P_e P_p}{1 - P_e P_p}.$$

Wyrażenie to otrzymuje się przy założeniu, że pozyton zachowuje swą polaryzację w czasie przebywania wśród elektronów żelaza. W doświadczeniach H a n n y i P r e s t o n a uzyskano na nie wielkość 1,12, co przy po-



Rys. 12. Aparatura do pomiaru polaryzacji pozytonów poprzez anihilację w spoczynku na spolaryzowanych elektronach

laryzacji elektronów  $P_e = 0,08$  dało  $P_p = 0,7$  z dokładnością około 20%. O tym, że obserwowana zmiana ilości zliczeń promieniowania anihilacyjnego jest związana z oddziaływaniem ze spolaryzowanymi elektronami, przekonuje nas brak jakiegokolwiek zależności od kierunku pola magnetycznego przy zamianie targetu żelaznego na miedziany. Aparatura używana w tych doświadczeniach jest pokazana na rys. 12. Elektrony ze źródła padały na umieszczony pomiędzy biegunami magnesu target żelazny. Dwa liczniki ustawione pod kątem  $180^\circ$  rejestrowały promieniowanie anihilacyjne. Ponieważ w celu badania struktury ferromagnetyka, co było drugim celem omawianej pracy, autorzy chcieli znać pęd oddziaływającego z po-

zytonem elektronu zamiast kwantów wysyłanych pod kątem  $\pi$  rejestrowano te, które wybiegają pod kątem mniejszym niż  $\pi - 8 \cdot 10^{-3}$ .

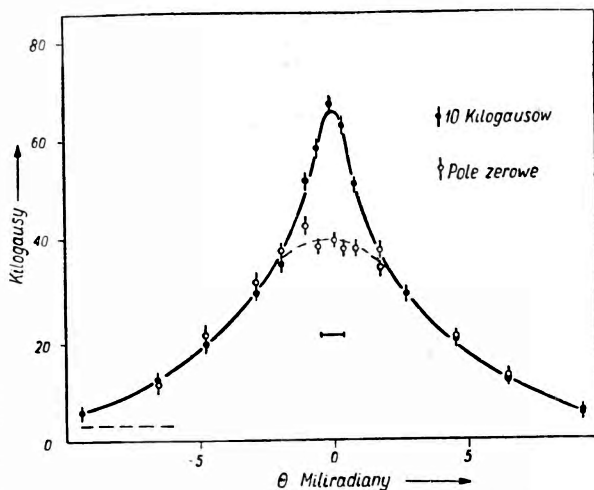
Opisana metoda była zastosowana przy pomiarze polaryzacji cząstek  $\beta$  emitowanych przez jądra  $\text{Na}^{22}$  i  $\text{N}^{13}$ .

L. A. Page i M. Heineberg również badali anihilację dwufotonową pozytonów w spoczynku. Targetem w tym przypadku w przeciwieństwie do doświadczeń Hanny i Prestona było nie żelazo a argon, znajdujący się pod ciśnieniem 27 atm. Argon został wybrany dlatego, że w tych warunkach posiada dla pozytonów odpowiedni czas hamowania. Dzięki temu tworzące się w nim pozytonium w stanie singuletowym, które posiada czas życia około  $10^{-10}$  sek rozpadnie się jeszcze przed całkowitym spowolnieniem do energii termicznej. W związku z tym wysłe ono swe kwanty nie pod kątem  $\pi/2$ , ale mniejszym niż  $\pi/2 - 2 \cdot 10^{-3}$ .

Inaczej się jednak przedstawia sytuacja dla pozytonium, które tworzy się w stanie tripletowym. Czas przejścia z tego stanu do stanu singuleto-

wego wynosi około  $3 \cdot 10^{-9}$  (zależy zresztą od natężenia panującego w argonie pola magnetycznego). Na skutek tego, zanim nastąpi to przejście a następnie zajdzie anihilacja, pozytonium będzie całkowicie spowolnione i wysłe ono swe kwanty pod kątem nie mniejszym niż  $\pi - 2 \cdot 10^{-3}$  dając przyczynek do tzw. wąskiej składowej. (Część środkowa wykresu na rys. 13).

Ponieważ ilość powstałych układów tripletowych zależy od tego, czy pole magnetyczne, w którym znajduje się argon, jest równoległe czy też antyrównoległe do spinu początkowego pozytonu, intensywność występowania tej składowej będzie różna dla różnych pól. Zależność uzyskana na drodze teoretycznej została podana przez Page'a [15]. Jednakże mimo, że jest ona dosyć wyraźna i mierzony efekt wynosi  $(4,55 \pm 0,88\%)$ , wyznaczenie absolutnej wielkości polaryzacji jest dosyć trudne. Stwierdzono jedynie, że pozytony z  $\text{Na}^{22}$  są spo-



Rys. 13. Przyłożenie zewnętrznego pola magnetycznego zwiększa ilość tworzących się w argonie pozytonów w stanie trypletowym, co obserwuje się jako zwiększenie natężenia wąskiej składowej w rozkładzie kątowym kwantów anihilacji dwufotonowej. Zwiększenie to zależy także od orientacji pola magnetycznego względem spinu pozytonu, co zostało wykorzystane do określenia polaryzacji pozytonów  $\text{z}^{22}\text{Na}$

zaczątkowego pozytonu, intensywność występowania tej składowej będzie różna dla różnych pól. Zależność uzyskana na drodze teoretycznej została podana przez Page'a [15]. Jednakże mimo, że jest ona dosyć wyraźna i mierzony efekt wynosi  $(4,55 \pm 0,88\%)$ , wyznaczenie absolutnej wielkości polaryzacji jest dosyć trudne. Stwierdzono jedynie, że pozytony z  $\text{Na}^{22}$  są spo-

laryzowane podłużnie w dosyć dużym stopniu ( $p_p > 0,4$ ) i znak polaryzacji jest dodatni ( $\vec{p} \vec{\sigma} > 0$ ).

Wszystkie proponowane i częściowo zastosowane metody pomiaru polaryzacji zostały zebrane w tabeli. Widać z niej, że największą dokładność uzyskano dotychczas stosując rozpraszanie kulombowskie. Jednakże w pewnych warunkach znacznie wygodniejsze jest stosowanie innych metod. Np. gdy ze względu na krótki czas życia izotopu należy pracować w pobliżu akceleratora w obecności dużego tła, wygodnie jest dla jego zmniej-

T A B E L A

Nazwa metody	Rodzaj polar.	Rodzaj cząstek	Energia w MeV	Uzyskana dokładn. %
1. Rozpraszanie Kulombowskie	poprzeczna	$\beta^-$	$< 2$	<b>3</b>
2. Rozpraszanie elektr. -elektr.	podłużna	$\beta^+$ i $\beta^-$	$> 1$	15 — 20
3. Polaryzacja prom. hamowania	poprzeczna	$\beta^+$ i $\beta^-$	$> 1$	—
	podłużna	$\beta^+$ i $\beta^-$	$> 1,5$	mała
4. Anihilacja w locie a/Zależność $\sigma$ od orientacji spinów b/Polaryzacja kwantu anihilacji c/Rozkład azymutalny promieniowania anihilacji	podłużna	$\beta^+$	$\neq 4$	mała
	poprzeczna	$\beta^+$	$< 0,8$	—
	podłużna	$\beta^+$	$> 0,1$	10
5. Anihilacja w spoczynku w żelazie	poprzeczna	$\beta^+$	$> 1$	—
	podłużna	$\beta^+$	—	20
6. Pomiar ilości stanów tripletowych w gazach	poprzeczna	$\beta^+$	—	—
	podłużna	$\beta^+$	—	mała
	poprzeczna	$\beta^+$	—	—

szenia stosować metody z detektorami działającymi w koincydencji i umieszczonymi w dużej odległości. Zapewnia to metoda 2 i wszystkie anihilacyjne. Poza tym różna zależność wydajności poszczególnych metod od energii winna być też brana pod uwagę.

## L i t e r a t u r a

1. S. I. Nikitin i in., Nucl. Phys. **4**, 272 (1957).
2. H. Frauenfelder i in., Phys. Rev. **106**, 386 (1957).
3. A. I. Alichanow in., preprint (1957).
4. P. E. Cavanagh i in., Phil. Mag. **2**, 1105 (1957).



5. A. I. Alichanow i in., Nucl. Phys. 2, Nr 3.
6. N. Sherman, Phys. Rev. 103, 1601 (1957).
7. H. Frauenfelder i in., Phys. Rev. 107, 643 (1957).
8. N. Bencze-Koller i in., Phys. Rev. 109, 85 (1958).
9. A. M. Bincer, Phys. Rev. 107, 1434 (1957).
10. K. W. Mc Voy, Phys. Rev. 106, 828 (1957).
11. M. Goldhaber i in., Phys. Rev. 106, 826 (1957).
12. L. A. Page, Phys. Rev. 106, 394 (1957).
13. M. Deutsch i in., Phys. Rev. 107, 1732 (1957).
14. S. S. Hanna i in., Phys. Rev. 109, 716 (1958).
15. L. A. Page i in., Phys. Rev. 106, 1220 (1957).

