

POSTĘPY FIZYKI

DWUMIESIĘCZNIK NAUKOWY POŚWIĘCONY
UPOWSZECHNIANIU WIEDZY FIZYCZNEJ



P O L S K I E T O W A R Z Y S T W O F I Z Y C Z N E

POSTĘPY FIZYKI wydawane są przez Polskie Towarzystwo Fizyczne jako dwumiesięcznik. Rocznie ukazuje się jeden tom w 6 zeszytach.

Maszynopisy prac należy nadsyłać pod adresem redaktora. Wszystkie ryciny mają być zaopatrzone w krótkie objaśnienia do wydrukowania pod nimi. O przyjęciu pracy do druku rozstrzyga komitet redakcyjny. Autorzy otrzymują 50 odbitek bezpłatnie (z prac przekraczających 16 stron tylko 25).

KOMITET REDAKCYJNY

Redaktor

Szczepan SZCZENIOWSKI, Poznań

Członkowie

Władysław KAPUŚCIŃSKI, Warszawa

Stefan PIEŃKOWSKI, Warszawa

Wojciech RUBINOWICZ, Warszawa

Adres Redakcji: Prof. Dr Szczepan SZCZENIOWSKI, Poznań, Grunwaldzka 14
Zakład Fizyki Doświadczalnej U. P.

W sprawach prenumeraty zwracać się do Oddziału Warszawskiego Redakcji Postępów Fizyki, Warszawa, Hoża 69, Zakład Fizyki Doświadczalnej U. W.

M. MIĘSOWICZ

DZIAŁANIE HAMUJĄCE MATERII NA FRAGMENTY ROZSZCZEPIONIA JĄDER CIĘŻKICH

Wielka energia fragmentów rozszczepienia została stwierdzona doświadczalnie w komorze jonizacyjnej połączonej ze stosunkowo mało czułym wzmacniaczem proporcjonalnym, gdzie na tle małych impulsów pochodzących od efektów ubocznych, jak cząstki α uranu, protony ze zderzeń z neutronami itp., dały się widzieć duże impulsy pochodzące od fragmentów rozszczepienia. Z liczby wytworzonych par jonów, przy przyjęciu pewnej średniej energii na wytworzenie jednej pary jonów (około 35 eV), obliczono energię fragmentów.

Już w pierwszych pracach (14) poświęconych temu zagadnieniu odróżniano energię obu grup fragmentów i z założonej sumy mas obu fragmentów $m_1 + m_2$ oraz z prawa zachowania pędu $m_1 E_1 = m_2 E_2$ określano poszczególne masy. Według najczęściej cytowanej pracy Flammersfelda i współpracowników (13) energia cięższego fragmentu zawiera się między 38 i 82 MeV, przy czym najczęstsza jest energia 58 MeV, podczas gdy energia lżejszego fragmentu zawiera się między 70 i 106 MeV z najczęstszą wartością 87 MeV. Najczęściej obserwowanym stosunkiem mas jest 96 : 140. Wartości zasięgu fragmentów rozszczepienia, wielkości praktycznie ważnej przy identyfikacji cząstek, otrzymano ze śladów ich w komorze Wilsona, a także w komorach jonizacyjnych. Zasięgi te są rzędu 20—25 mm powietrza normalnego.

Zagadnienie przejścia cząstek cięższych od cząstek α przez materię jest dość stare. Zajmował się nim śp. prof. Wertenstein w swoich badaniach nad jonizacją atomów odskoku promieniotwórczego (21). Później zagadnienie to wystąpiło w problemie wyznaczania energii rozpadu promieniotwórczego z zasięgów produktów rozpadu (1). Już wtedy wiadome było, że atomy takie są częściowo zjonizowane, lecz nie umiano nic powiedzieć o zależności ich efektywnego ładunku od energii i właściwie, poza całkiem empirycznymi próbami, żadnej zależności zasięgu od energii nie umiano podać. Nie było wystarczających

faktów doświadczalnych, ponieważ nie umiano wytworzyć jonów ciężkich o bardzo dużej energii. Oczywiście najlepszym źródłem okazały się tutaj fragmenty rozszczepienia.

Zjawiskiem, z którym będziemy porównywać oddziaływanie fragmentów rozszczepienia z materią, jest oddziaływanie cząstek α , które to zjawisko zostało bardzo dokładnie zbadane, zarówno doświadczalnie jak i teoretycznie, w klasycznej promieniotwórczości. Te cząstki doskonale nadawały się do takich badań ze względu na określoną, jednolitą dla danego rozpadu, energię z jaką są emitowane. Przy przejściu przez materię tracą one energię przy zderzeniach z elektronami, oddając przy jednym zderzeniu mały ułamek energii, co prowadzi do charakterystycznego dla nich prawa absorpcji wyrażającego się istnieniem określonego zasięgu, w przeciwieństwie do wykładniczej absorpcji światła lub innego promieniowania, w której cząstka bądź foton biegnący przez materię w jednym zderzeniu traci całą swą energię lub duży jej ułamek.

Pomiędzy zasięgiem R i energią kinetyczną T cząstki bądź jej prędkością v zachodzą znane związki

$$(1) \quad R = \int_0^T \frac{dT}{dT/dx} = \int_0^v \frac{dv}{dv/dx}.$$

Zasięg jest oczywiście funkcją prędkości, przy czym

$$(2) \quad R = a v^n.$$

Dla najbardziej znanych cząstek α_i dla nie za małych prędkości, jest $n=3$ oraz $a=9,67 \cdot 10^{-28}$; formuła (2) wyraża tzw. prawo Geigera.

Wartość n zależy od energii cząstek wzrastając od wartości 1,4 dla powolnych cząstek α i protonów do 3,6 dla szybkich protonów. Dla bardzo wysokich energii n zbliża się do 4.

Praktycznie dla wyznaczenia prędkości cząstek α z jej zasięgu posługujemy się jednak raczej krzywymi doświadczalnymi. Najczęściej cytuje się tutaj prace *Mano* (17).

Na ostatniej części zasięgu cząstek α zachodzą, jak wiadomo, specjalne zjawiska, które tutaj przypominamy ze względu na pewne wy-

rażne różnice w tych zjawiskach w porównaniu z fragmentami rozszczepienia. Znane jest tutaj zjawisko chwywania i straty elektronów przez cząstkę α wzdłuż jej drogi. Cząstka α w chwili emisji jest jądrem helu, potem może jednak chwytać i tracić elektrony. Widmo magnetyczne pochodzące od strumienia cząstek α , który przeszedł przez cienką folię, tak by prędkość cząstki α wyraźnie spadła, składa się z linii odpowiadających helowi podwójnie zjonizowanemu, helowi pojedynczo zjonizowanemu oraz helowi obojętnemu. Ze stosunku natężeń tych linii możemy ocenić przeciętne długości części całego zasięgu, na których cząstka α jest danym jonem. Tak np. cząstka RaC' jest bez elektronu (He^{++}) na drodze 6,4 cm, natomiast pojedynczo zjonizowanym jonem He^+ na drodze 0,5 cm.

Drugim ważnym zjawiskiem, zachodzącym przede wszystkim na ostatniej części zasięgu, są zderzenia z jądrami prowadzące do załamania śladu toru bądź do rozgałęzienia śladu. Mamy tu zatem straty energii przez oddawanie jej jądrom gazu w bezpośrednich zderzeniach. W ogólnym bilansie strat energii cząstek α nie stanowią one poważniejszych przyczynków. Traktując sprawę całkiem poglądowo powiemy, że gdy obserwujemy znane zdjęcia śladów cząstek α w komorze Wilsona widzimy, że są one na ogół prostolinijne, zagięcia zaś torów i rozgałęzienia torów są bardzo rzadkie i zjawisko takie jest raczej wyjątkowe.

Teoria utraty energii przez cząstki naładowane wskutek wywołanej przez nie jonizacji opracowana była metodami fizyki klasycznej przez B o h r a (2, 3).

Ilość energii odebrana przez swobodny elektron początkowo spoczywający od mijającej go cząstki naelektryzowanej oblicza się przy założeniu kulombowskich sił między cząstką a elektronem. Założenie, że elektrony są swobodne, prowadzi do pewnej całki nieskończonej przy obliczaniu ich zdolności hamowania cząstki α . Dla uniknięcia tego B o h r zakłada quasi-sprężyste związanie elektronu w atomie; ponad to zakłada, że przekazywanie energii odbywa się tak jak dla elektronu swobodnego tylko do pewnej granicznej wartości parametru zderzenia, tak określonej, by poniżej tej wartości tzw. czas zderzenia p/v spełniał warunek $\frac{p}{v} \leq \frac{1}{\nu} = \tau$, gdzie p jest parametrem zderzenia, a ν jest częstością drgań elektronu. Jeżeli czas zderzenia jest mniejszy od okresu drgania τ , to elektron możemy uważać za swobodny i obliczać straty energii tak, jak dla elektronu swobodnego.

Ostatecznie formułę B o h r a na atomową zdolność hamowania $\frac{1}{N} \frac{dv}{dx}$ napiszemy w postaci:

$$(3) \quad \frac{1}{N} \frac{dv}{dx} = \frac{4\pi e^4 Z_1^2}{M_1 m v^3} \sum_{i=1}^{Z_2} \ln \frac{m v^3}{2\pi v_i e^2 Z_1}, \quad *)$$

gdzie e i m odnoszą się do elektronu, wskaźnik 1 dotyczy cząstki biegnącej, a wskaźnik 2 atomu ośrodka, v_i są częstościami charakterystycznymi elektronów atomu danego ośrodka, N oznacza liczbę atomów ośrodka na jednostkę objętości, Z zaś — numer porządkowy atomu w tabelicy układu naturalnego.

Jak wiadomo, wzór B o h r a daje jakościową zgodność z doświadczeniem. O ile chodzi o zgodność ilościową, to jest ona lepsza dla dużych prędkości, przy czym na częstości v_i trzeba wziąć częstości odpowiadające potencjałom jonizacyjnym. Np. przy przyjęciu na potencjał jonizacyjny wodoru 14 woltów formuła ta daje dla dużych prędkości zgodność z doświadczeniem z odchyleniami do 20%.

Jeżeli v jest tak duże, że możemy zaniedbać zmienność logarytmu z prędkością, to formuła B o h r a daje po scałkowaniu zgodny z doświadczeniem wzór:

$$v_1^4 - v_2^4 = Ax.$$

Interesująca bardzo jest sprawa zdolności hamowania cząstek α przez różne materiały. Na atomową zdolność hamowania S dla różnych ośrodków podawano różne formuły empiryczne. Wydaje się, że najlepiej sprawdza się formuła:

$$(4) \quad S = aZ^{1/2}$$

(R u t h e r f o r d (19), str. 99 i nast.). Formuła (3) przewiduje zasadniczo wzrastanie S w zależności od Z ośrodka słabiej niż w pierwszej potęgze. Widać to, jeżeli napiszemy (3) w formie:

$$(5) \quad \frac{1}{N} \frac{dv}{dx} = \frac{4\pi e^4}{M_1 m v^3} Z_1^2 Z_2 \ln \frac{m v^3}{2\pi v e^2 Z_1},$$

gdzie v oznacza średnią geometryczną częstości charakterystycznych atomu ośrodka; v może być uważane za proporcjonalne do średniego

*) W argumentcie logarytmu opuszczamy pewien mały od 1 różny czynnik liczbowy.

potencjału wzbudzenia atomu, a ten średni potencjał wzbudzenia wzrasta też z Z_2 .

W nowszych czasach teoria B o h r a uzupełniona została kwantowo-mechanicznie przez różnych autorów. Najbardziej znana jest teoria B e t h e g o, por. np. (16), ale nie będziemy tutaj nawiązywać do tych teorii, ponieważ dla zagadnienia, które nas interesuje, tj. do przejścia fragmentów przez materię, wystarcza ujęcie klasyczne podane przez B o h r a.

Problem przejścia fragmentów rozszczepienia przez materię jest praktycznie ważny, ponieważ rozwiązanie tego problemu daje ważne zależności zasięgu od czynników takich jak prędkość fragmentu, jego Z , jego masa, a także od własności materii absorbującej. Zagadnienie to wzbudziło zainteresowanie przede wszystkim B o h r a. Pierwszymi, którzy zbadali doświadczalnie zależność zasięgu od prędkości fragmentów byli B o g g i l d i współpracownicy (12). W szeregu prac (12, 6, 8, 9, 10, 11), wykonanych komorą Wilsona w laboratorium kopenhaskim, wzmiankowani badacze zbadali ten problem, a B o h r w bogatej we wnikliwe pomysły teorii potrafił ująć teoretycznie to zagadnienie i powiązać zaobserwowane fakty.

Przyjrzyjmy się aparaturze stosowanej w Kopenhadze. Autorowie wymienieni wyżej badali w komorze Wilsona ślady fragmentów rozszczepienia jądra uranu powodowanego powolnymi neutronami. Uran w postaci cienkiej warstewki umieszczony był w komorze Wilsona o średnicy 25 cm, tak że fragmenty hamowane były tylko przez samą warstwę i przez gaz komory.

W jednych doświadczeniach preparat uranowy był warstewką tlenku uranowego na taśmie miedzianej, umieszczonej na ścianie komory, w innych na cienkiej folii aluminiowej grubości $1/2\mu$ lub mikrowej osadzana była przez odparowanie warstewka metalicznego uranu o masie $0,5 \text{ mg/cm}^2$; folia ta była umieszczana w środku komory na jej średnicy. Jako źródło neutronów użyty był beryl bombardowany deutonami o energii 800 kV w wiązce o natężeniu 100 mikroamperów. Preparat umieszczony był w odległości około 10 cm od komory i oddzielony był blokiem 5 cm ołowiu dla zaabsorbowania promieni γ z preparatu. Poza tym cała komora była umieszczona w dużym bloku parafinowym. Zdjęcia wykonywane były stereoskopowo. Komora była napełniana początkowo argonem, w późniejszych pracach innymi gazami: wodorem, deuterem, helem, argonem i ksenonem.

Przyjrzyjmy się kilku zdjęciom B o g g i l d a i współpracowników (8). Rys. 1 przedstawia zdjęcie toru fragmentu rozszczepienia wychodzącego z lewej dolnej części komory napelnionej argonem. Zdjęcie wykazuje charakterystyczne wygięcia i rozgałęzienia śladu. Tło pochodzi od różnych cząstek, jak np. cząstki α uranu lub protony wybite neutronami.

Rys. 2 przedstawia zderzenia fragmentu z jądrem argonu, przy czym dolna część (krótsza) odgałęzienia jest śladem fragmentu, górna śladem jądra argonu. Że tak jest, poznajemy po dużej liczbie odgałęzień w śladzie fragmentu. Charakterystyczne jest wyraźne zmniejszenie się zdolności jonizacji fragmentu po zderzeniu. Ślad jądra argonu również wykazuje odgałęzienia.

Rys. 3 i 4 przedstawiają ślady obydwu fragmentów, które wybiegły z folii umieszczonej w środku komory. Warstwa uranu $0,2 \text{ mg/cm}^2$ znajdowała się na folii aluminiowej $0,3 \text{ mg/cm}^2$ (rys. 3) bądź na folii mikowej $1,2 \text{ mg/cm}^2$ (rys. 4).

Rys. 5 przedstawia zderzenie fragmentu z jądrem azotu. Zdjęcie to dobrze nadaje się do wyznaczania prędkości fragmentu.

Rys. 6 przedstawia piękne zdjęcie śladu fragmentu z bardzo licznymi charakterystycznymi odgałęziami. Szczególnie tutaj widać, że fragment jonizuje na swej drodze silniej niż cząstki tła.

Z tych próbek widać wyraźnie różnicę w wyglądzie śladów fragmentów w porównaniu z śladami cząstek α czy protonów. Przede wszystkim uderza tutaj silna zdolność jonizacyjna fragmentów, co wskazuje na ich wielki ładunek. Dalej obserwowane ślady wykazują liczne załamania i odgałęzienia, które to efekty pochodzą niewątpliwie z oddziaływań fragmentów z jądrami gazu komory. W śladach cząstek α czy protonów mamy odgałęzienia zdarzające się raz na kilka tysięcy śladów, tutaj, jak widzimy, często kilka odgałęzień występuje na jednym śladzie. Na tamtych widzimy odgałęzienia i załamania przeważnie na samym końcu śladu, tutaj zdarzają się one na dużych częściach śladu. Z analizy zdjęć tego rodzaju co zdjęcia rys. 1—6 B o g g i l d a i współpracownicy otrzymali zasadnicze rezultaty, które zebrane są w schematycznych rysunkach 7, 8 i 9.

Autorzy ci mianowicie:

1. Wyznaczyli krzywe zależności zasięgu od prędkości, przy czym zasięg był redukowany do zasięgu R w powietrzu według wzoru



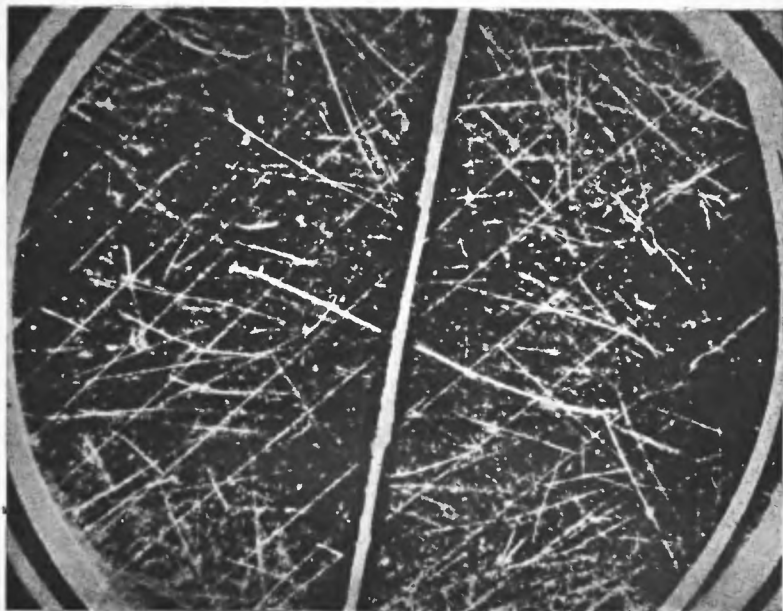
Rys. 1

Ślad toru fragmentu rozszczepienia jądra uranu, wychodzącego z preparatu umieszczonego w komorze Wilsona wypełnionej mieszanką argonu z tlenem z dodatkami pary alkoholu i pary wodnej. Ślad toru wykazuje charakterystyczne liczne wygięcia i odchylenia



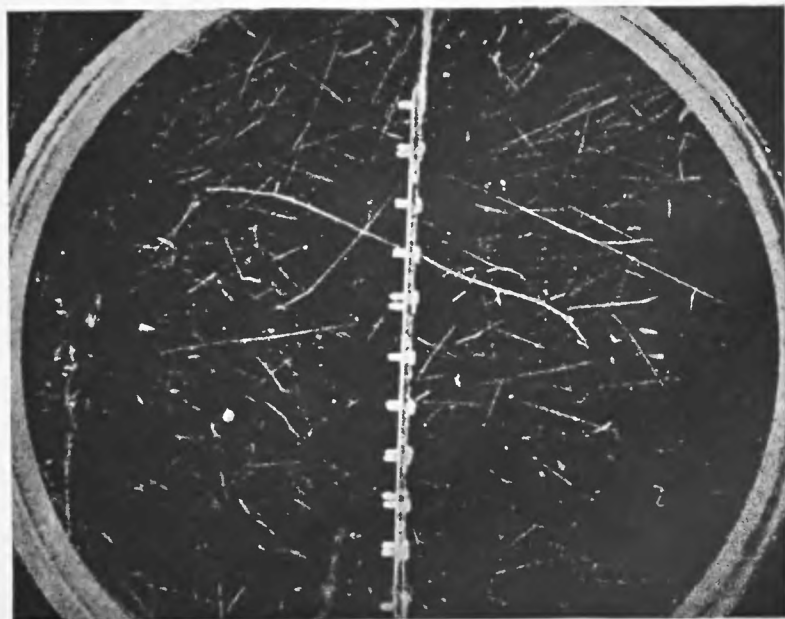
Rys. 2

Zderzenie fragmentu z jądrem argonu



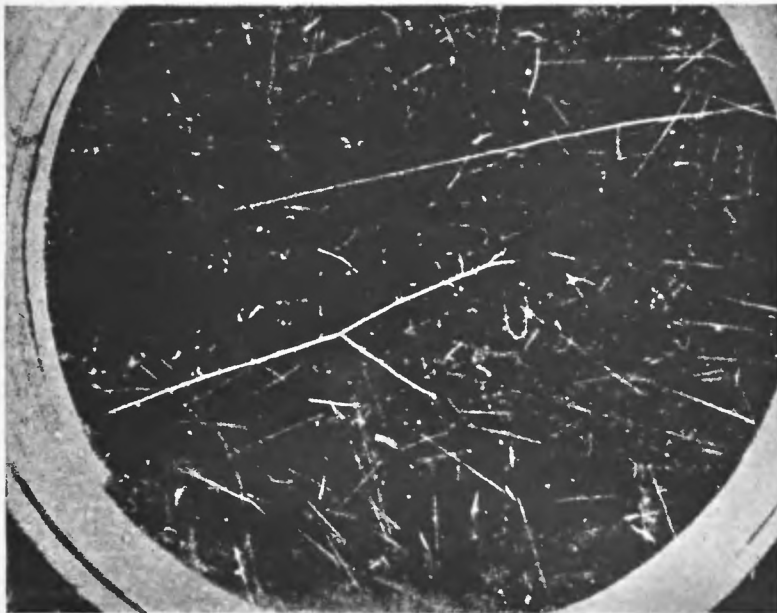
Rys. 3

Ślady obydwu fragmentów wybiegające z warstewki uranu umieszczonej na folii aluminiowej w środku komory



Rys. 4

Ślady obydwu fragmentów wybiegające z warstewki uranu umieszczonej na folii mikiowej w środku komory



Rys. 5

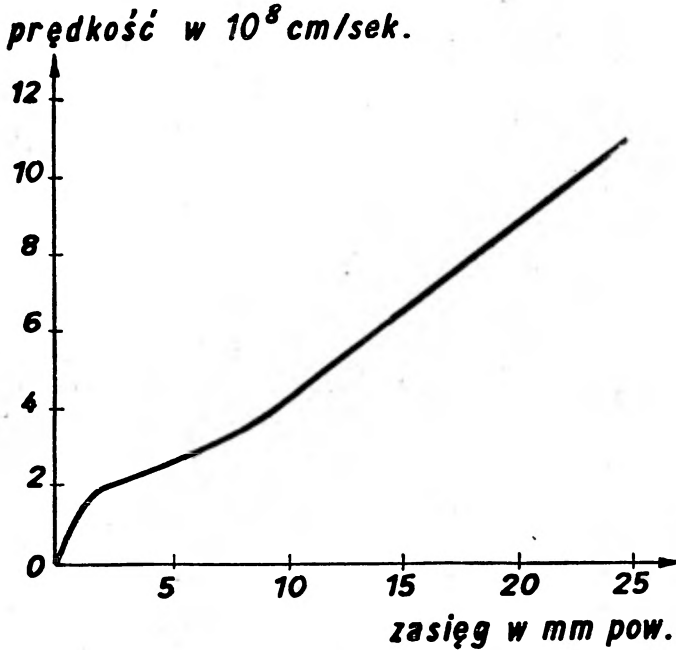
Zderzenie fragmentu z jądrem argonu dobrze nadające się do wyznaczenia prędkości fragmentu



Rys. 6

Tor fragmentu o bardzo silnej jonizacji i licznych odgałęzieniach w mieszance argonowej

$R = 38,0 \frac{r}{r_\alpha}$ mm, gdzie r jest zasięgiem obserwowanym w danym gazie, r_α zaś zasięgiem cząstek α Po w tych samych warunkach (rys. 7).



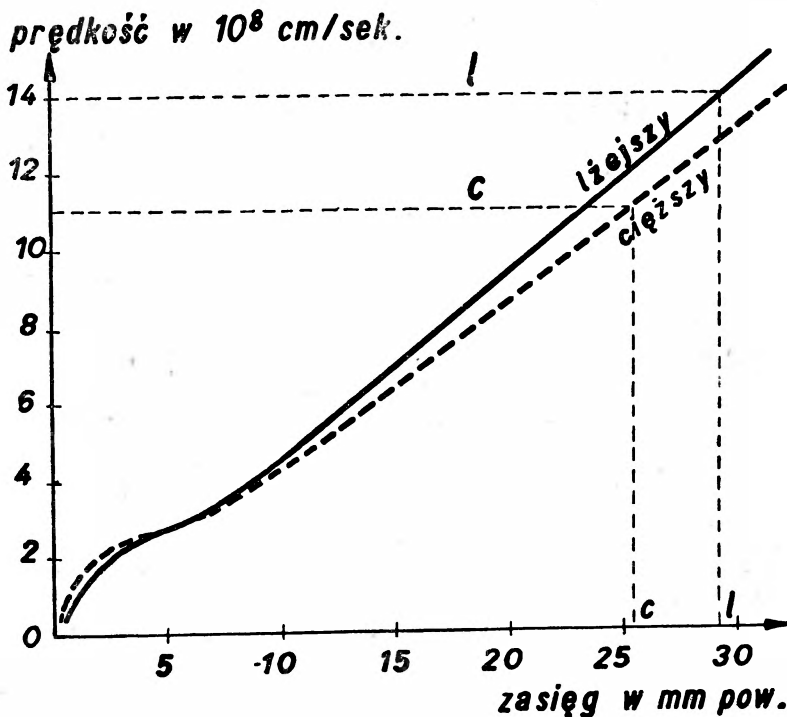
Rys. 7

Prędkość fragmentu rozszczepienia jako funkcja zredukowanego zasięgu

2. Wyznaczyli krzywą zależności zasięgu i prędkości oddzielnie dla fragmentu lżejszego i cięższego. Dla tej samej prędkości zasięg fragmentu cięższego jest większy. Dla tego samego procesu rozszczepienia prędkość początkowa fragmentu lżejszego jest jednak większa niż cięższego i stąd wynika na podstawie tych krzywych, że zasięg lżejszego fragmentu jest większy niż cięższego (rys. 8).
3. Wyznaczyli krzywe zasięgu i prędkości dla różnych gazów. Stwierdzili, że zredukowany zasięg w helu jest większy niż w argonie przy tej samej prędkości.

W jaki sposób B o g g i l d i współpracownicy otrzymali te krzywe? W ogólności krzywe zależności zasięgu od prędkości otrzymano w ten sposób, że w pewnych wypadkach można było wyznaczyć prędkość

fragmentu z pomiaru kątów i zasięgów uderzonych przezeń jąder atomów gazu w rozgałęzieniach śladu. Na 300 śladów fragmentów w tlenie i argonie 30 odgałęzień nadawało się do wymierzenia. Z zasięgów odrzuconych jąder wyznaczono ich prędkości za pomocą empirycznej formuły Blacketta i Lees'a (1).

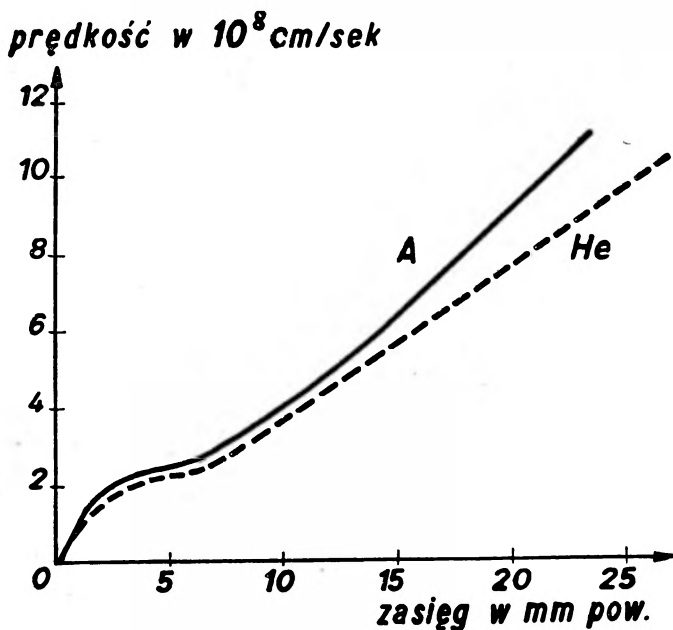


Rys. 8

Prędkość fragmentu rozszczepienia jako funkcja zredukowanego zasięgu dla lżejszego i cięższego fragmentu oddzielnie

Znając kąt, który tworzy rozgałęzienie z pierwotnym kierunkiem fragmentu, i kąt odchylenia fragmentu oraz stosunek mas fragmentu i jądra odbitego, można wyznaczyć stosunek prędkości fragmentu i jądra, a kombinując go z poprzednią daną można wyznaczyć prędkość fragmentu i przyporządkować jej pozostały zasięg. W ten sposób można było skonstruować krzywe dla mniejszych prędkości, w drugiej części zasięgu, tam gdzie odgałęzień jest więcej. Dla przedłużenia krzywej do większych prędkości, odpowiadających raczej początkowej części zasięgu, Bøggild i współpracownicy skon-

struowali jeden punkt tej krzywej w ten sposób, że średniemu zasięgowi przyporządkowano średnią prędkość fragmentu. Współrzędne tego punktu wynoszą: 25 mm pow. i $11 \cdot 10^8$ cm/sek.



Rys. 9

Prędkość fragmentu rozszczepienia jako funkcja zredukowanego zasięgu w argonie i helu

Trudniejsza była sprawa znalezienia tego rodzaju krzywych dla obu grup fragmentów oddzielnie. Trudność tego zagadnienia polega na tym, że przy rozszczepieniu możemy mieć rozmaite produkty o rozmaitych masach, ładunkach, prędkościach, a więc i zasięgach, nadto nawet gdybyśmy mogli mieć jedną tylko wiązkę fragmentów, to ze względu na większy udział zderzeń jądrowych w stratach energii fluktuacje zasięgu są większe.

Nie można zatem wydzielić dwóch ostrych grup zasięgów. Pierwsza metoda rozdzielania krzywej rys. 7. na dwie krzywe rys. 8. oparta była na uwadze B o h r a (6), dotyczącej statystycznego rozkładu liczby rozgałęzień. Jeżeli na osi odciętych zaznaczymy liczby odgałęzień zaobserwowanych na różnych śladach na pewnej części zasięgu, a na osi rzędnych doświadczalnie znalezione prawdopodobieństwa tych

liczb odgałęzień, otrzymamy pewien rozkład prawdopodobieństwa, który zależeć będzie od tego, czy mamy do czynienia z jednym rodzajem śladów, o tej samej średniej liczbie odgałęzień, czy też z dwoma rodzajami śladów o dwóch różnych średnich liczbach rozgałęzień*).