## ZE ZJAZDÓW I KONFERENCJI

## Konferencja Spektroskopii Jądrowej

Leningrad, 27.I. — 3.II.1958

VIII Konferencja Spektroskopii Jądrowej odbywała się w Leningradzie od 27 stycznia do 3 lutego br. Obrady jej, które toczyły się w sali konferencyjnej Akademii Nauk ZSRR i w wielkim audytorium fizycznym Uniwersytetu Leningradzkiego, poświęcone były przede wszystkim dokładnemu przebadaniu schematów rozpadu, jak również sprawdzeniu pewnych koncepcji teoretycznych. Od kilku lat prowadzona jest analiza teoretyczna schematów rozpadu i wzbudzonych poziomów jąder z punktu widzenia modelu kolektywnego. Ograniczę się do przedstawienia też paru interesujących prac, przedstawionych na konferencji.

L. K. P i e k i e r przedstawił analizę danych o widmach beta i gamma zdeformowanych jąder nieparzysto-nieparzystych. Dla szeregu powstałych w wyniku przemiany jąder stwierdzono wysoko leżące poziomy o liczbach kwantowych  $K = I = 2^+$ . Zbadano zależność energii tych poziomów od liczby masowej  $A$  i parametru deformacji. Energia poziomów wibracyjnych wzrasta ze zwiększeniem parametru deformacji, przy czym wzrost ten jest szczególnie duży w obszarze ziem rzadkich. I tak np. od  $^{190}\text{Os}$  do  $^{182}\text{W}$  energia poziomu  $2^+$  rośnie od 590 do 1220 keV.

Analiza P i e k i e r a umożliwia uzgodnienie schematów rozpadu jąder zdeformowanych z wymaganiami modelu kolektywnego.

Warto wspomnieć o pracy G o n c z a r a, I n o p i n a i C y t k i, którzy postanowili zastosować model kolektywny do jąder lekkich z uwagi na to, że w niektórych jądrach lekkich ( $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{25}\text{Mg}$ ,  $^{25}\text{Al}$ ) niskie poziomy wykazują pewne własności poziomów rotacyjnych z modelu kolektywnego. Stosując ten model autorzy pracy wyliczyli deformacje jąder, spiny stanów podstawowych oraz momenty magnetyczne i kwadrupolowe. Okazało się, że większość jąder lekkich wykazuje silną deformację i ma kształt wydłużony. Kształt kulisty posiada jedynie parę jąder w pobliżu liczby masowej  $A = 16$ , jak również jądro  $^4\text{He}$ . Jeśli dla scharakteryzowania odstępstwa od kulistości wprowadzamy stosunek długości półosi  $a$  i  $b$  sferoidalnych powierzchni ekwipotencjalnych, to w obszarze  $20 \leq A \leq 26$  mamy  $a/b = 1,5$ , a w pobliżu  $A = 8$  jest  $a/b = 2$ , co oznacza poważną deformację. Warto porównać otrzymane z modelu wartości momentów magnetycznych i kwadrupolowych z dostępnymi danymi doświadczalnymi. Jak widać z tabel, istnieje doskonała zgodność teorii z doświadczeniem. Maksymalna różnica w przypadku momentów magnetycznych nie przekracza 25%, a średnio jest rzędu 10%. Poza wymienionymi na wstępie jądrami istnieją jeszcze inne, których niskie poziomy można traktować jako poziomy rotacyjne. Do takich jąder należą według autorów:  $^7\text{Li}$ ,  $^7\text{Be}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{13}\text{N}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{29}\text{Si}$ ,  $^{29}\text{P}$  i  $^{31}\text{P}$ . Przedstawiona próba interpretacji jest bardzo ciekawa, choć rozciągnięcie modelu kolektywnego na jądra lekkie spotkało się również z wielu sprzeciwami. Z prac teoretycznych, poświęconych zbliżonym problemom, warto wymienić: pracę L e w i n t o w a

o rozszczepieniu poziomów jednocząstkowych pod wpływem sprzężenia spin-orbita, pracę Szpinela o przesunięciu poziomów i prawdopodobieństwie przejść  $\beta$  i  $\gamma$  w jądrach nieparzystych, pracę Goldina o zależności natężenia rozpadu  $\alpha$  od energii poziomów rotacyjnych.

Tabela 1  
Momenty kwadrupolowe jąder lekkich

Jądro	Wartość momentu kwadrupolowego <sup>1</sup>	
	z doświadczenia	z teorii
<sup>10</sup> B	0,0740	0,079
<sup>11</sup> B	0,0855	0,083
<sup>23</sup> Na	0,10	0,114
<sup>27</sup> Al	0,149	0,159

Tabela 2  
Momenty magnetyczne jąder lekkich

Jądro	Wartość momentu magnetycznego <sup>2</sup>		Jądro	Wartość momentu magnetycznego <sup>2</sup>	
	z doświadczenia	z teorii		z doświadczenia	z teorii
<sup>6</sup> Li	0,82189	0,68	<sup>19</sup> F	2,62895	2,75
<sup>7</sup> Li	3,25633	3,26	<sup>21</sup> Ne	-0,661758	-0,79
<sup>9</sup> Be	-1,17746	-0,88	<sup>23</sup> Na	2,27154	2,52
<sup>10</sup> B	1,80066	1,79	<sup>24</sup> Na	1,688	1,75
<sup>11</sup> B	2,68853	2,55	<sup>25</sup> Mg	-0,85466	-1,02
<sup>13</sup> C	0,70225	0,65	<sup>28</sup> Si	-0,55492	-0,45
<sup>15</sup> N	-0,28312	-0,26	<sup>31</sup> P	1,13163	1,0

Olbrzymia liczba prac doświadczalnych dotyczyła schematów rozpadu widm  $\beta$  i  $\gamma$  oraz techniki spektroskopii jądrowej. Podano nowe schematy rozpadu wielu izotopów, energie i liczby kwantowe wysokich poziomów wzbudzonych, a liczba przedstawionych tablic i wykresów była wprost oszałamiająca. Uzyskane przez autorów wyniki, zwłaszcza w obszarze izotopów ziem rzadkich o deficycie neutronowym, potwierdzają model kolektywny. Wielka część tych prac zostanie ogłoszona w „Izwiestjach Akademii Nauk ZSRR”. Wymienię może tylko parę spośród nich:

Miękkie promieniowanie  $\gamma$ , wysyłane przez niektóre jądra przy wychwycie neutronów powolnych (L. F. Kalinkin, A. S. Meliorański, I. W. Estulin), Elektry wewnątrznej konwersji z nisko wzbudzonych poziomów <sup>235</sup>U (L. L. Goldin, G. I. Griszuk, E. F. Tretjakow), Spektrometr  $\beta$  bez żelaza, z toroidalnym polem magnetycznym (ci sami autorzy), Automatyczne sterowanie magnetycznym spektrometrem  $\beta$  (K. W. Abramowa, B. P. Pieregud), Stabilizacja pola elektromagnesów spektrometru i stabilizacja prądu z zastosowaniem pola magnesu stałego jako wielkości odniesienia (J. Żylicz, K. Kormicki, B. P. Piere-

<sup>1</sup> w  $10^{-24}$  cm<sup>2</sup>

<sup>2</sup> w magnetonach jądrowych

g u d), Problemy modernizacji fotopowielaczy (A. E. Miełamid, N. S. Chlebnikow), Fotopowielacze z polepszonym czasem rozdzielczym i większym prądem wyjściowym (L. G. Lejtejzen, A. G. Berkowski, W. G. Polski), Automatyczny jednokanałowy analizator różniczkowy z zapisem widma (M. P. Sokolow), Polaryzacja przy rozproszeniu rezonansowym promieni  $\gamma$  z  $^{74}\text{As}$  na jądrach  $^{74}\text{Ge}$  (A. N. Gułdamaszwili i inni).

Na poszczególnych posiedzeniach konferencji referowano prace ze zbliżonych dziedzin. I tak, odbyły się posiedzenia poświęcone schematom rozpadu lekkich, średnich i ciężkich jąder, ogólnym zagadnieniem spektroskopii  $\alpha$  i  $\beta$ , wewnętrznej konwersji, izomerii jądrowej itp.

Nie można nie wspomnieć o pracach związanych z niezachowaniem parzystości w przemianie  $\beta$ . Wygłoszony został referat o doświadczalnym sprawdzeniu tego niezachowania poprzez zmierzenie podłużnej polaryzacji elektronów z przemiany  $\beta$  jąder  $^{170}\text{Tl}$ ,  $^{177}\text{Lu}$ ,  $^{198}\text{Au}$ ,  $^{153}\text{Sm}$ ,  $^{186}\text{Re}$ ,  $^{90}\text{Sr}$ , i  $^{90}\text{Y}$  (A. I. Alichanow, G. P. Jelisjejew, W. A. Lubimow, B. W. Erszler). Niektóre inne referaty dotyczyły rozpraszania podłużnie spolaryzowanych elektronów na spolaryzowanych elektronach oraz promieniowania hamowania podłużnie spolaryzowanego elektronu.

Z prac różnych wzmiankę zasługują: Wpływ struktury protonu na przesunięcie Lamba (D. D. Iwanienko, E. W. Teodorowicz), Siły między cząstką  $\Lambda$  a nukleonami i energia wiązania cząstki  $\Lambda$  w jądrze (W. A. Filimonow) i Prawidłowości empiryczne dla energii tworzenia par w jądrze (W. A. Krawcow). Na podstawie teorii d'Espagnata i Prentkiego Filimonow wyliczył siły działające między cząstką  $\Lambda$  i nukleonami stosując metodę Gartenhausa. Pod uwagę wzięto siły pochodzące od wymiany jednego i dwu mezonów  $\pi$  oraz mezonów  $K$ .

Oddziaływanie mezonów  $K$  z jądrami brano w dwu wariantach: z macierzą  $\gamma_5$  i bez niej. Po uzyskaniu sił wyliczono energię wiązania niektórych hiperjąder.

Iwanienko i Teodorowicz uzyskali wytłumaczenie istniejącej dotychczas niezgodności między teoretyczną a doświadczalną wartością przesunięcia Lamba-Rutherforda. Dostępne dziś dane o rozkładzie ładunku elektrycznego w protonie, jak również najnowsza wartość momentu magnetycznego elektronu pozwoliły na ocenę wpływu charakteru rozkładu i średniego promienia rozkładu ładunku w protonie na przesunięcie poziomów w wodorze.

Krawcow podał w swym referacie przegląd znanych dziś prawidłowości energii tworzenia par w jądrach. Najważniejszymi z nich są:

1. Energia tworzenia par neutronów w jądrach o parzystej liczbie protonów jest większa niż w jądrach o nieparzystej liczbie protonów. Analogiczna reguła zachodzi dla protonów.
2. Energia tworzenia par nukleonów zależy od spinów nukleonów tworzących pary.
3. Energia tworzenia par nukleonów osiąga minimum dla małych wartości spinów w pobliżu zamkniętych powłok.
4. Maksimum energii tworzenia par nukleonów w jądrach przypada na jądra z niezamkniętymi powłokami, gdy spiny nukleonów tworzących pary są duże.

Obrazy konferencji podsumował prof. Dzelepow, który zwrócił uwagę na trzy zasadnicze fakty. Pierwszy z nich, jego zdaniem, to rozwój badań nad polaryzacją elektronów z przemiany  $\beta$ . Należy dziwić się, dlaczego dopiero teraz uczeni postawili sobie pytanie, jak jest skierowany spin elektronu z przemiany  $\beta$ . Gdyby ktoś zainteresował się wcześniej tym problemem, mogłaby to być nitka, po której

dałoby się wyciągnąć cały problem niezachowania parzystości. Pytanie to zaś było nieraz zadawane przez studentów, tylko nie uważano go za poważne.

Drugi ważny fakt — to nowa metoda eksperymentalna: rozpraszanie rezonansowe promieni  $\gamma$ . Trzecim faktem jest konieczność ponownego i żmudnego przeanalizowania schematów rozpadu, gdyż wiele dotychczasowych danych okazało się fałszywymi. Trzeba podejść krytycznie do schematów opartych wyłącznie na danych empirycznych i rozpatrzyć je na nowo w świetle wzbudzenia kulombowskiego.

W obradach konferencji brała udział liczna delegacja polska z prof. H. Niedwiedzkańskim i doc. A. Hrynkiem na czele. Gościnności gospodarzy zawdzięczamy możliwość zwiedzenia laboratoriów naukowych Leningradzkiego Instytutu Fizyczno-Technicznego, Uniwersytetu Leningradzkiego oraz pracowni szkoleniowych Uniwersytetu Moskiewskiego.

# L I S T Y D O R E D A K C J I

W związku z zamieszczoną w „Postępach Fizyki” 8, 605 (1957) recenzją mgr inż. Cyryla Dąbrowskiego pracy pt. *Elektrownie jądrowe*, Redakcja otrzymała od Autorów wyjaśnienie, które niżej przytaczamy.

„Jako autorzy pracy chętnie przyjmujemy wszelkie słuszne uwagi i słowa krytyki. Z prawdziwą przykrością znaleźliśmy w wydawnictwie wiele omyłek, jak np. wmieszanie się pomiędzy przeliczone na jednostki metryczne wielkości nieprzeliczonych, stąd podanie na rysunku prędkości 30 m/s, choć o parę wierszy w tekście podano właściwą wielkość 9 m/s. Błędów tych trudno było uniknąć wobec pośpiechu narzuconego rodzajem wydawnictwa i odpowiedzialność tu obciąża zarówno autorów, jak i wydawnictwo.

Co do bardzo ostro kwestionowanej przez recenzenta terminologii, to pozwalamy sobie zauważyć, że pomimo, iż opiniodawcą był również w tych sprawach jak i recenzent kompetentny pracownik Instytutu Badań Jądrowych, nie udało się uniknąć trudności, gdyż po wykonaniu pracy jeden z autorów miał okazję wziąć udział w pierwszych u nas konferencjach na temat terminologii w dziedzinie energetyki jądrowej. Wyniki konferencji uwzględniono, jednak niektóre terminy (np. „zniszczone jądra”) zostały wprowadzone później.

Jako jeden z najbardziej istotnych błędów recenzent wytknął np. przyjętą we wstępie definicję paliwa jądrowego jako materiału rozszczepialnego, a więc  $^{235}\text{U}$   $^{238}\text{Pu}$ . Wg recenzenta przez paliwa jądrowe rozumie się powszechnie łącznie materiał rozszczepialny i rodny stosowany w samym reaktorze. Tymczasem oficjalne wydawnictwo amerykańskie pt. *A. Glossary of termes in nuclear science and technology* — New York 1955, opracowane z udziałem szeregu towarzystw Technicznych i Naukowych, a między nimi i Amerykańskiej Komisji Atomowej, podaje na pierwszym miejscu właśnie definicję użytą przez autora we wstępie, a kwestionowaną przez recenzenta.

Poza tym wydaje się nam, że zamieszczając recenzję o skromnej popularyzacyjnej pracy w czasopiśmie naukowym obok recenzji pracy Heitlera *Zarys mechaniki kwantowej* należało wspomnieć, że omawiana książka jest przeznaczona dla „inżynierów, techników, pracowników przemysłu, projektantów, konstruktorów...” i że seria wydawnictw PWT tego typu ma za zadanie „szybkie, choćby wrywkowe” informowanie czytelników o aktualnych postępach techniki.

Toteż nie przypadkowo PWT powierzyło opracowanie nie fizykom, lecz energetykom i ich zdanie co do wyboru referatów, ich uporządkowania, dokonywania skrótów i pomijania zagadnień zbyt szczegółowych jest bardziej miarodajne. Zresztą w wydanej niespełna rok później w St. Zj. Am. książce prof. Picarda *Nuclear Power Reactors* wybrano te same referaty i w podobnym układzie, toteż zdanie o przypadkowości wyboru zostało użyte chyba zbyt pochopnie.

Stanisław Andrzejewski, Władysław Ney

Warszawa, dnia 15.3.1958

### Międzynarodowa Agencja Atomowa

Cały szereg członków zgłosiło do zarządu Agencji gotowość dostarczenia materiałów rozszczepialnych, pierwiastków promieniotwórczych, specjalnych materiałów reaktorowych oraz stypendiów, profesur gościnnych itp. Ceny i warunki dostarczenia materiałów nie zostały jeszcze ustalone. Kanada może, w każdym razie w ciągu najbliższych kilku lat, dostarczać naturalnego uranu, potrzebnego do wykonania programu prac Agencji; Indie mogą dostarczać potrzebnego toru, Norwegia zaoferowała izotopy produkowane w norwesko-holenderskim reaktorze w Kjeller oraz takie materiały reaktorowe jak niob, aluminium i molibden; Portugalia udostępni 100 ton tlenku uranu, Południowa Afryka zgłosiła koncentraty tlenku uranu, beryl, ołów, tantal, kadm, lit, wanad, chrom i nikiel, ZSRR — 50 kg  $^{235}\text{U}$  w dowolnej koncentracji aż do 20% oraz inne materiały reaktorowe, Wielka Brytania — 20 kg  $^{235}\text{P}$ , USA — 5 000 kg  $^{235}\text{U}$ . Ofiarowano 250 000 dolarów na fundusz stypendialny.

### Umowa o współpracy jądrowej z NRD

Rząd Polskiej Rzeczypospolitej Ludowej i Rząd Niemieckiej Republiki Demokratycznej zawarły w listopadzie ub. r. umowę o współpracy w dziedzinie wykorzystania energii jądrowej do celów pokojowych. Prowadzona będzie wymiana doświadczeń, informacji i odpowiednich dokumentacji. Współpraca będzie realizowana przez nawiązywanie bezpośrednich kontaktów między instytucjami naukowymi i technicznymi obu krajów, wykonywanie w miarę potrze-

by wspólnych prac w zakresie pokojowego wykorzystania energii jądrowej, wzajemnego przyjmowania pracowników naukowych na studia w instytutach naukowych i przemysłowych, udział w konferencjach i seminariach, wymianę literatury naukowej i dokumentacji, wzajemną pomoc w zakresie zaopatrzenia w materiały i przyrządy. Umowa zastrzega nieprzekazywanie informacji otrzymanych od państw trzecich.