Statystyka liczby odgałęzień wykazała, że zachodzi ten drugi przypadek, tj. że mamy istotnie do czynienia z dwiema grupami zasięgów. Według formuł wyprowadzonych przez B o h r a (8) należy fragmentom cięższym przypisać większą średnią liczbę rozgałęzień. Niezależnie od tego istnienie dwóch grup fragmentów wystąpiło w doświadczeniach z folią w środku komory, które dawały ślady obu fragmentów jednocześnie. Szczególnie w późniejszych pracach (11) udało się autorom przeprowadzić dobrą statystykę zasięgów. Okazało się, że różnica zasięgów zredukowanych jest dość znaczna. Wynoszą one 19 ± 2 mm pow. i 25 ± 2 mm pow. Dla obu tych grup udało się oddzielnie przeprowadzić wymierzanie kątów i zasięgów w odgałęzieniach i wykreślić krzywe, rys. 8.

B o h r ujął wymienione wyżej fakty w teorię ogłoszoną w Duńskiej Akademii (4), której streszczenie ogłoszone zostało w *Physical Review* w latach 1940 i 1941 r. (5, 7).

Przyjrzyjmy się naprzód ogólnej sytuacji, która się wytwarza w chwili rozszczepienia jądra. Z miejsca rozszczepienia wybiegają dwa fragmenty z prędkościami rzędu 10^9 cm/sek. Elektryony pierwotnego jądra są poważnie zakłócone. Niektóre z nich fragment traci, a tylko część z nich biegnie z fragmentem. Fragment zaczyna swój bieg z ładunkiem jak się okazuje dość znacznym, który jest powodem jonizacji, głównej przyczyny straty energii przez fragment. Ale elektrony mogą być też chwyte przez fragment, który ma przecież wolne dla nich miejsca. W miarę jak prędkość fragmentu maleje coraz więcej elektronów zajmuje te wolne miejsca, a więc elektryczny ładunek frag-

*) W pierwszym przypadku mielibyśmy według prawa P o i s s o n a na prawdopodobieństwo n odgałęzień na określonej części zasięgu formułę $P(n) = \frac{\omega^n}{n!} e^{-\omega}$, gdzie ω jest średnią liczbą odgałęzień na tej części zasięgu, w drugim natomiast przypadku na prawdopodobieństwo n odgałęzień mielibyśmy formułę:

$$P(n) = \frac{1}{1} \frac{\omega_1^n}{n!} e^{-\omega_1} + \frac{1}{2} \frac{\omega_2^n}{n!} e^{-\omega_2}$$

gdzie ω_1 jest średnią liczbą odgałęzień w pierwszej grupie śladów, a ω_2 jest średnią liczbą odgałęzień w drugiej grupie śladów.

mentu, a zatem i jego zdolność jonizacyjna maleją. Wtedy zaczyna wchodzić w grę drugie zjawisko, w którym fragment traci energię. Jest to zjawisko oddawania energii w bezpośrednich zderzeniach z jądrami atomów ośrodka. Pierwszym zadaniem teorii było zatem podanie zależności efektywnego ładunku fragmentu od prędkości.

Według B o h r a należy przyjąć na ładunek efektywny fragmentu wyrażenie

$$Z_1^{eff} = Z_1 \frac{1}{3} \frac{v}{v_0}, \quad (6)$$

gdzie Z_1 jest liczbą atomową fragmentu, v jego prędkością, a $v_0 = \frac{2\pi e^2}{h} = 2,18 \cdot 10^8$ cm/sek jest prędkością elektronu na pierwszej orbicie wodorowej. W przybliżeniu założenie to jest równoważne temu, że fragment traci na swej drodze elektrony o prędkości orbitalnej mniejszej od jego prędkości własnej. Dla $Z_1 = 50$ i $v = v_0$ mamy $Z_1^{eff} = 18$, zgodnie z pomiarami P e r f i ł o w a (18), który bezpośrednimi pomiarami przez odchylenie fragmentów w polu magnetycznym stwierdził, że początkowy ładunek fragmentu jest $\sim 20 e$. Odpowiada to utracie elektronów z warstw O i N dla cięższego fragmentu, a warstw O, N i niektórych elektronów z warstwy M dla lżejszego.

Mamy zatem tutaj do czynienia z przebiegiem zjawisk zupełnie innym niż dla szybkich protonów bądź cząstek α . Jeżeli wyobrazimy sobie w tych ostatnich wypadkach, że któryś ze schwytych elektronów osiadł na najniższej wolnej orbicie, to będzie miał on prędkość orbitalną znacznie niższą niż prędkość cząstki, która wynosi kilka razy 10^9 cm/sek; elektron taki natychmiast zostanie stracony przez cząstkę i w rezultacie cząstka taka będzie biegła bez elektronów, tj. proton z ładunkiem e , cząstka α z ładunkiem $2e$. Dopiero pod koniec zasięgu, gdy prędkość biegnącej cząstki spadnie do wartości odpowiedniej prędkości orbitalnej, prawdopodobieństwo schwymania elektronu jest większe, zgodnie z doświadczeniem.

Jak widzieliśmy na zdjęciach, ślady fragmentów obfitują w odgałęzienia pochodzące od przekazywania energii w zderzeniach fragmentów z jądrem. Zjawisko to gra zatem w hamowaniu fragmentów znacznie większą rolę niż przy cząstkach α czy protonach.

Z tego wychodząc podaje B o h r następującą zasadniczą formułę na atomową zdolność hamowania:

$$(7) \quad \frac{1}{N} \frac{dv}{dx} = \frac{4\pi e^4}{M_1 m v^3} (Z_1^{eff})^2 \sum_{i=1}^{Z_2} \ln \frac{m v^3}{2\pi v_i e^2 Z_1^{eff}} +$$

$$+ \frac{4\pi e^4 Z_1^2 Z_2^2}{M_1 M_2 v^3} \ln \left(\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \cdot \frac{v^2 a_{12}^{scr}}{Z_1 Z_2 e^2} \right),$$

gdzie e , m odnoszą się do elektronu, wskaźnik 1 odnosi się do fragmentu, wskaźnik 2 do atomu ośrodka, v_i jak w formule (3) oznacza częstości charakterystyczne elektronów, Z_1^{eff} ładunek efektywny fragmentu, a_{12}^{scr} jest stałą wyznaczającą granice całkowania w drugim wyrazie, tak jak quasi-elastyczne sprzężenie elektronów wyznaczało granice całkowania w pierwszym wyrazie. Stała ta ma wymiar długości i jest zgrubsza równa tej odległości między fragmentem i jądrem ośrodka, powyżej której elektrony osłaniają jądro i wpływają neutralizująco na efekt zderzenia.

Jak widzimy, formuła (7) różni się od formuły (3) w dwu zasadniczych punktach. Po pierwsze w członie pierwszym, który pochodzi od oddziaływania fragmentu z elektronami i zawiera Z_1^{eff} zamiast Z_1 , po drugie zawiera ona drugi wyraz, odpowiadający stratom energii w zderzeniach jądrowych.

Pierwszy fakt doświadczalny, który wyjaśnimy przy pomocy teorii *Bohra*, to liniowa zależność prędkości od zasięgu, jaką obserwujemy na wszystkich krzywych (rys. 7, 8 i 9). *Bohr* wylicza, że od początku zasięgu, tj. od prędkości dwudziestu kilku razy 10^8 cm/sek do jakichś $5 \cdot 10^8$ cm/sek., drugi wyraz formuły jest znacznie mniejszy od pierwszego, zatem dla dużych prędkości, na początku zasięgu, dla obliczenia spadku prędkości wzdłuż drogi możemy się posłużyć samym tylko pierwszym wyrazem wzoru (7). Według (6) Z_1^{eff} zależy liniowo od v , a suma logarytmów w tym zakresie prędkości jest też proporcjonalna do v . Stąd na początku zasięgu $\frac{dv}{dx}$ jest stałe, zgodnie z krzywymi doświadczalnymi.

Dalszy fakt doświadczalny, który tłumaczy teoria *Bohra*, to różnica w spadku prędkości dla obu fragmentów, obserwowana doświadczalnie (rys. 8). *Boggs* i współpracownicy stwierdzili w argonie, że spadek prędkości dla lżejszego fragmentu jest nieznacznie większy niż dla cięższego. Jest to zgodne ze wzorem (7): ponieważ suma logarytmów w pierwszym wyrazie (7) jest bardzo nieczuła na

zmiany Z_1 (w argumencie logarytmu mamy $Z_1^{-\frac{1}{3}}$), spadek prędkości na początku zasięgu dla fragmentów o różnych ładunkach i masach będzie proporcjonalny do $\frac{Z_1^{\frac{2}{3}}}{M_1}$. Jeżeli przyjmiemy M_1 za proporcjonalne do Z_1 , to $\frac{dv}{dx}$ będzie proporcjonalne do $Z_1^{-\frac{1}{3}}$. Widzimy zatem, że zgodnie z doświadczeniem $\frac{dv}{dx}$ dla cięższego fragmentu będzie nieco mniejsze. Ilościowo dla $Z_1 = 51$ i $Z_1 = 41$ stosunek tych spadków prędkości będzie $\sqrt[3]{\frac{41}{51}} \simeq 0,93$.

Ogólny wzór na zasięg fragmentu w zależności od jego masy M , ładunku jądra (Z_1) i prędkości v , oblicza Bohr ekstrapolując liniowo spadek v aż do 0. Będzie wtedy według (1)

$$R = \frac{v}{\frac{dv}{dx}}, \text{ co przy } \frac{dv}{dx} \text{ proporcjonalnym do } \frac{Z_1^{\frac{2}{3}}}{M_1} \text{ daje:}$$

$$R_f = \text{Const. } M_1 Z_1^{-\frac{2}{3}} v. \quad (8)$$

Dla celów praktycznych ważniejszy jest wyprowadzony przy założeniu słuszności formuły Geigera dla cząstek α ($R = a v^3$) wzór słuszny dla wszystkich substancji, który podaje stosunek zasięgu fragmentu do zasięgu cząstek α o tej samej prędkości początkowej. Wzór ten ma postać:

$$\frac{R_f}{R_\alpha} = 5 \cdot M_1 Z_1^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{v_0}{v}\right)^2. \quad (9)$$

Zgadza się on dobrze z doświadczeniem, co jest sprawdzianem, że założenie Bohra co do efektywnego ładunku fragmentu jest słuszne.

Z wymienionych poprzednio faktów doświadczalnych pozostaje jeszcze do wyjaśnienia różnica w zasięgu zredukowanym fragmentów dla różnych gazów. Bøggild i współpracownicy stwierdzili, że zredukowany zasięg fragmentów dla helu jest około 20% większy niż dla argonu. Z (9) widać, że gdybyśmy uwzględnili tylko zasięg „elektronowy“, obliczony z pierwszego wyrazu (7), wówczas zasięg ten nie zależałby od ośrodka. Według Bohra efekt ten pochodzi od

drugiego, „jądrowego“, przyczynku do hamowania fragmentu. W tej części zasięgu, gdzie prędkość jest tego rzędu co v_0 , efekt hamowania na skutek zderzeń jądrowych, który w początkowej części zasięgu jest mały w porównaniu z efektem zwykłej jonizacji, staje się przeważający, powodując w końcu zasięgu silny bardzo spadek prędkości. Wynika to stąd, że czynnik przed logarytmem drugiego wyrazu formuły (7) silnie wzrasta ze spadkiem prędkości, podczas gdy analogiczny czynnik przed pierwszym wyrazem zawiera $(Z_1^{eff})^2$, które maleje około 25 razy przy przejściu od $v=5v_0$ do $v=v_0$. Bohr podaje formułę na stosunek wyprowadzonego z (7) przy zaniedbaniu pierwszego wyrazu zasięgu R_0 fragmentu o prędkości v_0 do całkowitego zasięgu fragmentu o prędkości początkowej v . Znajduje on:

$$(10) \quad \frac{R_0}{R_f} = k \frac{M_2}{m} Z_1^{-\frac{4}{3}} Z_2^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{v_0}{v} \right),$$

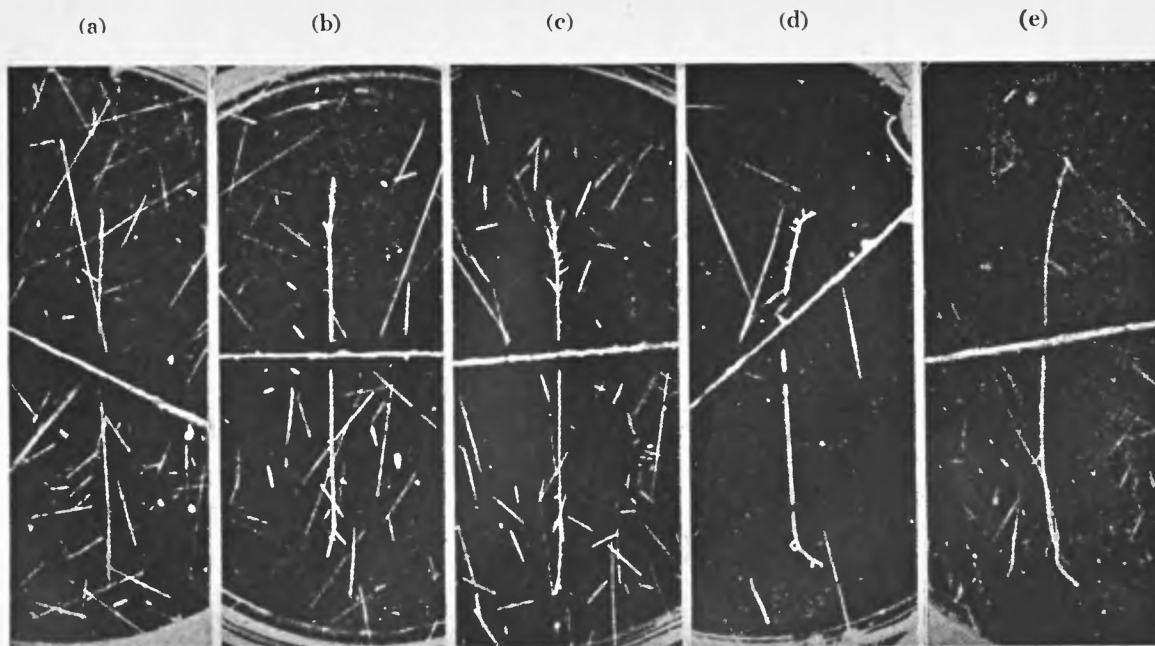
gdzie, jak wyżej, wskaźnik 1 odnosi się do fragmentu, a 2 do atomu ośrodka. Wartość liczbowa stałej k jest 0,07. Dla $v = 5v_0$ otrzymujemy dla argonu $R_0 = \frac{R_f}{10}$ zgodnie z przebiegiem krzywej na rys. 7.

Zwróćmy teraz uwagę na zależność tego „jądrowego“ przyczynku do zasięgu od ośrodka, czyli od M_2 i Z_2 . Z formuły (10) widzimy, że stosunek tej końcowej, jądrowej części zasięgu do całkowitego zasięgu powinien być proporcjonalny do $M_2 Z_2^{-\frac{3}{2}}$, co z grubsza przy M_2 proporcjonalnym do Z_2 daje dla argonu $R_0 = \frac{R_f}{10}$ a dla helu $R_0 = \frac{3R_f}{10}$.

Jeżeli zatem w wypadku argonu do wspólnego zasięgu elektro-nowego (praktycznie tego samego dla obu gazów) dodajemy 10% by uzyskać całkowity zasięg, to dla helu musimy dodać 30%. Zatem całkowity zasięg będzie w helu o około 20% większy niż w argonie.

Ostatnio ogłoszona praca B o g g i l d a i współpracowników (11), wydrukowana w kilka już lat po poprzednio wymienionych pracach, zbiera cały dotychczas uzyskany materiał, potwierdza poprzednie wyniki oraz wyłożone poglądy i wnosi nadto pewne nowe szczegóły o ile chodzi o porównanie różnych gazów, oraz więcej niż dotychczas danych doświadczalnych.

Rys. 10 przedstawia zdjęcia par fragmentów uzyskanych w wodrze, deuterze, helu, argonie i ksenonie. Widzimy tutaj, poza faktami o których była już mowa, pewne różnice między śladami. W gazach lekkich ślady są na dużej długości zbliżone do prostoliniowych, nato-



Rys. 10

Zdjęcia par fragmentów wybiegających z warstewki uranu umieszczonej w środku komory na foliach aluminiowych lub mikowych w wodorze (a), deuterze (b), helu (c), argonie (d) i ksenonie (e)

miast ślady w gazach ciężkich dzięki licznym zderzeniom z ciężkimi atomami są powyginane na większych częściach zasięgu. Charakterystyczny jest brak odgałęzień w ksenonie z powodu wielkiej masy jądra ksenonu.

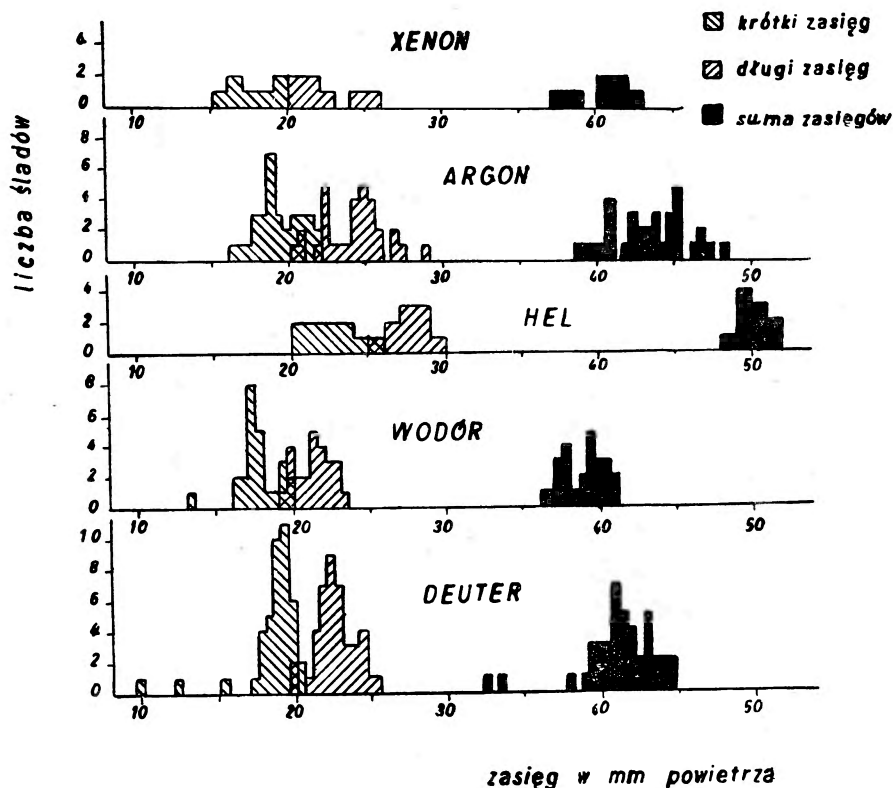
Wspomniana praca zawiera najdokładniej jak dotąd wyznaczone zasięgi zredukowane dla wymienionych gazów. Tabela I przedstawia je wyrażone już w mm powietrza pod normalnym ciśnieniem i w 15°C.

T a b e l a I.

Zasięgi zredukowane obu grup fragmentów rozszczepienia jądra uranu w różnych gazach (w mm):

G a z	Grupa krótszego zasięgu, tj. fragmentu cięższego	Grupa dłuższego zasięgu, tj. fragmentu lżejszego	Suma zasięgów
Ksenon	18	23	41
Argon	19,4	23,9	43,3
Hel	23	28	51
Deuter	18,9	22,5	41,4
Wodór	17,7	21,1	38,8

Rys. 11 przedstawia statystykę tych śladów. Na osi odciętych zaznaczone mamy zasięgi w mm powietrza, przy czym odstępny brane są co milimetr lub co pół milimetra, a na osi rzędnych liczby śladów. Dwie grupy figur o odmiennych kierunkach kreskowania odpowiadają dwóm grupom śladów. Figury czarne odpowiadają sumie zasięgów. Poprzednio podany fakt większego zasięgu w helu niż w argonie uzupełniony jest jeszcze pomiarami w ksenonie i tutaj mamy również zgodność z teorią. Bardzo ciekawe są wyniki dla wodoru i deuteru; widzimy większy zasięg w deuterze. Jeżeli zważymy, że Z ośrodka jest tutaj to samo, to różnica, którą obserwujemy, pochodzić musi od zderzeń jądrowych. W przypadku wodór-deuter mamy, przeciwnie niż dla cięższych jąder, $R_D > R_H$; wynika to oczywiście stąd, że $\frac{R_0}{R_f}$ jest proporcjonalne do $M_2 Z_2^{-2/3}$, a ponieważ Z jest to samo dla deuteru co dla wodoru, $\frac{R_0}{R_f}$ będzie w tym przypadku proporcjonalne do M . Z obrazem tutaj przedstawionym nie da się jednak pogodzić fakt, że zasięg w wodrze i deuterze jest mniejszy od zasięgu w helu. Czynnikiem ośrodka, do którego $\frac{R_0}{R_f}$ jest proporcjonalne, jest $M_2 Z_2^{-2/3}$. Czynn-



Rys. 11

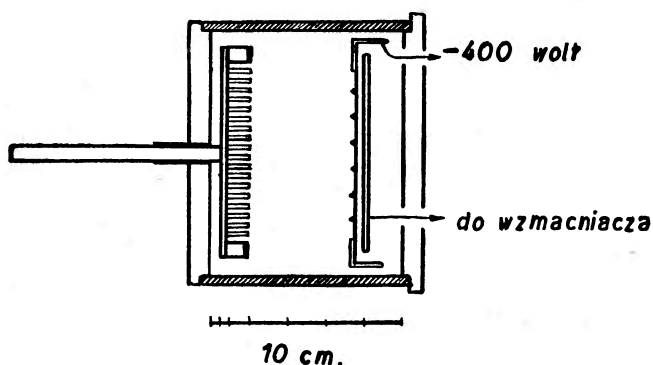
Rozkład zasięgów fragmentów w różnych gazach

nik ten kolejno dla wodoru, deuteru i helu równy jest 1, 2, i 1,4, a zatem zasięg zredukowany dla helu powinien mieć wartość pośrednią między zasięgiem dla wodoru i deuteru, tymczasem jest wyraźnie większy. Tej niezgodności nie tłumaczy teoria Bohra. Bøggild i współpracownicy wyrażają przypuszczenie, że hamowanie elektronowe jest w wodrze i deuterze większe niż przewiduje teoria. Należałoby stąd wnioskować, że ładunek efektywny fragmentu w tych substancjach jest większy. Mogłoby to świadczyć, że prawdopodobieństwo schwywania elektronów w wodrze jest mniejsze niż w innych gazach.

Na podstawie tej statystyki zasięgów można też zorientować się w fluktuacjach zasięgu. Te fluktuacje zasięgu są większe niż dla cząstek α . Jeżeli chodzi o zasięg „elektronowy“, to Bohr wykazał, że fluktuacje te powinny być takie jak dla cząstek α , a zatem fluktuacje dla fragmentów rozszczepienia muszą pochodzić od drugiego efektu,

tj. zderzeń jądrowych. B o h r podaje formułę na statystyczny rozkład zasięgów dookoła zasięgu średniego. Fluktuacje zasięgu powinny być większe dla cięższych niż dla lżejszych ośrodków; tymczasem doświadczenie efektu tego nie wykazuje. Szerokość grup zasięgów przedstawionych na rys. 10 świadczy, jak się wydaje, że fluktuacje są takie same. B o h r wnioskuje stąd, że trzeba je przypisać w większości procesom samego rozszczepienia, a więc różnym prędkościom początkowym, ładunkom i masom fragmentów.

Procesem, który jest głównym powodem utraty energii przez fragmenty rozpadu, jest jonizacja. O samych pomiarach jonizacji, spowodowanej przez fragmenty, dotychczas nie mówiliśmy. Pomiaru te były

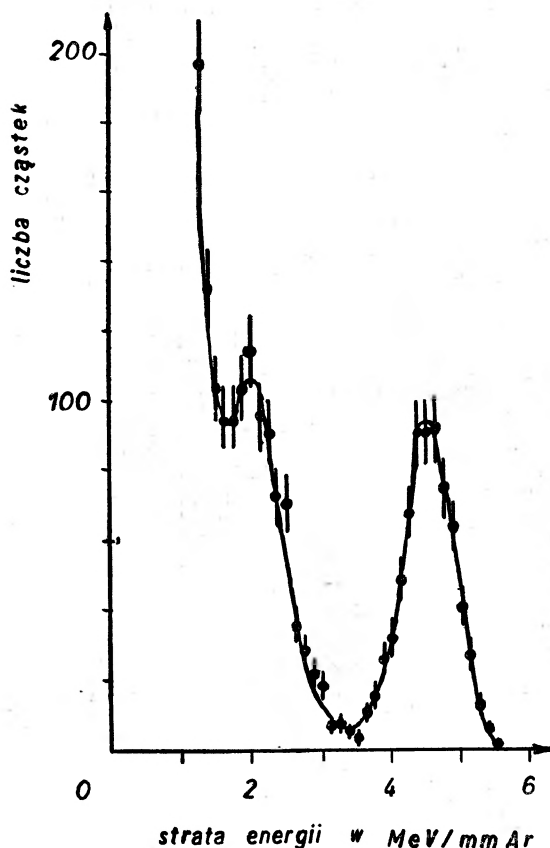


Rys. 12

Komora jonizacyjna do pomiaru jonizacji właściwej fragmentów

historycznie pierwszymi, którymi wyznaczono energię rozszczepienia. Problem jonizacji właściwej fragmentów jest bardzo ciekawy. Oczywiście jest rzeczą, że skoro ładunek niesiony przez fragment zmienia się wzdłuż drogi, to i jonizacja właściwa musi się zmieniać nie tylko z powodu zmiany prędkości, ale też i wskutek zmiany ładunku. Stąd też zmiana jonizacji właściwej wzdłuż drogi ma tutaj znowu inny charakter niż dla cząstek α . Podamy tutaj krótko rezultaty pracy N. O. L a s s e n a (15), wykonanej również w laboratorium kopenhaskim. Rys. 12. przedstawia komorę jonizacyjną L a s s e n a. Jest to komora o płasko równoległych elektrodach, z której jedna utworzona jest z cienkiej folii Al lub Au rozpiętej na siatce. Odstęp elektrod jest $5,0 \pm 0,1$ mm. Preparat $0,33$ mg/cm² uranu odparowanego na płytce mikowej jest przysłonięty rodzajem siatki o otworach głębokości 10 mm i średnicy 3 cm celem otrzymania równoległej wiązki frag-

mentów biegnących prostopadle do płytek komory. Ta wyrzutnia fragmentów była przesuwalna, tak że długość drogi fragmentu przed wejściem do komory mogła być zmieniana; komora znajdowała się w odległości 25 cm od źródła berylowego neutronów bombardowanego deutonami z cyklotronu. Źródło berylowe oddzielone było war-

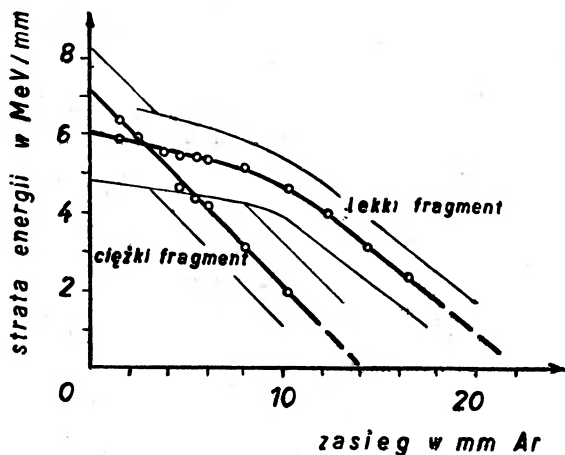


Rys. 13

Liczba impulsów rejestrowanych przez komorę jonizacyjną, wykreślona w zależności od wielkości impulsu. Droga przebyta przez fragment w samej komorze wynosiła 2 mm, a odległość źródła fragmentów od środka komory 10 mm

stwą 5 cm parafiny od komory. Komora była połączona ze szybkim wzmacniaczem proporcjonalnym i oscylografem oraz napełniona była czystym argonem o ciśnieniu od 75 do 300 mm Hg, tak że rejestrowała elektrony. Krzywą zależności liczby impulsów na oscylografie od wielkości impulsu przedstawia rys. 13, przy czym wielkość impulsu

przerachowana jest na straty energii na 1 mm argonu. Odległość źródła fragmentów od środka komory wynosiła 10 mm. Wielka liczba małych impulsów pochodzi od tła. Krzywa wykazuje dwa maksima odpowiadające dwu grupom fragmentów. Odcięte tych maksimów dają nam zatem jonizację właściwą dla odległości od początku toru fragmentu wyznaczonej przez odległość źródła fragmentów od komory. Gdy zmieniamy tę odległość przesuwaniem wyrzutni fragmentów, zmieniają się odcięte maksimów, to znaczy, że jonizacja właściwa zmienia się z odległością od źródła fragmentów. Krzywe zależności jonizacji od przebytej przez fragment drogi (w mm argonu pod



Rys. 14

Jonizacja właściwa fragmentów jako funkcja przebytej przez fragment drogi. Dolna i górna granica zaznaczone są cieńszymi liniami

ciśnieniem normalnym) przedstawia rys. 14. dla obu fragmentów. Krzywe te ekstrapolowane do przecięcia się z osią odciętych dadzą nam zasięgi obydwu fragmentów w argonie. Wynoszą one 14,4 mm i 22,4 mm, podczas gdy pomiary poprzednio cytowane przez Bøggil da i współpracowników dawały 19,4 mm i 23,9 mm.

Widać z tych krzywych silny spadek jonizacji właściwej wzdłuż zasięgu fragmentu. Jest tu właśnie wprost przeciwnie niż dla cząstek α . Tam jonizacja wzrasta, bo $\frac{dv}{dx}$ a więc i $\frac{dT}{dx}$ silnie wzrastają ze spadkiem prędkości. Tutaj najwidoczniej wpływ spadku ładunku efektywnego na jonizację jest większy niż wpływ spadku prędkości.