W imieniu Rządu Polskiej Rzeczypospolitej Ludowej umowę podpisał Pełnomocnik Rządu do Spraw Wykorzystania Energii Jądrowej — Wilhelm Billig, a w imieniu Rządu Niemieckiej Republiki Demokratycznej — Szef Urzędu do Spraw Badań Jądrowych i Techniki Jądrowej Karl Rambusch

### Dziesięciolecie Polskiego Towarzystwa Meteorologicznego i Hydrologicznego

W roku bieżącym upływa dziesięć lat od założenia Polskiego Towarzystwa Meteorologicznego i Hydrologicznego. W związku z tym odbyła się w dniach 21 i 22 marca uroczysta konferencja naukowa PTMH poświęcona tej rocznicy.

Zebranie otworzył prezes PTMH prof. J. L a m b o r omówieniem historii Polskiego Towarzystwa Meteorologicznego i Hydrologicznego, a następnie szereg referentów przedstawiło rozwój poszczególnych dziedzin meteorologii i hydrologii w Polsce.

### Nowi członkowie Royal Society

Na zebraniu brytyjskiego Towarzystwa Królewskiego w dniu 20 marca b.r. wybrano nowych członków, wśród nich 3 fizyków:

Prof. Satyendranath Bose, wicekanclerz Uniwersytetu Visva-Bharati w Santiniketan w Indiach. Prof. Bose, wybitny fizyk teoretyk, jest twórcą statystyki noszącej jego nazwisko. Statystyka odnosi się do cząstek o spinie całkowitym, które dlatego nazywane są bozonami.

Prof. P. P. Ewald z Polytechnic Institute of Brooklyn, znany ze swoich prac z dziedziny optyki promieni X.

Prof. G. D. Rochester z Uniwersytetu w Durham, którego badania promieniowania kosmicznego przyczyniły się do poznania właściwości nietrwałych cząstek elementarnych, w szczególności hiperonów.

#### Dwusetna rocznica śmierci Bouguera

15 sierpnia br. przypada dwusetna rocznica śmierci Pierre Bouguera, fizyka francuskiego, który stworzył podstawy fotometrii.

Prace Bouguera, ogłaszane w okresie 1726 do 1757 w „Mémoires de l'Académie des Sciences”, dotyczyły tak różnych zagadnień jak rozszerzalność cieplna metali, gęstość powietrza, doświadczenia z wahadłem, refrakcja atmosferyczna, problemy nawigacyjne i równowagi ciał pływających (wprowadził pojęcie metacentrum). Najcenniejszym jednak jego osiągnięciem jest niewątpliwie odkrycie prawa wiążącego natężenia wiązki światła przed i po przejściu poprzez warstwę ośrodka pochłaniającego. Prawo to odkryte ponownie w 1760 przez Lamberta znane jest powszechnie jako prawo Lamberta. W r. 1729 ukazuje się *Essai d'optique sur la gradation de la lumière*, w którym Bouguer zajmuje się absorpcją atmosferyczną. W innej pracy porównuje jasność Słońca, Księżycy i niektórych gwiazd. Mierzył także średnice planet przy pomocy skonstruowanego przez siebie heliometru, urządzenia interferometrycznego, którego zasadniczym elemen-

tem była soczewka podzielona na dwie części, przesuwane śrubą precyzyjną. Przy pomocy tego właśnie przyrządu, ulepszonego później przez Fraunhoffer, Bessel zmierzył po raz pierwszy odległość Ziemi od gwiazdy stałej.

W latach 1735/6 brał udział w wyprawie francuskiej do Peru, mającej na celu dokładne pomiary kształtu Ziemi.

Bouguer urodził się w r. 1698 w Croisic. Mając lat 11 został oddany do kolegium jezuitów. W wieku lat 15 stracił ojca, który był profesorem hydrografii. Mimo młodego wieku Bouguer zgłosił swoją kandydaturę na wakuujące po śmierci jego ojca stanowisko i wywołał podziw egzaminatorów poziomem i zakresem swego przygotowania. Większą część życia mieszkał w Le Havre.

#### Stulecie śmierci

#### R. H. A. Kohlrausch

Sto lat temu — 8 marca 1858 r. zmarł Rudolf Herman Arndt Kohlrausch, zasłużony fizyk niemiecki.

Urodził się 6 listopada 1809 w Getyndze, studiował na uniwersytecie początkowo zoologię, następnie matematykę i fizykę. Przez pewien czas był nauczycielem szkolnym, w r. 1857 został powołany do uniwersytetu w Erlangen. Mimo że nie rozporządzał dobrze wyposażonym laboratorium jego niezwykła zręczność i zdolności eksperymentalne pozwoliły mu na wykonywanie precyzyjnych pomiarów. Między innymi opracował własny typ elektrometru i kondensatora powietrznego. Najważniejszą jego pracą, wykonaną wspólnie z Weberem, jest wyznaczenie stosunku jednostek układu elektrostatycznego do jednostek układu elektromagnetycznego. Została ona opublikowana w „Annalen der Physik” tom 99 (1856) pt. *Über die Elektrizitätsmenge welche bei galvanischen Strömen durch den Querschnitt der Kette fließt*.



Rudolf Herman Arndt Kohlrausch był pierwszym przedstawicielem rodziny znanych fizyków, z których najwybitniejszym był jego syn Wilhelm Georg (1840—1910) autor klasycznych podręczników.

### Sto pięćdziesiątolecie urodzin Napoleona III

W roku bieżącym przypada oprócz wielu rocznic znanych fizyków również sto pięćdziesiąta rocznica urodzin mniej znanego jako fizyka Karola Ludwika Napoleona Bonaparte, późniejszego cesarza Francuzów Napoleona III. Urodzony w Paryżu 20 kwietnia r. 1808 Karol Ludwik Napoleon Bonaparte opublikował w r. 1843 swoją jedyną pracę z fizyki *Sur la théorie de la pile voltaïque* (C. R. Vol. 16). Przebywał on wówczas w więzieniu w twierdzy Ham w wyniku nieudanej próby obalenia rządu króla Ludwika Filipa.

### Teoria pasmowa metali

W Imperial College of Science and Technology w Londynie odbyła się w dniach 19 i 20 grudnia konferencja na temat pasmowej teorii metali i struktury powierzchni Fermiego. Wzięło w niej udział około 240 członków brytyjskiego Towarzystwa Fizycznego i zaproszonych gości, między innymi z ZSRR przybył prof. Wonsowski.

Konferencję otworzył prof. N. F. Mott referatem o teorii pasmowej i ferromagnetyzmie, w którym omówił różne typy funkcji falowych opisujących elektrony w metalu. Na ogół prostsze zagadnienia dobrze opisuje model Blocha, w którym funkcje falowe poszczególnych elektronów uważa się za fale  $\psi_k$  rozchodzące się w całym kryształ. Ze względu na periodyczność sieci  $k$  ograniczone jest do strefy Brillouina, a wszystkie stany poniżej poziomu Fermiego zajęte są elektronami. Pewne przypadki wymagają stosowa-

wania innych funkcji falowych, mianowicie funkcji typu Heitlera-Londona. W tym obrazie każdy elektron jest silniej lub słabiej związany z poszczególnym atomem, nie ma tu miejsca na pojęcie powierzchni Fermiego. Prof. Mott wymienił różne typy ferromagnetyków i antyferromagnetyków do których stosują się te dwa rodzaje funkcji falowych. Uzupełnieniem, jak gdyby, odczytu N. F. Motta były referaty W. M. Lomera i W. Marshalla *Elektronowa struktura stopów ferromagnetycznych* i pani Y. Cauchois *Spektroskopia rentgenowska metali*. Ostatnie postępy w teorii nadprzewodnictwa omówił J. R. Schrieffer.

Pozostałe referaty poświęcone były dobrym metalom nieferromagnetycznym jak miedź, aluminium, ołów, metale alkaliczne oraz ich stopom. Dużą część czasu zajął przegląd doświadczalnych metod określania kształtu powierzchni Fermiego w danym metalu jak również inne aspekty struktury pasmowej — stanowi to bowiem klucz do zrozumienia większości elektrycznych i magnetycznych właściwości metali.

### HAZEL

W Harwell rozpoczął działanie nowy reaktor zerowej energii — HAZEL (*homogeneous assembly — zero energy*), w którym jako paliwa użyto wzbogaconego uranu w postaci soli uranowej rozpuszczonej w ciężkiej wodzie, służącej jako moderator. Rdzeniem reaktora jest cylinder stalowy otoczony reflektorem grafitowym. Płynne paliwo pompowane jest do cylindra ze znajdujących się w pobliżu zbiorników. Sterowanie reaktora odbywa się przez zmiany poziomu paliwa w naczyniu reaktora i przez odpowiednie ustawianie dwóch płyt kadmowych w przestrzeni między stalowym cylindrem a reflektorem grafitowym. Moc wydzielana jest mniejsza niż 1 W i wobec tego nie po-

trzebne jest chłodzenie. HAZEL będzie użyty jako narzędzie podstawowych badań jądrowych.