(Z teorii B o h r a zresztą wynika, że $\frac{d\nu}{dx} = const$, a zatem $\nu \frac{d\nu}{dx} = \frac{dT}{dx}$ jest proporcjonalne do ν).

Ciekawy jest zakomunikowany w pracy tej fakt przecinania się krzywych dla dwu fragmentów, świadczący, że zjawisko jest skomplikowane. Wynika stąd, że na starcie fragmentów jonizacja właściwa lżejszego jest mniejsza niż cięższego, a później przy około 2,5 mm obie wartości się wyrównują i w większej partii zasięgu jest przeciwnie. Że krzywe te istotnie się przecinają, wynika to ze względu przyporządkowania tych krzywych odpowiednim fragmentom. Rzędne $I(x)$ dają liczby par jonów na jednostkę drogi, a zatem $55 \int I dx$ eV będzie całkowitą energią fragmentu i przy tym przyporządkowaniu, które jest na rycinie, daje to dla lżejszego fragmentu 86 MeV, a dla cięższego 52 MeV. Autorowie uważają za najdokładniejsze wartości średnie na energie fragmentów wartości 87 MeV i 58 MeV. podane przez F l a m m e r s f e l d a i współpracowników (2). Gdybyśmy wykreślili te krzywe tak by się nie przecinały, to nie dałoby się tych danych porównać.

Praktycznie ważna jest sprawa zasięgów fragmentów pękania w różnych materiałach, w szczególności w substancjach stałych. Zacytuje tutaj ostatnią z prac na ten temat, a mianowicie pracę S e g r é g o i W i e g a n d a (19). Mierzili oni zdolność hamowania fragmentów rozszczepienia w kolodiu, Al, Cu, Ag i Au przy pomocy komory jonizacyjnej. Cienka folia U_3O_8 wprowadzona do komory pokryta była folią absorbującą. Dla przykładu podajemy grubość folii aluminiowej potrzebną do zatrzymania 10% fragmentów; wynosi ona 3,7 mg/cm, tj. 14 mikronów. Dla porównania przytoczymy, że zasięg cząstek RaC' (energia 7,68 MeV, zasięg w powietrzu 6,87 cm), wynosi w aluminium 40,6 μ .

W dalszym ciągu podają autorowie rezultaty pomiarów atomowej zdolności hamowania S. Ciekawe jest, że dla powyżej wymienionych substancji mamy

$$S = aZ^{1/2}$$

Zdolność hamowania S jest więc proporcjonalna do pierwiastka z Z, tak jak to jest dla cząstek α . Prawdopodobnie w obu przypadkach, tj. zarówno dla cząstek α jak i dla fragmentów, mamy tutaj przede wszystkim do czynienia z hamowaniem elektronowym.

Kraków, czerwiec 1948 r.

Zakład Fizyki Akademii Górniczo-Hutniczej

Literatura

1. P. M. S. BLACKETT, D. S. LEES, *Proc. Roy. Soc.* **134**, 658 (1932).
2. N. BOHR, *Phil. Mag.* **25**, 10 (1915).
3. „ „ *Phil. Mag.* **30**, 581 (1915).
4. „ „ *Kgl. Danske Vid. Sels. Math.-fys. Medd.* **18**, 8 (1940).
5. „ „ *Phys. Rev.* **58**, 654 (1940).
6. N. BOHR, J. K. BØGGILD, K. J. BRØSTRØM, T. LAURITSEN, *Phys. Rev.* **58**, 839 (1940).
7. N. BOHR, *Phys. Rev.* **59**, 270 (1941).
8. J. K. BØGGILD, K. J. BRØSTRØM, T. LAURITSEN, *Kgl. Danske Vid. Sels. Math.-fys. Medd.* **18**, 4 (1940).
9. J. K. BØGGILD, K. J. BRØSTRØM, T. LAURITSEN, *Phys. Rev.* **59** 275 (1941).
10. J. K. BØGGILD, *Phys. Rev.* **60**, 827 (1941).
11. J. K. BØGGILD, O. H. ARRØE, T. SIGURGEIRSSON, *Phys. Rev.* **71**, 281 (1947).
12. K. J. BRØSTRØM, J. K. BØGGILD, T. LAURITSEN, *Phys. Rev.* **58**, 651 (1940).
13. A. FLAMMERSFELD, P. JENSEN, W. GENTNER, *ZS. f. Phys.* **120**, 450 (1943).
14. W. JENTSCHKE, F. PRANKL, *Phys. ZS.* **40**, 706 (1939).
15. N. O. LASSEN, *Phys. Rev.* **70**, 577 (1946).
16. M. S. LIVINGSTON, H. A. BETHE, *Rev. of Mod. Phys.* **9**, 262 (1937).
17. G. MANO, *Journ. de Phys.* **5**, 628 (1934).
18. N. A. PERFILOW, *C. R. Acad. Sci. U. R. S. S.* **28**, 5 (1940).
19. E. RUTHERFORD, *Radioactive Substances* (1930).
20. E. SEGRÈ, C. WIEGAND, *Phys. Rev.* **70**, 808 (1946).
21. L. WERTENSTEIN, *Ann. Phys.* **1**, 347, 395 (1944).

J. BLATON †

PROCESY ROZSZCZEPIANIA CIĘŻKICH JĄDER

Odczyt wygłoszony na Zjeździe Polskiego Towarzystwa Fizycznego
dnia 7 maja 1948 r.*

I. Poziomy energetyczne i przekroje czynne jąder

§ 1. Poziomy energetyczne jądra

Prawie natychmiast po odkryciu zjawiska pęknięcia jąder uranu (Hahn i Strassmann (9), styczeń 1939), bo jeszcze w tym samym miesiącu, w liście do *Nature* z 20. I. 1939 (3) rozwinął Bohr zasadnicze rysy teorii pęknięcia. W tym samym czasie, niezależnie od niego, uczonego radzieckiego Frenkel (7) podał teorię opartą na podobnych założeniach. Na czym polega ta teoria? Jądro ciężkie — w myśl rozwiniętej przez Bohra w 1936 teorii (2) — możemy na skutek krótkozasięgowych sił działających między składnikami jądra i wynikającego stąd gęstego ułożenia cząstek w jądrze przedstawić za pomocą t. zw. modelu kropkowego. Nie możemy więc w tym przypadku traktować poszczególnego nukleonu tak, jakby się poruszał niezależnie od innych w konserwatywnym polu pozostałych (metoda Hartree w atomach). Poziomów energetycznych jądra atomowego nie możemy traktować tak jak w atomach, gdzie rozpatrywane są one jako kwantowe stany jednego albo dwóch elektronów. Poziomy te należy raczej przypisać kwantowym stanom kolektywnego ruchu całości. Jądro pobudzone do pewnej energii może na bardzo wiele sposobów rozdzielić tę energię między swoje składniki, i czym większa energia pobudzenia, tym więcej jest możliwości rozdziału. Wskutek tego liczba poziomów energetycznych na jednostkę przedziału energii rośnie bardzo szybko (wykładniczo) wraz z energią pobudzenia. Cechą następną jądra jest to, że powyżej energii odłączenia jednego nukleonu (odpowiednik

* Jest to praca pośmiertna ś.p. prof. dr. J. Blaton a, zmarłego tragicznie w Zakopanem dn. 17 maja 1948 r. Rękopis pozostawiony przez zmarłego wymagał w paru miejscach uzupełnień, poczynionych przez Redaktora.

energii jonizacji) charakter poziomów w niczym się nie zmienia, z tym tylko, że w tych wyższych stanach energetycznych istnieje pewne niewielkie prawdopodobieństwo, że energia zostanie skoncentrowana na jednym nukleonie, a więc że zajdzie jego emisja.

Zagęszczenie poziomów ze wzrostem energii wzbudzenia możemy ocenić przy pomocy prostego modelu. Jądro traktujemy mianowicie jako zespół bardzo wielu oscylatorów niesprzężonych, z których każdy ma energię $E = k \cdot h\nu = kd_0$ (k — liczba całkowita). Ile stanów jest możliwych przy danej energii całego zespołu $E = nd_0$? Energia nd_0 może się rozłożyć na szereg oscylatorów. Każdy stan układu zostaje określony przez podanie liczby oscylatorów w stanach kwantowych $k=1, 2$ itd. Liczba stanów dana jest więc przez liczbę możliwych rozkładów liczby n na liczby całkowite. Oznaczając liczbę tych rozkładów przez $p(n)$ otrzymujemy wzór asymptotyczny wyprowadzony w 1918 r. przez Hardy'ego (10):

$$p(n) = \frac{1}{4\sqrt{3}n} e^{\pi\sqrt{2n/3}}; \quad n = k_1 + k_2 + \dots + k_i. \quad (1)$$

Przykład: najniższe poziomy dla niezbyt ciężkich jąder mają energię $d_0 = 0,2$ MeV. Dla pobudzenia $E \sim 8$ MeV (energia dysocjacji neutronu) mamy $n = \frac{8}{0,2} = 40$. Liczbę 40 można rozłożyć na $p(40) \sim 2 \cdot 10^4$ sposobów na sumę liczb całkowitych. W szczególności można wziąć

$$40 = 5 + 8 + 8 + 19;$$

w tym przypadku otrzymujemy stan, w którym jeden oscylator ma energię 5 kwantów, dwa oscylatory energię 8 kwantów i jeden 19 kwantów.

Rozpatrzmy przedział energii $\Delta E = d_0$. Dla energii $E = nd_0$ liczba możliwych stanów dana jest na podstawie (1) wzorem:

$$p(n) = \frac{1}{4\sqrt{3}E/d_0} e^{\pi\sqrt{2E/3d_0}}.$$

Liczba ta daje nam jednocześnie w przybliżeniu liczbę poziomów zawartą w przedziale ΔE energii między nd_0 i $(n+1)d_0$. Gęstość

poziomów energii, czyli liczbę ich na jednostkę przedziału energii, otrzymujemy ze wzoru:

$$(2) \quad \rho(E) = \frac{\rho(n)}{d_0} = \frac{1}{4\sqrt{3} E} e^{\frac{\pi\sqrt{2E}}{\sqrt{3}d_0}}.$$

Odstęp poziomów $d(E)$ równy jest więc:

$$(3) \quad \frac{1}{\rho(E)} = d(E) = 4\sqrt{3} E e^{-\frac{\pi\sqrt{2E}}{\sqrt{3}d_0}},$$

maleje więc wykładniczo z energią pobudzenia. Wzór ten daje dla $d_0 \sim 0,2$ MeV i $E \sim 8$ MeV $d \sim 10$ eV w zgodzie z doświadczeniem.

Do jądra, jako układu wielu nukleonów, między którymi zachodzi ciągła wymiana energii, możemy zastosować ogólne zasady mechaniki statystycznej i zdefiniować pewną jego temperaturę i entropię:

$$S = \ln W = \ln \rho(E);$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} = \frac{d}{dE} \ln \rho(E).$$

Temperatura jądra pobudzonego $T \sim \frac{2\sqrt{Ed_0}}{B}$, gdzie $B = \pi\sqrt{\frac{2}{3}}$.

Temperatura ta wyrażona jest w MeV, a więc w jednostkach energetycznych, a nie w stopniach. By otrzymać wartość jej w stopniach, należy ją podzielić przez wartość stałej k Boltzmann'a, wyrażoną w MeV/st.

§ 2. Przemiany jądrowe

Cząstka padająca na jądro nie wchodzi, jak w atomach, w kontakt z jednym tylko nukleonem, ale rozdziela swoją energię między wszystkie cząstki jądrowe. W ten sposób przy zderzeniach cząstek elementarnych z jądrem atomu mamy do czynienia z powstaniem tak zwanego jądra złożonego w stanie pobudzonym, które dopiero

po pewnym czasie może przekazać energię wzbudzenia jednemu ze swych nukleonów, powodując następnie jego „wyparowanie“.

Prawdopodobieństwo różnych procesów wyrażamy przez t. zw. przekrój czynny, to znaczy prawdopodobieństwo, że dany proces zajdzie w jednostce czasu, jeżeli w 1 sek. jedna cząstka wywołująca ten proces pada na 1 cm². Oznaczając przez: σ_A — przekrój czynny na proces A , σ_c — przekrój czynny na utworzenie jądra złożonego, P_A — prawdopodobieństwo, że w jądrze złożonym zajdzie proces A , mamy:

$$\sigma_A = \sigma_c \cdot P_A. \quad (4)$$

Wzór ten słuszny jest tylko wtedy, jeśli wolno utworzyć średnią po wielu poziomach jądra złożonego.

Wprowadźmy jeszcze oznaczenie:

γ_i — prawdopodobieństwo, że w jednostce czasu zajdzie proces i .

Wtedy:

$$P_A = \frac{\gamma_A}{\Sigma \gamma_i}, \quad (5)$$

przy czym:

$$\frac{1}{\Sigma \gamma_i} = \tau \quad (6)$$

określa średni czas życia jądra złożonego w stanie pobudzonym powstałym po absorpcji padającej cząstki.

Zamiast prawdopodobieństw dla różnych procesów na jednostkę czasu wprowadzamy wielkości:

$$\Gamma_i = \hbar \gamma_i \text{ (wymiar energii); } \Sigma \Gamma_i = \Gamma, \text{ (} \hbar = h/2\pi \text{)}. \quad (7)$$

W myśl relacji

$$\Delta E \cdot \tau = \hbar$$

określającej nieostrość poziomu w zależności od czasu życia, otrzymujemy na podstawie wzoru (6) i definicji (7):

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar \Sigma \gamma_i = \Gamma = \Sigma \Gamma_i. \quad (8)$$

Wielkość Γ_i nazywamy szerokością poziomu ze względu na proces i ; Γ jest całkowitą szerokością poziomu stacjonarnego.

Jak obliczyć prawdopodobieństwo σ_c schwycenia cząstki? Dla bardzo szybkich cząstek $\lambda/2\pi = \frac{\hbar}{mv} \ll R$ (promień jądra), gdzie λ — długość fali materii. Możemy przyjąć dla nich: $\sigma_c = \pi R^2$, czyli przekrojowi geometrycznemu jądra.

Po wstawieniu tej wartości do wzoru (4) i uwzględnieniu (5) oraz (7) otrzymujemy:

$$(9) \quad \sigma_A = \pi R^2 \frac{\Gamma_A}{\Sigma \Gamma_i}$$

dla bardzo szybkich cząstek trafiających jądro.

Dla bardzo ciężkich jąder ze względu na wysokość otaczającej je bariery coulombowskiej wystarczy rozważyć tylko następujące procesy:

Γ_r — szerokość ze względu na promieniowanie γ ,

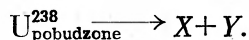
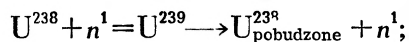
Γ_n — szerokość ze względu na emisję neutronu,

Γ_f — szerokość ze względu na pękanie.

W tym znakowaniu przekrój czynny na pękanie wywołane szybkimi neutronami dany jest wzorem:

$$(10) \quad \sigma_f = \pi R^2 \frac{\Gamma_f}{\Gamma_r + \Gamma_n + \Gamma_f}$$

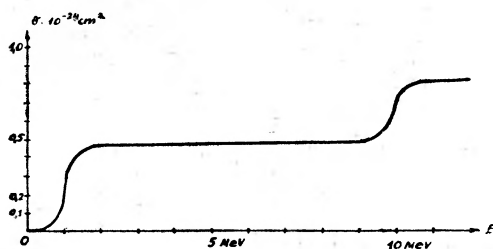
Dla bardzo szybkich neutronów o energii powyżej 10 MeV proces pękania zajść może albo wprost, albo w dwóch etapach: najpierw emisja neutronu, a potem pękanie pozostałego jądra, np.:



Tak się tłumaczą doświadczenia Amaldi'ego (1), wykazujące silny wzrost σ_f przy bombardowaniu uranu neutronami o energii około 10 MeV (rys. 1).

Wtedy $\sigma_f = \pi R^2 \left(\frac{\Gamma_j + \frac{\Gamma_n^*}{\Gamma} \cdot \Gamma_f^*}{\Gamma} \right)$, gdzie Γ_n^* jest szerokością ze względu

na emisję neutronu o niezbyt dużej energii, mianowicie takiej, która zostawia jądro w stanie wzbudzonym o energii wzbudzenia, $E > E_f$. Nie zawsze jednak możemy stosować prosty wzór na σ_c .



Rys. 1

§ 2. Przekroje czynne jąder na chwytanie neutronów

Zasada statystycznej równowagi może posłużyć do obliczenia σ_c . W stanie równowagi statystycznej (rozkład kanoniczny Gibbsa) liczba jąder o energii zawartej między E i $E + dE$ dana jest wzorem:

$$\rho(E) \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \cdot dE \quad (T - \text{temperatura jądrowa}).$$

Żeby rozkład ten utrzymał się w czasie, musi być:

$\rho_n \gamma_{n \rightarrow m} = \rho_m \gamma_{m \rightarrow n}$ (liczba jąder znikających z przedziału dE w jednostce czasu musi być równa liczbie jąder pojawiających się w tym przedziale w jednostce czasu).

We wzorze tym n i m mają znaczenia następujące:

n — pobudzony stan złożonego jądra

m — jądro pozostałe + swobodny neutron.

Liczba stanów m dla swobodnego neutronu w pudle o objętości jednostkowej jest równa:

$$\frac{\Delta V_p \cdot \Delta V_x}{h^3} = \frac{\Delta V_p}{h^3} = \frac{4\pi p_m^2 dp}{h^3} = \frac{4\pi p_m^2}{(2\pi \hbar)^3} \cdot \frac{dp}{dE} dE = \frac{1}{v_m} \frac{4\pi p_m^2}{(2\pi \hbar)^3} dE$$

(p_m — pęd neutronu; ΔV_p — element objętości przestrzeni pędów, równy objętości warstwy kulistej pomiędzy powierzchniami kul o promieniach p_m i $p_m + dp$ — kierunek pędu neutronu może być dowolny —; v_m — prędkość neutronu, gdyż $E = \frac{p^2}{2m}$, skąd $\frac{dE}{dp} = \frac{p}{m} = v$).

Stąd:

$$\rho_n \gamma_{n \rightarrow m} = \frac{1}{v_m} \frac{4\pi p_m^2}{(2\pi \hbar)^3} \gamma_{m \rightarrow n}.$$

Ale $\gamma_{m \rightarrow n}$ oznacza prawdopodobieństwo schwycenia w jednostce czasu neutronu o prędkości v_m znajdującego się w pudle o objętości jednostkowej, więc;

$$\gamma_{m \rightarrow n} = v_m \sigma_c$$

czyli:

$$\rho_n \gamma_{n \rightarrow m} = \frac{4\pi p_m^2}{(2\pi \hbar)^3} \sigma_c;$$

wstawiając w myśl wzoru (7)

$$\gamma_{n \rightarrow m} = \frac{\Gamma_{n \rightarrow m}}{\hbar}$$

otrzymujemy po uproszczeniu $\rho_n \Gamma_{n \rightarrow m} = \frac{p_m^2}{2\pi^2 \hbar^2}$, co po wstawieniu $\frac{\hbar}{p_m} = \lambda_m$ daje:

$$\rho_n \Gamma_{n \rightarrow m} = \frac{2}{\lambda_m^2} \sigma_c; \text{ ostatecznie więc:}$$

$$(10) \quad \sigma_c = \lambda_m^2 \rho_n \cdot \frac{\Gamma_{n \rightarrow m}}{2} = \lambda_m^2 \frac{\Gamma_{n \rightarrow m}}{2d_n}.$$

Wzór ten daje przekrój czynny na schwytanie neutronu o długości fali λ_m przy jednoczesnym utworzeniu jądra złożonego w stanie n . Jeżeli neutron nie ma zbyt dużej energii, możemy

za $\Gamma_{n \rightarrow m}$ podstawić $\Gamma_{n'}$, gdzie $\Gamma_{n'}$ oznacza szerokość poziomu n ze względu na emisję neutronu i utworzenie jądra pozostałego w stanie podstawowym. Otrzymujemy wtedy:

$$\sigma_c = \lambda_m^2 \frac{\Gamma_{n'}}{2d_n}. \quad (11)$$

Po wchłonięciu neutronu o długości fali λ_l jądro złożone może znaleźć się w stanie a .

Ze wzoru:

$$\sigma_{l \rightarrow m} = \sigma_c P_{a \rightarrow m} = \sigma_c \frac{\Gamma_{a \rightarrow m}}{\Gamma}$$

wynika wówczas:

$$\sigma_{l \rightarrow m} = \lambda_l^2 \frac{\Gamma_{a \rightarrow l}}{2d_a} \cdot \frac{\Gamma_{a \rightarrow m}}{\Gamma}, \quad (12)$$

przy czym należy jeszcze wprowadzić ze względu na wagi statystyczne stanów czynnik uwzględniający spin i jądra, spin s neutronu i wypadkowy spin J jądra złożonego; czynnik ten jest równy:

$$\frac{(2J+1)}{(2i+1)(2s+1)}, \text{ tak że ostatecznie:}$$

$$\sigma_{l \rightarrow m} = \frac{(2J+1)\lambda_l^2}{(2i+1)(2s+1)} \frac{\Gamma_{a \rightarrow l}}{2d_a} \frac{\Gamma_{a \rightarrow m}}{\Gamma}. \quad (12a)$$

Wzory (11) i (12a) ważne są przy założeniu prędkości padającej cząstki dość dużej, ale jeszcze dostatecznie małej na to, by było $\lambda \geq 2\pi R$ t. j. $E \leq 0.3 \text{ MeV}$. $\Gamma_{n'}$, tzn. szerokość ze względu na emisję neutronu wzrasta liniowo z prędkością neutronu dla niezbyt dużych v . ($\Gamma_{n'} \sim 10^{-4} \sqrt{K_n} \text{ (eV)}$) ważne dla $K_n \sim 0,1 \text{ MeV}$, K_n — energia kinetyczna neutronu). Stąd otrzymujemy znaną relację, że dla niezbyt szybkich neutronów $\sigma_c \sim \frac{1}{v}$.

Dla szybkich neutronów należy uwzględnić chwytanie neutronów o momentach pędu $l\hbar$, $l \geq 1$, otrzymując w granicy dla bardzo szybkich neutronów

$$\sigma_c = \pi R^2;$$

wówczas na podstawie (11):

$$\pi R^2 = \lambda_m^2 \Gamma_{n'} / 2d,$$

czyli:

$$(13) \quad \Gamma_{n'} = 2\pi d \cdot \frac{R^2}{\lambda_m^2}.$$

Uwzględniając jeszcze stany rotacyjne, mamy (dla bardzo szybkich neutronów):

$$(14) \quad \sum_J (2J+1) \Gamma_{n'}^2 = (2s+1)(2i+1) 2\pi d \frac{R^2}{\lambda^2},$$

gdzie liczby J określają możliwe stany rotacyjne jądra złożonego, które mogą być zrealizowane, gdy jądro \bullet spinie i jest bombardowane neutronem o danej energii i spinie $s = \frac{1}{2}$.

Dla szybkich neutronów, jak widać z wzoru (13), $\Gamma_{n'}$ rośnie proporcjonalnie do energii kinetycznej neutronu. Dla neutronów o energii przekraczającej kilka MeV $\Gamma_{n'}$ nie będzie już dalej rosło, bo malenie d stanie się dominujące. Jeśli obliczymy $\Gamma_n = \sum \Gamma_{n \rightarrow m}$, tzn. prawdopodobieństwo, że neutron zostanie wogóle emitowany ze stanu n jądra złożonego, to otrzymamy sumując:

$\Gamma_n = 2\pi d \cdot \sum_m \frac{R^2}{\lambda_m^2}$ (λ_m = długość fali wylatującego neutronu), czyli podstawiając $2m K_m = P_m^2 = h^2 / \lambda_m^2$:

$$(15) \quad \Gamma_n = 2\pi d \frac{2m R^2}{h^2} \sum_m K_m.$$

Kładąc:

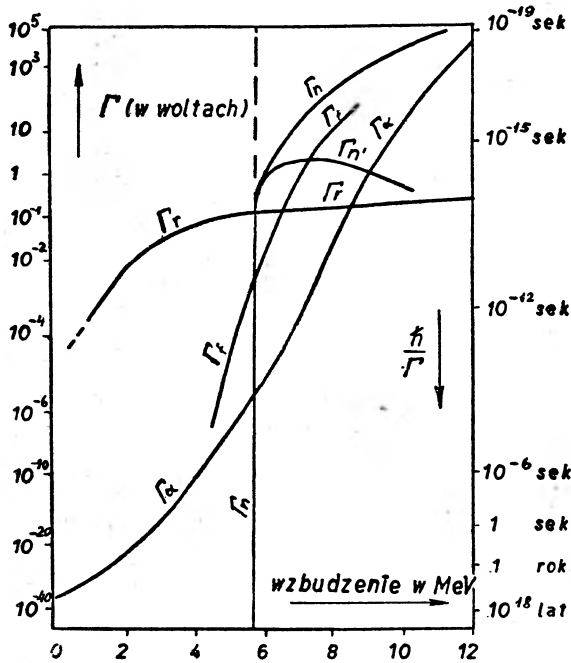
$$R^2 = r_0^2 A^{2/3} \quad (r_0 \text{ — stała, } A \text{ — liczba masowa jądra})$$

mamy

$$(16) \quad \Gamma_n = \frac{d}{2\pi} A^{2/3} \sum_m \frac{K_m}{K'},$$

gdzie $K' = \frac{\hbar^2}{2m r_0^2} \cong 9,3 \text{ MeV}$. Wzór ten jest ważny w przypadku ciężkich jąder dla neutronów o energii większej niż 1 MeV, tzn. przy silnym pobudzeniu jądra złożonego. Dla stanów o energii nie prze-

kraczącej energii wiązania neutronów o więcej niż 0,1 MeV $\Gamma_n \sim \Gamma_{n'}$. Dla bardzo wysokich energii Γ_n rośnie wykładniczo z energią wzbudzenia, ponieważ sumowanie (16) rozciąga się na bardzo wiele stanów (rys. 2). Na rys. 2 podane są w skali logarytmicznej wartości Γ_n , Γ_r , Γ_f i Γ_α (szerokość ze względu na emisję cząstki α). Skala prawa podaje odpowiednie średnie czasy życia jądra.



Rys. 2

Jeżeli energia neutronu jest bliska oddzielnego poziomu rezonansowego, co ma sens tylko dla powolnych neutronów, to na przekrój czynny stosuje się wzór wyprowadzony przez Breit i Wignera, (5), analogiczny do wzoru dyspersyjnego w optyce:

$$\sigma_{n \rightarrow m} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{\Gamma_{a \rightarrow m} \Gamma_{a \rightarrow n}}{(E - E_a)^2 + \left(\frac{\Gamma_a}{2}\right)^2} \quad (a \text{ odnosi się do stanu jądra złożonego); ogólniej:}$$

nego); ogólniej:

$$\sigma_{n \rightarrow m} = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot \frac{2J+1}{(2s+1)(2i+1)} \cdot \frac{\Gamma_{a \rightarrow n} \Gamma_{a \rightarrow m}}{(E-E_a)^2 + \left(\frac{\Gamma_a}{2}\right)^2} \quad (J - \text{spin jądra złożonego}).$$

Wzór (12a) otrzymujemy stąd tworząc średnią po pewnym przedziale energii cząstki padającej.

Podamy zaraz zastosowanie tego wzoru bardzo ważne praktycznie. Neutrony o energii $\sim 7,5$ eV są absorbowane selektywnie przez U^{238} ($i=0$); ten właśnie fakt zmusza do używania moderatorów w stosach.

Przekrój czynny na absorpcję neutronu z emisją γ ściśle na linii rezonansowej wyraża się wzorem:

$$\sigma_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{4\Gamma_n \Gamma_r}{\Gamma^2} \sim 3,2 \cdot 10^{-18} \frac{\Gamma_n \Gamma_r}{\Gamma^2} \text{ cm}^2.$$

Doświadczalnie $\bar{\sigma}_r \sim 0,5 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$, ale $\bar{\sigma}_r = \sigma_r/2$ (ze względu na skończoną szerokość linii rezonansowej).

Stąd ściśle dla linii rezonansowej $\sigma_r \sim 1,0 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$.

Ponieważ dla termicznych neutronów wiemy, że $\Gamma_n \ll \Gamma_r$, więc:

$$\Gamma = \Gamma_n + \Gamma_r \sim \Gamma_r,$$

czyli:

$$\sigma_r \sim 3,2 \cdot 10^{-18} \frac{\Gamma_n \Gamma_r}{\Gamma^2} \sim 3,2 \cdot 10^{-18} \frac{\Gamma_n}{\Gamma} \sim 1,0 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2,$$

ale

$$\Gamma_n \sim 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ eV (por. str. 95), a zatem } \Gamma_r \sim 0,1 \text{ eV.}$$

II. Pękanie ciężkich jąder

§ 4. Rozważania energetyczne

Energia wyzwalająca się przy podziale jądra jest dana wzorem:

$$(17) \quad \Delta E = (M_0 - \sum M_i) c^2,$$

gdzie M_i oznacza masę jednego z powstających fragmentów. Jądra powstające przy tym podziale nie są trwałe, ponieważ posiadają nadmiar neutronów. Masę takiego trwałego jądra możemy oszacować ze wzoru półempirycznego

$$M(Z, A) = A(1 + f_A) + \frac{1}{2} B_A (Z - Z_A)^2 + \left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ dla } A \text{ nieparzystego,} \\ -\frac{\delta_A}{2} \text{ dla } A \text{ parzystego, } Z \text{ pa-} \\ \text{rzystego,} \\ +\frac{\delta_A}{2} \text{ dla } A \text{ parzystego, } Z \text{ nie-} \\ \text{parzystego.} \end{array} \right. \quad (18)$$

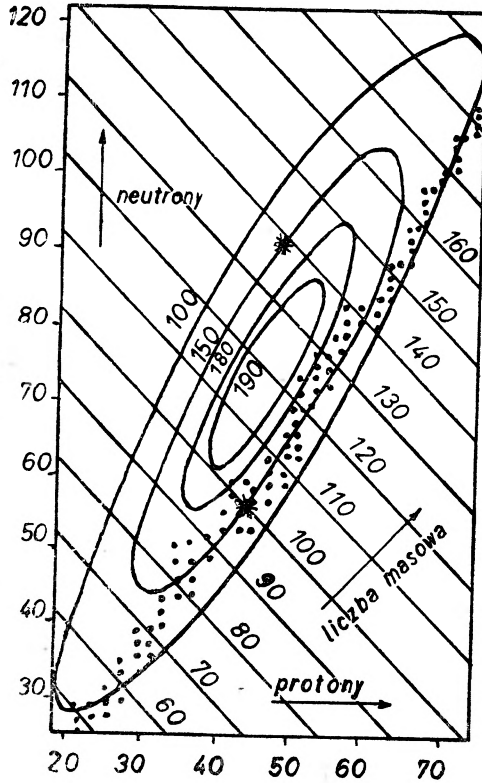
We wzorze tym Z_A jest liczbą niekoniecznie całkowitą, taką że $M(Z, A)$ osiąga dla $Z=Z_A$ minimum wyznaczone ze znanych wartości mas jąder.