#### Nadużywanie promieni X?

W czasie dorocznego kongresu Amerykańskiego Towarzystwa Rentgenowskiego, w październiku ub. r. w Waszyngtonie, referenci stwierdzali konieczność ograniczenia użycia promieni X do celów diagnostycznych i terapeutycznych. Dr Bently Glass z Uniwersytetu Johna Hopkinsa wyraził pogląd, że stosowanie promieni X z dotychczasowym natężeniem może wywołać w ciągu najbliższych 30 lat co najmniej 6 000 mutacji wśród 4 000 000 dzieci rodzących się co roku w Stanach Zjednoczonych.

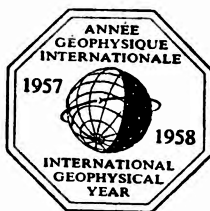
#### Ubezpieczenia jądrowe

W końcu lutego br. odbyła się w Londynie druga międzynarodowa konferencja ubezpieczeń jądrowych. Przedstawiciele 15 krajów europejskich dyskutowali sprawę ubezpieczeń od wypadków przy posługiwaniu się reaktorami jądrowymi. Rozważano możliwość wzajemnej reasekuracji obejmującej również odpowiedzialność cywilną w stosunku do osób trzecich. Z punktu widzenia ustawodawstwa państwowego sprawami ubezpieczeń zajmuje się Europejska Organizacja Współpracy Ekonomicznej i Europejski Komitet Ubezpieczeniowy.

#### Góry o sławnych imionach

Czasopismo „Physics Today” w zeszycie lutowym wspomina o górach Chugach w południowej Alasce, z których kilka nosi nazwiska sławnych fizyków — Einstein, Fermi, Gibbs, Langmuir, Michelson. Z tych szczytów zdobyty dotychczas został jedynie Mt. Einstein (około 3500 m).

#### Czwarty satelita Ziemi



17 marca b.r. w Gape Canaveral na Florydzie Marynarka Stanów Zjednoczonych wyrzuciła przy pomocy rakiety typu Vanguard satelitę

Ziemi. Jest to już czwarty satelita — po dwóch radzieckich i jednym wypuszczonym przez Armię Stanów Zjednoczonych. Nowy satelita, nazywany 1958 $\beta$ , jest kulą aluminiową o średnicy niewiele ponad 15 cm i masie około 1,5 kg, która porusza się po orbicie eliptycznej (perigeum 640 km, appogeum 4 000 km) z okresem 135 min. 1958 $\beta$  jest wyposażony w dwa nadajniki radiowe, jeden zasilany baterią chemiczną nadający na częstotliwości 108,00 Mc/sec i drugi zasilany baterią słoneczną nadający na częstotliwości 108,30 Mc/sec. Przypuszcza się, że ten satelita pozostanie na orbicie przez szereg lat i będzie dostarczać interesujących obserwacji.

#### Aparatura dla Sputnika III

Nowy satelita radziecki Sputnik III ma być wyposażony między innymi w dwie precyzyjne aparaty do badań cząstek naładowanych. Będzie to komora jonizacyjna i licznik Czerenkowa. Służyć to ma do analizy zawartości jąder poszczególnych pierwiastków w pierwotnym promieniowaniu kosmicznym.

#### Szkoła letnia w Warennie

Staraniem Włoskiego Towarzystwa Fizycznego została wzorem lat ubiegłych zorganizowana letnia szkoła fizyki w Warennie nad jeziorem Como pod patronatem włoskiego Ministerstwa Oświaty i Narodowej Rady Badań Naukowych. Zorganizowanie szkoły umożliwione zostało przez subwencje Ministerstwa Oświaty, Narodowej Rady Ba-

dań Naukowych, Narodowego Komitetu Badań Jądrowych, Fundacji Forda, Massachusetts Institute of Technology, uniwersytetów w Mediolanie i w Neapolu oraz władz, firm i osób prywatnych w prowincji Como.

Program szkoły na rok 1958 obejmuje cztery niezależne kursy na następujące tematy: fizyka plazmy i jej zastosowania do astrofizyki, teoria informacji, matematyczne problemy kwantowej teorii cząstek i pól, fizyka pionów.

Pierwszy kurs (VI od założenia Szkoły) zawiera wykłady i seminaria z ogólnej teorii plazmy, z eksperymentalnych metod badania plazmy i ze związanych z plazmą zagadnień astrofizycznych. Wykładowcami są: L. Bierman (Getynga) T. C. Cowling (Leeds), R. Gallet (Waszyngton), A. Gilardini (Rzym), R. Lehnert (Sztokholm), H. C. van der Hulst (Lejda), i P. C. Thonemann (Harwell).

Przedmiotem studiów na drugim kursie (VII od założenia Szkoły) są przede wszystkim: teoria procesów przypadkowych, analizy materiałów statystycznych, statystycznego przewidywania, neurofizjologii i psychologii doświadczalnej oraz lingwistyki i porozumiewania się przy pomocy mowy. Na liście wykładowców znajdują się: R. M. Fano (Cambridge Mass.), D. Gabor (Londyn), Y. W. Lee (Cambridge Mass.), B. Mandelbrot (Lille), W. A. Rosenblith (Cambridge Mass.) i N. Wiener (Cambridge Mass.).

W programie trzeciego kursu (VIII od założenia Szkoły) jest analiza funkcjonalna, teoria grup i inne formalizmy, charakterystyka i ogólne właściwości cząstek, równanie ewolucji w kwantowej teorii pól i metody jego rozwiązywania. Wykładają: E. R. Caianiello (Neapol), F. Dyson (Princeton), L. J. Gording (Lund), R. Haag (Princeton), W. Heisenberg (Getynga), G. Källén (Kopenhaga) T. Kato (Tokio), H. Lehmann (Hamburg), W.

Pauli (Zurich), A. S. Wightman (Princeton).

Na czwartym kursie tegorocznym (IX od założenia Szkoły) omawiane są: produkcja pionów, doświadczenia nad rozpraszaniem, mezon wśród cząstek „dziwnych”, rozpad pionu i niezachowanie parzystości, teoria dyspersji, informacje o budowie jądra oraz wytworzenie dziwnych cząstek w wiązce pionów. Zespół wykładowców ma skład następujący: J. Ashkin (Pittsburg), G. Bernardini (Genewa), J. M. Cassels (Liverpool), M. Cini (Rzym), G. Puppi (Bologna), W. E. Thirring (Bern).

Kierownikiem pierwszego kursu, trwającego od 23 czerwca do 5 lipca jest G. Righini (Florencja), drugiego, trwającego od 7 lipca do 19 lipca — E. R. Caianiello (Neapol), trzeciego, trwającego 21 lipca do 9 sierpnia — A. Borsellino (Genewa) a czwartego, trwającego od 16 sierpnia do 30 sierpnia — B. Touschek (Rzym).

Językami wykładowymi są angielski i francuski.

#### Weisskopf i Salam w Warszawie

W dniu 20 marca rb. przyjechali do Warszawy V. F. Weisskopf i A. Salam.

Victor F. Weisskopf, jeden z wybitniejszych współczesnych teoretyków, jest profesorem w Massachusetts Institute of Technology. W czasie swojej wizyty w Warszawie wygłosił dwa odczyty.

Abdus Salam, specjalista z zakresu teorii cząstek elementarnych jest Pakistańczykiem stale zamieszkałym w Anglii. Jest profesorem w Imperial College of Science and Technology w Londynie. Wygłosił w Warszawie cykl wykładów. Zwiedził urządzenia ośrodka doświadczalnego Instytutu Badań Jądrowych Polskiej Akademii Nauk w Świerku.

### Rentgeniści polscy w CSR

Na zaproszenie Czechosłowackiej Akademii Nauk wyjechało na dziesięć dni w końcu kwietnia do Pragi dwoje rentgenistów z ośrodka warszawskiego — mgr Maria Lefeld-Sosnowska i mgr Julian Auleytner. Zwiedzili oni Instytut Fizyki Technicznej Czechosłowackiej Akademii Nauk oraz pracownię rentgenowską Uniwersytetu Karola, zapoznając się szczegółowo z tematyką i metodami prowadzonych badań oraz z aparaturą. Szczególnie interesujące i cenne były wizyty w pracowniach prof. Báčkowskiego i prof. Kochanowskiej.

### „Molecular Physics“

W styczniu br. ukazał się pierwszy numer nowego kwartalnika „Molecular Physics”, którego redaktorem jest H. C. Longuet-Higgins, a zastępcą redaktora J. H. van der Waals (wydawca Taylor and Francis Ltd., London). Czasopismo zawiera zarówno artykuły przeglądowe jak i prace oryginalne. Tematyka dotyczy przede wszystkim struktury molekularnej, elektrycznych i magnetycznych właściwości cząstek, procesów wzbudzania cząstek, jonizacji i dysocjacji.

### Polskie Towarzystwo Fizyczne

#### Oddział Gdański

Na Walnym Zebraniu Oddziału Gdańskiego Polskiego Towarzystwa Fizycznego w dniu 12 grudnia u. r. został wybrany Zarząd na kadencję 1957/8, który ukonstytuował się jak następuje:

Przewodniczący — z. prof. mgr Z. Sobczyński, wiceprzewodniczący — z. prof. mgr E. Juszkiewicz, sekretarz — mgr E. Klugman, skarbnik — mgr W. Chomka, członkowie Zarządu — mgr Z. Polacki i mgr J. Dera.