B_A zależy od A za pośrednictwem związku:

$$B_A = \left(M_p - M_n + \frac{3A^{2/3} e^2}{5r_0} \right) / \left(\frac{1}{2} A - Z_A \right);$$

B_A wyrażone w jednostkach energetycznych (a więc właściwie $B_A \cdot c^2$) zmienia się od 3,5 MeV dla $A \sim 50$ do 0,8 MeV dla $A \sim 240$. Wielkość δ_A jest odpowiedzialna za różnicę mas jąder o parzystych względnie nieparzystych liczbach protonów i neutronów. δ_A zmienia się od 2,8 MeV dla $A \sim 50$ do 1 MeV dla $A \sim 240$. f_A jest średnią wartością jednostkowego odchylenia masy (packing fraction) dla małego obszaru zmienności A .

Na podstawie naszego wzoru możemy obliczyć energię wyzwoloną przy podziale danego jądra na dwa dowolne fragmenty (rys. 3). Energię wyzwoloną przy podziale na dwa jądra o masach równych daje tabela I (Bohr i Wheeler (3)).



Rys. 3

Jak widzimy z rysunku, obszar energetycznie najkorzystniejszy dla pęknięcia tworzy wąskie pasmo oddzielone od trwałych jąder (strefa punktów na rysunku) odległością odpowiadającą 3–6 rozpadom β .

Tabela I.

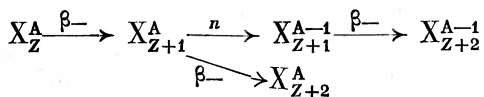
jądro wyjściowe	produkty rozszczepienia	energia wyzwolona przy rozszczepieniu	energia wydzielona w procesach rozpadu po rozszczep.
$^{28}\text{Ni}^{61}$	$^{14}\text{Si}^{30,31}$	— 11 MeV	2 MeV
$^{50}\text{Sn}^{117}$	$^{25}\text{Mn}^{59,59}$	10 „	12 „
$^{68}\text{Er}^{167}$	$^{34}\text{Se}^{83,84}$	94 „	13 „
$^{82}\text{Pb}^{206}$	$^{41}\text{Nb}^{103,103}$	120 „	32 „
$^{92}\text{U}^{239}$	$^{49}\text{Pd}^{119,120}$	200 „	31 „

Całkowitą energię E_0 wyzwoloną przy rozpadzie β fragmentu możemy również obliczyć ze wzoru (18). Te energie podane są w tabeli II, zaczerpniętej również z cytowanej pracy Bohra i Wheelera, wraz z energią E_n wiązania neutronu w powstającym jądrze. W szeregu przypadków energia E_0 jest większa od energii E_n ; w związku

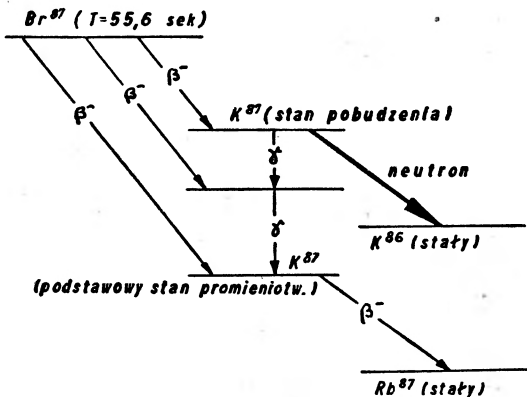
Tabela II.

rozpad beta		energia wyzwolona MeV	energia wiązania neutronu MeV
$^{40}\text{Zr}^{99}$	$^{41}\text{Nb}^{99}$	6,3	8,2
$^{41}\text{Nb}^{100}$	$^{42}\text{Mo}^{100}$	7,8	8,6
$^{46}\text{Pd}^{125}$	$^{47}\text{Ag}^{125}$	7,8	6,7
$^{47}\text{Ag}^{125}$	$^{48}\text{Cd}^{25}$	6,5	5,0
$^{49}\text{In}^{130}$	$^{50}\text{Sn}^{130}$	7,7	7,1
$^{52}\text{Te}^{140}$	$^{53}\text{I}^{140}$	5,0	3,5
$^{53}\text{I}^{140}$	$^{54}\text{Xe}^{140}$	7,4	5,9
jądra złożone			
	$^{92}\text{U}^{235}$		5,4
	$^{92}\text{U}^{236}$		6,4
	$^{92}\text{U}^{239}$		5,2
	$^{80}\text{Th}^{233}$		5,2
	$^{91}\text{Pa}^{232}$		6,4

z tym jądro powstałe przy emisji może okazać się pobudzone do poziomu o energii wystarczającej na „wyparowanie” neutronu wg. schematu



Przykład widzimy na rysunku 4.



Rys. 4

Według teorii rozpadu β podanej przez Fermi'ego prawdopodobieństwo emisji β jest proporcjonalne do 5-tej potęgi wyzwolonej energii.

Jeśli przy rozpadzie β powstaje jądro pobudzone do poziomu o energii E , a w zakresie energii wzbudzeń od E do $E+dE$ mamy $\rho(E)dE$ poziomów, to prawdopodobieństwo wzbudzenia powstającego jądra do tego poziomu jest $w(E)dE \sim \text{const.} (E_0 - E)^5 \cdot \rho(E)dE$. Największe prawdopodobieństwo odpowiadać będzie wzbudzeniu do energii E_m , określonej przez

$$\frac{dw(E)}{dE} = 0 \quad \text{lub} \quad \frac{d \ln w(E)}{dE} = 0.$$

Ale $\ln w(E) = 5 \ln(E_0 - E) + \ln \rho(E) + \text{const.}$,

skąd

$$\left(\frac{d \ln \rho(E)}{dE} \right)_{E_m} - \frac{5}{E_0 - E_m} = 0 \quad \text{lub}$$

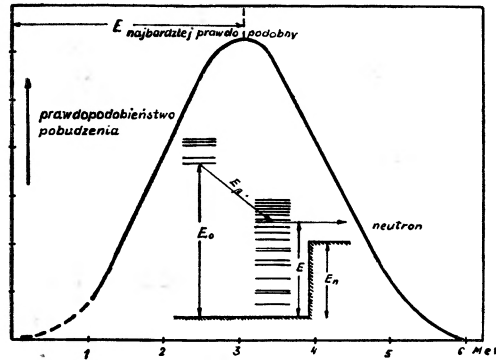
ERRATA

Na str. 101 w napisach na rysunku 4:

zamiast	K^{87}	powinno być	Kr^{87}
„	K^{86} (<i>stały</i>)	„	„ Kr^{86} (<i>trwały</i>)
„	Rb^{87} (<i>stały</i>)	„	„ Rb^{87} (<i>trwały</i>)

$$E_m = E_o - 5 \left/ \left(\frac{d \ln \rho(E)}{dE} \right) \right. E_n = E_o - 5 T \text{ (por. ust. 2).}$$

Według rozporządzalnych danych doświadczalnych energii pobudzenia E_m rzędu 4 MeV odpowiada temperatura $T=0,6$ MeV; mamy wówczas $E_o=7$ MeV. Stosunki te ilustruje krzywa na rys. 5.



Rys. 5

Rozważania powyższe tłumaczą, dlaczego przy pękaniu obserwujemy neutrony opóźnione (aż do 1 minuty i więcej). Jednakże najbardziej charakterystyczną cechą pękania jądra stanowi niemal równoczesne z pęknięciem wyrzucenie dwu do trzech neutronów. Jak wynika z naszych rozważań powstające jądra-fragmenty znajdują się w stanach wysoko pobudzonych; toteż istnieje duże prawdopodobieństwo „wyparowania” przez nie jednego lub nawet więcej neutronów. Czas, w którego ciągu to nastąpi, można ocenić na $\sim 10^{-15}$ sekundy, a więc jest to czas krótszy niż czas zahamowania fragmentu, który jest rzędu 10^{-12} – 10^{-11} sekundy.

III. Mechanizm pękania

§ 5. Odkształcenie jądra wskutek drgań

Jeżeli jądro wyobrażamy sobie jako kroplę, to posiada ona energię powierzchniową, pochodzącą z nienasycania się wzajemnego sił jądrowych cząstek znajdujących się na powierzchni kropli (cząstki te są słabiej związane, bo mają o połowę mniej sąsiadów, wskutek czego wydobycie nukleonu na powierzchnię jądra, czyli zwiększenie tej powierzchni, wymaga pracy), oraz energię coulombowską na skutek obecności protonów w jądrze. Jeżeli przez

dostarczenie w jakiś sposób energii kropla taka zostaje pobudzona do drgania, to przy odkształceniach związanych z tym drganiem zmienia się zarówno energia powierzchniowa jak i coulombowska, gdyż zarówno wielkość powierzchni jak i odległości między protonami ulegają zmianom. W stanie nieodkształconym energia powierzchniowa wynosi: $E_s^0 = 4\pi R^2 O = 4\pi r_0^2 O A^{2/3}$ (objętość jądra jest proporcjonalna do A), gdzie O jest napięciem powierzchniowym, $r_0 \cong 1,47 \cdot 10^{-13}$ cm, $4\pi r_0^2 O \cong 14$ MeV.

Energia coulombowska kropli o ładunku Ze i promieniu R jest dana przez

$$E_c^0 = \frac{3}{5} \frac{(Ze)^2}{R} = \frac{3e^2}{5r_0} \frac{Z^2}{A^{1/3}},$$

jeżeli przyjmiemy stałą gęstość przestrzenną protonów w jądrze.

Przy odkształceniach kropli E_s^0 zmienia się na $E_s = E_s^0 + \Delta E_s$, gdzie $\Delta E_s = O\Delta S$, a ΔS oznacza zwiększenie powierzchni przy odkształceniu. Energia coulombowska E_c^0 przejdzie przy odkształceniu w $E_c = E_c^0 + \Delta E_c$.

ΔE_c jest oczywiście zawsze ujemne, bo energia coulombowska maleje przy odkształceniu z postaci kulistej. Całkowita zmiana energii potencjalnej przy odkształceniu jądra dana więc będzie przez:

$$\Delta E_{pot} = \Delta E_s + \Delta E_c, \quad (19)$$

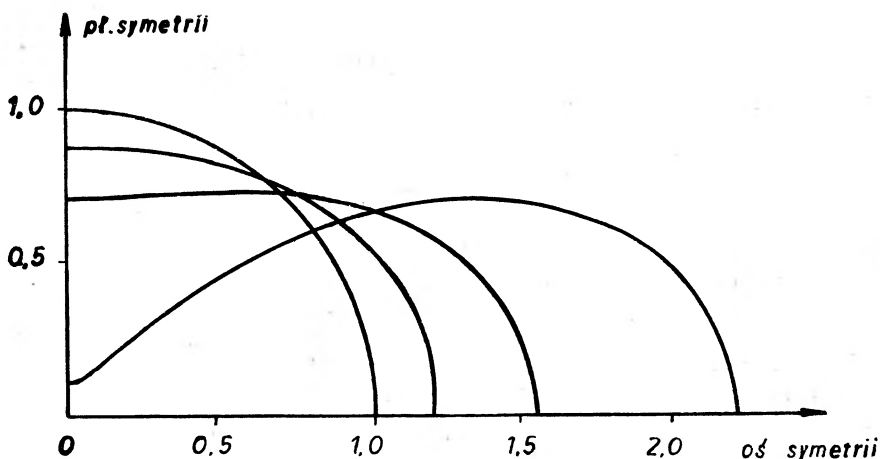
gdzie dwie wielkości po prawej stronie mają zawsze znaki przeciwnie.

Weźmy najpierw pod uwagę bardzo małe odkształcenie. Jądro będzie oczywiście tylko wtedy stabilne wobec odkształcenia, jeżeli energia potencjalna przy odkształceniu wzrasta, to znaczy gdy $\Delta E_s + \Delta E_c > 0$ (warunek minimum energii potencjalnej). W przeciwnym razie kropla będzie niestabilna i samorzutnie, bez żadnego zewnętrznego bodźca, ulegnie coraz dalszemu odkształceniu, a wreszcie rozerwaniu. Granica stabilności kropli jest więc dana przez: $\Delta E_s + \Delta E_c = 0$.

Żeby określić warunki stabilności kropli, rozważmy odkształcenie osiowo symetryczne

$$r(\vartheta) = R \left(1 + \sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_{\nu} P_{\nu}(\cos \vartheta) \right),$$

gdzie $P_\nu(x)$ jest wielomianem Legendre'a ν -tego stopnia, a R promieniem niezdeformowanego jądra. O α_ν zakładamy, że są małe. Człon $\alpha_1 P_1(\cos \vartheta)$ możemy opuścić, ponieważ daje on w pierwszym przybliżeniu jedynie przesunięcie środka kropli, które nas nie interesuje. ν parzyste są odpowiedzialne za odkształcenia symetryczne,



Rys. 6

ν zaś nieparzyste za odkształcenia niesymetryczne względem płaszczyzny $\vartheta = \frac{\pi}{2}$. Na rys. 6 widzimy schematycznie różne symetryczne odkształcenia. α_ν nie są od siebie niezależne ze względu na to, że objętość kropli V ma pozostawać niezmienną przy deformacji. Warunek ten daje:

$$\frac{4\pi}{3}R^3 = \frac{2\pi}{3} \int_{-1}^{+1} r^3 dx = \frac{2\pi R^3}{3} \int_{-1}^{+1} \left\{ 1 + \sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_\nu P_\nu(x) \right\}^3 dx \quad \text{czyli:}$$

$$\int_{-1}^{+1} \left\{ 1 + \sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_\nu P_\nu(x) \right\}^3 dx = 2$$

albo po zaniedbaniu wyrazów rzędu wyższego niż α_ν^2

$$\int_{-1}^{+1} \left\{ 1 + 3 \sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_\nu P_\nu(x) + 3 \left(\sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_\nu P_\nu(x) \right)^2 \right\} dx = 2.$$

Ze względu na ortogonalność wielomianów Legendre'a:

$$\int_{-1}^{+1} P_\nu(x)P_{\nu'}(x)dx=0 \text{ dla } \nu \neq \nu', \text{ oraz } \int_{-1}^{+1} [P_\nu(x)]^2 dx=2(2\nu+1)$$

wyrażenie powyższe daje:

$$2+3 \cdot 2 \alpha_0 + 3 \sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_\nu^2 \frac{2}{2\nu+1} = 2$$

i ostatecznie:

$$\alpha_0 = - \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\alpha_\nu^2}{2\nu+1}. \quad (20)$$

Wobec tego, że α_0 jest tego samego rzędu co α_ν^2 , możemy wszędzie pominać człony już z α_ν^2 .

Dla wyznaczenia ΔE_s obliczamy powierzchnię odkształconej kropki (powierzchnia ta jest obrotowa):

$$S = 2\pi \int r \sin \vartheta ds,$$

gdzie ds jest elementem łuku w płaszczyźnie symetrii. Ponieważ

$$ds = \sqrt{\left(\frac{dr}{d\vartheta}\right)^2 + r^2} d\vartheta,$$

więc:

$$S = 2\pi \int_0^\pi r \sqrt{\left(\frac{dr}{d\vartheta}\right)^2 + r^2} \sin \vartheta d\vartheta.$$

W pierwszym przybliżeniu dla małych odkształceń otrzymujemy:

$$\sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\vartheta}\right)^2} \sim r \left\{ 1 + \frac{1}{2r^2} \left(\frac{dr}{d\vartheta}\right)^2 \right\},$$

a więc:

$$S = 2\pi \int_0^\pi \left\{ r^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dr}{d\vartheta}\right)^2 \right\} \sin \vartheta d\vartheta = S' + S'',$$

gdzie:

$$S' = 2\pi \int_0^\pi r^2 \sin \vartheta d\vartheta = 2\pi \int_{-1}^{+1} r^2(x) dx = 2\pi R^2 \int_{-1}^{+1} \left\{ 1 + 2 \sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_\nu P_\nu(x) + \left(\sum_{\nu=0}^{\infty} \alpha_\nu P_\nu \right)^2 \right\} dx =$$

$$= 4\pi R^2 \left(1 + 2\alpha_0 + \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\alpha_\nu^2}{2\nu+1} \right) = 4\pi R^2 \{1 + \alpha_0\} \text{ ze względu na (20), oraz}$$

$$S'' = \pi \int_0^\pi \left(\frac{dr}{d\vartheta} \right)^2 \sin \vartheta d\vartheta = \pi \int_{-1}^{+1} \left(\frac{dr}{dx} \right)^2 (1-x^2) dx = \pi R^2 \int_{-1}^{+1} \left\{ \sum_{\nu=1}^{\infty} \alpha_\nu P_\nu' \right\}^2 (1-x^2) dx =$$

$$= \pi R^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \alpha_\nu \alpha_\mu \int_{-1}^{+1} P_\nu' P_\mu' (1-x^2) dx.$$

Ostatnie wyrażenie daje po uwzględnieniu własności wielomianów Legendre'a, a mianowicie równania różniczkowego na $P_\nu(x)$:

$$\nu(\nu+1)P_\nu(x) + \frac{d}{dx}[(1-x^2)P_\nu'(x)] = 0$$

i scałkowaniu przez części:

$$S'' = \pi R^2 \sum_{\nu} \sum_{\mu} \nu(\nu+1) \alpha_\nu \alpha_\mu \int_{-1}^{+1} P_\nu P_\mu dx = 2\pi R^2 \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\nu(\nu+1)}{2\nu+1} \alpha_\nu^2.$$

Mamy więc ostatecznie:

$$S = S' + S'' = 4\pi R^2 \left\{ 1 + \alpha_0 + \frac{1}{2} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\nu(\nu+1)}{2\nu+1} \alpha_\nu^2 \right\} =$$

$$= 4\pi R^2 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{\nu(\nu+1)-2}{2\nu+1} \alpha_\nu^2 \right\} = 4\pi R^2 \left\{ 1 + \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{(\nu-1)(\nu+2)}{2(2\nu+1)} \alpha_\nu^2 \right\}.$$

Jest więc:

$$\Delta S = 4\pi R^2 \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{(\nu-1)(\nu+2)}{2(2\nu+1)} \alpha_\nu^2.$$

Zmiana energii powierzchniowej dana jest zatem wzorem:

$$\Delta E_s = E_s^0 \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{(\nu-1)(\nu+2)}{2(2\nu+1)} \alpha_{\nu}^2.$$

Energia coulombowska jest dana przez wzór:

$$E_c = \frac{\rho}{2} \int_V \varphi(P) d\tau_P,$$

gdzie ρ jest gęstością ładunków, $\varphi(P)$ — potencjałem w punkcie P , $d\tau_P$ zaś oznacza element objętości.

Dla nadania prostszej postaci wyrażeniu na energię coulombowską rozważmy dwie krople podobnie odkształcone, różniące się cienką warstewką. Wszystkie wymiary liniowe drugiej kropli są zwiększone w stosunku $(1+\varepsilon)$. Zakładamy nadto, że gęstość ładunku obu kropli jest ta sama i że $\varepsilon \ll 1$. Wobec tego:

$$r'(\vartheta) = r(\vartheta)(1+\varepsilon).$$

Objętość nowej kropli $V' = V(1+3\varepsilon)$, energia elektrostatyczna dana jest natomiast wzorem

$$E_c' = E_c(1+5\varepsilon), \quad \text{gdź} \quad \frac{V^2(1+3\varepsilon)^2}{R(1+\varepsilon)} = \frac{V^2}{R}(1+5\varepsilon).$$

Przyrost energii elektrostatycznej jest równy:

$$E_c' - E_c = 5\varepsilon E_c.$$

Przyrost ten jest taki sam, jak po dodaniu warstwy do pierwotnej kropli, wskutek czego energia elektrostatyczna zwiększa się o $\int \varphi_s \omega df$, gdzie ω jest gęstością powierzchniową ładunku, φ_s potencjałem na powierzchni, df różniczką powierzchni. Jeżeli oznaczymy przez γ kąt między normalną do powierzchni kropli a kierunkiem promienia wodzącego r , to

$$\omega = \rho r \varepsilon \cos \gamma, \quad df = \frac{r^2 \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}{\cos \gamma}.$$

Mamy przeto:

$$5E_c = \rho \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \varphi_s r^3(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = 2\pi\rho \int_{-1}^{+1} \varphi_s(x) r^3(x) dx,$$

czyli:

$$E_c = \frac{2\pi}{5} \cdot \frac{Ze}{V} \int_{-1}^{+1} \varphi_s(x) r^3(x) dx.$$

Obliczenie potencjału na powierzchni kropli zdeformowanej wymaga nieco rachunków. Podajemy tylko wynik dla małych α_ν , których potęgi wyższe od drugiej możemy zaniedbać (rachunek numeryczny Eniakiem dla wielkich deformacji zrobili Frankel i Metropolis (6)):

$$E_c = \frac{3(Ze)^2}{5r_0 A^{1/3}} \left\{ 1 - 5 \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{\nu-1}{(2\nu+1)^2} \alpha_\nu^2 \right\},$$

a więc:

$$\Delta E_c = -E_c^0 \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{5(\nu-1)}{(2\nu+1)^2} \alpha_\nu^2.$$

Otrzymujemy więc:

$$\begin{aligned} \Delta E_s + \Delta E_c &= E_s^0 \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{(\nu-1)(\nu+2)}{2(2\nu+1)} \alpha_\nu^2 - E_c^0 \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{5(\nu-1)}{(2\nu+1)} \alpha_\nu^2 = \\ (21) \quad &= E_s^0 \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{\nu-1}{2\nu+1} \left\{ \frac{\nu+2}{2} - \frac{5}{2\nu+1} \frac{E_c^0}{E_s^0} \right\} \alpha_\nu^2. \end{aligned}$$

Stabilność jądra wymaga zatem w myśl (19), aby dla wszystkich $\nu \geq 2$ było

$$\frac{\nu+2}{2} > \frac{5}{2\nu+1} \frac{E_c^0}{E_s^0},$$

czyli

$$\frac{E_c^0}{2E_s^0} < \frac{(\nu+2)(2\nu+1)}{20} \leq 1.$$

Wprowadzając więc oznaczenie:

$$x = \frac{E_c^0}{2 E_s^0} = \frac{3e^2}{10 \cdot 4\pi r_0^2 O} \cdot \frac{Z^2}{A} \sim 0,0209 \frac{Z^2}{A}$$

mamy jako warunek stabilności jądra: $x < 1$.

Stała wartość

$$\frac{10 \cdot 4\pi r_0^3 O}{3e^2} = \left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{graniczne}} \quad (22)$$

określa granicę dla $\frac{Z^2}{A}$, powyżej której jądro nie może istnieć ze względu na niestabilność. Dla jądra stabilnego musi więc być $\frac{Z^2}{A} < \left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{graniczne}}$. Granica (22) po wstawieniu za r_0 , O i e wartości liczbowych przyjmuje wartość

$$\left(\frac{Z^2}{A}\right)_{\text{graniczne}} \cong 47,8.$$

Wartość ta jest przybliżona, a wyniki są bardzo czułe na jej zmiany.

Dla jąder stabilnych wobec małych odkształceń może zajść sytuacja, że będą one niestabilne wobec odkształceń dużych, dla których długodystansowe odpychanie coulombowskie może wziąć górę nad krótkozasięgowym przyciąganiem sił jądrowych. Jeśli energia potencjalna dla pewnego skończonego odkształcenia posiadać będzie ekstremum (maximum lub punkt sił dłowy), to jądro po otrzymaniu dostatecznej energii może dojść do odkształcenia krytycznego i po dojściu do niego ulegnie podziałowi. Odkształcenie krytyczne będzie stanem nietrwałej równowagi kropli.

§ 6. Obliczenie energii potencjalnej E_f dla odkształcenia krytycznego

Energia potencjalna E_f odkształcenia krytycznego prowadzącego do rozerwania kropli jądrowej będzie oczywiście zależała od x , parametru, który jest miarą stabilności jądra ze względu na pękanie. Dla $x=1$ będzie oczywiście $E_f=0$.

Z rozważań wymiarowych możemy wnioskować, że:

$$E_f = E_s^0 f(x), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Dla wyznaczenia funkcji $f(x)$ należy znać E_c i E_s jako funkcje parametrów α_v , charakteryzujących odkształcenie z uwzględnieniem wyższych potęg tych parametrów, w przeciwieństwie do podobnych rozważań, w których uwzględniliśmy tylko człony kwadratowe względem α_v . Rachunek ten został przeprowadzony przez Frankla i Metropolis'a (6) za pomocą Eniaku. Tu przedstawimy tylko rozumowanie Bohra i Wheelera, które pozwala określić $f(0)$, $f'(0)$ oraz zachowanie się $f(x)$ w otoczeniu punktu $x=1$. Z tych danych można już drogą interpolacji ocenić przebieg $f(x)$ dla innych wartości x . Dla jąder, na których dotychczas obserwowano pękanie, np. U^{239} i U^{236} , x jest zawarte w granicach od 0,72 do 0,76, a więc jest już dość bliskie 1.

1) Obliczenie $f(0)$. Dla $x=0$ mamy $Z=0$, a więc $E_c=0$. Łatwo widzieć, że w tym przypadku odkształcenie krytyczne będzie osiągnięte, gdy kropla podzieli się na dwie krople równej objętości, gdyż osiągnięty zostanie wówczas stan nietrwałej równowagi. Uwzględniając, że promień każdej z dwu krolep po podziale jest równy $\frac{R}{2^{1/3}}$, otrzymujemy na pracę potrzebną do deformacji wyrażenie:

$$(23) \quad E_f = E_s - E_s^0 = \left[2 \cdot 4\pi \left(\frac{R}{2^{1/3}} \right)^2 - 4\pi R^2 \right] \sigma = E_s^0 \left\{ \frac{2}{2^{2/3}} - 1 \right\} = 0,260 E_s^0.$$

Mamy więc:

$$f(0) = \frac{E_f}{E_s^0} = 2^{2/3} - 1 = 0,260.$$

2) Obliczenie $f'(0)$. Dla bardzo małych Z otrzymamy stan nietrwałej równowagi, jeśli kropla przyjmie kształt dwu kul o równej objętości połączonych wąską szyjką o promieniu r_n . W stanie równowagi nietrwałej siła coulombowska między sąsiadującymi krolami

$$F_c = \left(\frac{Ze}{2} \right)^2 / \left(\frac{2R}{2^{1/3}} \right)^2$$

równoważy siłę pochodzącą od napięcia powierzchniowego w szyjce

$$F_s = 2\pi r_n O.$$

Przy obliczeniu pracy potrzebnej do wykonania tej krytycznej deformacji

$$E_f = \Delta E_s + \Delta E_c \quad (24)$$

możemy zaniedbać wpływ szyjki o promieniu r_n łączącej krople. Wówczas ΔE_s ma obliczoną w (23) wartość, na energię zaś coulombowską 2 stykających się kul naładowanych o promieniach $2^{-1/3} R$ i naboju $\frac{Ze}{2}$ dla każdej kuli otrzymujemy:

$$E_c = 2 \cdot \frac{3}{5} \left(\frac{Ze}{2}\right)^2 \frac{2^{1/3}}{R} + \left(\frac{Ze}{2}\right)^2 \cdot \frac{2^{1/3}}{2R} = \frac{17 \cdot 2^{1/3}}{3 \cdot 8} E_c^0,$$

czyli

$$\Delta E_c = E_c - E_c^0 = -0,107 E_c^0.$$

Jest więc w myśl (23):

$$E_f = \Delta E_s + \Delta E_c = 0,260 E_s^0 - 0,107 E_c^0.$$

W myśl definicji x otrzymujemy stąd

$$f(x) = \frac{E_f}{E_s^0} = 0,260 - 0,215 x$$

dla bardzo małych x . Jest więc

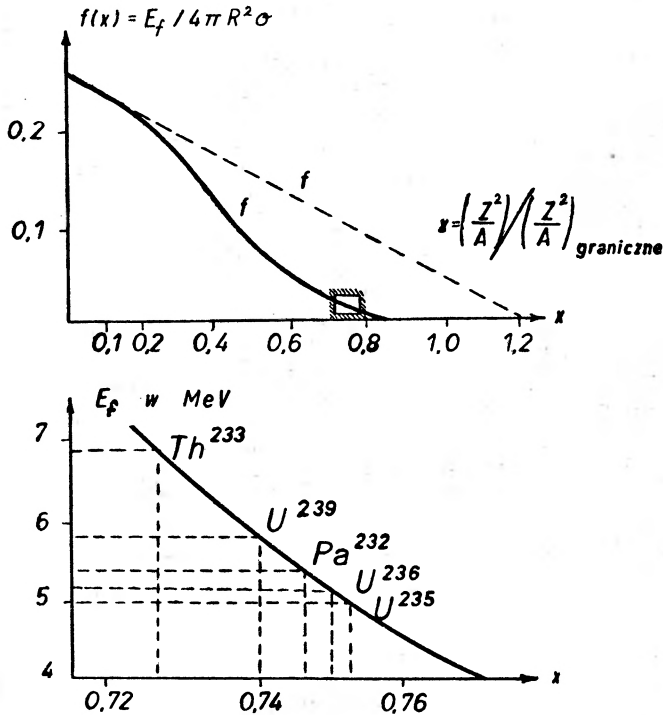
$$f(0) = -0,215.$$

3) Dla obliczenia zachowania się funkcji $f(x)$ w otoczeniu $x=1$ zauważmy, że dla x bliskich jedności odkształcenie będzie krytycznym już wówczas, kiedy liczby α_ν charakteryzujące odkształcenie są jeszcze dużo mniejsze od 1. Przyjmując ponadto, że α_ν maleją ze wzrastającym ν , będziemy mogli pominąć w rozwinięciu ΔE_{pot} według potęg α_ν człony o potęgach wyższych niż α_2^4 , α_3^3 , α_4^2 . Zakładając prócz tego odkształcenia symetryczne, tj. kładąc $\alpha_3=0$, otrzymamy E_f jako funkcję tylko α_2 i α_4 . Funkcja ta będzie po-

siadać punkt siodłowy, dla którego po nieco dłuższych rachunkach otrzymujemy

$$f(x) = \frac{E_f}{E_s^0} = \frac{98}{135} (1-x)^3 - \frac{11368}{34425} (1-x)^4 + \dots$$

Otrzymany stąd drogą interpolacji obraz funkcji $f(x)$ dla wartości x między 0 i 1 przedstawiony jest na rysunku 7.



Rys. 7

Otrzymane z $f(x)$ wartości

$$E_j = E_s^0 f(x)$$

są jednak wysoce czułe na bardzo małe zmiany $f(x)$, ponieważ

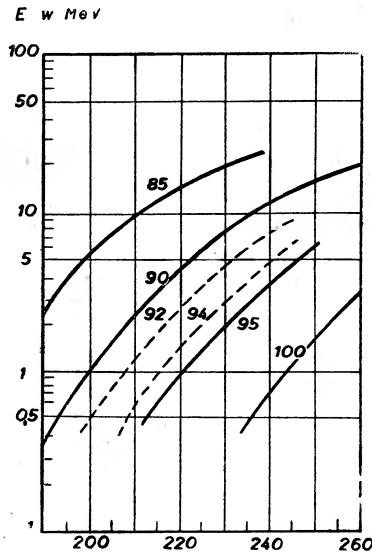
$$E_s^0 \propto A^{2/3} \approx 14 \text{ MeV}$$

posiada dla jąder ciężkich wartości przekraczające 500 MeV (np.

dla U^{239} , $E_s^0 = 538$ MeV). Wyliczone przez Frankla i Metropolisa wartości $f(x)$ dla kilku x podajemy w tabliczce poniżej:

x	$f(x)$
0,9	0,0007
0,81	0,0050
0,77	0,009
0,74	0,0136
0,65	0,0400

Na rys. 8 mamy podane według tych autorów wartości E_f w zależności od Z i A .



Rys. 8

§ 7. Energia zerowa drgań deformacyjnych

Klasyczne częstości drgań deformacyjnych możemy wyznaczyć z równań Lagrange'a. Musimy w tym celu obliczyć energię kinetyczną przy ruchu deformacyjnym. Przy założeniu ruchu niewirowego rachunek dla kropeł nienaładowanych został już przeprowadzony przez Rayleigha (11). Energia kinetyczna drgania wynosi:

$$E_{kin} = 2\pi\rho R^5 \sum_{\nu=2}^{\infty} \frac{1}{\nu(2\nu+1)} \alpha_{\nu}^2,$$

gdzie ρ jest gęstością kropli. Na podstawie równań Lagrange'a

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial E_{kin}}{\partial \alpha_{\nu}} + \frac{\partial E_{pot}}{\partial \alpha_{\nu}} = 0$$

otrzymujemy wstawiając za E_{pot} wyrażenie (21):

$$\ddot{\alpha}_{\nu} + \frac{2E_s^0}{4\pi\rho R^5} \nu(\nu-1) \left(\frac{\nu+2}{2} - \frac{10}{2\nu+1} x \right) \alpha_{\nu} = 0.$$

Częstość cykliczna ν - tego drgania własnego wynosi więc:

$$\omega_{\nu} = \sqrt{\frac{2E_s^0}{4\pi\rho R^5} \nu(\nu-1) \left(\frac{\nu+2}{2} - \frac{10}{2\nu+1} x \right)}.$$

Ze względu na to, że w naszym przypadku

$$4\pi\rho R = 3M_p r_0^2 A^5/3, \text{ zaś}$$

$$2E_s^0 = 8\pi r_0^2 O A^2/3,$$

gdzie M_p jest masą nukleonu, otrzymujemy

$$\omega_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{A}} \sqrt{\frac{4\pi r_0^2 O}{3M_p r_0^2}} \sqrt{2(\nu-1)\nu \left(\frac{\nu+2}{2} - \frac{10}{2\nu+1} x \right)}.$$

Według mechaniki kwantowej drgania te są skwantowane i dla ν - tego drgania poziomy energetyczne są dane przez

$$E_{\nu n} = \left(n_{\nu} + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_{\nu}.$$

Energia zerowa ν -tego drgania jest więc:

$$(25) \quad E_{\nu_0} = \frac{1}{2} \hbar \omega_{\nu} = \frac{\hbar}{\sqrt{A}} \sqrt{\frac{4\pi r_0^2 O}{3M_p r_0^2}} \sqrt{\frac{\nu(\nu-1)}{2} \left(\frac{\nu+2}{2} - \frac{10}{2\nu+1} x \right)};$$

dla drgania $\nu=2$ otrzymujemy jako energię zerową:

$$E_{20} = \frac{1}{\sqrt{A}} \sqrt{\frac{4\pi r_0^2 O \hbar^2}{3M_p r_0^2}} \sqrt{2(1-x)},$$

przy czym:

$$\sqrt{\frac{4\pi r_0^2 O \hbar^2}{3M_p r_0^2}} = 9,25 \text{ MeV.}$$

Dla $x \sim 0,75$ i $A \sim 240$

$$E_0 = \frac{1}{\sqrt{240}} \cdot 9,25 \cdot 0,71 \text{ MeV} \sim 0,42 \text{ MeV.}$$

Całkowita energia zerowa wszystkich drgań jest jednak nieskończona, ponieważ energie zerowe drgań jak widać z (25) rosną z ν .

Niektórzy autorzy (Frankel) odejmują wprost E_0 od E_f dla otrzymania progów dla pęknięcia. Nie wydaje się to uzasadnione. Najwyżej E_0 daje pewną nieostrość w określeniu progów na pęknięcie.

§ 8. Nieodwracalność procesu pęknięcia

Prosta $f^*(x) = 0,260 - 0,215x$ określa w jednostkach E_s^0 energię potencjalną dwóch kropli, każda o połowie objętości kropli pierwotnej, stykających się ze sobą. Energia ta przekracza dla jąder ciężkich energię niestabilnej równowagi E_f o wartość: $E_s^0 \{f^*(x) - f(x)\} \sim 0,05 \cdot 540 \sim 27 \text{ MeV}$ (dla uranu 239 mamy $E_s^0 \sim 538 \text{ MeV}$). W tym położeniu stykających się kropli energia potencjalna jest więc znacznie większa od energii krytycznej.

Jeśli zatem 2 fragmenty pęknięcia mają zderzając się ze sobą energię kinetyczną taką, jaka się uwalnia przy pęknięciu, energia ta nie jest wystarczająca, aby jądra się zetknęły formując nowe ciężkie jądro. Nie ma tu jednak paradoksu, jeśli zważymy, że pęknięcie następuje w momencie, kiedy energia potencjalna (energia elektrostatyczna + powierzchniowa) jest znacznie niższa aniżeli energia dwóch stykających się kropli kulistych. Rozerwanie nastąpi, gdy energia elektrostatyczna już będzie znacznie mniejsza od energii dwu kropli w zetknięciu. Wówczas energia powierzchniowa będzie jednak nieco większa aniżeli energia dwóch kulek w kontakcie. Wobec tego jądra powstałe po pęknięciu będą posiadały znaczną energię wewnętrzną, a więc będą pobudzone. Dla od-

wrócenia procesu pęknięcia zderzające się ze sobą fragmenty musiałyby być odpowiednio pobudzone i zorientowane.

§ 9. Efekt tunelowy G a m o w a

Innym efektem specyficznym kwantowym, który należy uwzględnić przy procesie pęknięcia, jest możliwość przeniknięcia jądra przez barierę potencjalną, której wysokość jest określona przez energię E_f , a szerokość jest równa w przybliżeniu $1,3 \cdot 10^{-12}$ cm, jeśli jądro znajduje się w stanie o energii $E < E_f$, np. w stanie podstawowym.

Prawdopodobieństwo przeniknięcia przez barierę w jednostce czasu, czyli Γ_f/\hbar , dla jądra znajdującego się w stanie podstawowym będzie w myśl znanego wzoru G a m o w a

$$\Gamma_f = 5 \frac{t \omega_f}{2\pi} e^{-\frac{2}{\hbar} \int_{P_1}^{P_2} \left\{ \sqrt{2(V-E) \sum m_i \left(\frac{dx_i}{d\alpha} \right)^2} \right\} d\alpha}.$$

Czynnik $5 = 2\nu + 1$ ($\nu = 2$) pochodzi od tego, że ν -te drganie własne jest $(2\nu + 1)$ razy zdegenerowane. α jest parametrem dowolnym, określającym tor $x_i(\alpha)$ po linii największego spadku od P_1 do siodła i dalej do P_2 .

Na drodze bardzo przybliżonego oszacowania B o h r i W h e e l e r (4) znaleźli dla U^{239} w stanie podstawowym

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \sim 10^{22} \text{ lat},$$

Frankel i Metropolis (6) zaś $\tau \sim 10^{26}$ lat.

Czas życia jest niezmiernie czuły na wysokość i szerokość bariery. Wysokość bariery zależy znowu w bardzo silnym stopniu od parametru $x = \frac{Z^2}{A} / \left(\frac{Z^2}{A} \right)_{\text{graniczne}}$

Tak np. Frankel i Metropolis znajdują dla:

$$x = 0,74, \quad f(x) = 0,0137, \quad E_f = 7,3 \text{ MeV}, \quad \tau \sim 10^{26} \text{ lat}$$

$$x = 0,75, \quad f(x) = 0,0120, \quad E_f = 6,4 \text{ MeV}, \quad \tau \sim 10^{17} \text{ lat}.$$

Pierwszą wartość x możemy przyjąć dla U^{238} a drugą dla U^{235} . Liczby te można jednak w najlepszym przypadku traktować tylko

jako orientacyjne; Γ_f będzie oczywiście silnie wzrastało z energią pobudzenia jądra.

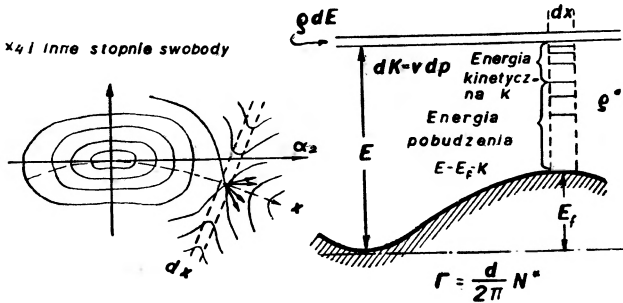
IV. Obliczenie przekroju czynnego na pęknięcie wywołane neutronami

§ 10. Ocena wartości Γ_f dla energii E jądra znacznie przekraczających E_f

Rozważmy zespół mikrokanoniczny jąder o energiach pobudzenia między E i $E + dE$. Liczba jąder w tym przedziale energii niech będzie równa $\rho(E)dE$, gdzie $\rho(E)$ jest gęstością poziomów energii na jej przedział jednostkowy. Wówczas:

$$\rho(E)dE \frac{\Gamma_f}{\hbar} \tag{26}$$

będzie liczbą jąder pękających w jednostce czasu. Energia pobudzenia E może zostać utracona na różne sposoby, jak wysyłanie promieniowania γ , neutronu, wreszcie pęknięcie.



Rys. 9

Dla oznaczenia prawdopodobieństwa pęknięcia wprowadzamy pojęcie stanów przejściowych (transition states). Stany przejściowe definiujemy jako stany, w których układ w przestrzeni konfiguracyjnej α_v znajduje się w obszarze siodła na torze o największym spadku; liczbę tych stanów podajemy na jednostkę długości (rys. 9) w kierunku tego toru.*) Wówczas liczba jąder pękających w jednostce

*) Oznaczmy przez p pęd w kierunku rozpatrywanego toru w przestrzeni konfiguracyjnej α_v . Na przedział jednostkowy długości toru l i na przedział dp pędu przypada element $dp \cdot l = dp$ przestrzeni fazowej, zawierający dp/h elementarnych komórek fazowych. Ponieważ na każdą komórkę fazową przypada jeden stan przejściowy, liczba tych stanów na przedział dp wyniesie dp/h .

czasu, określona przez wzór (26), będzie równa tej liczbie jąder w stanach przejściowych, które w jednostce czasu przechodzą przez barierę energii. W stanach przejściowych energia składa się z energii oscylacyjnej E_{osc} w kierunkach prostopadłych do linii największego spadku, energii translacyjnej K w kierunku największego spadku i energii potencjalnej E_f , czyli

$$(27) \quad E = E_{osc} + K + E_f.$$

Jeśli gęstość poziomów oscylacyjnych oznaczymy przez $\rho^*(E_{osc})$, to liczba tych poziomów w przedziale dE będzie ρ^*dE .

Pamiętając, że liczba stanów translacyjnych na jednostkę długości wynosi $\frac{dp}{h}$, otrzymamy na liczbę stanów przejściowych o energii w przedziale p i $p+dp$ w przedziale energii całkowitej dE i na jednostkę długości:

$$(28) \quad \frac{dp}{h} \rho^*(E_{osc}) dE,$$

W myśl (27) możemy (28) napisać w postaci:

$$\frac{dp}{h} \rho^*(E - E_f - K) dE$$

Liczba stanów o energii kinetycznej między K i $K+dK$ i energii całkowitej między E i $E+dE$ będzie na jednostkę długości

$$\frac{1}{h} \frac{dp}{dK} \rho^*(E - E_f - K) dE dK.$$

Jest to równocześnie w myśl definicji naszego zespołu mikrokanonicznego liczba na jednostkę długości jąder znajdujących się w stanach przejściowych i posiadających energię kinetyczną w przedziale dK . Liczbę jąder o energiach leżących w tym przedziale i przechodzących przez barierę energii w jednostce czasu otrzymamy mnożąc powyższą liczbę stanów przez prędkość $v = \frac{dK}{dp}$.

Otrzymujemy w ten sposób na liczbę jąder o energii kinetycznej między K i $K+dK$ przechodzących przez barierę w jednostce czasu wyrażenie

$$\frac{1}{h} dK \rho^*(E - E_f - K) dE.$$

Ponieważ K może się zmieniać w granicach od 0 do $(E - E_f)$ widzimy, że liczba jąder przechodzących przez barierę w jednostce czasu będzie

$$\frac{dE}{h} \int_0^{E-E_f} \rho^*(E - E_f - K) dK. \quad (29)$$

Całka w wyrażeniu tym daje liczbę poziomów oscylacyjnych w przedziale między E_f i E .

Oznaczając tę liczbę przez N^* mamy:

$$N^* = \int_0^{E-E_f} \rho^*(E - E_f - K) dK, \quad (30)$$

a zatem wzór (29) możemy napisać w postaci:

$$\frac{N^*}{h} dE.$$

Jest to więc w myśl tego co powiedzieliśmy na początku liczba jąder pękających w jednostce czasu określona przez wzór (26).

Porównując wzór (26) z wzorem (30) mamy

$$\rho(E) \frac{\Gamma_f}{h} = \frac{N^*}{h},$$

czyli ze względu na $\rho(E) = \frac{1}{d}$:

$$\Gamma_f = \frac{d}{2\pi} N^* \quad (\text{analogia ze wzorem (16) na } \Gamma_k). \quad (31)$$

Należy tu zwrócić uwagę na to, że d jest odstępem poziomów jądra złożonego, a N^* liczbą poziomów w stanie przejściowym, dostępnych przy danym wzbudzeniu, a pochodzących od pobudzenia wszystkich innych stopni swobody poza tym, który prowadzi do pęknięcia. Wzór ten stosuje się dla $N^* \gg 1$, tzn. gdy:

$$\Gamma_f \geq d,$$

gdy więc szerokość poziomów ze względu na pęknięcie jest większa albo porównywalna z odstępem poziomów. Jeżeli natomiast wzbudzenie jądra złożonego przewyższy nieznacznie tylko próg pęknięcia,

to wystąpią specyficzne kwantowe warunki, które dla $E < E_f$ przechodzą w efekt tunelowy.

$\Gamma_f(E)$ wzrasta wkrótce po przekroczeniu progu prawie wykładniczo. Dla oceny wartości przekroju czynnego na pękanie wywołane neutronami musimy jeszcze obliczyć Γ_n i Γ_r , które dopiero razem w myśl (10) (dla szybkich neutronów), względnie (16) (dla obszaru wyraźnie rozdzielonych poziomów jądra złożonego) pozwalają obliczyć σ_f .

Rozważymy oddzielnie pękanie wywołane 1) powolnymi neutronami, 2) szybkimi neutronami.

Według danych z 1939 r. dla neutronów termicznych padających na U^{235} :

$$\sigma_f \sim 3,5 \cdot 10^{-22} \text{ cm}^2.$$

Jeśli przekrój ten przypisujemy izolowanemu poziomowi, to wówczas możemy zastosować wzór Breita - Wignera:

$$\sigma_f = \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{2J+1}{(2s+1)(2i+1)} \cdot \frac{\Gamma_n \Gamma_f}{E_0^2 + \Gamma^2/4}.$$

Możliwe jest jednak, że znajdujemy się w obszarze zachodzących na siebie poziomów, gdzie stosujemy również wzór:

$$\sigma_f = \frac{\lambda^2}{4\pi} \left(\frac{2\pi}{d} \right) \frac{\Gamma_n \Gamma_f}{\Gamma}$$

ponieważ chodzi nam tylko o rząd wielkości, opuszczamy wynik $(2y+1)/(1s+1)(2i+1)$.

Ponieważ w tym przypadku będzie:

$$\Gamma_f \sim \Gamma,$$

więc otrzymamy:

$$\sigma_f = \frac{\lambda^2}{2d} \Gamma_n.$$

Wstawiając dla termicznych neutronów

$$\frac{\lambda^2}{2} = 72 \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2,$$

$$\Gamma_n \sim 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$$

(wyliczone według prawa $\Gamma_n \sim v$ z wartości dla neutronów o energii 7,5 eV), otrzymamy:

$$d \sim 30 \text{ eV}.$$

Jeżeli poziomy zachodzą na siebie, to Γ_f jest równe w przybliżeniu co najmniej 15 eV.

Rozważmy teraz pękanie wywołane szybkimi neutronami. W tym przypadku możemy w Γ zaniedbać Γ_r i ze względu na $\lambda/2\pi \ll R (=9 \cdot 10^{-13})$ cm stosować wzór (10):

$$\sigma_f = \pi R^2 \frac{\Gamma_f}{\Gamma_n + \Gamma_f} \sim 2,4 \cdot 10^{-24} \frac{\Gamma_f}{\Gamma_n + \Gamma_f}.$$

Wygodnie jest wyrazić to przez stosunek Γ do odstępów poziomów:

$$\sigma_f = 2,4 \cdot 10^{-24} \frac{\Gamma_f/d}{\Gamma_f/d + \Gamma_n/d}. \quad (32)$$

W myśl wzoru (31) mamy:

$$\Gamma_f/d = \frac{N^*}{2\pi} \quad (33)$$

oraz w myśl wzoru (16):

$$\Gamma_n/d = \frac{A^{1/2}}{2\pi K'} \sum_m K_m.$$

Dla $(E - E_f) \sim 1$ MeV możemy kłaść $N^* \sim 10 - 20$ (ta sama gęstość, co w stanie podstawowym), dalszy wzrost będzie bardzo ostry ze względu na zagęszczenie poziomów w stanach przejściowych.

Dla oceny wartości Γ_n/d przyjmiemy

$$\sum_m K_m = \frac{K}{2} M,$$

gdzie K jest energią kinetyczną padającego neutronu, a M jest liczbą dostępnych poziomów w pozostałym po emisji neutronu jądrze. Liczba tych poziomów przy odstępach 0,04–0,1 MeV będzie więc w tym przedziale K :

$$M = 10K - 20K,$$

a więc

$$\sum_m K_m \sim 5K^2 - 10K^2$$

i wreszcie

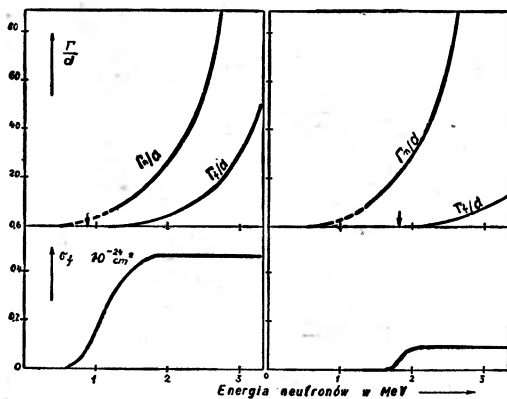
$$\Gamma_n/d \sim 3K^2 - 6K^2 \quad (K' = 9,3 \text{ MeV}, A \sim 240). \quad (34)$$

Stąd:

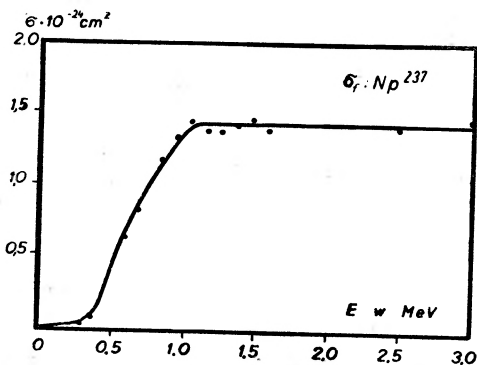
$$\sigma_f = 2,4 \cdot 10^{-24} \frac{\frac{N^*}{2\pi}}{\frac{N^*}{2\pi} + 5K^2} \text{ cm}^2$$

lub

$$\sigma_f = 2,4 \cdot 10^{-24} \frac{1}{1 + 10\pi \frac{K^2}{N^*}} \text{ cm}^2.$$



Rys. 10



Rys. 11

Dla rosnącego K mamy zatem $\sigma_f \rightarrow 2,4 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, gdyż N^* rośnie o wiele szybciej niż K_2

Otrzymane na podstawie (32), (33) i (35) przekroje są przedstawione na rys. 10.

Krzywe lewe na tym rysunku wykreślone są dla U^{235} ; krzywe prawe dla Th^{233} ; mają one taki sam charakter, inna jest tylko

krytyczna energia neutronu potrzebna dla wywołania pęknięcia jąder; wobec tego krzywe dla różnych jąder są przesunięte jedne względem drugich. Rys. 11 przedstawia σ_f dla neptunu na podstawie danych późniejszych (8). Prace doświadczalne z r. 1939 prowadzą do wniosku, że dla energii neutronów od 2 do 3 MeV przekrój czynny U^{239} na pękanie nie ulega dostrzegalnym zmianom i wynosi $0,5 \cdot 10^{-24}$ cm². Dla tego rzędu energii neutronów przekrój czynny jąder nie może przekraczać πR^2 , a więc dla uranu naturalnego można zaniedbać wpływ izotopu U^{235} , który stanowi $1/140$ uranu, i cały zmierzony przekrój czynny σ_f możemy wobec tego przypisać atomowi U^{239} . Dla energii neutronów 0,6 MeV znaleziono $\sigma_f = 0,003 \cdot 10^{-24}$ cm², dla 1 MeV — $0,012 \cdot 10^{-24}$ cm². Te dane prowadzą do wniosku, że dla U^{239} krytyczna energia neutronów dla wywołania pęknięcia jest $\sim 0,8$ MeV. Ponieważ dla U^{239} mamy $E_n = 5,2$ MeV, znajdujemy więc $E_f = 6,0$ MeV. Dane doświadczalne dla toru 233 dają energię krytyczną neutronu równą $\sim 1,8$ MeV. Ponieważ i dla toru $E_n = 5,2$ MeV, znajdujemy w tym przypadku $E_f = 7$ MeV. Te dane pozwalają znaleźć E_f dla innych ciężkich jąder (por. rys. 7).

V. Zakończenie

§. 11. Ocena kropłowego modelu rozszczepiania jądra

Przytoczone wyżej rozważania zestawione z danymi znalezionymi doświadczalnie prowadzą do wniosku, że kropłowy model jądra w ujęciu Bohra - Wheelera pozwala w zasadniczych zarysach prawidłowo i zgodnie z doświadczeniem opisać przebieg procesu pęknięcia jądra ciężkiego. Z modelu tego nietylko wynika możliwość pęknięcia jąder, ale pozwala on również ocenić krytyczne wartości E_f energii pęknięcia oraz przewidzieć zależność przekroju czynnego na pękanie od energii neutronów. Oczywiście, przy obecnym stanie teorii jądra atomowego nie należy spodziewać się, by model taki pozwolił dokładnie obliczyć wszystkie potrzebne dane, jak np. gęstość poziomów energetycznych w jądrze lub też wartości energii stanów wzbudzonych jądra — tu musimy odwoływać się do danych doświadczalnych. Należy jednak podkreślić, że model Bohra - Wheelera nie pozwala wyjaśnić pewnej ważnej cechy procesu pęknięcia, a mianowicie tego, że jądra - fragmenty różnią się wydatnie masami. Rozważanie

Bohra-Wheeler a prowadzi do wniosku, że najbardziej prawdopodobne jest pęknięcie jądra na dwa fragmenty o jednakowych masach; tymczasem dane doświadczalne bardzo wyraźnie świadczą o tym, że najczęściej masy fragmentów nie są jednakowe. Ten brak symetrii trudno zrozumieć na podstawie modelu kropłowego, jak o tym świadczą dokładnie wspomniane już poprzednio obliczenia Frankla i Metropolis'a. Model ten nie obejmuje bezpośrednio również stwierdzonego doświadczalnie pęknięcia jądra uranu na trzy fragmenty (T sien San-Tsieng, Chastel, Ho Zah-Wei i Vigner on (12, 13)). Ponieważ jednak trzeci fragment ma masę porównywalną z cząstką α , chodzi tu być może o „wyparowanie” cząstki α przez jeden z fragmentów, znajdujący się w stanie wysoko pobudzonym. Tak więc z punktu widzenia teorii wyjaśnienie wszystkich szczegółów procesu pęknięcia jądra wymagać jeszcze będzie prawdopodobnie udoskonalenia modelu Bohra-Wheeler'a. W braku dokładniejszych danych doświadczalnych trudno powiedzieć, w jakim kierunku pójdzie to udoskonalenie.

Kraków, maj 1948 r.

Zakład Mechaniki Teoretycznej
Uniwersytetu Jagiellońskiego

Literatura

1. M. AGENO, E. AMALDI, D. BOCCIARELLI, B. N. CACCIAPUOTI and S. C. TRABACCHI, *Phys. Rev.* **60**, 67 (1941).
2. H. BETHE, *Rev. Mod. Phys.* **9**, 79 (1937).
3. N. BOHR, *Nature*. **143**, 330 (1939).
4. N. BOHR and A. WHEELER, *Phys. Rev.* **56**, 426 (1939).
5. G. BREIT and E. WIGNER, *Phys. Rev.* **49**, 519 (1936).
6. S. FRANKEL and N. METROPOLIS, *Phys. Rev.* **72**, 914 (1947).
7. Я. И. ФРЕНКЕЛЬ, *ЖЭТФ* **9**, 641 (1931).
8. GOODMAN Clark, *The Science and Engineering of Nuclear Power* (1947).
9. O. HAHN und F. STRASSMAN, *Naturw.* **27**, 11 (1939).
10. G. H. HARDY and S. RAMANUJAN, *Proc. of the London Math. Soc.* **2**, **17**, 75 (1918).
11. RAYLEIGH. *Proc. Roy. Soc.* **29**, 71 (1879).
12. TS IEN SAN-TSIENG, R. CHASTEL, HO ZAH-WEI et L. VIGNERON, *Journ. de Phys.* **8**, 165, 200 (1947).
13. TS IEN SAN-TSIENG, *Journ. de Phys.* **9**, 6 (1948).

LEONARD SOSNOWSKI

WSPÓŁCZESNY STAN TEORII ZJAWISK ELEKTRYCZNYCH W KRYSZTAŁACH

U w a g i w s t ę p n e

Badania nad stanem stałym materii stanowią od paru dziesięcioleci jeden z najbardziej aktywnych działów fizyki. W dziedzinie tej, w wyższym może stopniu niż w innych, postęp uzależniony jest od wzajemnego oddziaływania teorii, doświadczenia i zastosowań technicznych.

Materiał doświadczalny, jeśli nawet ograniczymy się do dyskusji wyłącznie własności elektrycznych ciał stałych, pomijając całkowicie dziedziny własności mechanicznych i termicznych, przedstawia olbrzymie nagromadzenie faktów, będących plonem dziesiątków lat pracy eksperymentalnej. Jednakże bez powiązania, jaki temu materiałowi dać może tylko teoria, przedstawia on nieprzebyte gąszcz obserwacji, często pozornie sprzecznych między sobą.

Możliwość zaatakowania teoretycznego tych problemów wyłoniła się dopiero na gruncie mechaniki kwantowej; teoria ciała stałego liczy zatem dopiero około 20-tu lat i tyleż wynosi okres rozwoju nowoczesnej fizyki stanu stałego materii. Wszelkie próby poprzednie, że przypomnę znaną próbę *D r u d e g o - L o r e n t z a* klasycznej teorii elektronowej metali, natrafiały szybko na nieprzewyciężone trudności.

Oparcie jednakże teorii ciała stałego na mechanice kwantowej nie rozwiązało bynajmniej wszystkich trudności i nie zmniejszyło roli eksperymentu. Konkretnie ciała stałe, powiedzmy drut miedziany, czy też izolator porcelanowy, są z punktu widzenia teoretyka układami ogromnie skomplikowanymi. Dla rozwiązania jakiegokolwiek problemu musimy wprowadzić daleko idące założenia upraszczające, pojęcia takie, jak doskonale periodycznej i nieograniczonej rozciągłej sieci krystalicznej, od której rzeczywiste próbki badanego materiału odbiegają z pewnością bardzo daleko. Nawet przy takich założeniach upraszczających teoria ma charakter statystyczny i z reguły prowadzi

do rozwiązań przybliżonych. Co więcej, w wyjątkowych tylko wypadkach za punkt wyjścia rachunku możemy przyjąć znane własności atomów, wchodzących w skład danego kryształu, i znajomość praw ogólnych. Z reguły teoria ma charakter półempiryczny, gdzie za punkt wyjścia rachunku musimy przyjąć pewne stałe doświadczalne.

Uzyskanie jednak tych stałych z analizy danych doświadczalnych bynajmniej nie jest łatwe. Ciała stałe są materiałami o ogromnej doniosłości technicznej, to też jest zrozumiałe, że nad badaniem ich własności pracują w przeważnej mierze laboratoria przemysłowe o zainteresowaniach przede wszystkim technicznych. A układy, które są najciekawsze technicznie, czy to będą pewne stopy metali, czy ciała ferromagnetyczne o specjalnych własnościach, czy też półprzewodniki, są najbardziej złożone i często najmniej przydatne do dostarczenia potrzebnych dla teoretyka informacji.