### XV Zjazd Fizyków Polskich

Na życzenie Komitetu Organizacyjnego XV Zjazdu Fizyków Polskich podajemy poniżej streszczenia referatów nadesłanych na Zjazd w tak późnym terminie, że nie można już było ich wydrukować w specjalnie wydanej broszurze „Streszczenia Prac Referowanych”. Zamieszczamy również sprostowania dwóch omyłek popełnionych w „Streszczeniach Prac Referowanych”.

K. Czapkiewicz, J. F. Grębski  
Zakład Ceramiki Politechniki Warszawskiej  
Zakłady Elektrotechniczne im. R. Luxemburg — Warszawa

### Oznaczenie $B_2O_3$ w szkle za pomocą słabego źródła powolnych neutronów

Opracowano metodę oznaczania  $B_2O_3$  w szklach o zawartości 0—10%  $B_2O_3$ . Jako źródła neutronów użyto mieszaniny  $RaSO_4 + Be$  o zawartości  $Ra = 40$  mg. Jako detektor służyła blaszka srebrna grubości 1 mm o średnicy 17 mm. Czas oznaczania 30—35 min, w tym czas działania neutronów 20 min, zamiast około 6 godz przy użyciu zwykłej metody chemicznej. Dokładność oznaczania przy zawartości:

0 — 0,5%	$B_2O_3 \pm 0,15\%$	$B_2O_3$
0,5 — 4,0%	$\pm 0,5\%$	
4,0 — 10,0%	$\pm 0,7\%$	

W. Czyż, J. Sawicki  
Instytut Badań Jądrowych  
Zakład Fizyki Teoretycznej

### Polaryzacja nukleonów z reakcji $D(\gamma, p)n$ średnich energii

Zbadano polaryzację nukleonów z reakcji  $D(\gamma, p)n$  przy założeniu potencjału  $n-p$  zawierającego sprzężenie tensorowe. Uwzględniono przejście dipolowe i kwadrupolowe elektryczne, dipolowe i kwadrupolowe magnetyczne. Oszacowano polaryzację przy energii 65 MeV przy pomocy ostatnio uzyskanych przesunięć fazowych. Wskazano dominującą rolę przejść dipolowych e-

lektrycznych i dipolowych magnetycznych. Wskazano wszystkie główne korzyści pomiarów polaryzacji.

C. Dąbrowski  
Instytut Badań Jądrowych — Warszawa

#### Studia projektowe nad dwustrefowym reaktorem lekkowzbogaconym z moderatorem i chłodziwem organicznym

Praca przedstawia układ obliczeń parametrów jądrowych reaktora dwustrefowego przy zastosowaniu dwufenylu jako moderatora i chłodziwa. Paliwo w postaci dwutlenku uranu jest wzbogacone do 0,1 — 0,3 przy pomocy  $^{239}\text{Pu}$  w taki sposób, by uzyskać zmniejszenie masy krytycznej. W wyniku zastosowania materiału wodorowego (dwufenylu) zbadanie wielkości krytycznej i rozkładu strumienia neutronów i rozkładu mocy cieplnej wymaga analizy ruchu neutronów przy pomocy kilku grup dyfuzyjnych. Opracowano uproszczoną wersję metody 3-grupowej i obliczono stałe jądrowe dla każdego przedziału energii. Wielkość reaktora jest obliczona z uwzględnieniem wszystkich efektów eksploatacyjnych występujących podczas jednego cyklu paliwa w reaktorze.

T. Gémesy, T. Sándor, A. Samogyj

#### Wyznaczenie stosunku fotonów do elektronów w wielkich pękach promieniowania kosmicznego przy pomocy komory Wilsona

Praca została wykonana przy zastosowaniu komory Wilsona zaopatrzonej w płyty absorbenta ołowianego (3 płyty po 3 mm, 4 płyty po 6 mm). Komora sterowana była czterema licznikami GM ułożonymi w rogach kwadratu o boku 10 m. Ścianki komory oraz dach nad aparaturą przedstawiały absorbent równoważny 10 g/cm<sup>2</sup>. Z liczby par wytworzonych w komorze oraz z liczby śladów elektronów obliczają autorowie

stosunek fotonów do elektronów. Dla pęków o gęstości 30—200 el/m<sup>2</sup> uzyskano wartość  $f/e = 1,16 \pm 0,04$ .

E. Igras  
Katedra Fizyki Uniwersytetu Moskiewskiego  
Laboratorium Optyki Elektronowej, Moskwa

#### Badania struktury domenowej ferroelektryków

Badano strukturę domenową BaTiO<sub>3</sub> przy pomocy zwierciadeł elektronowych. Okazało się, że domeny tego ferroelektryku spełniają dobrze rolę mikrosoczewek elektrostatycznych. Wiązka elektronów z działła elektronowego skierowana została na układ elektrod zwierciadlanych, za którymi umieszczony był monokryształ BaTiO<sub>3</sub>, spełniający rolę katody dla zwierciadła. Elektrody zwierciadła wraz z jego katodą przedstawiały sobą obiektyw imersyjny. Elektrony wpadały w hamujące pole elektrostatyczne i odbicie ich następowało wtedy, gdy potencjał na katodzie zwierciadła był nie większy od potencjału katody działła. Można było tak dobrać pola, że wiązka elektronów dochodziła bardzo blisko powierzchni kryształu BaTiO<sub>3</sub>, gdzie następowała zmiana kierunku ruchu wiązki na przeciwny. W momencie zwrotu elektrony, mając małą prędkość, były modulowane pod względem gęstości lokalnymi niejednorodnościami elektrycznymi (polami domen). Na ekranie otrzymano powiększony około 40 razy obraz domen elektrycznych BaTiO<sub>3</sub>. Nowa metoda elektronowo-optyczna przewyższa znacznie metodę stosowanego dotychczas mikroskopu polaryzacyjnego dla badania domen ferroelektryków i ma przed sobą szerokie perspektywy. Badano również domeny tytanianu baru i soli Seignetta metodą replik odpowiednio przygotowanych i zdejmowanych z trawionych chemicznie monokryształów tych ferroelektryków. Stosowano repliki kolodionowe i węglowe ocieniane

chromem. Repliki były następnie badane w prześwietleniowym mikroskopie elektronowym. Tutaj przy dużych powiększeniach otrzymano ciekawe wyniki.

L. Liszka  
Zakład Fizyki Doświadczalnej  
Uniwersytetu Jagiellońskiego

#### Stosunek natężeń w wzbronionym dublecie tlenu OI 2958 Å i 2972 Å

Dublet ten składa się z linii magnetycznej dipolowej (przejście  $^1S_0 - ^3P_1$ ) i elektrycznej kwadrupolowej 2958 Å (przejście  $S - P$ ). Został on otrzymany w odpowiedniej lampie spektralnej napełnionej mieszaniną helu i tlenu. W pierwszej fazie pracy chodziło o dobranie optymalnych warunków w lampie, tak aby uzyskać słabszy składnik dubletu, linię 2958 Å dotychczas nieobserwowaną. Następnym krokiem był pomiar stosunku natężeń dubletu, co przy bardzo małych natężeniach składników i stosunku rzędu 1 : 100 było rzeczą dość trudną.

L. Liszka  
Zakład Fizyki Doświadczalnej  
Uniwersytetu Jagiellońskiego

#### O pewnej możliwości wyjaśnień dobowych zmian natężenia wzbronionej linii 5577 Å w widmie świecenia nocnego nieba

Praca ta jest zastosowaniem danych z dziedziny promieniowania wzbronionego do zagadnień wysokiej atmosfery. Chodzi tu o wpływ zmian ciśnienia na dezaktywację atomów w stanach metatrwałych a więc i na natężenie linii wzbronionych. Znany fakt obserwacyjny jakim są zmiany natężenia wzbronionej linii tlenu OI 5577 Å w widmie świecenia nocnego nieba może być powiązany z występującymi w wysokiej atmosferze znacznymi przepływowymi zmianami ciśnienia wywołanymi działaniem Słońca i Księżyca. Pogląd taki

jest uzasadniony występowaniem widocznej korelacji między położeniem maksimum natężenia linii a fazą księżyca.

J. Mycielski  
Instytut Fizyki Teoretycznej  
Uniwersytetu Warszawskiego

#### O teorii zimnej emisji elektronów z półprzewodników

Skorygowano błędy w pracy Strattona (Proc. Phys. Soc. B 68, 745 (1955)), dotyczącej zimnej emisji z półprzewodników. Uogólniono nieco teorię przez usunięcie niektórych założeń i przeliczono kilka przykładów. Wskazano na pewne istotne ograniczenia stosowalności teorii, jak również na możliwość badania stanów powierzchniowych przy pomocy zimnej emisji.

J. Sawicki  
Instytut Badań Jądrowych  
Zakład Fizyki Teoretycznej, Warszawa

#### Zjawisko strippingu na jądrach sferoidalnych

Zaproponowano wyjaśnienie efektu mieszania dwóch lub więcej wartości  $l$  w rozkładach kątowych reakcji  $(d,p)$  z punktu widzenia sferoidalnego modelu jądra. Zastosowano funkcje falowe Nilssona dla przedstawienia chwyconego neutronu. Przedyskutowano ogólne własności przekrojów czynnych o regularnym wyborze. Wskazano zgodność z doświadczeniem w szeregu przykładów. Przedyskutowano korelacje kątowe z promieniowaniem gamma towarzyszącym reakcjom strippingu. Wyliczono również polaryzację wychodzących protonów.

C. Ścistowski  
Politechnika Warszawska, Katedra Fizyki  
Ogólnej D.

#### Badania rentgenograficzne warstw półprzewodzących prostowników kuprytowych

Wykonano zdjęcia rentgenowskie miedzi jako podłoża oraz warstw nadtlenu miedzi (kuprytu) hartowanych

w wodzie, alkoholu i powietrzu i stwierdzono, że:

1) prócz temperatury na strukturę krystaliczną podłoża z miedzi jak również warstw kuprytu wpływa rodzaj środowiska hartującego,

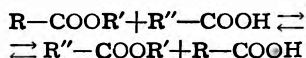
2) na powierzchni warstwy nadtlenku miedzi tworzy się przy hartowaniu alkoholem warstewka czystej miedzi,

3) nie tworzy się warstwa przejściowa między podłożem miedzi a nadtlenkiem miedzi.

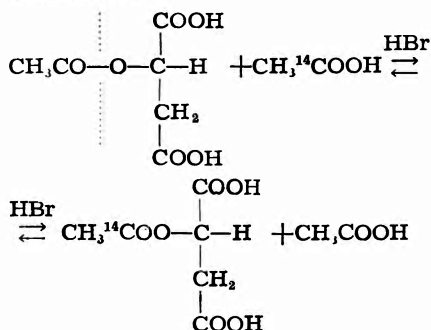
E. Taschner, G. Kupryszewski, E. Borowski, T. Umiński  
Politechnika Gdańska, Katedra Chemii Ogólnej, Katedra II Fizyki — Gdańsk

**Badanie mechanizmów reakcji za pomocą znakowanego  $^{14}\text{C}$  kwasu octowego. Mechanizmy reakcji acydolizy i reakcji N-transacylacji**

Badano mechanizm reakcji acydolizy typu:



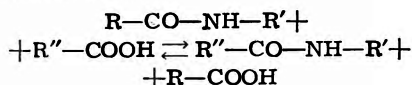
na przykładzie reakcji kwasu acetylo-L-jabłkowego ze znakowanym  $^{14}\text{C}$  kwasem octowym w obecności HBr jako katalizatora.



Stwierdzono, że w warunkach reakcji następuje wymiana grupy acetylowej przy zachowaniu konfiguracji kwasu L-jabłkowego. Wynika stąd, że grupa acetylowa znajduje się w stanie dynamicznej równowagi z kwasem octowym, a reakcja zachodzi przez rozszczepienie

wiązania acyl-tlen (zaznaczone kropkowaną linią).

Badano mechanizm reakcji N-transacylacji typu:



na przykładzie reakcji acetanilidu, N-metyloacetanilidu, oraz acetylo-DL-fenyloalaniny ze znakowanym  $^{14}\text{C}$  kwasem octowym w obecności HBr jako katalizatora. Stwierdzono, że w warunkach reakcji następuje wymiana grupy acetylowej, co świadczy o tym, że znajduje się ona w stanie dynamicznej równowagi z kwasem octowym.

Do badań użyto znakowany  $^{14}\text{C}$  kwas octowy otrzymany drogą syntezy z  $^{14}\text{CO}_2$ .

**S p r o s t o w a n i e**

Komitet Organizacyjny XIV Zjazdu Fizyków Polskich we Wrocławiu wyjaśnia, że w druku broszury „Streszczenia Prac Referowanych” popełniono omyłkę, a mianowicie: pod nr 21 i 22 w pracy E. T e s c h n e r a, G. K u p r y s z e w s k i e g o, E. B o r o w s k i e g o i T. U m i ń s k i e g o (Politechnika Gdańska, Katedra Chemii Ogólnej, Katedra II Fizyki, Gdańsk) pt. *Badanie mechanizmów reakcji za pomocą znakowanego  $^{14}\text{C}$  kwasu octowego. Mechanizmy reakcji acydolizy i reakcji N-transacylacji* pominięto nazwiska trzech autorów i mylnie rozdzielono ten referat na dwa referaty, co niniejszym prostujemy. Powyżej został zamieszczony właściwy tekst streszczenia referatu.

Komitet Organizacyjny XV Zjazdu Fizyków Polskich we Wrocławiu wyjaśnia, że w druku „Streszczeń Prac Referowanych” zaszła pomyłka, a mianowicie na str. 65 podano mylnie: „A. P i l a w s k i, Uniwersytet Poznański, Zakład Fizyki Doświadczalnej, Poznań”, winno być: „A. P i l a w s k i, Akade-

nia Medyczna, Zakład Fizyki, Poznań” — co niniejszym prostujemy.

*Komitet Organizacyjny  
XV Zjazdu Fizyków Polskich we Wrocławiu  
2.I.1958 r.*

### C. J. Davison (1881—1958)

Dnia 1 lutego br. zmarł w Charlottesville (USA) C. J. Davison, znany przede wszystkim z odkrycia zjawiska dyfrakcji elektronów i stwierdzenia w ten sposób po raz pierwszy falowego charakteru swobodnych elektronów.

C. J. Davison urodził się 22 października 1881 r. w Bloomington, Illinois. Studiował na uniwersytecie w Chicago, w czasie gdy Michelson był tam profesorem. Następnie przeniósł się do Princeton, gdzie pracując pod kierunkiem O. W. Richardsona uzyskał tytuł Doktora Filozofii w r. 1909. W r. 1911 ożenił się z jedną z sióstr Richardsona. Przez parę lat był asystentem w Carnegie Institute of Technology. Po rozpoczęciu wojny w r. 1917 przeszedł do Bell Telephone Laboratories, gdzie pozostawał aż do r. 1946, kiedy to został mianowany profesorem na Uniwersytecie Virginia.

Odkrycie przez Davisona dyfrakcji elektronowej wynikało z jego badań nad rozpraszaniem elektronów na metalach i wytwarzaniem elektronów wtórnych. Opanowując ogromne trudności eksperymentalne Davison wspólnie z Germerem otrzymali w r. 1927 wyniki, które można było zinterpretować jako dyfrakcję elektronów.

W r. 1937 otrzymał Davison Nagrodę Nobla za to odkrycie.

W latach trzydziestych zajmował się Davison optyką elektronową i wspólnie z C. J. Calbickiem wynaleźli zasadę soczewki elektrostatycznej. W czasie drugiej wojny światowej Davison pracował nad magnetronem wnękowym.

### D. R. Hartree (1897—1958)

Prof. D. R. Hartree, wybitny matematyk i fizyk-teoretyk, zmarł nagle w Cambridge 12 lutego 1958 r.

Pierwsze prace Hartree dotyczyły rozchodzenia się fal radiowych w ośrodku magneto-jonowym. Głównym jego wkładem do fizyki było jednak opracowanie metody pól „self-consistent” do obliczania funkcji falowych atomów, w szczególności metodami numerycznymi obliczył funkcje falowe szeregu cięższych atomów.

Te prace skierowały go do bardziej ogólnych problemów analizy numerycznej. Bardzo lubił liczyć — twierdził, że spędził w swoim życiu około 10 000 godzin na liczeniu — przywiązywał jednak wielką wagę do korzyści jakie można osiągnąć z mechanicznych urządzeń liczących. Jemu zawdzięcza uniwersytet w Manchester wprowadzenie analizatora różniczkującego.

Hartree był również zamiłowanym muzykiem.

### Śmierć Fryderyka Joliot-Curie

W dniu 14 sierpnia r. 1958 zmarł Fryderyk Joliot, wielki uczony francuski, profesor Collège de France, laureat nagrody Nobla, członek rzeczywisty Polskiej Akademii Nauk, Doktor honorowy Uniwersytetu Jagiellońskiego i Uniwersytetu Warszawskiego. Odkrycia jego, dokonane wraz z Ireną Joliot-Curie, mają podstawowe znaczenie dla fizyki jądra atomowego.

Wspomnienie o nim ukaże się w jednym z najbliższych zeszytów „Postępów Fizyki”.



Wojciech Rubinowicz — Kwantowa Teoria Atomu, Wyd. 2, PWN,  
Warszawa 1957, s. 556.

*Kwantowa Teoria Atomu* Wojciecha Rubinowicza jest książką omawiającą szczegółowo tzw. mechanikę kwantową i dającą początki tzw. kwantowej teorii pola.

Mechanika kwantowa potraktowana jest bardzo wyczerpująco. Zakres wiadomości z tej dziedziny przekracza minimum uniwersyteckie. Dlatego też z książki korzystać mogą nie tylko studenci fizyki, ale i ci wszyscy pracownicy naukowci, którzy zajmują się zagadnieniami związanymi w ten czy inny sposób z mechaniką kwantową.