Wytworzyła się zatem sytuacja w której z jednej strony prace teoretyczne, posługujące się wyspecjalizowaną techniką rachunkową i najeżone wzorami, stały się niedostępne dla praktyków-eksperymentatorów, a z drugiej strony, pomimo obfitej produkcji danych laboratoryjnych, brakowało materiałów pozwalających na porównanie teorii z doświadczeniem. Trzeba przyznać, że w ostatnich latach stan ten uległ radykalnej zmianie, przynajmniej w krajach przodujących w fizyce. Zarówno w Związku Radzieckim, jak i w U. S. A., powstały zespoły pracujące nad ciałem stałym i wyposażone zarówno w pierwszorzędą teorię, jak i wszelkie możliwości eksperymentalne.

Artykuł niniejszy, stanowiący wstęp do dalszych bardziej szczegółowych rozważań, daje tylko szkic zasadniczych założeń teorii. Zajmiemy się wyłącznie rolą elektronów w ciele stałym pomijając całkowicie takie zagadnienia, jak np. przewodnictwo jonowe.

Teoria przewodnictwa elektronowego kryształów

Za punkt wyjścia teorii przyjmujemy model idealnej sieci krystalicznej, w której węzłach znajdują się jony dodatnie, tzn. atomy pozbawione elektronów walencyjnych. Następnym istotnym założeniem jest kolektywizacja elektronów walencyjnych, tj. traktowanie każdego z elektronów jako należącego do całego zespołu jonów stanowiących kryształ, a nie do któregoś z jonów indywidualnie. Uzasadnieniem takiego traktowania jest fakt, że odległości pomiędzy węzłami sieci krystalicznej są tego samego rzędu, co rozmiary swo-

bodnych atomów. Siły zatem wywierane na każdy z elektronów przez kilka sąsiednich jąder są porównywalne między sobą i są tego samego rzędu wielkości, co siły oddziaływania wzajemnego jądra i elektronów walencyjnych w atomie. Model nasz możemy opisać zatem jako sieć regularnie rozmieszczonych jonów, pograżonych w „plazmie“ elektronowej, której własności są głównym przedmiotem badania teoretycznego.

Przyjęcie powyższego modelu jest podyktowane w znacznej mierze przez względy prostoty matematycznej. Własności ciała stałego możemy podzielić na strukturalnie wrażliwe i na strukturalnie niewrażliwe. Do pierwszych zaliczymy takie cechy, które ulegają znacznym zmianom pod wpływem drobnych różnic struktury ciała, wywołanych przez domieszki śladów ciał obcych i zanieczyszczeń, obróbkę termiczną i mechaniczną ciała itp. Można tu wymienić, dla przykładu, przewodnictwo elektryczne półprzewodników lub własności magnetyczne ciał ferromagnetycznych. Z drugiej strony tak ważną własność, jak przewodnictwo elektryczne metali, musimy zaliczyć do stosunkowo niewrażliwych strukturalnie; przy topnieniu metalu, przewodnictwo zmienia się nieznacznie, pomimo zniszczenia struktury krystalicznej!

Jest jasne, że w przypadku cech strukturalnie wrażliwych, założenie doskonale periodycznej sieci przestrzennej jest niewystarczające; w artykule o półprzewodnikach będziemy mieli możliwość mówić o próbach rozszerzenia założeń teorii na kryształy realne. W przypadku cech strukturalnie niewrażliwych założenie doskonałej periodyczności idzie za daleko i wprowadza do teorii ograniczenia fizycznie nieistotne; na okoliczność tę zwraca szczególnie uwagę Frenkiel w ostatniej swej książce: „Введение в теорию металлов“ (1).

Pomijając jednak powyższe trudności wróćmy do przyjętego powyżej modelu doskonałego kryształu. Na gruncie mechaniki kwantowej musimy skonstruować równanie Schrödingera dla zespołu elektronów w kryształach. Równanie to ma postać:

$$H\psi = E\psi,$$

gdzie ψ jest funkcją współrzędnych wszystkich elektronów: $\psi(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots)$, E — energią całkowitą układu, a hamiltonian H ma postać:

$$H = -\frac{8h^2}{8\pi^2m} \sum_i \Delta_i + \sum_i \sum_g U_{ig} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j P_{ij}.$$

We wzorze tym h oznacza stałą Plancka, m —masę elektronu, symbol Δ — operator Laplace'a $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, U_{ig} — energię oddziaływania i -tego elektronu z g -tym jonem, a P_{ij} — energię wzajemnego oddziaływania i -tego i j -tego elektronu. Sumowanie według wskaźników g rozciąga się na wszystkie jony, a według wskaźników i i j na wszystkie elektrony siatki.

Równania takiego oczywiście nie umiemy rozwiązać, toteż musimy poszukiwać rozwiązań przybliżonych i dążyć do uproszczenia zadania. Ogólnie stosowana metoda polega na zastąpieniu wzajemnego oddziaływania elektronów przez pewien średni potencjał, obrazujący wypadkowe działanie wszystkich elektronów na dowolny rozpatrywany elektron (metoda ta znana jest w mechanice kwantowej jako metoda Hartree - Focka). W naszej symbolice sprowadza się ona do zastąpienia w hamiltonianie $\frac{1}{2} P_{ij}$ przez S_i , gdzie potencjał S_i zależy wyłącznie od współrzędnych i -tego elektronu.

Możemy wówczas hamiltonian przedstawić w postaci sumy wyrazów: $H = \sum_g H_i$, gdzie $H_i = -\frac{h^2}{8\pi^2 m} \Delta_i + V_i$, jeżeli przez V_i oznaczymy $\sum_g U_{ig} + S_i$.

Jak dobrze wiadomo, w przypadku gdy hamiltonian przyjmuje postać sumy wyrazów, z których każdy zależy od współrzędnych jednego tylko elektronu, funkcja ψ da się wyrazić jako iloczyn

$$\psi = \prod_i \psi_i(x_i, y_i, z_i),$$

przy czym ψ_i spełnia równanie $H_i \psi_i = E_i \psi_i$, a energia całkowita układu $E = \sum_i E_i$.

Ponieważ wszystkie elektrony są identyczne, równania dla poszczególnych elektronów różnią się tylko wskaźnikami, które będziemy w dalszym ciągu pomijać; zagadnienie zatem sprowadza się do rozwiązania równania Schrödingera dla jednego elektronu:

$$H\psi = E\psi, \text{ gdzie } H = -\frac{h^2}{8\pi^2 m} \Delta + V.$$

Ze względu na periodyczność siatki, potencjał V musi również być funkcją periodyczną współrzędnych x, y i z . Założymy w dalszym ciągu, że mamy do czynienia z prostą siecią sześcienną, której stała jest równa a . Wówczas warunek periodyczności potencjału V przyjmie postać: $V(x, y, z) = V(x - n_1 a, y - n_2 a, z - n_3 a)$ przy n_1, n_2 i n_3 całkowitych.

Zadanie nasze sprowadza się zatem do badania ruchu elektronu w polu periodycznym. Rozwiązanie zależy oczywiście od kształtu funkcji V ; pewne jednak ogólne cechy rozwiązania wynikają z samej postaci równania.

Gęstość elektronowa $\psi \psi^*$ (ψ^* oznacza funkcję zespoloną sprzężoną z ψ) musi być również funkcją periodyczną współrzędnych. Najogólniejszą funkcję ψ spełniającą te wymagania można przedstawić w postaci: $\psi = C e^{-2\pi i(k_1 x + k_2 y + k_3 z)} \cdot u(x, y, z)$ przy czym funkcja u spełnia ten sam warunek periodyczności, co V :

$$u(x, y, z) = u(x - n_1 a, y - n_2 a, z - n_3 a).$$

Funkcję ψ możemy zapisać zwięźle wprowadzając znakowania wektorowe: $\vec{r}(x, y, z)$ i $\vec{k}(k_1, k_2, k_3)$, wtedy:

$$\psi = C e^{-2\pi i(\vec{k} \cdot \vec{r})} \cdot u(\vec{r}).$$

Zastanówmy się nad sensem fizycznym powyższego rozwiązania. W tym celu rozpatrzmy najpierw przypadek elektronów swobodnych. Możemy wówczas położyć wszędzie $V(x, y, z) = 0$ i $u(x, y, z) = \text{const.}$ Wtedy:

$$\psi = C e^{-2\pi i(k_1 x + k_2 y + k_3 z)}$$

Wartość wektora $k = \sqrt{k_1^2 + k_2^2 + k_3^2}$ jest równa prosto odwrotności długości fali de Broglie'a: $k = 1/\lambda$; ze związku $\lambda = h/p$ znaj-

dujemy $\vec{p} = \hbar \vec{k}$. Wektor \vec{k} jest więc dla elektronów swobodnych proporcjonalny do pędu elektronu. Stąd znajdujemy związek pomiędzy energią i wartością k :

$$E = p^2/2m = \hbar^2 k^2/2m.$$

Przy modelowym traktowaniu zagadnienia możemy uzyskać w mechanice kwantowej zależności analogiczne do klasycznych związków pomiędzy prędkością, pędem, energią i siłą:

$$v_x = \frac{\partial E}{\partial p_x} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E}{\partial k_x}$$

i analogicznie dla pozostałych składowych prędkości, czyli:

$$\vec{v} = \frac{1}{h} \text{grad}_k E,$$

skąd dalej siła:

$$\vec{F} = \dot{\vec{p}} = h \dot{\vec{k}}.$$

W przypadku ogólnym pola periodycznego związek pomiędzy wektorem falowym \vec{k} i pędem nie jest tak prosty, jak dla elektronu swobodnego, jednakże wektor $h\vec{k}$ zachowuje pewne własności pędu i bywa nazywany często pseudopędem. Brak miejsca nie pozwala na analizę interesujących własności pseudopędu, zauważymy jednak, że podane wyżej związki pomiędzy siłą, prędkością i wektorem falowym pozostają słuszne w ogólnym przypadku. Znajomość zatem wektora pseudopędu pozwala zorientować się w zachowaniu się elektronu w polu sił zewnętrznych, w zjawiskach zderzeń itp.

Związek jednak pomiędzy energią i wektorem falowym może być naogół bardzo złożony; wyznaczenie energii jako funkcji k jest centralnym zagadnieniem teorii.

Znanych jest kilka metod przybliżonego rozwiązania tego zagadnienia; poświęcimy kilka słów metodzie Blocha, w której najjaśniej występuje sens fizyczny teorii.

Masa efektywna elektronu, pozorne nośniki dodatnie

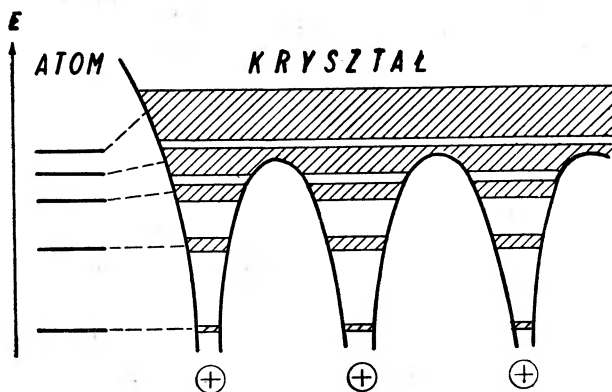
Za punkt wyjścia przyjmujemy znajomość rozwiązań równania Schrödingera dla odosobnionych atomów, stanowiących daną sieć krystaliczną. Założymy najprostszy przypadek, gdy siatka składa się z jednakowych atomów (kryształ np. miedzi lub diamentu). Niech $E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$ będą poziomami energetycznymi atomów, a $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n, \dots$ odpowiednimi funkcjami falowymi. Wpływ sąsiednich atomów sieci traktujemy teraz jako perturbację. Wynikiem tej perturbacji będzie rozczepienie każdego z poziomów atomowych na N podpoziomów, gdzie N oznacza całkowitą liczbę węzłów sieci. Jeżeli poziomy w atomie nie są wielokrotne (poziomy typu s), wyrażenie na energię przyjmuje postać:

$$E = E_n + \alpha_n + 2\beta_n (\cos 2\pi a k_1 + \cos 2\pi a k_2 + \cos 2\pi a k_3),$$

gdzie k_1, k_2, k_3 są składowymi wektora falowego.

Podobne wyrażenia otrzymuje się w bardziej skomplikowanych przypadkach, gdy poziomy atomowe są wielokrotne.

W miejsce zatem odosobnionych poziomów w atomie otrzymujemy w kryształe pasma niezmiernie gęsto położonych poziomów (rys. 1). Pomiedzy pasmami leżą obszary „wzbronione“ nie zawierające poziomów energetycznych kryształu; szerokość pasm wzrasta wraz ze wzrostem energii.



Rys. 1

Wielkości n i k odgrywają rolę liczb kwantowych; każdemu pasmu odpowiada stała wartość liczby n , podczas gdy k charakteryzuje poszczególne poziomy w obrębie pasma.

Wyrażenie na energię w zależności od k upraszcza się w przypadku poziomów leżących w pobliżu dolnego lub górnego krańca pasma. Poziomy te odgrywają szczególnie ważną rolę w wielu zagadnieniach dotyczących przede wszystkim dielektryków i półprzewodników. Dla poziomów takich wartości funkcji *cosinus* są bliskie jedności; rozwijając *cosinusy* na szereg i poprzestając na wyrazach kwadratowych otrzymujemy: $E = E_n + \alpha_n \pm 2\beta_n \mp 4\pi^2 a^2 k^2 \beta_n$ (znaki górne odnoszą się do górnego krańca pasma, znaki dolne — do dolnego).

Wzory powyższe możemy przepisać w postaci:

$$E = E_0 + \frac{h^2}{2m^*} k^2, \text{ gdzie } m^* = \pm \frac{h^2}{8\pi^2 a^2 \beta_n}$$

Otrzymujemy zatem związek pomiędzy energią i wektorem falowym analogiczny, jak dla elektronów swobodnych; nieistotna stała E_0

odpowiada jedynie zmienionej normalizacji energii. Zamiast masy elektronu m występuje obecnie wielkość m^* , którą nazwiemy masą efektywną. W wyrażeniu na masę efektywną występuje w mianowniku wielkość β_n , która jest miarą szerokości pasma (szerokość pasma jest, jak łatwo widzieć, równa $12\beta_n$). Im węższe pasmo, tym większa masa efektywna; dla szerokich pasm może ona być mniejsza od masy swobodnego elektronu.

Wprowadzenie masy efektywnej ułatwia pogłówną dyskusję wielu zjawisk elektronowych w kryształach i pozwala zorientować się w działaniu pola elektrycznego na elektrony. W dolnych pasmach, które są bardzo wąskie, masa efektywna jest bardzo duża i wobec tego elektrony mogą uzyskać pod wpływem pola nieznaczne tylko prędkości i przyśpieszenia; w pasmach wyższych uzyskują natomiast ruchliwość podobną jak elektrony swobodne.

Pozostaje wyjaśnienie znaczenia ujemnych wartości masy efektywnej; ze związku $\vec{F} = \dot{\vec{p}} = m\dot{\vec{v}}$ można wnosić, że przy ujemnej masie $m\dot{\vec{v}}$ siła i przyśpieszenie są skierowane przeciw sobie! Ten paradoksalny wniosek przybiera jednak formę mniej niepokojącą, jeśli podstawimy w miejsce siły iloczyn z natężenia pola przez ładunek: $-\dot{m}\vec{v} = -e\vec{E}$; zmieniając znaki obydwu stron równania otrzymujemy poprostu $\dot{m}\vec{v} = e\vec{E}$.

Z przekształcenia powyższego widzimy, że cząstka naładowana ujemnie o ujemnej masie efektywnej zachowuje się w polu elektrycznym jak zwykła cząstka o naboju dodatnim. Pozwala to wyjaśnić szereg trudności, na które natrafiały przedkwantowe próby teorii ciała stałego. Zjawiska, które pozwalają wyznaczyć znak ładunku nośników prądu, takie jak zjawisko Halla i termoelektryczne, wskazywały w szeregu przypadków, zarówno dla metali jak i półprzewodników, na dodatni znak nośników. Wynik ten zdawał się pozostawać w zasadniczej sprzeczności z samym założeniem teorii elektronowej; dopiero teoria kwantowo-mechaniczna wykazała, że elektrony ujemne mogą w pewnych warunkach „imitować“ cząstki dodatnie.

Metale i izolatory

Zatrzymajmy się chwilę nad wynikami dotychczasowej dyskusji. Z przeprowadzonej analizy wynika, że zachowanie się elektronu w kryształach pozostaje w bliskiej analogii do zachowania się elektro-

nów swobodnych, że zatem elektrony mogą bez ograniczeń przemieszczać się przez cały kryształ i doznawać przyśpieszeń pod działaniem pola, a zatem przenosić prąd. Wnioski powyższe możemy zastosować zarówno do metalu, jak i typowego izolatora, gdyż oprócz periodyczności struktury przestrzennej nie wprowadziliśmy żadnych specjalnych założeń co do natury ciała, założeń, które by pozwoliły na przeprowadzenie takiego podziału. W czym tkwi zatem podział na przewodniki i izolatory? Jeśli w fizyce klasycznej musieliśmy wprowadzać specjalne hipotezy, jak np. w teorii *D r u d e g o - L o r e n t z a*, dla wyjaśnienia przewodnictwa metalicznego, to na gruncie mechaniki kwantowej sytuacja uległa całkowitemu odwróceniu: musimy wskazać przyczyny, dla których pewne ciała nie są przewodnikami elektryczności!

Odpowiedź na to pytanie tkwi nie we własnościach indywidualnych elektronów, lecz w prawach rządzących całą zbiorowością elektronów w kryształach: w zasadzie *P a u l i ' e g o* i wynikającej z niej statystyce *F e r m i - D i r a c a*.

Według zasady *P a u l i ' e g o* na każdym poziomie kwantowym możemy umieścić co najwyżej dwa elektrony, przy czym muszą się one różnić ustawieniem spinu. W dotychczasowych rozważaniach pomijaliśmy całkowicie zagadnienie spinu elektronowego zakładając milcząco, że energia od spinu nie zależy. Założenie takie jest naogół usprawiedliwione, chociaż nie moglibyśmy w ten sposób traktować na przykład ciał ferromagnetycznych, dla których spin elektronu odgrywa decydującą rolę. Obecnie jednak, w związku z rozmieszczeniem elektronów na poziomach energetycznych, musimy w każdym wypadku wziąć spin pod uwagę.

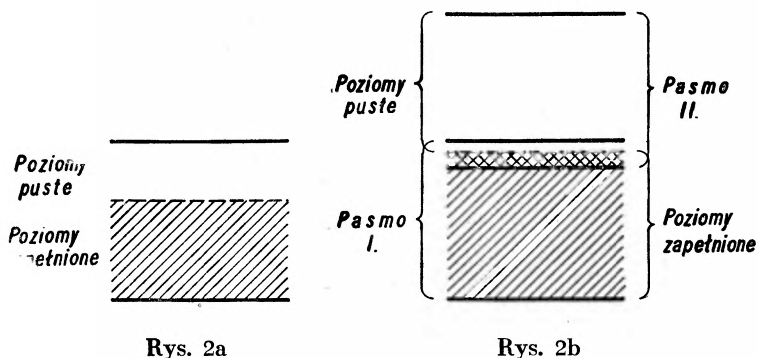
W obrębie pasma rozporządzamy N poziomami (N — liczba atomów siatki), na poziomach tych możemy zatem rozmieścić $2N$ elektronów.

Te pasma, które powstają z poziomów atomowych obsadzonych przez pary elektronów, będą całkowicie wypełnione. Dotyczy to wszystkich pasm niższych, powstających z wewnętrznych, zamkniętych warstw atomu.

Zastanówmy się nad wpływem przyłożonego pola elektrycznego na elektrony takiej warstwy. Energia poziomu jest zawsze parzystą funkcją pseudopędu. Wynika to bezpośrednio z symetrii przestrzennej: dwa elektrony o równych, lecz przeciwnie skierowanych, pędach posiadają jednakowe energie. Całkowita suma pędów wszystkich

elektronów wypełniających pasmo jest zawsze równa zero i nie może ulec zmianie pod wpływem pola; zatem i prąd przenoszony przez elektrony jest równy zero. Prąd otrzymujemy tylko wtedy, gdy pole wprowadza asymetrię w rozmieszczeniu elektronów w przestrzeni pędowej; pasma całkowicie wypełnione nie mogą brać udziału w przenoszeniu prądu.

Czy dany materiał będzie izolatorem, czy przewodnikiem, zależy od tego, czy najwyższe pasmo obsadzone przez elektrony walencyjne będzie wypełnione całkowicie, czy też tylko częściowo. Jeśli pasmo jest obsadzone częściowo lub jeśli pasmo wypełnione zachodzi na pasmo puste, elektrony mogą czerpać energię na koszt pola i kryształ wykazuje przewodnictwo metaliczne (rys. 2 a i b). Przypadek wska-



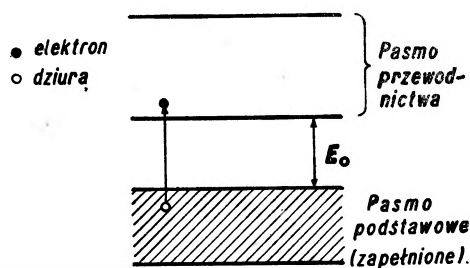
zany na rys. 2 a zachodzi dla metali alkalicznych, przypadek 2 b dla metali ziem alkalicznych.

Należy zauważyć, że dotychczas mówiliśmy tylko o pobieraniu energii pola przez elektrony. Gdyby nie istniał mechanizm przekazywania przez elektrony tej energii jonom siatki, wartość prądu wzrastałaby do nieskończoności, tj. wszystkie metale byłyby nadprzewodnikami w każdej temperaturze!

Interpretacja oporu elektrycznego możliwa jest tylko przy uwzględnieniu odstępstw od doskonałej periodyczności; wszelkie zakłócenia periodyczności prowadzą do rozpraszania elektronów i przekazywania części ich energii siatce (ciepło Joule'a!). Takie odstępstwa od periodyczności są związane z drganiami termicznymi siatki; tym się tłumaczy wzrost oporu metali wraz ze wzrostem temperatury. Pobieżne chociażby naszkicowanie ilościowej teorii oporu metalicznego wykraczałoby już poza ramy niniejszego artykułu.

Półprzewodniki

Przejdźmy teraz do dyskusji ciał niemetalicznych. Rozmieszczenie elektronów obrazuje w tym przypadku rys. 3. Ponad pasmem całkowicie wypełnionym znajduje się w odległości E_0 pasmo puste. Pasma to jednak może być zupełnie puste tylko w temperaturze zera bezwzględnego. W temperaturach różnych od zera pewna ilość

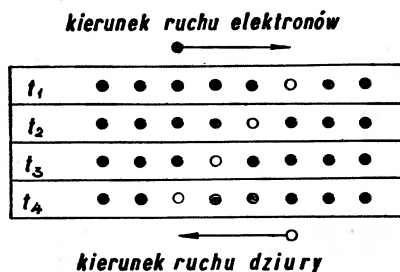


Rys. 3

elektronów będzie przeniesiona do niego z pasma niższego, przy czym, jak uczy mechanika statystyczna, ilość ta jest proporcjonalna do $e^{-E_0/2kT}$. W wyrażeniu tym e oznacza postawę logarytmów naturalnych, k — stałą Boltzmana, a T — temperaturę bezwzględną. Elektron przeniesiony do górnego pasma może swobodnie przenosić prąd, gdyż znajduje się w pasmie, które nie jest wypełnione. Wobec tego pasmo takie nazywamy pasmem przewodnictwa. Takie pasma przewodnictwa istnieją we wszystkich kryształach. Przewodnictwo kryształu zależy w pierwszej mierze od koncentracji elektronów w pasmie przewodnictwa, a zatem od wartości E_0 . Elektrony mogą być również przeniesione do pasma przewodnictwa pod wpływem promieniowania; mówimy wówczas o zjawisku fotoelektrycznym wewnętrznym.

Przy przeniesieniu elektronu z pasma podstawowego do pasma przewodnictwa powstaje w pierwszym z nich luka, czy tak się zwykle mówi „dziura“, w rozkładzie elektronów. Pasma przestaje zatem być całkowicie wypełnione i może przenosić pewien prąd. Prąd ten jest przenoszony oczywiście przez elektrony wypełniające pasmo, wygodniej jednak jest mówić w tym wypadku o przewodnictwie „dziurowym“. Całkowity prąd przenoszony przez pasmo będzie teraz proporcjonalny do koncentracji dziur. Modelowo możemy sobie wyobrazić przesuwanie się dziury jako kolejne zapełnienie jej elektro-

nami, jak to obrazuje rys. 4. Dziura zatem zachowuje się jak utwór o naboju dodatnim. W teorii matematycznej możemy przypisać dziurze nabój $+e$ i masę efektywną m^* , równą masie efektywnej elektronu w danym pasmie. Całkowity prąd płynący poprzez kryształ niemetaliczny jest sumą prądu przeniesionego przez elektrony w pasmie przewodnictwa (prąd ujemny) i prądu przeniesionego przez



Rys. 4

dziury w pasmie podstawowym (prąd dodatni). W zależności od tego, która ze składowych prądu przeważa, mówimy o przewodnictwie dodatnim lub ujemnym. Klasyfikacja ta odgrywa szczególnie ważną rolę przy interpretacji zjawisk w półprzewodnikach.

Na tym musimy zakończyć ten bardzo szkicowy przegląd podstaw teoretycznego ujęcia zjawisk elektronowych w ciałach stałych. Bardzo szczegółowa dyskusja zagadnień dotyczących własności metali, półprzewodników czy dielektryków wykracza poza ramy niniejszej pracy!

Warszawa, grudzień 1949 r.

Zakład Elektroniki i Radiologii
Uniwersytetu Warszawskiego

Literatura

1. Я. И. ФРЕНКЕЛЬ, Введение в теорию металлов (1948).
2. N. F. MOTT and H. JONES, *Theory of metals* (1941).
3. N. F. MOTT and R. W. GURNEY, *Electronic processes in ionic crystals* (1947).
4. H. FRÖHLICH, *Elektronentheorie der Metalle* (1936).
5. F. SEITZ, *The modern theory of solids* (1940).
6. A. H. WILSON, *Theory of metals* (1936).
7. Ф. Ф. ВОЛЬКЕНШТЕЙН, Электропроводимость полупроводников (1947).

LEONARD SOSNOWSKI

ROZWÓJ BADAŃ NAD PÓLPRZEWODNIKAMI*

Wstęp

Przypuszczać należy, że dominującym wrażeniem każdego, kto interesuje się badaniami nad półprzewodnikami nie biorąc w nich bezpośredniego udziału, jest poczucie zupełnego chaosu: nagromadzenia często niepowiązanych z sobą, czasami sprzecznych obserwacji i teorii.

Z jednej strony stwierdzamy efektowne i coraz liczniejsze zastosowania techniczne półprzewodników, że wymienimy tylko prostowniki stykowe i detektory kryształkowe, opory nieomowe znajdujące zastosowania w przeróżnych układach specjalnych, termistory, katody tlenkowe, fotokomórki wszelkich typów i wreszcie ostatnią zdobycz: transistor czyli triodę półprzewodnikową.

Równoległe do tych zdobyczy technicznych obserwujemy powódź przyczynków, pochodzących w dużej mierze z laboratoriów przemysłowych, które bynajmniej nie zawsze przyczyniają się do rozjaśnienia obrazu zjawisk fizycznych leżących u podstaw tych, tak interesujących, zastosowań.

Z drugiej strony prace teoretyczne, operujące wysoce wyspecjalizowanym aparatem formalnym, nie często mogą być powiązane bezpośrednio z tym obfitym materiałem doświadczalnym.

Z powyższych względów zadanie syntetycznego ujęcia rozwoju badań nad półprzewodnikami nie jest bynajmniej łatwe. Jednakże to wrażenie chaosu nie jest całkowicie uzasadnione, jak to postaramy się wykazać w dalszym ciągu. Nie możemy się pokusić jednak o przedstawienie w krótkim referacie całokształtu tak obszernej dziedziny badań; musimy dokonać daleko idącej selekcji; — selekcji bez wątplenia subiektywnej, wynikającej z zainteresowań referującego.

Praca tegoż autora „Współczesny stan teorii zjawisk elektrycznych w kryształach”, która ukazała się w tym samym zeszycie „Postępów Fizyki”, może być uważana za wstęp do niniejszego artykułu i podaje wiadomości ułatwiające jego zrozumienie.

Zajmiemy się w dalszym ciągu tylko zagadnieniami związanymi z mechanizmem zjawisk elektronowych w półprzewodnikach. Położymy przy tym nacisk na rozwój tych badań w ciągu ostatnich kilku lat, to znaczy przede wszystkim w okresie powojennym i częściowo wojennym. Prace te nie są jeszcze, na ile wiadomo autorowi, przedstawione syntetycznie, tym bardziej, że artykuł niniejszy częściowo opiera się na publikacjach z ostatnich kilku miesięcy.

Klasyczna teoria półprzewodników

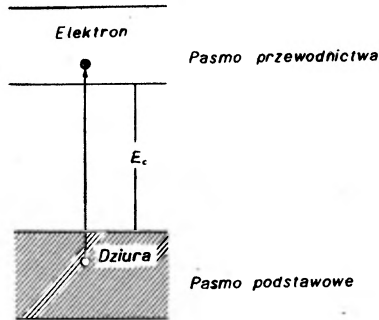
Aby uwidocznic kierunek w jakim idzie obecny rozwój, przypomnimy pokrótce stan wiedzy teoretycznej o półprzewodnikach w okresie, który jest już dzisiaj „klasycznym“, a którego bardzo jasne przedstawienie daje np. monografia Motta i Gurneya (2). Teoria ta, rozwijana głównie przez Wilsona, Frenkla i Motta, pozwoliła uporządkować poraz pierwszy główne fakty i wyodrębnić półprzewodniki w ogólnej klasyfikacji ciał stałych.