Uprzywilejowanie mechaniki kwantowej, a nawet tzw. starszej teorii kwantów na niekorzyść modnej dziś kwantowej teorii pola, ma swoje uzasadnienie w obecnym stanie rozwoju fizyki. Mechanika kwantowa stanowi w chwili obecnej dział wiedzy wręcz klasyczny. Jest całością zamkniętą, dobrze zbadaną, o ściśle określonym zakresie stosowalności. Kwantowa teoria pola natomiast przeżywa okres bujnego wzrostu formalizmu matematycznego, o którym jednak nie wiadomo, czy nadaje się do opisu zjawisk fizycznych. Jedynym działem kwantowej teorii pola, najwcześniej zresztą rozwiniętym, który daje zadawalający opis zjawisk, jest elektrodynamika kwantowa i ten dział znalazł swoje właściwe miejsce w ostatnim rozdziale książki.

Pierwsza część książki, poświęcona tzw. starszej teorii kwantów, jest w pewnym sensie wstępem historycznym. Daje on czytelnikowi pojęcie o często zawiłych i okrężnych drogach, jakimi postępuje nauka. Jednocześnie jednak umożliwia głębokie wniknięcie w wewnętrzną strukturę mechaniki kwantowej. Często spotyka się ze zdaniem młodych ludzi, którzy zarzucają książce Rubinowicza, że niepotrzebnie tyle miejsca poświęca zagadnieniom historycznym oraz metodom, które wyszły z użycia. Sam dawniej podzielałem tę opinię, kiedy uczyłem się mechaniki kwantowej z podręczników napisanych możliwie abstrakcyjnie i „nowocześnie”. Teraz myślę jednak, że opinia taka jest zbyt powierzchowna.

Człowiek uczący się fizyki na ostatecznym, zamkniętym w sobie, abstrakcyjnym schemacie wyrabia sobie o fizyce całkowicie mylne pojęcie. Po pierwsze wydaje mu się, że dany dział fizyki powstał od razu gotowy, w swojej ostatecznej formie. Nie widzi żmudnej i często zbaczającej na manowce drogi rzeczywistego rozwoju. Taki stan rzeczy zniechęca do pracy twórczej. Doskonałość ujęć syntetycznych olśniewa, ale jednocześnie działa przytłaczająco.

Po drugie, abstrakcyjny formalizm skłania często do powierzchowności, tak szkolnej i tak niestety powszechnej. Nie widzi się głębi ukrytej pod warstwą pięknego formalizmu matematycznego, nie widzi się często istotnych i ważnych szczegółów.

Oczywiście ujęcia ogólne i abstrakcyjne, do których zawsze ostatecznie zdąża fizyka, są nieodłączną cechą każdego zmatematyzowanego działu wiedzy. Mają one niezaprzeczalny walor prostoty i łatwości. Dają ogólne, jednolite pojęcie o fizyce. Dlatego też druga, główna część książki poświęcona jest takiemu właśnie ujęciu.

Chciałbym jednak jeszcze raz podkreślić, że moim zdaniem, dopiero równoczesne ujęcie tych dwóch punktów widzenia daje harmonijny i pełny obraz mechaniki kwantowej. Ten cel został w książce Rubinowicza w pełni osiągnięty.

Druga część książki omawia podstawy i zastosowania (bardzo szczegółowe i różnorodne) nowoczesnej teorii kwantów. Rozumowania przeprowadzone są w tzw. reprezentacji Schrödingera, to znaczy w takiej reprezentacji, w której współrzędne są liczbami (operatorami diagonalnymi). Po omówieniu podstaw teoretycznych (Rozdział X) autor przechodzi do zagadnień na wartości własne związanych z najprostszymi zastosowaniami mechaniki kwantowej (Rozdział XI). Podana jest teoria oscylatora harmonicznego, operatora momentu pędu, atomu wodoru i zjawiska Zeemana. W następnym rozdziale (XII) omówiona jest interpretacyjna strona mechaniki kwantowej. Rozdział XIII poświęcony jest zastosowaniom teorii do zagadnień nie dających się ściśle rozwiązać. Rozwinięte są tu metody kolejnych przybliżeń i teoria zderzeń. W rozdziale XIV przedstawione jest relatywistyczne równanie elektronu i jego rozwiązania w przypadku bez pola i z polem kulombowskim. Wreszcie w ostatnim rozdziale XV przedstawiona jest elektrodynamika kwantowa wraz z zastosowaniami.

Na szczególną uwagę zasługują te części książki, które zostały dodane w drugim wydaniu, a więc uzupełnienia matematyczne i zbiór zadań.

Uzupełnienia matematyczne dotyczą zastosowania metody wielomianów do rozwiązywania zagadnień na wartości własne dla równań różniczkowych drugiego rzędu. Rozwiązania pewnej klasy tych zagadnień, a mianowicie tej klasy, która da się rozwiązać przy pomocy metody wielomianów Sommerfelda, są wyrażone przez funkcje Riemanna  $P$ . Pozwala to na szybkie i łatwe obliczenie wartości własnych i funkcji własnych w każdym zagadnieniu należącym do wymienionej klasy. Podana jest klasyfikacja zagadnień na wartości własne w zależności od tego, czy rozwiązaniem jest zwykła, czy też konfluentna funkcja Riemanna.

Ogólne sformułowanie metody wielomianów przy pomocy funkcji Riemanna posiada wielkie znaczenie praktyczne dla tych, którzy w swojej pracy napotykają zagadnienia na wartości własne. Duże jest również znaczenie dydaktyczne metody, która różnorodność różnorodnych metod postępowania łączy w przejrzystą całość.

Ogromne znaczenie dydaktyczne ma również zbiór interesujących i oryginalnych zadań.

Tak więc drugie wydanie świetnej książki Rubinowicza przewyższa jeszcze pod względem naukowym i dydaktycznym wydanie pierwotne. Należy podkreślić z uznaniem decyzję P.W.N., które przez wznowienie podręcznika udostępniło go szerszym kołom uczącej się młodzieży i pracowników naukowych.

*Jan Rzewuski*

# POLSKIE TOWARZYSTWO FIZYCZNE

## ZARZĄD

Przewodniczący

Prof. dr ALEKSANDER JABŁOŃSKI

Wiceprzewodniczący

Prof. dr LUDWIK NATANSON

Sekretarz

Doc. WANDA HANUSOWA

Skarbnik

Z-ca prof. kand. n. KAZIMIERZ ANTONOWICZ

Członek Zarządu

Prof. dr JERZY RAYSKI

## PRZEWODNICZĄCY ODDZIAŁÓW TOWARZYSTWA

*Gdańsk* — Z-ca prof. mgr Z. SOBCZYŃSKI

*Głiwice* — Z-ca prof. mgr JÓZEF SZPILECKI

*Kraków* — Doc. dr JERZY JANIK

*Lublin* — Doc. dr ARMIN TESKE

*Łódź* — Prof. dr FELIKS J. WIŚNIEWSKI

*Poznań* — Prof. dr EDMUND KARASKIEWICZ

*Szczecin* — Prof. mag inż. ZBIGNIEW OGRZEWAŁSKI

*Toruń* — Prof. dr JERZY RAYSKI

*Warszawa* — Prof. dr JÓZEF ROLIŃSKI

*Wrocław* — Prof. kand. n. JAN ŁOPUSZAŃSKI

## T R E Ś Ć

T. Piech — W 10 rocznicę śmierci profesora Konstantego Zakrzewskiego	371
W. Heisenberg — Model Lee i kwantyzacja nieliniowych równań pola	379
J. Nikliborc — Polowa mikroskopia jonowa . . . . .	417
J. Janik — Neutrony jako narzędzia badań substancji magnetycznych	429
R. Sosnowski — Pomiar polaryzacji elektronów . . . . .	445
ZE ZJAZDÓW I KONFERENCJI	
Konferencja Spektroskopii Jądrowej, Leningrad (Br. Kuchowicz) . . . . .	459
LISTY DO REDAKCJI . . . . .	463
KRONIKA . . . . .	465
RECENZJE	
W. Rubinowicz — Kwantowa teoria atomu (J. Rzewuski) . . . . .	475

WARUNKI PRENUMERATY CZASOPISMA p. t. „Postępy fizyki”  
Cena w prenumeracie                      zł 90 rocznie,                      zł 45 półrocznie

zamówienia i wpłaty przyjmują: 1. Centrala Kolportażu Prasy i Książki „Ruch” Warszawa, ul. Srebrna 12, konto PKO nr. 1-6-100.020. 2. Urzędy pocztowe. Prenumerata ze zleceniem wysyłki zagranicę 40% drożej. Zamówienia dla zagranicy przyjmuje Przedsiębiorstwo Kolportażu Wydawnictw Zagranicznych „Ruch” Warszawa, ul. Wilcza 46, konto PKO nr. 1-6-100.024.

Bieżące numery do nabycia w Księgarniach Naukowych Domu Książki i we Wzorcowni PWN, Warszawa, ul. Miodowa 10.

Informacji w sprawie sprzedaży egzemplarzy z poprzednich lat udziela Centrala Kolportażu „Ruch”, Sprzedaż Prasy Zdeaktualizowanej, Warszawa, ul. Srebrna 12, oraz Wzorcownia PWN, Warszawa, ul. Miodowa 10.