Zestawmy najpierw najważniejsze, typowe cechy półprzewodników:

1. Przewodnictwo elektryczne półprzewodników jest pośrednie pomiędzy metalami i dielektrykami i zawiera się w bardzo szerokich granicach: w temperaturze pokojowej od 10^{-10} do $10^2 \text{ om}^{-1}\text{cm}^{-1}$.
2. Przewodnictwo w wysokim stopniu zależy od temperatury i rośnie ze wzrostem temperatury: zależność ta daje się naogół, przynajmniej w pewnych przedziałach temperatury, ująć empirycznym wzorem $\sigma = A e^{-B/T}$.
3. Zdolność termoelektryczna i stała Halla półprzewodników są, nieraz o kilka rzędów wielkości, większe niż dla metali, przy czym mogą przyjmować wartości zarówno ujemne, jak dodatnie.
4. Wszystkie powyższe cechy są w wysokim stopniu strukturalnie wrażliwe, to znaczy zmieniają się, o kilka nieraz rzędów wielkości, w zależności od sposobu obróbki danej próbki, jej historii termicznej, śladów zanieczyszczeń itp.

Pod względem chemicznym do półprzewodników należą ciała niemetaliczne, a zarazem nie będące typowo jonowymi lub czysto walencyjnymi kryształami. W pierwszym rzędzie będą to tlenki, siarczki, węgliki metali oraz pierwiastki z pogranicza pomiędzy metalami i metaloidami (krzem, german, selen itp).

Wszystkie powyższe cechy dają się interpretować na gruncie schematu poziomów energetycznych zaproponowanego przez Wilsona. Za punkt wyjścia w dyskusji możemy przyjąć schemat poziomów elektronowych idealnej sieci krystalicznej typu niemetalicznego (rys. 1). W sieci takiej pasmo podstawowe jest w temperaturze zera bezwzględnej całkowicie wypełnione, pasmo zaś przewodnictwa całkowicie puste.



Rys. 1

Kryształ taki w temperaturze wyższej od zera bezwzględnej będzie wykazywał pewne przewodnictwo, związane z przeniesieniem pod wpływem energii termicznej części elektronów do pasma przewodnictwa. Liczba elektronów w pasmie przewodnictwa i równa jej liczba dziur w pasmie podstawowym jest w przybliżeniu dana przez wyrażenie: $n = G \cdot e^{-E_0/2kT}$, gdzie współczynnik G jest rzędu 10^{19} cm^{-3} .

Koncentracja elektronów i dziur decyduje o wielkości przewodnictwa w myśl wzoru: $\sigma = e(n_e u_e + n_d u_d)$, gdzie n_e i n_d oznaczają koncentracje elektronów i dziur, u_e i u_d odpowiednie ruchliwości; e jest oczywiście nabojem elektronu, a σ oznacza przewodnictwo właściwe.

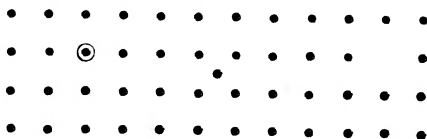
Przewodnictwo kryształu w powyższym modelu zależałoby przede wszystkim od wartości E_0 , czyli tzw. energii aktywacji. Przy dostatecznie niskiej wartości energii aktywacji (rzędu 1 elektronowo-wolta) zaliczylibyśmy dane ciało do półprzewodników. W obrazie tym różnica pomiędzy półprzewodnikiem i dielektrykiem byłaby czysto ilościowa, związana z wartością energii aktywacji; półprzewodnik tego typu będziemy nazywali półprzewodnikiem samoistnym.

Model idealnej sieci krystalicznej nie może jednak wytłumaczyć wszystkich wyżej wyliczonych cech półprzewodników, a w szczególności ich strukturalnej wrażliwości i wpływu domieszek obcych. Z tych względów Wilson uzupełnił model idealnej sieci koncepcją obcych centrów i związanych z nimi lokalnych poziomów energetycznych.

Pod względem natury fizycznej możemy wyróżnić wiele typów obcych centrów w sieci krystalicznej. Najważniejszymi z nich będą:

1. Zastąpienie w jednym z węzłów siatki normalnie tam występującego atomu czy jonu przez atom lub jon innego rodzaju (na przykład: wprowadzenie atomu tlenu na miejsce siarki w siarczku metalu).
2. Obecność atomu lub jonu w pozycji międzywęzłowej, nie zajętej w siatce niezakłóconej. Mogą to być zarówno atomy obce, jak i atomy wchodzące normalnie w skład siatki, jak na przykład: dodatkowy atom srebra w sieci AgCl.
3. Brak atomu czy jonu w normalnej pozycji, a zatem luka w doskonałej siatce.

Trzy te rodzaje defektów zobrazowane są na rysunku 2.

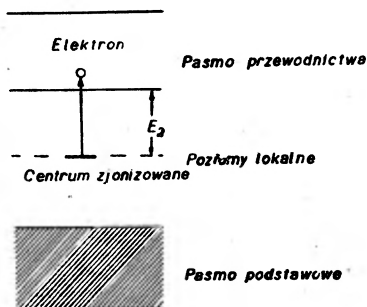


Rys. 2

Każdy z tych centrów powoduje zakłócenie periodyczności sieci i powstanie lokalnych poziomów energetycznych. Poziomom tym odpowiadają elektrony związane przestrzennie z centrum, to znaczy nie mogące je opuścić, a zatem nie mogące brać udziału w przenoszeniu prądu. Poziomy energetyczne związane z centrami przypadają w obszarze pomiędzy pasmami sieci niezakłóconej. Możemy wyróżnić dwa główne przypadki:

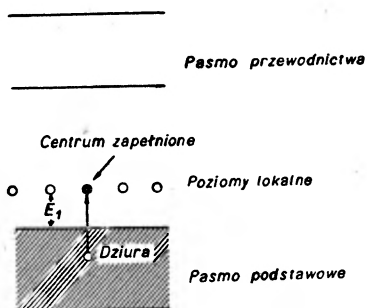
A. Elektron w stanie normalnym pozostaje związany z centrum, niewielka jednak energia aktywacji E_2 wystarcza, aby przenieść go do pasma przewodnictwa (rys. 3). Przewodnictwo ma wówczas charakter wyłącznie elektronowy, w odróżnieniu od półprzewodnika samostannego, gdzie prąd jest przenoszony zarówno przez dziury jak i elektrony. Półprzewodnik taki nazywamy nadmiarowym. Jako przykład może służyć siarczek cynku, zawierający nadmiar centrów metalicznych.

B. W przypadku przedstawionym na rys. 4 centrum jest w stanie normalnym zdysocjowane, jednak niewielka energia aktywacji E_1 wystarcza, aby podnieść elektron z pasma podstawowego do poziomu lokalnego energii. Przewodnictwo w tym przypadku jest związane



Rys. 3

z obecnością dziur w pasmie podstawowym. Stała Halla i zdolność termoelektryczna mają wartości dodatnie. Półprzewodnik taki nazywamy niedomiarowym. Przykładem może służyć tlenek miedziawy Cu_2O , zawierający centra tlenowe (nadmiar tlenu ponad stechiometryczny stosunek).



Rys. 4

Teoria powyższa usiłuje zatem uwzględnić odstępstwa od koncepcji idealnej sieci przestrzennej. Wyjaśnia ona dlaczego drobne, niemierzalne metodami analizy ilościowej, odstępstwa od stechiometrycznego składu mogą mieć decydujący wpływ na właściwości elektryczne substancji. Więcej, samo pojęcie półprzewodnika zostaje powiązane z obecnością zakłóceń lub, jak się często niezbyt ściśle

mówi, zanieczyszczeń w kryształach. Należy podkreślić, że teoria ta pozwoliła uporządkować ogromną ilość danych doświadczalnych, nawet jeśli nie zawsze wystarczała do ich ilościowego ujęcia.

Najtrudniej poddają się analizie teoretycznej te właśnie zjawiska, które są najważniejsze ze względu na zastosowania techniczne, jak zjawiska prostownicze i fotoelektryczne, czy też zależność przewodnictwa od temperatury, które mają nieraz bardzo skomplikowany przebieg. Wszystko to wskazuje, że model przyjęty jest jeszcze zbyt uproszczony.

Rozszerzenie koncepcji półprzewodnika

Dalszy rozwój, omówienie którego jest głównym tematem niniejszego artykułu, pochodzi z kilku niezależnych źródeł i jest związany z różnorodnymi kierunkami badań eksperymentalnych. Wszystkie te prace uzupełniają się wzajemnie i stanowią rozszerzenie koncepcji półprzewodnika.

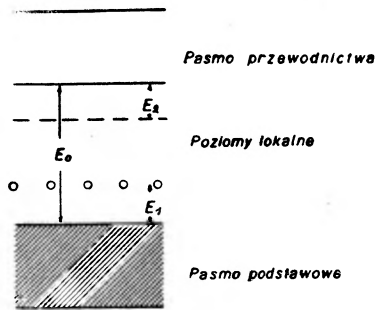
Należy tu wymienić w pierwszym rzędzie prace szkoły radzieckiej, Frenkla, Tamma, Dawidowa i innych; wyniki i poglądy tej szkoły są częściowo zebrane w doskonałej książce Wolkensteina (4). Należą tu dalej prace autora, Starkiewicza i współpracowników, przedstawione w monografii „O zjawiskach fotoelektrycznych w półprzewodnikach“ (3) i wreszcie prace szkoły amerykańskiej, której poglądy przedstawione są w pracy Bardeena i Brattaina o transistorze (1).

Oczywiście wszystkie wymienione wyżej prace opierają się na poprzednich teoriach i nie stanowią jakiegoś radykalnego przełomu. Zasadniczą ich wspólną cechą jest bardziej zdecydowane wyjście poza ramy modelu idealnej siatki, położenie nacisku na defekty sieci i na jej skończone rozmiary. Powierzchnia zatem próbki badanej, jak i powierzchnie indywidualnych kryształków, stają się tematem zainteresowania.

Zastanówmy się nad strukturą realnego kryształu. Dokładnie periodyczne rozmieszczenie jonów czy atomów w węzłach sieci jest w zasadzie możliwe tylko w temperaturze zera bezwzględnego, gdy kryształ musi znajdować się w stanie odpowiadającym najniższej wartości energii potencjalnej. W temperaturach wyższych od zera zrealizowane są również stany sieci o wyższej energii potencjalnej, odpowiadające przemieszczeniu części jonów w położenia międzywęzłowe lub wytworzeniu luk w węzłach sieci. Jeżeli energia przemiesz-

czenia jonu wynosi U (energia ta jest zazwyczaj rzędu paru elektro-nowoltów), to liczba zakłóceń sieci będzie proporcjonalna do $e^{-U/kT}$. Kryształy półprzewodników są formowane zazwyczaj w wysokiej temperaturze, rzędu 1000°K . Powstają wówczas defekty, których koncentracja odpowiada temperaturze formowania kryształu; przy ochłodzeniu do temperatury pokojowej stan równowagi odpowiadający wyższej temperaturze może ulec „zamrożeniu“.

W najprostszym zatem przypadku otrzymujemy układ poziomów lokalnych przedstawiony na rys. 5. N_2 centrów donatorowych odpowiada międzywęzłowym położeniom, powiedzmy, atomów ołowiu w siatce PbS, a N_1 centrów akceptorowych — lukom w węzłach nor-



Rys. 5

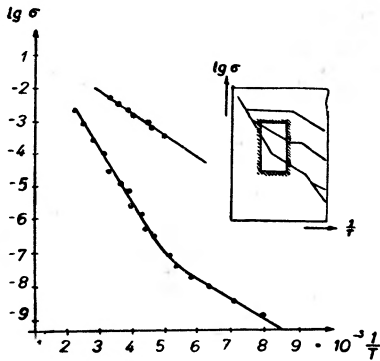
malnie zajętych przez metal. Gdy skład kryształu jest ściśle stechiometryczny, to $N_1 = N_2$, w ogólnym jednak przypadku $N_1 \neq N_2$. Oznaczamy przez N całkowitą koncentrację defektów: $N = N_1 + N_2$, a przez $M = N_1 - N_2$ miarę odstępstwa od składu stechiometrycznego. Otrzymujemy w ten sposób pięć głównych parametrów charakteryzujących realny kryształ: E_0 , E_1 , E_2 , N i M .

Te pięć parametrów występuje w miejsce dwóch parametrów teorii Wilsona: E -energii aktywacji i N -koncentracji centrów donatorów lub akceptorów; przewodnictwo samoistne związane z parametrem E_0 było w niej zazwyczaj pomijane. Te dwa parametry usiłowano wyznaczyć z przebiegu zależności przewodnictwa od temperatury. W obecnej teorii zależność ta staje się tak skomplikowana, że możliwość wyznaczenia pięciu parametrów na tej drodze byłaby zupełnie iluzoryczna. Należy szukać możliwości ich wyznaczenia na innej drodze, korzystając z własności optycznych czy fotoelektrycznych substancji.

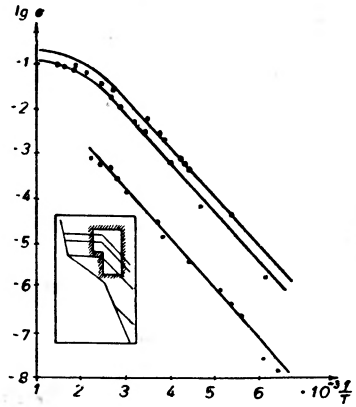
Ogólną teorię zależności przewodnictwa od temperatury podaje Wolkenstein; wychodząc z identycznych założeń autor rozpatrywał pewne przypadki szczególne. Przytaczamy wzór Wolkensteina przy użyciu przyjętych wyżej znakowań; występują poza tym we wzorze stałe: a — stała bezwymiarowa rzędu 10^{-1} — 10^{-3} oraz b — rzędu 10^3 — 10^6 $\text{om}^{-1} \text{cm}^{-1}$.

$$\sigma(T) = a \cdot b \cdot \left\{ \frac{M + \sqrt{M^2 + 4(a + Ne^{E_1/kT})(a + Ne^{E_2/kT})e^{-E_0/kT}}}{2(a + Ne^{E_1/kT})} + \frac{-M + \sqrt{M^2 + 4(a + Ne^{E_1/kT})(a + Ne^{E_2/kT})e^{-E_0/kT}}}{2(a + Ne^{E_2/kT})} \right\}$$

Z wzoru tego widać jak różny może być przebieg oporu w funkcji temperatury w zależności od wartości parametrów, z których przynajmniej dwa, to jest M i N , mogą się zmieniać od próbki do próbki danej substancji!



Rys. 6



Rys. 7

W jakim stopniu teoria zdaje sprawę z obserwowanych przebiegów można wnosić z rys. 6 i 7 zaczerpniętych z książki Wolkensteina. Na rysunkach tych zestawione są krzywe eksperymentalne dla CuO i V_2O_5 z rodzinami krzywych teoretycznych.

Teoria Wolkensteina stosuje się bezpośrednio tylko do monokryształów. W przypadku materiałów polikrystalicznych decydującą rolę mogą odgrywać kontakty międzykrysztaliczne, jak to udowodnił eksperymentalnie dla warstw PbSe O. Simpson.

Znaczenie teorii współlistnienia w kryształach dwóch rodzajów centrów wiąże się z poznaniem licznej już dziś klasy półprzewodników, które mogą istnieć zarówno w nadmiarowych, jak i niedomiarowych modyfikacjach; parametr M może dla nich przyjmować zarówno dodatnie jak i ujemne wartości. Do klasy tej należą zarówno pierwiastki (krzem, german) jak i związki (PbS, PbSe i PbTe).

Dodatnia lub ujemna wartość M zależy od warunków formowania i obróbki termicznej próbek. W tych warunkach można oczekiwać częstego występowania niejednorodności wewnątrz jednej próbki, której część może mieć charakter niedomiarowy (np. warstwa powierzchniowa), a inna część — nadmiarowy.

Powstało zagadnienie zbadania, zarówno eksperymentalnego jak i teoretycznego, kontaktu pomiędzy nadmiarowym i niedomiarowym obszarem półprzewodnika. Owocem tych badań było odkrycie nowych układów prostowniczych, nowego zjawiska fotoelektrycznego i wreszcie w ostatnim czasie transistora. Omawianie zjawisk fotoelektrycznych wykraczałoby poza ramy obecnego artykułu; zagadnienie to omawiane było na Zjeździe Fizyków Polskich w r. 1948 i jest ono obszernie potraktowane w cytowanej już wyżej pracy (3).

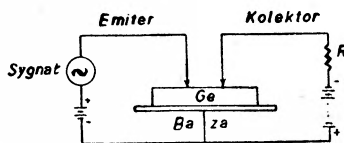
Teoria transistora

Obecnie zajmujemy się transistorem, gdyż stanowi on niewątpliwie jedną z najważniejszych zdobyczy lat ostatnich w dziedzinie półprzewodników, a zarazem dostarcza ciekawego materiału do dyskusji własności kontaktu półprzewodników nadmiarowego i niedomiarowego.

Rys. 8 przedstawia schemat transistora. Elementem czynnym jest płytka germanowa, spreparowana w sposób stosowany przy produkcji wysokooporowych prostowników stykowych. Płytkę germanową znajduje się w kontakcie z płytką metalową, stanowiącą jedną z elektrod transistora, tzw. bazę. Baza odgrywa rolę analogiczną do katody lampy elektronowej.

Jeżeli z górną powierzchnią płytki germanowej zetkniemy ostrze metalowe, to otrzymamy układ prostujący, to znaczy, że prąd płynący w obwodzie ma różne wartości w zależności od znaku napięcia przyłożonego do ostrza. Układ taki stanowi diodę półprzewodnikową; jeżeli bazę porównujemy do katody, to ostrze spełnia rolę analogiczną do anody. Typową charakterystykę takiego układu podaje rys. 9. Maksimum oporu w kierunku zaporowym (ostrze ujemne) dochodzi

do 1 megoma przy napięciu około 100 woltów; jest to charakterystyka wysokooporowego prostownika germanowego.



Rys. 8

Obok elektrody, której nadajemy ujemny potencjał kilkudziesięciu woltów i którą będziemy nazywali kolektorem, umieścimy trzecią elektrodę, emiter, znajdującą się na niewielkim potencjale dodatnim względem bazy. Okazuje się, że prąd w obwodzie kolektora może być modulowany przez zmianę napięcia emitera. Otrzymujemy zatem układ analogiczny do triody, z emiters w roli siatki.

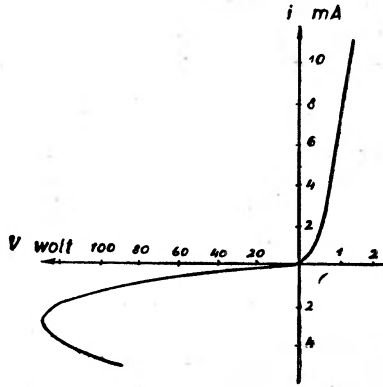
Zasadniczą różnicą pomiędzy transistorem i triodą elektronową jest niski opór w obwodzie emitera, który wynosi zaledwie setki omów wobec megomów oporu obwodu siatkowego. Wzmocnienie napięciowe i wzmocnienie mocy są w transistorze tego samego rzędu i wynoszą około 100 razy, wzmocnienie prądowe — 2 do 3-ch razy. Przez wykorzystanie sprzężenia zwrotnego można transistor pobudzić do drgań, moc jednak składowej zmiennej prądu wynosi zaledwie drobny ułamek wata. Maksymalna częstość, przy której może pracować transistor, zależy od czasu przebiegu elektronów od kolektora do emitera; w obecnej fazie rozwoju częstość graniczna wynosi ok. 10 megacykli.

Nie będziemy się zatrzymywać nad interesującymi możliwościami zastosowań i przewidywaniem, jak dalece transistor może zastąpić lampę elektronową. Znajduje się on obecnie w początkowej fazie rozwoju i zdaje się nie ulegać wątpliwości, że możliwości dalszych ulepszeń są bardzo duże.

Przejdźmy obecnie do dyskusji teoretycznej. Kryształy germanu posiadają układ poziomów energetycznych wskazany na rys. 5, przy czym mogą okazywać przewodnictwo zarówno elektronowego jak i dziuowego typu. Rolę centrów obcych spełniają pierwiastki z III-ciej względnie V-tej kolumny układu periodycznego, które mogą zastępować atomy Ge w sieci krystalicznej germanu.

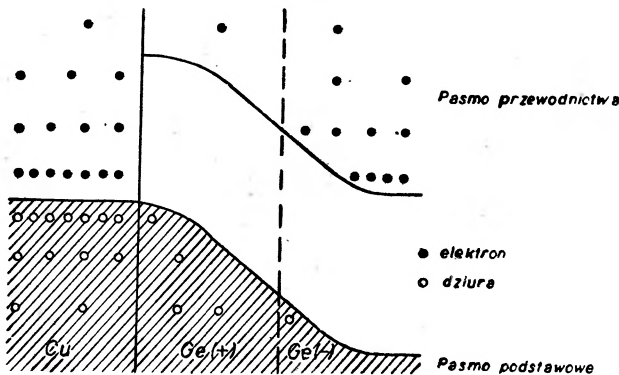
Kryształy nadające się na transistor wykazują elektronowy typ przewodnictwa, posiadają jednak na powierzchni cieniutką warstwę

o grubości rzędu 0.1 mikrona, w której przeważa przewodnictwo dziurowe. Układ poziomów energetycznych w pobliżu powierzchni przedstawia rys. 10. Warunkiem równowagi termodynamicznej jest jed-



Rys. 9

nakowa gęstość elektronów na każdym poziomie energetycznym we wszystkich rozważanych obszarach. Ponieważ w obszarze nadmiarowym gęstość elektronów w pasmie przewodnictwa jest większa niż w obszarze niedomiarowym, następuje dyfuzja elektronów w kierunku tego obszaru, aż do chwili ustalenia się równowagi. Wynikiem tej



Rys. 10

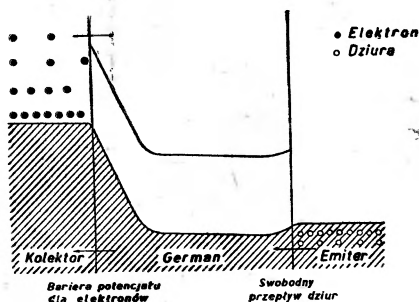
dyfuzji jest podwyższenie poziomów w obszarze niedomiarowym. W metalu kontaktującym z powierzchnią półprzewodnika poziomy zapełnione przez elektrony przylegają do odpowiednich poziomów w germanie, jak to jest uwidocznione na rys. 10.

W postaci matematycznej możemy to ująć następująco. Funkcję rozdziału elektronów według statystyki Fermiego możemy napisać w postaci:

$$F(E) = \frac{1}{e^{(E-\varphi)/kT} + 1};$$

Warunkiem równowagi jest równość φ we wszystkich trzech obszarach: metalu, półprzewodnika niedomiarowego i nadmiarowego.

Kierunek przepływu elektronów od kolektora do germanu jest kierunkiem wysokiego oporu. Jednakże dziury mogą płynąć swobodnie od emitera, poprzez półprzewodnik do kolektora (rys. 11). Co



Rys. 11

więcej, napływające w pobliże kolektora dziury obniżają przez swój ładunek przestrzenny barierę potencjału odgradzającą kolektor od germanu. Związany z tym przyrost prądu w obwodzie kolektora może być kilkakrotnie większy od całkowitego prądu emitera. Oprócz wzmocnienia napięciowego uzyskujemy w ten sposób wzmocnienie prądowe.

Należy oczekiwać, że działanie tranzystora nie jest bynajmniej ograniczone wyłącznie do germanu. Zostało ono rzeczywiście wykazane również i w przypadku krzemu, a należałoby go poszukiwać wszędzie tam, gdzie może współistnieć przewodnictwo elektronowe i dziurowe.

Kończąc, autor pragnie podkreślić, że naszkicowana wyżej teoria wzajemnego oddziaływania elektronowej i dziurowej składowej przewodnictwa jest nie tylko niezbędna dla wyjaśnienia działania tranzystora, lecz pozwala na bardziej dokładne ujęcie ilościowe przebiegu krzywych prostowania. Próba w tym kierunku była uczyniona przez

autora dla PbS i przez Brattaina i Bardeena (1) dla germanu. Autor jest przekonany, że należałoby poddać z tego punktu widzenia rewizji teorię prostowników stykowych i fotokomórek zaporowych.

Rozwój badań nad półprzewodnikami z ostatnich kilku lat skłania do wniosku, że czeka nas w tej dziedzinie niejedna jeszcze niespodzianka.

Warszawa, 7 stycznia 1950 r.

Zakład Elektroniki i Radiologii
Uniwersytetu Warszawskiego

Literatura

1. J. BARDEEN and W. H. BRATTAIN, *Phys. Rev.* 75 (1949).
2. N. F. MOTT and R. W. GURNEY, *Electronic processes in ionic crystals*, Oxford Univ. Press (1940).
3. L. SOSNOWSKI, *Badania nad zjawiskami fotoelektrycznymi w półprzewodnikach*, Warszawa (1949).
4. Ф. Ф. ВОЛЬКЕНШТЕЙН, *Электропроводимость полупроводников*, Москва (1947).

RECENZJA

HENRYK NIEWODNICZAŃSKI

А. АХИЗЕР и И. ПОМЕРАНЧУК Некоторые вопросы теории ядра. ОГИЗ. Государственное Издательство Техничко-Теоретической Литературы. Москва-Ленинград 1948.

W książce tej dwóch znanych specjalistów radzieckich, którzy wspólnie opublikowali szereg oryginalnych prac teoretycznych z fizyki jądra atomowego oraz kilka doskonałych ogólnych opracowań referatowych w „Успехах Физических Наук”, na 320 stronach podało teoretyczne rozważania dotyczące szeregu procesów jądrowych o podstawowym znaczeniu. Nie dając wcale do przedstawienia całokształtu tych zagadnień ani też nie siląc się na oryginalność autorowie, zważywszy na brak dokładnej teorii sił jądrowych, przedstawili w tej książce szereg takich procesów jądrowych, dla których większość własności nie zależy od szczegółowej znajomości sił wzajemnego oddziaływania pomiędzy cząstkami jądrowymi. Najwięcej uwagi poświęcili autorowie w swojej książce tym procesom jądrowym, w których biorą udział neutrony.

Treść książki oraz zagadnienia w niej poruszane najwierniej zobrazuje poniżej przytoczony spis rozdziałów i paragrafów.

Rozdział I. Wzajemne oddziaływanie neutronów i protonów

- § 1. Rozpraszanie powolnych neutronów przez protony
- § 2. Klasyfikacja stanów układu neutron-proton i podstawowy stan deuteronu
- § 3. Rozpraszanie neutronów w para- i ortowodorze
- § 4. Rozpraszanie neutronów przez związane protony
- § 5. Uwagi o rozpraszaniu szybkich neutronów przez protony
- § 6. Rozpraszanie protonów przez protony
- § 7. Chwywanie neutronów przez protony
- § 8. Fotorozszczepianie deuteronu

Rozdział II. Statystyczne własności ciężkich jąder

- § 9. Jądro złożone
- § 10. Statystyczne własności ciężkich jąder
- § 11. Związek pomiędzy szerokością poziomą a przekrojem czynnym na utworzenie złożonego jądra
- § 12. Przekroje czynne dla zderzeń elastycznych i nieelastycznych
- § 13. Prawdopodobieństwo schwywania
- § 14. Rozkład cząstek wylatujących przy rozszczepieniu złożonego jądra według ich energii
- § 15. Promieniowanie jądra

Rozdział III. Zjawiska rezonansowe

- § 16. Wzór dyspersyjny
- § 17. Teoria rozpraszania rezonansowego
- § 18. Chwytywanie powolnych neutronów przez swobodne jądra
- § 19. Średnie przekroje czynne
- § 20. Uwagi o reakcjach jądrowych zachodzących z udziałem cząstek naładowanych

Rozdział IV. Rozszczepianie ciężkich jąder

- § 21. Mechanizm rozszczepienia
- § 22. Prawdopodobieństwo rozszczepienia
- § 23. Reakcja łańcuchowa
- § 24. Przykład określenia krytycznych rozmiarów przy reakcji z udziałem szybkich neutronów

Rozdział V. Wzajemne oddziaływanie powolnych neutronów z materią

- § 25. Chwytywanie powolnych neutronów w kryształach
- § 26. Elastyczne rozpraszanie powolnych neutronów w kryształach
- § 27. Nieelastyczne rozpraszanie powolnych neutronów w kryształach
- § 28. Przejście do rozpraszania przez jądra swobodne
- § 29. Funkcja rozkładu neutronów w kryształach
- § 30. Załamanie neutronów

Uzupełnienie: Rozszczepianie szybkich deuteronów

Spis cytowanej i referowanej literatury zawiera 123 pozycje, przy czym uwzględnione są prace do roku 1948 włącznie.

W czterech pierwszych rozdziałach wyłożone zostały ważniejsze prace opublikowane w różnych czasopismach fizycznych, a dotyczące rozważanych zagadnień. Ostatni, piąty rozdział, oparty przede wszystkim na poprzednio opublikowanych własnych pracach autorów, przedstawia opracowanie najbardziej oryginalne.

Książka odznacza się dużą jasnością przedstawienia. Stanowi ona bardzo cenną pomoc dla fizyków, którzy zechcą bardziej szczegółowo poznać teorię szeregu ważniejszych zagadnień fizyki jądra atomowego, lub też tych, którzy pracując nad tymi zagadnieniami, czy to teoretycznie, czy też doświadczalnie, będą mogli znaleźć w tej książce źródłowe i jasne przedstawienie różnych rozważań teoretycznych, rozproszonych po licznych pracach oryginalnych w czasopismach naukowych.

Kraków, luty 1950 r.

*II Zakład Fizyki Doświadczalnej
Uniwersytetu Jagiellońskiego*

XII ZJAZD FIZYKÓW POLSKICH

W dniach 29. X. — 3. XI. 1949 odbył się w Warszawie XII Zjazd Fizyków Polskich (III powojenny), podczas którego zostały wygłoszone odczyty przez zaproszonych prelegentów oraz krótkie referaty z prac własnych.

Spis odczytów wygłoszonych na Zjeździe

L. Sosnowski (Warszawa). Współczesny stan teorii zjawisk elektrycznych w kryształach

J. Weyssenhoff (Kraków). Ferromagnetyzm

S. Szczeniowski (Poznań). Nadprzewodnictwo

L. Sosnowski (Warszawa). Rozwój badań nad półprzewodnikami

W. Ścisłowski (Warszawa). Wytrzymałość dielektryków stałych na przebicie

J. Rayski (Toruń). O relatywistycznie niezmienniczym sformułowaniu teorii pola

J. Rzewuski (Toruń). O niezmienniczym rachunku perturbacji i jego zastosowaniach (według Schwingera)

S. Pieńkowski (Warszawa). Rozproszenie niskokątowe promieni X w ciałach stałych

A. Piekara (Gdańsk). I. Dielektryki stałe; II. Ferrodielektryki

A. Jabłoński (Toruń). Fotoluminiscencja kryształów

Spis referatów z prac własnych wygłoszonych na Zjeździe

J. Rayski (Toruń). O formalnej i realistycznej regularyzacji

J. Rayski (Toruń) i B. Średniawa (Kraków). O pewnym zespole pól wolnym od nieskończoności typu renormalizacji masy

J. Rayski (Toruń). Nieliniowe efekty w kwantowej teorii pola I

J. Rayski i J. Rzewuski (Toruń). Nieliniowe efekty w kwantowej teorii pola II

W. Hanusowa (Toruń). Oscylator torsyjny

A. Jabłoński (Toruń). O drganiach torsyjnych w ośrodkach stałych lub bardzo lepkich

M. Puchalik (Gliwice). Pomiary momentu dipolowego chlorku benzylu w różnych temperaturach

W. Mościcki (Poznań). Aparatura do pomiaru koncentracji izotopu C^{14} w C^{12}

Z. Bartkowski (Poznań). O zachowaniu się układu rezonansowego wzbudzanego siłą o zmiennej częstotliwości

E. Karaśkiewicz (Poznań). O pewnym zagadnieniu drgań struny, której gęstość liniowa jest funkcją czasu

- M. Kwiek (Poznań). Przebieg czułości ucha na natężenie tonu
- J. Groszkowski (Warszawa). Manometr typu McLeod a o kompresji wielokrotnej
- J. Groszkowski (Warszawa). Manometr typu McLeod a z łatwotopliwym stopem zamiast rtęci
- Z. Ogrzewalski (Gdańsk). Generator van de Graaffa Politechniki Gdańskiej
- S. Bernasik (Gdańsk). Przykłady przemian jądrowych zaobserwowanych w kliszach
- E. Adelman (Gdańsk). Budowa elektromagnesu Zakładu Fizyki I Politechniki Gdańskiej
- J. Wesołowski (Wrocław). Efekt temperaturowo-barometryczny pęków promieniowania kosmicznego powstających w grubych warstwach ołowiu
- R. Ingarden i J. Romańska-Bartkowska (Wrocław). O nowym typie obiektu mikroskopowego
- K. Antonowicz (Toruń). Metoda pomiaru stałej dielektrycznej dielektryków ciekłych przy pomocy fal metrowej długości
- W. Rubinowicz (Warszawa). O metodzie wielomianów podanej przez Sommerfelda
- Z. Burzyński (Gdańsk). Badanie zdolności magnetycznej mieszanin cieczy
- S. Ziemecki (Lublin). O pewnym nowym efekcie polaryzacyjnym w dziedzinie fotoelektryczności
- W. Zonn (Warszawa). O przesuwaniu się linii w widmie cefeid
- J. Wojciechowska (Wrocław). O mechanizmie reakcji syntezy tytanu baru
- L. Sosnowski (Warszawa). Termostat do niskich temperatur
- L. Sosnowski (Warszawa) i L. Bobrowski. Suwak rachunkowy do obliczeń opartych na prawie Plancka
- M. Mięszowicz i A. Mikucki (Kraków). Profilowanie naftowych otworów wiertniczych na podstawie sondowań radioaktywności
- E. Dmochowski (Łódź). Generator van de Graaffa Politechniki Łódzkiej
- S. Nowicki (Łódź). Zagadnienia obliczeniowe generatorów taśmowych
- W. Królikowski (Warszawa). Własności i zastosowania licznika iskrowego
- M. Suffczyński (Kraków). Zależność wydajności licznika Geigera-Müllera na promienie gamma od grubości ścianki
- L. Natanson (Warszawa). Pomiar energii wyzwolonej w reakcji ${}^6_3\text{Li}(n, \alpha){}^3_1\text{H}$
- M. Danysz i Z. Wilhelmi (Warszawa). Pomiar wydajności źródeł neutronowych
- M. Danysz (Warszawa). Wyznaczenie masy cząstek metodą liczenia ziarna w emulsjach fotograficznych
- A. Teske (Lublin). Ruchy Browna ciał radioaktywnych
- M. Mięszowicz, L. Jurkiewicz i M. Massalski (Kraków). O pewnym fotonowym promieniowaniu obserwowanym na dużych głębokościach

M. Mięśowicz i M. Kogut (Kraków). Badania składowej poziomej promieniowania kosmicznego

A. Sołtan (Warszawa). Monitor na promienie gamma

T. Gutkowski (Warszawa). Fotometr klinowy do pomiaru źródeł krótkotrwałych

S. Pasierbiński (Warszawa). Przyrząd do rezonansu mechanicznego

M. Jeżewski (Kraków). Wykrywanie uszkodzeń w stali i żelazie metodą elektromagnetyczną

M. Jeżewski (Kraków). O elektrycznej metodzie pomiaru wilgotności drewna.

W. Romer i K. Lipski (Wrocław). Pomiar zdolności rozdzielczej fotograficznych warstw światłoczułych

S. Pieńkowski (Warszawa). Widma fluorescencji przy monochromatycznym wzbudzeniu

R. Mierzecki (Warszawa). Zasięg par metali w iskrze

A. Jabłońska (Warszawa). Uporządkowanie składników krystalicznych żywyicy w drewnie w świetle promieni X

J. Kozłowska (Warszawa). Dyspersja kierunków uprzywilejowanych drzew kopalnych w świetle promieni X.

W. Ścisłowski (Warszawa). Pomiary bezwzględne czułości fotokomórek

L. Bobrowski (Warszawa). Pomiary rozkładu widmowego czułości fotoelektrycznej w podczerwieni.

STRESZCZENIA

1. O formalnej i realistycznej regularyzacji. JERZY RAYSKI, *Zakład Fizyki Teoretycznej U. M. K. w Toruniu.*

Pomimo ogromnych sukcesów elektrodynamiki kwantowej nie jest to jeszcze teoria opracowana zadawalająco z punktu widzenia matematycznego. W wielu wypadkach formalne rachunki prowadzą do wyrażeń matematycznie nieokreślonych (np. nieskończona energia własna elektronu, lub wadliwa formuła na polaryzację próżni).

Celem usunięcia tych nieokreśloności zaproponowana została (najpierw przez Stückelberga i Feynmana) metoda regularyzacji funkcji typu Δ za pomocą mas pomocniczych ($\Delta \rightarrow \tilde{\Delta}$, gdzie wężyk oznacza wyrażenie zregularyzowane). Ta metoda dawała pomyślnie rezultaty tylko w niektórych wypadkach, a w przypadku polaryzacji próżni zawodziła zupełnie.

Wobec takiego stanu rzeczy autor zaproponował (*Phys. Rev.* 75, 1949) zastosowanie nowego przepisu regularyzacji, w myśl którego dla iloczynów funkcji Δ nie poszczególne czynniki z osobna, lecz całe wyrażenia powinny być regularyzowane ($\tilde{\Delta}\tilde{\Delta}$ a nie $\tilde{\Delta}\Delta$). Metoda regulatorów rozwinięta została następnie przez Pauliego (*Rev. Mod. Phys.* 21, 434, 1949).

Regularyzacja formalna nasuwa myśl, że występujące tu parametry pomocnicze mogą mieć znaczenie fizyczne w postaci mas spoczynkowych pewnych cząstek elementarnych. Wprowadzenie, oprócz elektronów, stosownych cząstek o spłnie całkowitym prowadzi w przypadku polaryzacji próżni do formuły zupełnie analogicznej jak formuła zregularyzowana formalnie (*Acta Phys. Pol.* 9, 129, 1948). W przeciwieństwie do metody formalnej ta ostatnia nazwana została regularyzacją realistyczną.

Metoda realistycznej regularyzacji zdaje się potwierdzić jedną z tez materializmu dialektycznego. W metodzie tej wychodzi się z założenia, że trudności współczesnej teorii cząstek elementarnych pochodzą stąd, że oddziaływania pomiędzy poszczególnymi typami pól traktowało się dotychczas z osobna, podczas gdy w nowej metodzie, próbuje się uwzględnić oddziaływania między wszystkimi typami równocześnie. Wszystkie rodzaje pól i cząstek powiązane są ze sobą i uzależnione wzajemnie, i tylko równoczesne uwzględnienie wszystkich tych powiązań może doprowadzić do teorii pozbawionej wewnętrznych sprzeczności.

2. O pewnym zespole pól wolnym od nieskończoności typu renormalizacji mas. JERZY RAYSKI, *Zakład Fizyki Teoretycznej U. M. K. w Toruniu* i BRONISŁAW ŚREDNIAWA, (*Zakład Fizyki Teoretycznej U. J. w Krakowie*).

Praca ta stanowi kontynuację idei realistycznej regularyzacji. Autorowie znajdują (możliwie najprostszy) zespół pól, dla którego wszystkie energie własne

stają się skończone dzięki wzajemnej kompensacji. Elektrodynamika kwantowa stanowi główną część tego zespołu pól złożonego z naładowanych cząstek o spinach całkowitych i połówkowych, z fotonów i neutretto.

3. Nieliniowe efekty w kwantowej teorii pola I. JERZY RAYSKI, *Zakład Fizyki Teoretycznej U. M. K. w Toruniu.*

Na najprostszym przykładzie dwóch sprzężonych ze sobą pól skalarnych autor pokazuje, w jaki sposób w teorii kwantowej, pomimo liniowości równań pola, pojawiają się nieliniowe efekty w rodzaju rozpraszania cząstek elementarnych na cząstkach tego samego typu lub spontanicznego rozpadania się neutralnych cząstek. Praca ta stanowi prostą ilustrację metod nowoczesnego rachunku zaburzeń.

4. Nieliniowe efekty w kwantowej teorii pola II. JERZY RAYSKI, *Zakład Fizyki Teoretycznej U. M. K. w Toruniu* i JAN RZEWUSKI, *Zakład Mechaniki Teoretycznej U. M. K. w Toruniu.*

Autorowie stosują metody opisane w części I. do zjawiska rozpraszania fotonów na fotonach w przypadku sprzężenia z naładowanymi cząstkami o spinie zero. Okazuje się że w 4-tym rzędzie przybliżenia teoria tego zjawiska nie prowadzi do żadnych nieskończoności, podobnie jak to ma miejsce w przypadku sprzężenia z elektronami obliczonym przez Feynmana.

5. Oscylator torsyjny. WANDA HANUSOWA, *Zakład Fizyki Doświadczalnej U. M. K. w Toruniu.*

Podano przybliżone rozwiązanie równania Schrödingera dla cząsteczki typu „bąka asymetrycznego”, wykonującej drgania torsyjne o małej amplitudzie dokoła orientacji równowagi w polu sił zewnętrznych niezależnych od czasu. Równanie niezaburzone otrzymane przy pominięciu w energii kinetycznej i potencjalnej wyrazów rzędu wyższego niż drugi, prowadzi do problemu drgań normalnych; rozwiązanie daje wartości i funkcje własne trójwymiarowego anizotropowego oscylatora harmonicznego, zgodnie z klasyczną teorią tego zagadnienia. Wpływ wyrazów wyższego rzędu, występujących w wyrażeniu na energię kinetyczną bąka asymetrycznego, uwzględniono przy pomocy rachunku zaburzeń pierwszego rzędu. Rząd wielkości poprawki dla wartości i funkcji własnych oszacowano na podstawie danych doświadczalnych, dotyczących „zewnętrznego” zjawiska Ramana w kryształach molekularnych (w szczególności w kryształach naftalenu). Otrzymane wyniki prowadzą w prosty sposób do wyrażenia na prawdopodobieństwo dowolnej orientacji oscylatora torsyjnego.

6. O drganiach torsyjnych cząsteczek w ośrodkach stałych lub bardzo lepkich. ALEKSANDER JABŁOŃSKI, *Zakład Fizyki Doświadczalnej U. M. K. w Toruniu.*

Opierając się na zerowym przybliżeniu teorii oscylatora torsyjnego W. Hanusowej wprowadzono wzór na średni kwadrat kąta skręcania cząsteczek znajdujących się w ośrodku stałym (lub bardzo lepkim). Uwzględniono przypadek

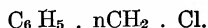
najczęściej spotykany w przyrodzie, gdy trzy drgania własne zachodzą dokoła trzech głównych osi bezwładności cząsteczki. Wzór ten daje związek pomiędzy średnim kwadratem skręcenia dokoła określonej głównej osi bezwładności, częstością drgań torsyjnych dokoła tej osi, momentem bezwładności względem tejże osi i temperaturą ośrodka. Pozwala on obliczyć częstość drgań na podstawie (znanego) średniego kwadratu skręcenia lub też średni kwadrat skręcenia na podstawie (znanej) częstości drgań torsyjnych, gdy właściwy moment bezwładności cząsteczki i temperatura ośrodka są znane.

Wzór zastosowano do obliczenia częstości drgań torsyjnych benzenu w glicerynie opierając się na wielkości średniego kwadratu skręcenia tej cząsteczki, wyznaczonej za pomocą własnej teorii polaryzacji fotoluminescencji z wyników pomiarów polaryzacji fluorescencji, wykonanych przez F o o f i ł o w a.

Obliczono również „skręcenia prawdopodobne” cząsteczek naftalenu w kryształach czystego naftalenu w 0°K i 300°K, korzystając z częstości drgań torsyjnych, wyznaczonych przez B o u s s e t a na podstawie badań zewnętrznego efektu R a m a n a.

7. Pomiar momentu dipolowego chlorku benzylu w różnych temperaturach. MARIAN PUCHALIK, *Zakład Fizyki Śląskiej Akademii Lekarskiej w Gliwicach.*

W pracy referowanej na poprzednim zjeździe przedstawił autor między innymi swoje wyniki badań nad własnościami polarnymi indywiduów należących do szeregu homologicznego:



Fakt, że między drugim a trzecim członem tego szeregu istnieje tylko nieznaczna różnica momentów dipolowych (1,86 D — 1,91 D) czynił prawdopodobnym przypuszczenie, że już począwszy od tych dwu związków w szeregu $C_6H_5 \cdot nCH_2 \cdot Cl$ mamy osiągniętą praktycznie zupełną swobodę obrotu w drobinie.

Dla ugruntowania tego przypuszczenia byłoby pożytecznym zbadanie dalszych członów tego szeregu. Stoi temu na razie na przeszkodzie wielka trudność uzyskania tych związków.

Wobec tego autor postanowił zbadać, jak się zachowuje moment dipolowy chlorku benzylu (2-go członu) przy zmianie temperatury.

Jak wiadomo, moment dipolowy nie zależy od temperatury jedynie dla sztywnych drobin i dla drobin posiadających zupełną swobodę obrotu. Pomiar autora wykazały, że moment dipolowy chlorku benzylu w zakresie od + 20° C do + 80° C od temperatury nie zależy (w granicach błędu pomiaru). Ponieważ ze względów strukturalno-chemicznych sztywność drobin w wypadku chlorku benzylu jest wykluczona, wyniki badań zdają się wskazywać, że już w tym członie swoboda obrotu jest praktycznie zupełna. Pomiar momentu dipolowego przeprowadził autor metodą rozcieńczonych roztworów. Jako niepolarnego rozpuszczalnika użył rafinowanej nafty (punkt wrzenia od 206° do 250° C). Dokładność pomiaru momentów dipolowych $\pm 5\%$.

8. Aparatura do pomiaru koncentracji izotopu C^{14} w C^{12} . WŁODZIMIERZ MOŚCICKI, *Zakład Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Poznańskiego.*

Aparatura składa się z jednego licznika o pojemności około 0,5 l, wypełnionego mieszkanką $CO_2 + CS_2$, wygaszanego zewnątrz, służącego do wewnętrznego liczenia impulsów pochodzących z rozpadu C^{14} , i osłony złożonej z 14 argonowo-alkoholowych liczników Geigera-Müllera oraz 10 cm filtru Pb.

Urządzenie rejestrujące składa się z układu wzmacniającego, układu antykoincydencyjnego, skalera i dwu układów rejestrujących impulsy powstające w osłonie i impulsy antykoincydencyjne licznika głównego.

9. O zachowaniu się układu rezonansowego wzbudzonego siłą o zmiennej częstotliwości. ZYGMUNT BARTKOWSKI, *Zakład Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Poznańskiego – Pracownia Akustyczna.*

Przedmiotem pracy jest badanie rozwiązań równania różniczkowego układu rezonansowego, w którym siła przyłożona ma postać: $\sin(\omega_0 t + \omega_1 t^2)$. W wyrażeniu tym mamy do czynienia z nieustannym wzrostem częstotliwości chwilowej, wynoszącej: $\omega_0 + \omega_1 t$. Wynikiem jest zależność amplitudy równania od tej właśnie chwilowej częstotliwości, charakteryzująca się istnieniem powyżej zasadniczego maximum, odpowiadającego naturalnemu rezonansowi, maximum pobocznych, których wysokość jest tym większa, im szybsza jest zmiana częstotliwości w czasie. Równania wyspecjalizowano na wypadki rezonansu elektrycznego i mechanicznego.

10. O pewnym zagadnieniu drgań struny, której gęstość liniowa jest funkcją czasu. EDMUND KARASKIEWICZ, *Zakład Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu Poznańskiego.*

Badania dotyczyły ruchu struny, gdy gęstość $G(t)$ jest funkcją czasu malejącą lub rosnącą. Przeprowadzono je częściowo metodą równań całkowych i otrzymano wyniki następujące:

Gdy t wzrasta nieograniczenie, rodzaj ruchu zależy od wartości granicznej do której dąży funkcja $G(t)$.

Mogą zajść trzy przypadki: a) ruch ustaje, b) struna się przerywa, c) ruch jest drgający; znaleziono warunki, w których te przypadki zachodzą.

W szczególnym wypadku mogą częstotliwości własne dążyć do pewnych wartości granicznych, tworzących układ nieharmoniczny.

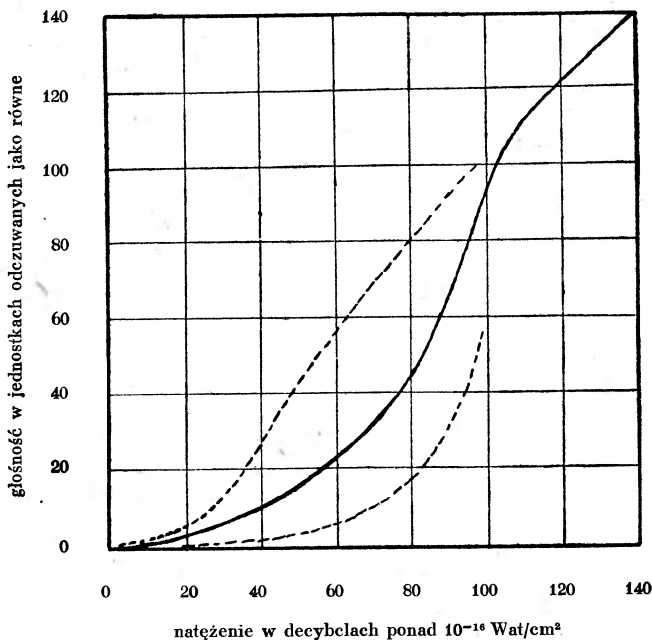
W wypadkach, w których struna się przerywa, przerwanie następuje skutkiem tego, że wychylenie jednego z niskich drgań składowych, nie mającego charakteru oscylującego, rośnie nieograniczenie z czasem. Przy tym wyższe składowe mają przebieg oscylujący.

11. Przebieg czułości ucha na natężenie tonu. MAREK KWIEK, *Zakład Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu Poznańskiego – Pracownia Akustyczna.*

Przeprowadzono badania dla tonów sinusowych o częstotliwości 1000 okresów na sekundę. Przedmiotem badań było statystyczne wyznaczenie zależności pomiędzy faktycznym natężeniem tonu a zwartościowaniem tego natężenia przez normalny zmysł słuchu. Statystykę przeprowadzono z uwzględnieniem stwierdzalnych sposobami lekarskimi anomalności słuchu obserwatorów. Otrzymana zależ-

ność nie odbiega od zależności dającej się wyznaczyć ze stosunków odczuwalnych przyrostów natężeń głosu do natężenia początkowego.

Znaczenie otrzymanej zależności jest zasadnicze dla przeliczenia (zredukowania) obiektywnie mierzonych parametrów w zjawiskach dźwiękowych do postaci takiej, w jakiej przedstawiają się one zmysłowi słuchu. Wyniki te otwierają fizykom drogę do współpracy z przemysłem instrumentów muzycznych, pozwalając redukować znane już widma dźwięku niektórych instrumentów.



Krzywe na rysunku przedstawiają pomierzoną zależność dla ucha normalnego (gruba krzywa), nadmiernie czułego (krzywa kreskowana górna) i osłabionego (krzywa kreskowana dolna).

12. Manometr typu McLeod'a o kompresji wielokrotnej. JANUSZ GROSZKOWSKI, Zakład Radiotechniki Politechniki Warszawskiej.

W manometrze tym — dla zwiększenia czułości, zwłaszcza przy niższych ciśnieniach — jest zastosowana kilkakrotna kompresja, tzn. spręża się nie jedną, lecz kilka porcji gazu o mierzonym ciśnieniu i dopiero po ostatniej kompresji wykonywa się pomiar podobnie jak w manometrze McLeod'a. Możliwość kilkakrotnego sprężania uzyskuje się dzięki zastosowaniu samoczynnie działającego wentyla.

13. Manometr typu McLeod'a z łatwotopliwym stopem zamiast rtęci. J. GROSZKOWSKI, Zakład Radiotechniki Politechniki Warszawskiej.

Wadą zwykłego (rtęciowego) manometru McLeod'a jest wprowadzanie przez niego — do obszaru o mierzonym ciśnieniu — par rtęci, których ciśnienie

w temperaturze pokojowej jest rzędu 10^{-3} Torra. W opisywanym manometrze zastąpiono rtęć przez stop o stosunkowo niskiej temperaturze topności i o bardzo niskim ciśnieniu par w tej temperaturze. Np. stop Pb-Sn-Bi-Cd, o temp. topl. ok. 70°C , posiada w temp. 100°C ciśnienie par mniejsze od 10^{-7} Torra, a więc do pominięcia w stosunku do granicznej czułości manometru.

14. Maszyna van de Graaffa o napięciu ok. 1 miliona woltów.
ZBIGNIEW OGRZEWAŁSKI, *Zakład II Fizyki Politechniki Gdańskiej.*

Typ maszyny: ciśnieniowa o dwu pasach ładujących z konduktorem kulistym, samowzbudna. Projektowane napięcie do 1 miliona woltów. Wymiar kuli 1,5 m. Otrzymało już obecnie 0,5 MV, pomimo dużej wilgotności i użycia zastępczej rury izolacyjnej podtrzymującej konduktor. W toku są prace nad cechowaniem woltomierza rotacyjnego, pomiarem dokładnym napięcia maszyny van de Graaffa i budową rury do przypieszeń.

15. Przykłady przemian jądrowych zaobserwowanych w kliszach Ilforda C_2 grubości 100 mikronów, eksponowanych na Kasprowym Wierchu. SYLWESTER BERNASIK, *Zakład II Fizyki Politechniki Gdańskiej.*

Z przemian jądrowych zaobserwowanych w emulsjach fotograficznych zwraca uwagę kilka przemian wywołanych przez ujemne ciężkie mezony. W jednym przypadku desintegracji wywołanej przez mezon σ zaobserwowano emisję z jądra wtórnego mezonu. Oprócz tego znaleziono desintegracje z emisją wielu cząstek ciężkich jąder, wchodzących w skład emulsji.

16. Budowa Elektromagnesu Zakładu I Fizyki Politechniki Gdańskiej.
EDMUND ADELMAN, *Zakład I Fizyki Politechniki Gdańskiej.*

Elektromagnes został zbudowany ze starego spalonego transformatora trójfazowego o mocy 150 KVA i następujących wymiarach ramy: wysokość 1150 mm, długość 1250 mm, szerokość 220 mm. Środkowy rdzeń został usunięty a na jego miejsce przymocowane zostały dwa stożkowe rdzenie biegunowe tworzące szczelinę w formie wałca o średnicy 210 mm.

Na rdzeniach tych zostały osadzone dwie hermetycznie zamknięte cewki stanowiące uzwojenie elektromagnesu. Uzwojenie składa się z 4000 zwojów taśmy miedzianej o przekroju 12 mm^2 . Każda z cewek dzieli się na sekcje, między którymi przepływa olej celem chłodzenia.

Elektromagnes ten przeznaczony jest do badań w zakresie zjawisk magneto-optycznych i jednocześnie stanowi część składową cyklotronu będącego w budowie.

17. Efekt temperaturowo-barometryczny pęków promieniowania kosmicznego powstających w grubych warstwach ołowiu. JAN WESOŁOWSKI, *Zakład Fizyki Doświadczalnej Uniwersytetu i Politechniki we Wrocławiu.*

W związku z przeprowadzanymi od dłuższego czasu badaniami nad t.zw. „drugim maksimum” krzywej Rossi'ego, wykonywa się pomiary współczynników temperaturowo-barometrycznych dla pęków powstających w warstwie ołowiu o grubości 16 cm.

Z dotychczas uzyskanego materiału doświadczalnego wynika, że współczynniki te nie mogą być większe od normalnych współczynników składowej twardości.

18. O nowym typie obiektywu mikroskopowego. ROMAN S. INGARDEN i JANINA ROMAŃSKA - BARTKOWSKA, *Zakład Fizyki Teoretycznej Uniwersytetu i Politechniki we Wrocławiu.*

Autorowie obliczyli obiektyw mikroskopowy składający się z soczewek i zwierciadeł — o układzie, na ile im wiadomo, nie stosowanym dotychczas w mikroskopii — o powiększeniu $40\times$, aperturze numerycznej 0,65 i dużym polu widzenia (6°). Odznacza się on prostotą konstrukcji (3 soczewki, powierzchnie tylko sferyczne i zwierciadła tylko wewnętrzne) przy korekcji przewyższającej ok. 10-krotnie znane dotychczas układy (aberracja falowa ok. $0,03\lambda$) i przy płaskim polu obrazu o średnicy ok. 2-krotnie większej niż stosowane dotychczas. Ze względu na wysoką korekcję chromatyczną i wyrównane pole autorowie projektują nazwę plan-apochromat. Obiektyw ten może być zastosowany w każdym mikroskopie normalnego typu i ze względu na płaskie pole nadaje się szczególnie dobrze do mikrofotografii.

19. Pomiar stałej dielektrycznej przy pomocy fal metrowej długości. KAZIMIERZ ANTONOWICZ, *Zakład Fizyki Doświadczalnej U. M. K. w Toruniu.*

Wykonano pomiary stałej dielektrycznej oleju parafinowego i nafty, przy pomocy fal długości 1 m, wykorzystując tę własność linii długiej, że rozkład fali stojącej na linii zależy od zawady zamykającej linię. Jako zawady użyto kondensatora wypełnionego dielektrykiem o badanej stałej dielektrycznej.

(Dalszy ciąg streszczeń w następnych zeszytach)

Książki nadesłane do Redakcji

- Rachunek różniczkowy i całkowy. F. Leja. Wydanie drugie. P. Z. W. S., Warszawa 1949, 426 str.
- Lampy elektronowe. E. V. Appleton. Książnica Atlas, Wrocław—Warszawa 1949, 166 str.
- Fizykalne podstawy radiotechniki. J. A. Ratcliffe. Książnica Atlas, Wrocław—Warszawa 1949, 176 str.
- Fizyka relatywistyczna. W. H. McCrea. Książnica Atlas. Wrocław—Warszawa 1949 r., 146 str.
- Fizyka. W. Westphal, część I (Mechanika, Akustyka, Nauka o ciepłe), tłum. prof. dr. B. Gawecki, prof. dr. W. Kapuściński. P. Z. W. S. Warszawa 1950 r., 353 str.
- Pomiary i przyrządy pomiarowe radiotechniki. Mgr Inż. R. Zimmermann. Poznańska Spółka Wydawnicza, Poznań 1950, 358 str.
- Fizyka i Chemia. Czasopismo dla nauczycieli Nr. 1 (10) i 2 (11), P. Z. W. S. Warszawa 1950, 64 str. i 64 str.

POLSKIE TOWARZYSTWO FIZYCZNE

Zarząd

<i>Przewodniczący</i>	—	Prof. Wojciech RUBINOWICZ
<i>Wiceprzewodniczący</i>	—	Prof. Stefan PIENKOWSKI
<i>Sekretarz</i>	—	Prof. Teodor KOPCEWICZ
<i>Skarbnik</i>	—	Prof. Andrzej SOŁTAN
<i>Redaktorzy</i>	—	Prof. Szczepan SZCZENIOWSKI Prof. Jan WEYSSENHOFF

Przewodniczący Oddziałów Towarzystwa

Gdańsk:	Prof. Ignacy ADAMCZEWSKI
Gliwice:	Prof. Tadeusz MALARSKI
Kraków:	Prof. Henryk NIEWODNICZAŃSKI
Lublin:	Prof. Stanisław ZIEMECKI
Łódź:	Prof. Eugeniusz SKORKO
Poznań:	Prof. Szczepan SZCZENIOWSKI
Toruń:	Prof. Jerzy RAYSKI
Warszawa:	Prof. Leonard SOSNOWSKI
Wrocław:	Prof. Stanisław LORIA

TREŚĆ

M. MIESOWICZ: Działanie hamujące materii na fragmenty rozszczepienia jąder ciężkich	67
J. BLATON: Procesy rozszczepiania ciężkich jąder	88
Leonard SOSNOWSKI: Współczesny stan teorii zjawisk elektrycznych w kryształach	125
Leonard SOSNOWSKI: Rozwój badań nad półprzewodnikami	137
Henryk NIEWODNICZAŃSKI: Recenzja książki: Некоторые вопросы теории ядра — АХИЕЗЕР и И. ПОМЕРАНЧУК	150
Spis odczytów i referatów wygłoszonych podczas XII Zjazdu Fizyków Polskich	152
Streszczenia referatów, wygłoszonych podczas XII Zjazdu Fizyków Polskich	155
Książki nadesłane do Redakcji	162

Wydawca: Polskie Towarzystwo Fizyczne, Warszawa, Hoża 69
 Redaktor: Prof. Szczepan SZCZENIOWSKI, Poznań, ul. Grunwaldzka 14
 Cena zeszytu 100 zł — podwójnego 150 zł — Prenumerata roczna 500 zł